I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

LIVRO DE RESUMOS

22 a 25 de Novembro de 2000
Serra Negra , SP, Brasil

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Coordenação Geral

Tânia Maria Mendonça Campos

Célia Maria Carolino Pires

Comissão Organizadora

Adriano Pedrosa de Almeida (PE)
Ana Cecília Togni (RS)
Cristiano Alberto Muniz (DF)
Denise Trindade Moreira (PR)
José Luiz M. de Freitas (MS)
Maria Auxiliadora Vilela Paiva (ES)
Mônica Rabello de Castro (RJ)
Nelson Hein (SC)
Olga Maria Barreiro Claro (BA)
Ruy Madsen Barbosa (SP)

Comissão Científica

Tânia Maria Mendonça Campos
Célia Maria Carolino Pires
Paulo Figueiredo de Lima
Geraldo Pompeo Júnior
Regina Luzia C. de Buriasco

Comissão Organizadora Local

Ana Paula Jahn
Rosana Nogueira de Lima
Maria Célia Leme da Silva
Nielce M. Lobo da Costa
Ruy Pietropaolo
Maria Cecília Vilarinhos

Comissão Editorial

Antônio José Lopes
Célia Maria Carolino Pires
Eduardo Sebastiani Ferreira
Gelsa Knijnik
Marcelo Câmara
Marcelo de Carvalho Borba
Maria Laura M. Leite Lopes
Martha Maria de Souza Dantas
Paola Sztajn
Paulo Afonso Lopes da Silva
Sandra Maria Magina
Verônica G. Gomes Ferreira
Maria do Carmo Mendonça

ÍNDICE GERAL

APRESENTAÇÃO

Com grande satisfação, a Diretoria Nacional Executiva e o Conselho Nacional Deliberativo da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, apresenta o livro de resumos do I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

Ele é fruto do esforço incansável de pesquisadores dinâmicos que se reúnem no período de 22 a 25 de novembro de 2000, na cidade de Serra Negra, São Paulo, em torno do tema: INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL.

São dez grupos de trabalho que, neste seminário, apresentam o estado da arte da investigação brasileira na área de Educação Matemática, tendo como finalidades básicas:

- divulgar essa produção aos pesquisadores e professores que trabalham com Matemática, em particular aos associados da SBEM;
- avaliar as implicações mais relevantes dessa produção para apoiar as opções de políticas públicas e de práticas educativas;
- indicar perspectivas para a investigação em Educação Matemática no Brasil, nos próximos anos.

Desejamos a todos um trabalho proveitoso, esperando que as discussões possam propiciar uma reflexão sobre a natureza da pesquisa em Educação Matemática e um avanço para o desenvolvimento da área.

Agradecemos às agências financiadoras, aos pesquisadores convidados, aos coordenadores dos grupos de trabalho e aos professores que integram o PROEM – Programas de Estudos e Pesquisas no Ensino da Matemática da PUC/SP por sua decisiva colaboração na organização do evento.

A Coordenação

A INVESTIGAÇÃO SOBRE O PROFESSOR DE MATEMÁTICA

PROBLEMAS E PERSPECTIVAS

João Pedro da Ponte
jponte@fc.ul.pt
http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte
Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Este texto analisa a investigação actual sobre o professor de Matemática. Passa em revista as principais questões que têm sido pesquisadas nos últimos tempos nesta área a nível internacional, incluindo tanto a formação inicial, como os professores em serviço. Apresenta, como caso particular, a investigação realizada em Portugal pelo grupo de investigação DIF, com uma referência especial às metodologias de investigação utilizadas.

Estado da arte da investigação sobre o professor de Matemática

Em Julho de 2000, realizou-se no Japão o ICME 9. Um dos seus grupos de trabalho, o *WGA 7 – In-service and preservice education of mathematics teachers*, foi dedicado aos professores. Este grupo fornece uma óptima perspectiva sobre a investigação que correntemente se faz no neste campo e serve de base à presente análise sobre as grandes tendências de investigação nesta área.

Campos de investigação

A investigação que se desenvolve actualmente sobre os professores respeita a todos os níveis de ensino, do jardim infantil à universidade, o que não será novo. Respeita também a uma grande variedade de papéis profissionais, incluindo papéis de liderança, de aconselhamento local e de formadores, o que constitui, sem dúvida, um desenvolvimento muito significativo.

Esta investigação realiza-se segundo dois géneros principais. Por um lado, existem trabalhos de índole naturalística, incidindo sobre professores, grupos de professores e programas de formação. Este tipo de investigação procura diagnosticar problemas, compreender realidades. Embora possa vir a servir mais tarde para introduzir mudanças no funcionamento das instituições e dos seus programas, o seu objectivo imediato é compreender a realidade existente. Por outro lado, existem trabalhos de intervenção, em que se procura realizar uma determinada acção formativa e avaliar os seus efeitos — incluindo trabalhos que se apresentam como "reciclagem" ou "treinamento" dos professores, como formação ou como desenvolvimento profissional. Procuram-se também estudar metodologias de concepção e avaliação de programas, incluindo a realização de parcerias entre diversos tipos de instituição.

Entre os temas que merecem maior destaque estão os do conhecimento matemático e do conhecimento profissional do professor. Na verdade, o axioma "sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem a Matemática" é incontornável. Há indicações que a situação é problemática em todos os níveis de ensino e particularmente grave nos anos (séries) iniciais. Os estudos neste campo respeitam tanto a Matemática básica como avançada, às aplicações da Matemática e ao uso da tecnologia no seu ensino (Baggett & Ehrenfeucht; Chang; Chissick; Chyn & Lin; Grevholm; Homma; Iijima & Ojima; Ivanov; Leikin & Winicki; Mantero; Mewborn; Morris)[1].

Mas, se para ser professor de Matemática é preciso saber Matemática, não é menos verdade que para se ser professor é preciso um conhecimento profissional que envolve aspectos diversos, desde o conhecimento didáctico (*pedagogical content knowledge* de Shulman) ao conhecimento do currículo e dos processo de aprendizagem (Bishop, Clarke & Bennett; Ivanov; Lianghuo; Tsamir & Tirosh).

Alguns estudos focam-se mais no conceito de competência (ou mesmo *skill*). É o caso dos estudos que se centram na relação do professor com um aluno (Chang) ou em novos métodos de ensino e avaliação (Chissick).

Finalmente, é de registar que existem estudos que dão grande atenção aos valores e atitudes do professor. É o caso do trabalho de Chang, onde se salienta a necessidade do professor se tornar adepto de métodos de ensino inspiradores, bem como dos trabalhos de Chissick e Gómez, que dão grande atenção ao desenvolvimento de uma cultura de colaboração.

Nas investigações que se centram no estudo de programas notam-se quatro ênfases principais. Umas dão especial atenção às iniciativas e seus objectivos (Bagett & Ehrenfeucht; Chang & Downes; Keranto & Vaananen; Krainer; Marcinek; Tsamir & Tirosh; Xiang). Outras focam-se sobretudo na estrutura dos programas de formação e nos papéis desempenhados pelos diversos participantes (Wilson; Woodrow). Outros, ainda, dão especial atenção à definição de *standards* profissionais ou de formação e ao currículo da formação (Bishop, Clarke & Bennett; Miller & Glover; Safuanov & Gusev; Sanders; Sun). E, finalmente, alguns incidem especialmente sobre recursos e políticas (Ruifen; Campbell; Grevholm; Hyde; Woodrow).

Processos de formação

Um dos aspectos mais salientes da investigação actual sobre formação de professores incide sobre os processos de formação, ou, se se quiser, de aprendizagem profissional. Desses estudos, alguns tomam como tema principal a *reflexão sobre a prática*. É o caso dos estudos que tomam como ponto de partida a observação, o questionamento, a discussão e a teorização sobre a prática (Krainer; Ponte & Brunheira; Wilson). É também o caso dos estudos que dão especial atenção à experimentação de novas ideias na prática profissional (Chissick; Pietila; Tsamir).

---

[1] Os autores citados sem indicação de data correspondem a *papers* apresentados no WGA 7 do ICME 9.

Outros trabalhos tomam como tema principal o *processo de investigação* (ou de investigação-acção) realizado pelo próprio professor. O centro dessa investigação pode ser o aluno (por exemplo, o seu discurso ou a sua compreensão da Matemática). Pode ser também a própria prática lectiva do professor ou de outros professores. Pode, ainda, ser a prática matemática do professor ou dos seus alunos.

Um outro grupo de trabalhos foca-se nos *processos de colaboração*. Esta pode envolver intervenientes diversos. Pode ocorrer entre professores e futuros professores (Peter-Koop & Wollring, Ponte & Brunheira). Pode envolver professores, futuros professores e formadores de professores (Goméz; Krainer). Pode envolver formadores e directores de escola (Chissick). Pode envolver essencialmente formadores (Krainer, Wilson). Pode, finalmente, ter lugar entre instituições (Hart; Baggett & Ehrenfeucht; Bishop, Clarke & Bennett).

Contextos

Uma outra tendência crescente da investigação nos estudos realizados neste campo dá especial atenção aos contextos onde trabalha o professor e onde se desenvolve a sua formação. Alguns desses estudos incidem em questões de nível *macro*. É o caso dos estudos que dão atenção aos contextos nacionais, sociais e culturais (Hart; Ruifen; Morris). É, também, o caso dos estudos que dão especial atenção ao uso de novas tecnologias no processo de formação — quer se trate de tecnologias multimedia (Cousquer; Dolk; Krainer), quer se trate do uso de vídeo e audio (Peter-Koop & Wollring). Alguns estudos incidem em questões que podemos considerar de nível *meso*. É o caso do contexto comunitário onde se insere o professor e/ou o programa de formação (Hart). Finalmente, outros estudos colocam-se no plano *micro*, dando especial atenção aos contextos escolares e institucionais onde se inserem os programas e os professores (Baggett & Ehrenfeucht; Mantero; Pietila; Ponte & Brunheira; Wilson).

Nesta investigação, uma atenção muito grande é dada ao modo como os factores do contexto influenciam a formação. Esses factores parecem ser sobretudo dois. Por um lado, a *investigação educacional*, através dos seus conceitos, práticas, do seu estímulo à realização de projectos de investigação-acção, bem como da realização de projectos em grande escala. Por outro lado, surgem *influências da sociedade*, onde se inclui o desenvolvimento de novas tecnologias, a evolução do currículo de Matemática, a adopção de *standards* profissionais, a realização de estudos internacionais (como o TIMMS) e a influência das comunidades locais.

O foco para o estudo dos contextos parece resultar, sobretudo, de duas perspectivas sobre a mudança. Numa dá-se atenção sobretudo aos *processos* incluindo (i) a reflexão e investigação em diferentes níveis — envolvendo alunos, futuros professores, professores, formadores e investigadores, (ii) o ouvir os alunos e (iii) a colaboração. Outra perspectiva tem a ver, sobretudo, com a *reformulação da cena* político-institucional onde decorre a formação dos professores, evidenciando-se tendências de (i) integração da formação inicial e contínua, (ii) novas parcerias e (iii) sistemas acreditação profissional.

A investigação realizada pelo Grupo DIF - Didáctica e Formação[2]

Sediado na Universidade de Lisboa, o grupo de Investigação DIF tem-se dedicado a estudar sobretudo o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Desenvolve a sua actividade tendo por quadro de referência uma perspectiva curricular inovadora relativamente ao ensino desta disciplina, onde sobressaem temas como a resolução de problemas, as investigações matemáticas, as novas tecnologias, a modelação, o trabalho de grupo e o trabalho de projecto.

No percurso de investigação do grupo destacam-se três linhas principais: (i) numa primeira atende-se sobretudo ao conhecimento profissional do professor em processos de inovação da sua iniciativa, em contextos de formação e em contextos de reforma curricular; (ii) numa segunda dá-se especial atenção à formação e ao desenvolvimento profissional do professor e (iii) numa terceira assume uma maior proeminência uma preocupação de intervenção curricular — de que é exemplo o Projecto MPT e o projecto Investigar e Aprender, que representa a sua continuação natural.

Ao longo deste percurso diversas têm sido as questões-chave que têm inspirado os trabalhos do grupo: (i) Quais as concepções dos professores? (em relação à Matemática, ensino da Matemática, resolução de problemas, a aprendizagem, a avaliação...?) (ii) Qual a relação entre concepções e práticas? (iii) Como são as práticas profissional dos professores? (por exemplo, ao nível da escolha das tarefas, da concretização do contrato, da comunicação, da avaliação...) (iv) O que é o conhecimento profissional do professor? (quais os seus domínios, natureza, modo de crescimento...?), (v) Como se processa o desenvolvimento profissional? (qual a ligação entre o desenvolvimento profissional e as culturas de ensino, os factores institucionais, o lado pessoal do professor?)

O trabalho realizado pelo grupo envolve diversas referências teóricas fundamentais. Por exemplo, no que respeita à Matemática e à Didáctica, é necessário referir George Pólya, Bento Caraça e Hans Freudenthal. No que respeita à visão do professor será de destacar destacar Freema Elbaz, Donald Schön e Lee Shulman. No que se refere à natureza do conhecimento, os trabalhos mais recentes de Jerome Bruner.

A metodologia mais utilizada pelo grupo é o estudo de caso qualitativo. Neste tipo de abordagem dá-se especial atenção à caracterização de um objecto no que ele tem de único e específico, na sua relação com o contexto e na sua história. Os estudos de caso são

[2] O grupo de investigação DIF é formado presentemente por dez membros: João Pedro da Ponte, Henrique Guimarães, Leonor Santos, Hélia Oliveira (todos da Univ. Lisboa), Lurdes Serrazina (ESE Lisboa), Paula Canavarro (Univ. Évora), Ana Boavida (ESE Setúbal), Manuel Saraiva (Univ. Beira Interior) Fátima Guimarães e Paulo Abrantes (presentemente director do DEB-ME). O endereço do grupo é http://www.educ.fc.ul.pt/cie/dif.

geralmente de professores. Mas também podem ser (e são-no por vezes) de grupos de professores, de escolas, de aulas etc.

Um aspecto que tem vindo a ganhar um peso cada vez maior nas metodologias usadas pelo grupo é a realização de projectos colaborativos envolvendo professores e investigadores num trabalho comum, definindo questões, preparando materiais, realizando intervenção, recolhendo e analisando dados, divulgando resultados e explorando o poder da interacção cúmplice entre actores naturais e investigadores

Os instrumentos mais usados são (i) a entrevista, tanto a entrevista semi-estruturada feita com base num guião, como a "conversa" de reflexão conjunta entre professor e investigador, (ii) a observação, em especial semi-participante, (iii) a análise documental e (iv) a narrativa, oral e escrita.

As narrativas, que constituem talvez o elemento mais inovador das metodologias usadas pelo grupo, podem ser espontâneas ou construídas, isto é, podem surgir se forma imprevista no decorrer de uma conversa ou reflexão, ou podem ser elaboradas de modo deliberado a partir de uma dada experiência educativa. A sua autoria pode ser exclusivamente do participante, podem ser elaboradas por um membro da equipa de investigação, ou podem resultar de um processo de construção conjunta. As narrativas podem ser analisadas de vários modos, sendo um dos mais conhecidos o de Labov que diferencia os seguintes elementos: resumo, orientação, complicação, avaliação, resolução, coda. Naturalmente, na análise de episódios de sala de aula, são também importantes as categorias da Didáctica (como tarefas, contrato, comunicação, monitorização, avaliação).

Um exemplo de um trabalho que recorreu de modo bastante forte às narrativas é dado pelo livro *Histórias de investigações matemáticas*[3]. Estas histórias referem-se a aulas ou episódios de aulas em que os alunos realizaram investigações matemáticas. A sua análise proporciona, num primeiro nível, elementos interessantes sobre o conhecimento profissional do professor implicado na realização deste tipo de trabalho. Por exemplo, no que se refere à Matemática, o seu conhecimento de conceitos e terminologia; relações entre conceitos; processos de pensamento matemático; validação de resultados; competências básicas e raciocínio avançado. No que respeita à aprendizagem, o seu conhecimento de processos de aprendizagem, incluindo o papel das interacções; a relação entre acção e reflexão; papel das concepções e conhecimentos prévios; as estratégias de raciocínio; o autocontrolo da tarefa; a perspectiva do professor sobre as capacidades dos alunos. Em relação ao currículo, temos o conhecimento das finalidades e objectivos; a gestão do tempo curricular; as conexões; representação dos conceitos; o uso de materiais. Finalmente, no que surge como decisivo, temos o conhecimento instrucional, envolvendo a gestão do tempo real; o contrato, modos de trabalho, tarefas, interacção, comunicação, ambiente e monitorização.

---

[3] Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998).

Mas estas histórias de investigações proporcionaram também resultados num segundo nível sobre diversos aspectos que constituam grandes pressupostos deste trabalho. No que se refere às tarefas de investigação e saber matemático, mostrando o seu valor educacional; papel curricular; modos de concretização; condições de concretização; estatuto didáctico. No que diz respeito às interacções sociais no processo de aprendizagem, mostraram a diversidade e natureza das interacções emergentes e sugeriram novas questões para investigar. Em relação ao professor perante a inovação educativa, mostram diversas dificuldades com as investigações (que se prendem com os objectivos, a articulação com o currículo e a concretização na aula); a importância da experiência anterior; os dilemas; as possibilidades de criatividade. Finalmente, estes resultados proporcionam *insights* sobre a metodologia usada no estudo, muito em especial as possibilidades e dificuldades do trabalho em colaboração e das narrativas.

O CONCEITO DA MULTIPLICAÇÃO: UM OBSTÁCULO DESCONHECIDO NA HISTÓRIA

Gert Schubring
Universidade Bielefeld

A noção de "obstáculo epistemológico" foi muito debatida na didática da matemática, seguindo as controvérsias entre Guy Brousseau e Georges Glaeser. Esta concepção afirma uma relação forte entre a história e o ensino da matemática, porém seu lado fraco consiste no fato das pesquisas referentes à didática concentrarem-se sobre os alunos e os erros cometidos pelos mesmos, no entanto a história permanece enquanto elemento estável, imutável e bem estabelecida. Assim, a relação estabelecida torna-se unilateral. Do ponto da vista da didática, a história apresenta-se como fonte para explicar os erros dos alunos. Não existe muita reflexão sobre o problema da historiografia em investigar a história da matemática de uma maneira "próxima" do pensamento geral com o objetivo de encontrar quais os "obstáculos" existentes na formação dos conceitos. Além disso, não fica claro se existe uma "bijeção" entre supostos obstáculos históricos e erros indagados nos processos de aprendizagem de hoje.

Afim de esclarecer a natureza da relação história-ensino e das questões acima mencionadas, apresentarei um caso de "obstáculo" histórico desconhecido na historiografia e também não significativo entre os erros relatados atualmente na aprendizagem da aritmética: o conceito da multiplicação e os debates no século XVII e XVIII afim de se conseguir uma noção geral deste conceito.

ANÁLISE DAS IDÉIAS MATEMÁTICAS[4] :

O que a Ciência Cognitiva Corpórea pode Dizer Sobre a Natureza Humana da Matemática

Rafael Núñez
University of Freiburg
University of California at Berkeley

Esta apresentação faz uma breve introdução de uma nova disciplina chamada Ciência Cognitiva da Matemática (Lakoff & Núñez, 2000), que trata do estudo empírico e multidisciplinar da Matemática como um objeto científico.

O pano de fundo teórico para meus argumentos se fundamenta na cognição corpórea e nos resultados relativamente recentes da cognição lingüística.

Discutirei a Análise de Idéias Matemáticas —o conjunto de técnicas para estudar as estruturas conceituais (em geral inconscientes) da Matemática. Especial atenção é dada aos mecanismos cognitivos do dia-a-dia tais como esquemas imagéticos e metáforas conceituais, mostrando o papel fundamental dos mesmos na constituição de cada trama do tecido da Matemática.

A análise, que discute alguns pontos da teoria dos conjuntos e hiperconjuntos, mostra que é a significação humana que faz a Matemática ser o que é: a Matemática não é objetiva transcendentalmente nem tampouco é arbitrária, nem resulta apenas de convenções sociais.

Sugestões de implicações para a Educação Matemática serão levantadas.

---

[4] Idéias expostas no PME 24 em Hiroshima (Japão), julho/2000.

DESAFIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ANO 2000*

Ubiratan D'Ambrosio
PUC/SP

"A história nos ensina a continuidade do desenvolvimento da ciência. Sabemos que cada era tem seus próprios problemas, os quais a era seguinte ou resolve ou coloca de lado como sem interesse e os substitui por novos problemas".
David Hilbert, 1900.

"Matemática é mais como arte que as demais ciências. A matemática tende a ser correta. Mas também a matemática tende a ser irrelevante. Há um grande risco de a matemática se preocupar com coisas que são corretas, mas não são importantes".
Stephen Smale, 1991.

Há 100 anos David Hilbert nos dizia, muito claramente, que há uma mudança de prioridades no interesse dos matemáticos. Isso porque o mundo passa por transformações, as sociedades tomam outros rumos. Conseqüentemente, o ensino da matemática tem prioridades diferentes e corre o grande risco da obsolescência.

Quase 100 anos depois, outro grande matemático, Stephen Smale, nos lembra que há temas de matemática que, embora corretos e interessantes, não são importantes. Igualmente, o ensino da matemática corre o risco de se ater a conteúdos sem importância, isto é, inúteis.

Mais ou menos na mesma época da reflexão de Smale, um outro grande matemático, Mikhail Gromov, chama a atenção para a necessidade de se relacionar a matemática com os demais setores da sociedade, sobretudo reconhecendo os novos desenvolvimetos das ciências e da tecnologia, ao dizer:

> "nós matemáticos muitas vezes temos pouca idéia sobre o que está se passando em ciência e engenharia, enquanto os cientistas experimentais e engenheiros muitas vezes não se apercebem das oportunidades oferecidas pelo progresso da matemática pura. Este perigoso desequilíbrio deve ser restaurado trazendo mais ciências para a educação dos matemáticos e expondo os futuros cientistas e engenheiros à matemática central. Isto requer novos currículos e um grande esforço de parte dos matemáticos para trazer as técnicas e idéias matemáticas fundamentais (principalmente aquelas desenvolvidas nas últimas décadas) a uma audiência maior. Necessitamos para isso a criação de uma nova geração de matemáticos profissionais capazes de trafegar entre matemática pura e ciência aplicada. A fertilização cruzada de idéias é crucial para a saúde tanto das ciências quanto da matemática."
>
> Mikhail Gromov, 1995

Gromov aponta para a necessidade de introduzir novos currículos, evitando o risco de tornar a matemática alienada do mundo atual e, conseqüentemente, desinteressante.

---

* Palestra no I SIPEM/Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, promovido pela SBEM, em Serra Negra, SP, 22 a 25 de novembro de 2000.

Os três grandes matemáticos alertam para o perigo de se ensinar e praticar uma matemática

- não atual, isto é, obsoleta,
- correta, mas irrelevante,
- alienada e, portanto, desinteressante

O grande desafio que nós, educadores matemáticos, encontramos é tornar a matemática interessante, isto é, atrativa; relevante, isto é, útil; e atual, isto é, integrada no mundo de hoje.

Uma recapitulação muito breve da evolução da matemática acadêmica nos mostra que sua história é a própria história do ocidente. Suas origens remontam às grandes civilizações da antiguidade ao redor do Mediterrâneo. Assimilada pela Europa cristã, essa matemática foi levada a todo o planeta no processo de colonização, ignorando e reprimindo formas, praticadas pelas culturas locais, de lidar e explicar a realidade.

Como conseqüência da ciência e da filosofia modernas temos três grandes revoluções no século XVIII, a Revolução Industrial, a Revolução Americana e a Revolução Francesa.

A chamada Era dos Impérios, que se consolidou no século XIX, deu à matemática novas feições, particularmente sugerindo novas visões de espaço e de rigor, com os importantes trabalhos de Nikolai Lobachevski (1792-1856) e János Bolyai (1802-1860) [geometrias não-euclideanas], de Augustin Cauchy (1789-1857) [*Cours d'analyse*, 1821], de Karl T.W. Weierstrass (1815-1897) [funções de variável complexa e definição de limite com ε e δ], George Boole (1815-1864) [*Laws of Thought*, 1854], Georg F. Cantor (1845-1918) [teoria dos conjuntos e números transfinitos], David Hilbert (1862-1943) [sistemas formais], Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred N. Whitehead (1861-1947) [*Principia Mathematica*, 1910-13], dentre inúmeros outros.

Esses avanços da matemática possibilitaram o grande desenvolvimento científico tecnológico que marcou o século XX e o surgimento do que foi denominado tecnociência. A Segunda Guerra Mundial e a chamada Guerra Fria imprimiram à tecnociência e à economia a ela associada, rumos até então inimagináveis. Ao mesmo tempo, essa mesma tecnociência revelou suas fragilidades e incapacidade de conduzir a humanidade à paz nas suas várias dimensões: paz interior, paz social, paz ambiental e paz militar.

E a pergunta que muitos fazem é:
MAS O QUE A MATEMÁTICA TEM A VER COM ISSO?
E a resposta que a história nos ensina é:
TEM TUDO A VER.
E o grande desafio que enfrentamos hoje é:
COMO A MATEMÁTICA PODE AJUDAR A ATINGIR A PAZ TOTAL?

Vamos rapidamente entender o que se passou com a humanidade no final do segundo milênio.

Imediatamente após o fim da Segunda Guerra Mundial, os grandes ideais de independência para todos os povos e de uma paz universal depararam-se com reações sutis, sobretudo no âmbito educacional. Campanhas com educação para todos, conduzidas pela UNESCO e órgãos de cooperação bilateral, visavam, na sua essência, uma garantia da subordinação antes intrínseca à ordem colonial. A reconstrução econômica, conduzida pelo FMI, pelo Banco Mundial e por equivalentes regionais, deram prioridade ao restabelecimento dos grandes impérios financeiros e ao desenvolvimento de um mercado consumidor cativo.

A busca de hegemonia política e econômica, em simbiose, deu origem à Guerra Fria. Na verdade, uma maratona de tecnociência. Surgem então os organismos nacionais de fomento ao desenvolvimento científico e tecnológico, canalizando enormes recursos governamentais para o ambiente acadêmico. Um modelo de tal organismo foi a National Science Foundation, dos Estados Unidos. Imediatamente esses organismos foram reproduzidos, particularmente na América Latina, como o Conselho Nacional de Pesquisas no Brasil e os conselhos nacionais de desenvolvimento científico e tecnológico (CONACITs e CONICYTs) nos demais países. Não tardou para as forças armadas se introduzirem no fomento à pesquisa acadêmica, através de financiamentos, entre outroas organizações, da OTAN, da NASA, da Força Aérea, Marinha e Exército americanos. Os matemáticos de praticamente todos os países do bloco ocidental receberam esse tipo de apoio financeiro. Afinal, era necessário vencer a Guerra Fria e a matemática era um instrumento poderoso no esforço de guerra.

Igualmente, o processo de independência política e econômica, preconizado no final da Segunda Guerra Mundial, foi rapidamente subordinado aos interesses dos blocos em conflito na Guerra Fria. Uma sucessão de golpes militares e revoluções, com intervenção direta ou velada dos blocos em conflito, foi o panorama da segunda metade do século XX. Instrumentos materiais [armamentos e tecnologia de suporte] e intelectuais [ideologias e teorias sociais e econômicas] foram desenvolvidos como suporte ao conflito. Esses instrumentos materiais e intelectuais tinham e têm, como base, a matemática.

Para o desenvolvimento desses instrumentos surgiram, como aconteceu em outros tempos na história, novas áreas de pesquisa matemática. Não só novos conteúdos, mas também novos conceitos de rigor e de critérios de verdade.

Dois exemplos sobre como os critérios de verdade são afetados são os seguintes: o que é uma demonstração, em vista da solução computacional do problema das quatro cores[5]; a aceitação da demonstração, por Andrew Wiles, em 1995, do Teorema de Fermat (1637): não é possível encontrar três números x, y e z, para os quais $x^n + y^n = z^n$ quando $n > 2$.[6]

A educação matemática foi igualmente afetada e são notórios os vários movimentos de renovação do ensino da matemática, com respaldo de importantes progressos na psicologia da aprendizagem e óbvias implicações políticas. O mais notório é o movimento da matemática moderna. Posteriormente, o ensino contextualizado, a educação multicultural e os projetos de manipulação se incorporaram como tendências.

Agora, procura-se convencer estudantes, pais, professores e população em geral que tais movimentos fracassaram, usando para isso instrumentos obsoletos e inidôneos de avaliação, associados a uma forma cruel de intimidação, os credenciamentos.

O fracasso escolar, particularmente em educação matemática, é irreversível no quadro conservador que predomina. A sociedade está mudando, as crianças estão mudando, o conhecimento está mudando. Não há como ser conservador com a educação matemática.

---

[5] Conjectura, de Francis Guthrie, 1852, que quatro cores são suficientes para colorir qualquer mapa. Pode-se considerar a verificação de todos os casos com um computador, feita por W. Haken e K. Appel em 1976, como uma demonstração?

[6] A demonstração de Wiles depende de um grande número de teoremas que pouquíssimos matemáticos podem acompanhar. A aceitação do resultado de Wiles depende da aceitação de verdades cujo único critério de validade é a aceitação por um restrito círculo acadêmico, baseadas no prestígio de seu reconhecimento acadêmico. [illegible] possibilidade de uma grande farsa não pode ser excluída. Um cenário do filme *Matrix*.

Matemática e educação matemática num mundo em transição.

Estamos, na entrada do novo milênio, de posse de novas visões do cosmos, do planeta, da sociedade e do homem. Se considerarmos que a matemática acadêmica e a educação matemática se fundaram em visões do cosmos [medida de tempo e movimentos celestes, astronomia], da natureza [medições de terra, reconhecimento e delimitação de espaço, cartografia, movimento e velocidade], da sociedade [mercantilismo, estatística e probabilidades] e do homem [cognição, aprendizagem], é óbvio perguntar como a matemática reage às profundas modificações de suas bases, isto é, às novas visões do cosmos, da natureza, da sociedade e do homem.7

Igualmente, a matemática e a educação matemática não podem ser insensíveis aos problemas maiores afetando o mundo moderno, principalmente a exclusão de indivíduos, comunidades, e até nações, dos benefícios da modernidade. A matemática é o maior fator de exclusão nos sistemas escolares. O número de reprovações e de evadidos é intolerável. Faz-se necessário ampliar as oportunidades de escolaridade e de pesquisa através da utilização plena dos recursos de ensino à distância. E naturalmente repensar, profundamente, os modelos correntes de avaliação.

A violência urbana e o crescente uso de drogas estão presentes no nosso cotidiano. Isso se insere numa questão maior, que não pode ser ignorada, que é violação da paz, em suas várias dimensões: paz interior, paz social, paz ambiental e paz militar. Essa questão maior, geralmente ignorada por matemáticos e educadores matemáticos, tem tudo a ver com a incorporação de uma cultura de paz e de não-violência na seleção de conteúdos matemáticos, dando especial importância a uma visão crítica da história da matemática.

Os novos meios de produção apontam para outros conceitos de emprego e de lazer, de salário e de segurança. De que vale a organização curricular de matemática nas escolas em vista das novas oportunidades de trabalho? Não sabemos que possibilidades de emprego terão. O que podemos fazer é dar às novas gerações instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que possam enfrentar um mundo que desconhecemos.8

A questão ambiental se apresenta com urgência como tema central nos programas escolares. Dificilmente essas questões poderão ser abordadas sem matemática.9 Isso implica a apresentação de novos conteúdos e metodologias que permitam capacitar o aluno para o fazer matemático, como aquilo que a modelagem possibilita.

E, naturalmente, não podemos deixar de considerar novas áreas de pesquisa, como a informática, a biotecnologia, a inteligência artificial e os estudos da consciência, que dependem de um instrumental matemático novo. A resposta ao apelo de Gromov é urgente, principalmente pelos sistemas escolares. Novos conteúdos e métodos de trabalho interdisciplinar são prioritários.

Naturalmente, todos os esforços para dirigir a ciência para o objetivo maior de uma humanidade feliz e digna dependem de uma ética científica e tecnológica e da incorporação

---

[7] Ubiratan D'Ambrosio: *Educação para uma Sociedade em Transição*. Papirus Editora, Campinas, 1999.

[8] Ubiratan D'Ambrosio: Literacy, Matheracy, and Technoracy: A Trivium for Today, *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 1999; pp.131-153.

[9] Ubiratan D'Ambrosio: On Environmental mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM* 94/6: pp.171-174.

de valores no fazer científico e tecnológico.10 A Matemática não pode se excluir dessas reflexões. É urgente falar de uma ética matemática.11

O grande desafio para os educadores matemáticos no futuro imediato é a resposta às questões maiores relacionadas acima.

[10] Ver o importante evento em memória de um conceituado filósofo da matemática: *Science, technique et valeurs. Actes des Colloques de Crêt-Bérard et de Paris en hommage à Ferdinand Gonseth*, éd. Eric Emery, L'Age d'Homme, Lausanne, 1998.

[11] Ver o número especial sobre "Mathematics, Ethics and Peace", na revista *ZDM/Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Jahrgang 30, Juni 1998, Heft 3.

Mesa Redonda - Educação Matemática e Currículos da Educação Básica

Coordenação:

Tânia Maria de Mendonça Campos - PUC/SP

Presidente da SBEM

Participantes:

Célia Maria Carolino Pires, PUC/SP - 1ª Secretária da SBEM

Professores João Pedro da Ponte, de Universidade de Lisboa - Portugal

Professor Joaquim Gimenez, Espanha

INTRODUÇÃO AO DEBATE

Tânia Maria de Mendonça Campos - PUC/SP

Esta mesa redonda tem o propósito de analisar os possíveis impactos das investigações em Educação Matemática no processo de elaboração e implementação de propostas curriculares no Brasil e em outros países.

A história das propostas curriculares em todo o mundo tem como divisor de águas o movimento internacionalmente conhecido como Matemática Moderna.

No Brasil, a chegada da Matemática Moderna ocorreu de forma quase concomitante com outro fato. O ensino fundamental expandiu-se no Brasil a partir de 1971, por força da LDB 5692/91 que tornou obrigatório e gratuito o ensino na faixa etária de 7 a 14 anos. Isso significa que o ensino de massas nas séries finais do ensino fundamental no Brasil não ultrapassa três décadas.

Assim, a implantação dessas novas séries, que foram acopladas ao antigo ensino primário, coincidiu com a introdução das idéias do movimento Matemática Moderna. Veiculada principalmente por livros didáticos, a Matemática Moderna foi implantada sem adequada preparação dos educadores nem suficiente discussão de seus propósitos.

As primeiras manifestações oficiais da introdução de novos programas bem como a introdução da linguagem da Matemática Moderna, destinada aos alunos da escola secundária, foram feitas nos Congressos Brasileiros do Ensino de Matemática, realizados em Salvador (1955), Porto Alegre (1957), Rio de Janeiro (1962) e Belém (1967).

Em São Paulo, em 1961, foi fundado o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM) e no sistema de ensino público do Estado de São Paulo, a presença da

Matemática Moderna ficou especialmente registrada na elaboração dos chamados Guias Curriculares, organizados para orientar as escolas de 1° grau, que se estruturavam em cursos de oito séries.

O uso da linguagem da Teoria dos Conjuntos no tratamento de todos os temas era indicado justificando-se que contribuía como fator unificador dos conteúdos matemáticos.

A chegada dessas orientações aos professores foi acompanhada de inúmeros treinamentos, com objetivos e conteúdos variados que iam desde ensiná-los a "linguagem dos conjuntos" até passar-lhes sugestões de como trabalhar com relações de pertinência, inclusão, as operações de reunião e intersecção (especialmente com a utilização de Blocos Lógicos), as propriedades reflexiva, simétrica, transitiva de algumas relações. Publicações de G. Papy, Z. P. Dienes e principalmente Jean Piaget, por intermédio de Dienes, forneciam o material básico para apoiar as discussões.

Algumas marcas da implantação do movimento, como o trabalho com conjuntos no início de quase todas as séries, de forma desvinculada do restante, a predominância dos temas algébricos sobre os geométricos, o tratamento da geometria como um tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra, têm diminuído consideravelmente nos últimos anos. No entanto, parece não haver uma consciência profunda, entre os educadores, do significado e da necessidade dessas mudanças.

Nas décadas de 80 e 90, diversas reformas curriculares foram empreendidas por Secretarias Estaduais e Municipais de Educação. Pode-se dizer que, em geral, guardam muitas semelhanças entre si, na medida em que procuram incorporar as discussões dos inúmeros encontros regionais e nacionais dos grupos de educação matemática. Um ponto bastante comum é a crítica que explicitam com a preocupação excessiva com o treino de habilidades, com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação.

Em geral essas propostas têm defendido uma aprendizagem que se dê, inicialmente, pela compreensão de conceitos e de propriedades, pela exploração de situações-problema nas quais o aluno é levado a exercitar sua criatividade, sua intuição.

Os comentários do documento de reorientação curricular mais recente no Brasil, ou seja, os Parâmetros Curriculares Nacionais, serão feitos nesta mesa pela professora Célia Maria Carolino Pires, que fez parte da equipe de elaboração.

Será interessante confrontar esse processo com as experiências vivenciadas nos países dos nossos ilustres convidados Professores João Pedro da Ponte, de Portugal e Professor Joaquim Gimenez, da Espanha.

A ELABORAÇÃO E A IMPLEMENTAÇÃO DE PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS NO BRASIL

Célia Maria Carolino Pires
PUC/SP

A partir de 1995, a Secretaria da Educação do Ensino Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto coordenou um projeto nacional em que, pela primeira vez em nossa história, educadores que atuam em diferentes níveis do sistema educativo debateram e indicaram diretrizes curriculares comuns para o ensino fundamental no Brasil. São os chamados Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os Parâmetros relativos à área de Matemática destacam que, quando se fala em ensino de Matemática, duas faces de uma mesma moeda se apresentam. Uma delas mostra a Matemática, reconhecida como necessária à formação do cidadão, característica que aumenta à proporção que a sociedade se torna mais complexa. Outra, mostra a Matemática funcionando como filtro social dentro e fora da escola. As estatísticas comprovam, o ideário cultural reforça, muita gente lida mal com ela.

Indicam que tantos problemas no ensino dessa disciplina fizeram nascer uma verdadeira comunidade: a dos educadores matemáticos e que pesquisas, estudos, publicações, encontros, desenvolvimento de projetos, no Brasil, assim como em outros países, mostram o grande esforço tem sido feito à procura de novos caminhos para um ensino visando à democratização desse conhecimento (Matemática para todos) e a adequação a novas demandas sociais.

Referem-se ao fato de que, em termos dos sistemas de ensino, uma das conseqüências desse movimento são as mudanças curriculares. Elas já vêm sendo propostas há alguns anos, com acertos e erros mas, o processo de implantação bate de frente com concepções, crenças e valores muito arraigados, programas inadequados de formação de professores, livros que não incorporam novas possibilidades. Tudo isso torna o processo lento, com avanços quase imperceptíveis e com algumas distorções na aplicação de novas idéias, trazendo prejuízos às crianças . Além disso, os debates sobre o tema não chegam ao conjunto dos professores brasileiros.

Ao definir os objetivos do ensino de Matemática para o ensino fundamental os parâmetros explicitam e ampliam o papel da Matemática no ensino fundamental por meio da proposição de objetivos em que se destacam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Enfatizam a importância de que o aluno aprenda a utilizar conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis, para resolver situações-problema e aprenda também a comunicar-se matematicamente e argumentar sobre suas conjecturas.

Ressaltam além da dedução e da indução, outras formas de raciocínio a serem desenvolvidas pelo aluno, como por exemplo a analogia, estimativa e também a importância de que ele desenvolva atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, o respeito ao trabalho dos colegas e a perseverança na busca de soluções.

Ao tratar dos conteúdos, os parâmetros adotam como critérios para seleção dos conteúdos, sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno, em cada ciclo. Destacam como um bloco de conteúdo, o tema "Tratamento da Informação", ao lado de outros blocos tradicionalmente abordados como Números, Operações, Medidas e Espaço/Forma, com vistas a destacar a importância do trabalho com representações como gráficos, tabelas e com noções de estatística, probabilidade e combinatória, já no ensino fundamental.

Também, no detalhamento dos blocos mais convencionais, os parâmetros buscam evidenciar os aspectos relevantes, dando destaque, por exemplo, ao trabalho que deve ser feito com os números racionais na forma decimal ou, reafirmando a importância do estudo dos temas métricos e geométricos, ao lado dos aritméticos ou algébricos.

Um aspecto inovador diz respeito à necessidade de explorar os conteúdos não apenas em sua dimensão conceitual (ou seja , "saber o conceito de adição, de fração...") mas também na dimensão de procedimentos (saber fazer uma estimativa, a medição de um comprimento, o traçado de uma reta paralela,...) e de desenvolvimento de atitudes (ser perseverante na busca de soluções , ter espírito de colaboração etc..). Procedimentos e atitudes são interpretados como "conteúdos", que precisam ser trabalhados, de forma sistemática, em sala de aula.

No que diz respeito à organização dos conteúdos, ao apresentarem itens possíveis para a composição de cada bloco, o documento deixa claro que há um trabalho de organização a ser feito pelo professor e que nenhuma organização pode ser concebida como se fosse única, com uma hierarquia pré-definida e absolutamente linear.

Ao contrário, os Parâmetros destacam a importância de se buscar as várias conexões que podem ser feitas entre os diferentes blocos e de se estabelecer níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos em cada ciclo, dando origem a projetos em que os conteúdos são contextualizados e articulados.

Ressaltam a importância do estabelecimento de conexões da Matemática com as demais disciplinas e, em particular, com os conteúdos relacionados à Convivência Social e Ética, de modo a romper o isolamento que a caracteriza nos currículos e a derrubar crenças e preconceitos ligados ao conhecimento matemático.

Os Parâmetros fazem referência ao uso das tecnologias da informação, responsáveis pelas mudanças nos ritmos e nas modalidades da comunicação, recomendando a utilização de computadores, quando possível, e das calculadoras como um instrumento motivador para na realização de tarefas exploratórias e de investigação, de verificação de resultados e de auto avaliação.

Também apontam a resolução de problemas, como ponto de partida da atividade matemática, identificando-a com as situações que possibilitam o desenvolvimento de estratégias de resolução, em contraposição a produção de definições e demonstrações precoces.

Em termos de avaliação, os parâmetros reiteram que a avaliação deve ser vista de forma ampla, incluindo não apenas a avaliação do desempenho do aluno, como a de todos os demais elementos envolvidos no processo ensino-aprendizagem e com função diagnóstica, para que se possa, num processo contínuo, detectar problemas e corrigir rumos, apreciar o valor de ações/projetos bem sucedidos e implementá-los.

Como é meta dos parâmetros procurar garantir, a toda criança brasileira, o acesso a um certo padrão de conhecimento matemático , eles apontam critérios de avaliação ao final de cada ciclo de aprendizagem, não com a intenção de usá-los para reprovar alunos, mas para que sirvam como indicadores de avaliação do trabalho escolar.

- O processo de elaboração e discussão dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática mostrou que seria fundamental que dispuséssemos de estudos mais amplos e profundos dedicados a diferentes aspectos dentre os quais podemos destacar:
- sobre as propostas curriculares dos diferentes estados e municípios brasileiros, comparando-as entre si e também com propostas curriculares de outros países;
- sobre a implementação de propostas que foram elaboradas nas últimas décadas, dados relativos às dificuldades de professores e alunos; resultados negativos e positivos.
- sobre a relevância social de conteúdos matemáticos e sobre sua contribuição para a formação intelectual do aluno, o que não permite mudanças mais corajosas em torno de alguns temas;
- sobre os principais obstáculos didáticos existentes no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, relativamente aos diferentes conteúdos; dedicados a implementação de idéias como "resolução de problemas, história da Matemática, uso de tecnologias da informação";
- sobre como são interpretadas, pelos professores, as principais tendências do ensino da Matemática e sobre o uso de documentos oficiais e também vídeos, livros didáticos, livros paradidáticos, novas tecnologias
- sobre as variáveis de "contrato" entre professor e alunos, relações pessoais entre alunos, condições de avaliação do trabalho de cada um.

Mesa Redonda - Educação Matemática:

Novas Tecnologias e Ensino à Distância

Coordenação:

Janete Bolite Frant, CEDERJ

Participantes:

Lulu Healy, Universidade de Londres, PROEM – PUC/SP

Marcelo Borba, UNESP – Rio Claro

Ana Paula Jahn, PROEM – PUC/SP

CHANGING TIMES, CHANGING TOOLS, CHANGING THINKING?

Lulu Healy

Universidade de Londres, Inglaterra / PROEM, PUC-SP, Brasil

Estamos, sem dúvida alguma, em meio a uma revolução tecnológica. Computadores estão transformando nossa civilização, alterando as formas de trabalharmos, de nos comunicamos, de brincarmos e de criarmos. Essas modificações são contínuas e irreversíveis; novas tecnologias trazem não só novas coisas para fazer e novos caminhos para fazê-las, mas também alteram a natureza das velhas práticas. O advento do email, por exemplo, tem mudado o significado associado a escrever uma carta ou dar um telefonema. As novas formas de agir provocam uma reavaliação das formas preexistentes, permitindo-nos vê-los a partir de uma perspectiva previamente inimaginável (ou talvez, somente imaginável).

Da mesma maneira, os ambientes de aprendizagem emergentes e baseados no computador podem mudar a forma pelas quais os aprendizes se engajam com a Matemática. Eles oferecem uma perspectiva nova no uso de linguagens formais. Qualquer *input* do usuário é interpretado pela máquina de acordo com suas representações (ou computações) simbólicas, e o *feedback* destas interpretações é apresentado numa mídia apropriada (animações, imagens visuais, gráficos etc.). Isso significa que as ações dos aprendizes são acompanhadas de uma descrição matemática. Por meio deste diálogo usuário-máquina, modelos matemáticos podem ser construídos, explorados, manipulados, interpretados, explicados e validados.

A grande questão é como potencializar esta visão no contexto escolar. Quais são as caraterísticas dos software que facilitam (ou dificultam) a investigação dos conceitos matemáticos, e quais tipos de atividades são as mais efetivas para a aprendizagem? Como integrar estas atividades nos diferentes currículos escolares? E como preparar os professores para que eles consigam promover esta integração?

Não temos respostas definitivas para tais questões, mas nesta mesa redonda gostaríamos de apresentar algumas indicações advindas de nossas pesquisas em ambientes computacionais com professores e estudantes, nos cenários brasileiro e inglês.

REFERENCIAIS TEÓRICOS E AS NOVAS TECNOLOGIAS

Marcelo de Carvalho Borba[12]
UNESP, Rio Claro-SP

Se olharmos para grande parte da produção em Educação Matemática e mesmo na sub-área de Informática e Educação Matemática é possível notar que nas discussões de cunho epistemológico as mídias têm um papel pouco relevante. Elas aparecem enquanto ferramenta, enquanto material didático, enquanto algo que prejudica ou ajuda os alunos a "melhorarem" sua aprendizagem.

Talvez a separação entre mídia e ser humano se deva ao que Bruno Latour realçou ao se referir ao mêdo que diversos pensadores têm quando tematizam as técnicas. De acordo com esse autor e outros como Pierre Levy, tem havido uma dicotomia entre tecnologia e ser humano como uma forma de proteger esse último dos "ataques" do primeiro.

Tal tradição de pensamento tem sido tão intensa que atinge também diversas correntes que ao problematizarem aqueles que pensam, somente pensam no ser-humano como ator cognoscente. Assim se discute se o sujeito que conhece é solitário ("lonely knower") ou não, mas a questão das mídias é apenas vista como secundária.

Baseado em Latour, Levy e Tikhomirov, tenho aprensentado em diversos trabalhos a metáfora do sujeito cognoscente como um coletivo seres-humanos-com-mídias. Dessa forma as mídias não têm apenas um papel passivo, mas são também agentes do próprio conhecimento. Em particular, fica claro ver que as tecnologias da inteligência - oralidade, escrita e informática - modificam as possibilidades de conhecimento. Assim um dado conhecimento é particularizado através daqueles, humanos ou não humanos, que

[12] Professor do Departamento de Matemática e Coordenador da Pós-Graduação em Educação Matemática e do GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, UNESP, Rio Claro - SP. E-mail: mborba@rc.unesp.br.

conhecem, sendo tanto humanos como não humanos seres situados histórica e geograficamente.

Dessa forma podemos até ver diferentes variações do que foi chamado matemática em diversos momentos da história, assim como podemos em um dado momento histórico ver como que as tecnologias modificam esses coletivos pensantes. É exatamente essa a espinha dorsal do GPIMEM, grupo de pesquisa que coordeno. Os projetos desenvolvidos pelo grupo mostram como que temos articulado essa concepção teórica com metodologias de pesquisa e perguntas que estão em ressonância com ela. Assim essa noção é também utilizada na análise dos dados, quando o papel de um "novo ator" (humano ou não humano) é salientado como forma de mostrar transformações no conhecer e não na melhora ou piora daquilo ou da forma que se conhece, visto que considero que há uma incomensurabilidade entre conhecimentos produzidos por diferentes coletivos.

	Tema	Comissão Responsável
G1	Educação Matemática nas séries iniciais do EF	Regina Pavanello* Sandra Magina Cristiano Alberto Muniz
G2	Educação Matemática nas séries finais do EF	Célia Pires* Estela Kaufmann Antônio José Lopes
G3	Educação Matemática no Ensino Médio	Maria Ignez Muniz* Ruy Madsen Barbosa
G4	Educação Matemática no Ensino Superior	Lilian Nasser* Cristina Barufi Antônio Baldino
G5	História da Matemática e Cultura	Ubiratan D´Ambrósio* Circe Dynnikov
G6	Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino a Distância	Marcelo Borba* Marilena Bittar Ana Paula Jahn
G7	Formação de Professores que ensinam Matemática	Tânia Campos* Dario Fiorentini Maria Auxiliadora Paiva
G8	Avaliação em Educação Matemática	Regina Buriasco* Vânia Santos Salete Bienbengut
G9	Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática	Mônica Rabello de Castro* Rômulo Lins Jorge Falcão
G10	Modelagem Matemática	João Francisco Meyer* Maria do Carmo Domici Mendonça Geraldo Pompeu

* Coordenador Geral do Grupo

Grupo de Trabalho 1

Educação Matemática Nas Séries Iniciais Do Ensino Fundamental

Coordenação
Regina Pavanello, UEMaringá/PR
Sandra Magina, PUC/SP
Cristiano Alberto Muniz, UnB

Apresentação

Este GT foi coordenado pela Profª. Dr.ª Regina Maria Pavanello (UEMaringá), com a colaboração dos Profs. Drs. Sandra Magina (PUC/SP) e Cristiano Alberto Muniz (UnB).

Foram dezesseis (16) as pesquisas encaminhadas à coordenação do GT, estudando não só questões referentes aos diferentes conteúdos matemáticos abordados nesse nível da escolarização, como também aspectos relevantes para o processo de ensino-aprendizagem desse componente curricular.

Quanto ao conteúdo privilegiado nas pesquisas enviadas, sete (7) delas concentraram-se no campo da aritmética, cinco delas focalizando as operações, principalmente a análise de situações em que a criança deve resolver problemas envolvendo as estruturas aditivas e multiplicativas. Das outras duas, uma abordou a formação do conceito de número pelas crianças, enquanto a última focalizou a compreensão do sistema de numeração decimal, com enfoque especial no valor posicional.

Quatro (4) pesquisas elegeram a geometria como o campo a ser explorado. Três delas procuraram mapear as dificuldades de alunos e professores em questões envolvendo idéias/conceitos geométricos, enquanto a quarta optou por analisar a utilização de materiais didáticos para a compreensão desses conceitos.

Já o tratamento da informação foi o campo privilegiado por pesquisa que teve como foco investigar a habilidade em categorizar de alunos da 3ª série que ainda não estudaram noções de estatística, bem como seu comportamento na construção de um banco de dados o qual inclui coleta, representação e interpretação.

Tendo em vista o processo de ensino-aprendizagem de matemática, algumas das pesquisas optaram por investigar a utilização de metodologias diferenciadas nesse processo. Uma procurou analisar os fundamentos teóricos da modelagem matemática, bem como avaliar a possibilidade de sua aplicação na fase inicial da escolarização. Outras duas pesquisas elegeram os jogos como objeto de estudo: uma delas analisou o efeito de atividades de jogos e brincadeiras no processo de construção das primeiras noções e operações matemáticas .em crianças em fase de alfabetização, enquanto a segunda se concentrou na análise da natureza da atividade matemática de crianças, desenvolvida em situações lúdicas vivenciadas no jogo espontâneo.

Dentro dessa mesma ótica, outra pesquisa procurou analisar o efeito da utilizações de novas tecnologias para a elaboração de conceitos matemáticos. Neste caso especial foi analisada a utilização da informática na interpretação e construção de gráficos e diagramas por professores das séries iniciais do ensino fundamental.

É necessário ressaltar que um número expressivo das pesquisas (9) teve por objetivo investigar procedimentos metodológicos alternativos para a formação – inicial e continuada – de professores que atuam nessa fase da escolarização

Síntese dos trabalhos

A COMPREENSÃO AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS ELEMENTARES

Anna Franchi
Prof. do Pós Graduação em Educação Matemática da PUC/SP

A pesquisa, aqui sintetizada, estuda aspectos relativos à compreensão das operações matemáticas em uma situação concreta - a sala de aula de uma quarta série de uma Escola Municipal da periferia da cidade de São Paulo. Focaliza o significado das operações de multiplicação e divisão, preferentemente com números naturais, buscando desvelar como os alunos compreendem essas operações na prática escolar. Busca-se, em particular, captar os processos de resolução matemática de problemas verbais multiplicativos, utilizados pelos alunos, e suas dificuldades nessa tarefa. Entendo por problemas verbais multiplicativos os clássicos problemas escolares que requerem para sua resolução as operações referidas.

A pesquisa orientou-se por alguns veios principais de análise:

- as condições sócio-interativas que constituem o ambiente de ensino e de aprendizagem, particularmente as "regras" implícitas que constituem o "contrato didático", como um dos fatores que influenciam a relação do aluno com o "saber" matemático;
- a interferência recíproca da linguagem corrente e da linguagem matemática, como planos simbólicos, que projetam representações de um sobre o outro e exigem sistemas de referência específicos para a interpretação e a compreensão;
- os problemas da formação dos conceitos matemáticos nas operações em foco na pesquisa.

Estes e outros aspectos mais específicos foram sempre considerados no interior do processo pedagógico, mediante observação direta do ambiente escolar e mesmo participação nos processos de ensino e aprendizagem.

Como fundamentos básicas da pesquisa assumi:

- a educação, na medida em que objetiva uma partilha crítica de conhecimentos, competências, valores, crenças, hábitos, habilidades, é cultura e parte do esforço de construção conjunta dos mecanismos sociais de acesso à cultura;

-nos processos institucionais de Educação, de ensino e de aprendizagem, há uma transformação desse conteúdo educacional, pela qual se constitui, em uma relação complexa e historicamente determinada, **o saber escolar** como "saber a ser ensinado";

-quando se assume que o ensino não se reduz à "transmissão" mas sim à apreensão de seu objeto e de compreensão de seu significado social e cultural, introduzem-se aspectos inerentes ao processo de interpretação dos sistemas simbólicos e da construção de representações;

-enfim, variando-se a área de conhecimento, o quadro teórico pelo qual é vista, e mesmo, dentro dessa área, fixando-se um domínio restrito de investigação, altera-se a lógica interna do processo: conceitos, operações, técnicas e procedimentos dependem, agora, da avaliação de pertinência das questões a esse domínio.

Ao situar o objeto de estudo em situação característica de sala-de-aula, busquei compreende-lo na complexidade das relações que se estabelecem entre professor e alunos, mediadas pelo conteúdo matemático em jogo. Sobre a linha mais geral desse processo de interação, define-se um contrato de regras explícitas e implícitas ou seja um "contrato didático", aberto às influências externas mais imediatas e dependente das condições pessoais e comportamentos dos envolvidos e, pois, sujeito a rompimentos e transformações. Considerei, igualmente, que a apreensão de significados se dá em contextos específicos bem marcados em que a situação não se reduz a condição de quadro de ação do sujeito, mas se constitui na *"condição dessa ação sendo, portanto, estreitamente associada aos conhecimentos em jogo"* (Brousseau, 1990)

Nessa perspectiva, a observação e análise do conhecimento adquirido pelo aluno em seus diferentes substratos -conceitos, procedimentos, modos simbólicos de representá-los - volta-se para a identificação de concepções locais e das condições de passagem de uma concepção local para outra. (Artigue, 1991). Volta-se igualmente para captar os modos específicos em que estas concepções se manifestam em diferentes planos de representação em particular o da linguagem natural e o da linguagem matemática

A pesquisa desenvolveu-se em uma quarta série de uma Escola Municipal de Primeiro Grau, do bairro da Casa Verde, Zona Norte de São Paulo. A escola atende a uma população estável, radicada no bairro e nele ambientada há bom tempo. O funcionamento da escola se faz em quatro períodos três diurnos e um noturno atendendo aproximadamente mil e oitocentos alunos. Na formação das classes, havia a preocupação de manter nelas as características de heterogeneidade da população escolar quanto ao aproveitamento, a idade e problemas de disciplina.

A classe escolhida para a pesquisa tinha trinta e três (33) alunos, doze (12) meninos e vinte e uma (21) meninas.

A idade variava de nove anos e seis meses a treze anos, sendo que a grande maioria (vinte e dois alunos) havia completado 10 anos já no primeiro semestre e dois outros completariam dez anos no início do segundo semestre; acima dessa idade, sete alunos tinham onze anos (com uma ou duas retenções) e apenas um aluno, treze anos (com duas retenções).

Quanto as etapas e meios da pesquisa, ressalte-se que o período de seu desenvolvimento junto à escola prolongou-se de março a outubro compreendendo uma fase de observação participativa (de 16 de março a 3 de maio período em que a professora desenvolveu sistematicamente o conteúdo de meu interesse), entrevistas individuais, e sessões especiais de estudos, com alunos apresentando maiores dificuldades no conteúdo desenvolvido em sala de aula. Foram atendidos regularmente 16 alunos num total de 32 horas. Neste período, com a colaboração de duas observadoras, obtive o registro de todas as atividades desenvolvidas. A fase final da pesquisa, ou seja seu relatório e apresentação deste, como exigência para obtenção do título de doutor, deu-se no final de 1995.

Os dados obtidos nas três etapas da pesquisa, foram organizados em veios de análise, conforme as dimensões explicitadas no início do texto.

Uma primeira direção, com várias vertentes, enfocou os aspectos culturais e pragmáticos que envolvem a compreensão (e a má compreensão) dos propósitos específicos do problema e de seus texto nas situações de resolução em sala de aula. Neste caso, a análise evidenciou como as dificuldades nas tarefas escolares podem decorrer:

-de características textuais do problema que são fonte de ambiguidade e vaguidade, levando os alunos a diferentes interpretações;

-de que o problema se tome como uma peça narrativa da linguagem corrente e, pois, compreendido em um quadro de referência fatual e descritivo de eventos comuns, e não com o propósito de levar os alunos à representação matemática e operatória da situação, com relações mais estritas de pertinência;

Essas ocorrências foram mais claramente constatadas na invenção de problemas verbais e em atividades da terceira etapa do projeto em que as atividades abordavam questões relacionadas a prática cultural não escolar, e em um ambiente participativo de trabalho em grupo.

Em outro extremo, a manifestação de fenômenos ocorridos em sala de aula e nas entrevistas evidenciou claramente a influência de um rígido contrato didático instaurado no ensino dos problemas verbais, com manifestações ritualizadas, levando os alunos:

- a buscar uma "resposta qualquer", sem um esforço de compreensão da prática em que se inserem; a operar sobre indicações didáticas, sejam as fornecidas pela estrutura reiterada do texto dos problemas, sejam as de "marcas verbais" tomadas como índices da solução esperada, desviando-se os alunos de um processo interpretativo articulado às intenções da situação;

Em um segundo veio de análise enfoquei os aspectos conceituais mais ligados aos problemas multiplicativos, os quais incidem mais diretamente sobre características formais da linguagem matemática e de seu sistema conceitual de referência. As análises consideraram: a) as dificuldades ocorridas na conversão da do texto verbal, para as fórmulas matemáticas sobre que os alunos devem operar e os conceitos específicos relativos à própria operação que efetuam; b) o estabelecimento de um confronto entre essas dificuldades com as manifestadas na tradução dos textos verbais para o sistema fatual.

Essa análise revelou dificuldades claramente situadas na ausência de significado para o aluno da expressão $a \times b = c$ e outras em que a realização efetiva de ações sobre objetos a partir do texto mobilizou de imediato a solução do problema. Nesta mesma direção, constatou, ainda, comportamentos indicativos de um domínio pelo aluno das diferentes funções operatórias dos termos da multiplicação e da divisão, em procedimentos diversificados de cálculo (aplicação implícita das propriedades da proporcionalidade e da distributividade da multiplicação em relação a adição). Desde modo, tem-se constituído um elenco de possibilidades indicativas de níveis de dificuldade na resolução de problemas verbais escolares.

Foi considerada a importância dos procedimentos de resolução próprios aos alunos, estimativas, cálculos orais, redução das situações multiplicativas a outras situações, como matéria prima para levá-los a construir uma compreensão adequada daquelas e ao raciocínio matemático. Em particular, constatou-se que **a compreensão da multiplicação como operação com um conteúdo próprio é condição para a compreensão da divisão em sua expressão canônica** $a: b = c$.

Na classe regular tais procedimentos "informais" não se manifestaram, dificultando a avaliação dos erros absurdos ocorridos pela influência de uma leitura superficial do texto Em contraposição foram mobilizados, nas entrevistas incidindo sobre situações problemas relativas a compra e venda de mercadorias e na terceira etapa do projeto. Aponto, aqui uma primeira articulação entre dificuldades influenciadas pelo contrato didático e dificuldades conceituais: os alunos manifestando maiores dificuldades neste último aspecto eram os mais susceptíveis de cair nas armadilhas daquele.

Considerando-se a linguagem não apenas em sua função de comunicação, mas fundamentalmente como um processo em que organizamos e informamos as nossas experiências. (C. Franchi,1977), o fenômeno da compreensão foi visto de modo articulado com a dimensão discursiva. Nesta perspectiva, pude constatar problemas relacionados a interferência recíproca da linguagem natural e da linguagem matemática. Como afirma A. Sierpinska, (1995, p.19).

Em uma classe de Matemática, esses dois níveis de linguagem se entrecruzam de modo sutil e a primeira coisa que a criança deve aprender na escola e se mover no interior de fronteiras fluidas, a reconhecer os sinais informativos do registro de linguagem utilizado em um momento dado.

Exemplos ilustrativos dessas ocorrências é a forte influência, nos erros cometidos pelos alunos nas operações de multiplicação da ambigüidade da expressão ' *tenho n objetos para colocar igualmente em p caixas* e do uso do termo dividir com seu significado na linguagem natural. Exemplo: na proposição "*quero dividir n objetos em p pratinhos* ,a expressão "dividir" significa *distribuir pondo n em cada um*. Assim para *50 :5 =10* And se expressa assim: '*dividi 5 em cada 10 pratinhos*".(entrevistas com Cris, And e Van).

Em síntese, o conjuntos fenômenos observados aponta para aspectos importantes que se conjugam na determinação do fracasso escolar do aluno, das séries iniciais do ensino fundamental, e oferecem subsídios básicos para o desenvolvimento do ensino e da pesquisa nesse domínio do conhecimento. Subsídios que, espera-se, sejam reavaliados em outras realidades com caraterísticas similares à escola em que desenvolvi a pesquisa, a qual se configura como representativa de muitas escolas de primeiro grau em bairros mais antigos e sedimentados da periferia da cidade de São Paulo.

Referências bibliográficas básicas

ARTIGUE, M. (1991). Epistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10 (2), 242-285.

BROUSSEAU, G.(1987). Représentation et didactique de sens de la division. Actes du colloque de Sévres. *R D M*. 47-64.

BROUSSEAU, G.(1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 9 (3), 309-336.

CHEVALLARD, Y. (1988). Sur l'analyse didactique: deux estudes sur les notions de contrat et de situation . *Publication de l' IREM d'Aix Marseille* . 14.

DOUADY, R. (1986). Jeux de cadres et dialectiques outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7 (2), 5-32.

ERICKSON, F. (1989). Metodos cualitativos de investigacion sobre la enseñanza. in M. C. WITTROK, *La investigacion de la enseñanza, metodos cualitativos y de observacion*. 198-301. Buenos Aires: Paidos.

FORQUIN, J. C. (1993). *Escola e cultura: as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas.

FRANCHI, C. (1977). Linguagem - atividade constitutiva. *Almanaque Cadernos de Literatura e Ensaio*. 5. 9-27. São Paulo: Brasiliense.

HAREL, G. e CONFREY, J.(Eds.) (1994). *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. Albany: New York Press.

LABORDE, C. (1985). Problèmes langagiers dans l'enseignement mathématique. Exposé à la IIIème école d'eté des ditactiques des mathématique et de l'informatique. Grenoble: IMAG, Université Joseph Fourier.

LAMON, S. (1994). Ratio and proportion: cognitive foundations in unitizing and norming in G. Harel e J. Confrey (eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. 94-123.

LINZ, R. C. (1994). O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Dynamis* . Vol I, 7, Blumenau.

LÜDKE, M. e ANDRÉ M. (1986). *Pesquisa em Educação*. São Paulo: EPU.

NESHER, P. (1988). Multiplicative School word problems: theorical approches and empirical findings in M. Behr and J. Hiebert (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades*. 19-40. Reston: National Council of Theachers of Mathematics.

NUNES, T., SCHLIEMANN, A. L. e CARRAHER D. (1993). *Street Mathematics and school mahematics*. Cambridge: University Press.

PERRIN, G. (1993). Question didactique souleveés à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes "faibles". *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 13 (1.2), 6-17.

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuals. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10 (2.3), 133-169.

VERGNAUD, G. (1994). Multiplicative Conceptual Field What and Why? in G. Harel e J. Confrey (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. 41-61.

O VALOR POSICIONAL E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO BÁSICO

Celia Finck Brandt
Joseli Almeida Camargo
UEPG – DEMET

A problemática identificada com a compreensão do Sistema de Numeração Decimal Posicional pelas crianças e a identificação da ênfase nos procedimentos algoritmos ensinados pelos professores nos levaram a indagar qual a real compreensão do Valor Posicional das crianças de 3a e 4a séries e dos professores responsáveis pelo processo de ensino-aprendizagem da matemática nas séries iniciais.

Através de conversas informais com professores sobre o ensino da matemática nas séries iniciais percebemos as dificuldades na compreensão do Valor Posicional e a importância que lhe é atribuída para a apropriação do Sistema de Numeração Decimal.

Em relação às crianças, a manipulação de algoritmos de forma mecânica conduz à dificuldades futuras quando situações problemas que se apresentam, envolvendo operações de multiplicação e divisão, não podem ser solucionadas em virtude da fragilidade de compreensões essenciais a respeito do Sistema de Numeração. Essas se acentuam quando o campo numérico se amplia inserindo os números racionais, nas formas decimal, fracionária e percentual.

Em relação aos professores, a ênfase demasiada no domínio de algoritmos também revela as fragilidades de suas compreensões o que os impede de encaminhamentos metodológicos adequados, que permitam às crianças a apropriação do Sistema de Numeração Decimal Posicional.

Pesquisas[1] evidenciam a complexidade de natureza epistemológica e psicológica para a construção do Sistema de Numeração Decimal Posicional. Evidenciam também, a dificuldade experimentada pelas crianças na fase de matematização nas escolas. Essas constatações nos levam ao pressuposto de que existe ineficiência na compreensão do Valor Posicional e, em conseqüência, do Sistema de Numeração Decimal Posicional.

Entendendo que a situação precisa ser revertida, apostamos em uma ação compartilhada entre os professores do ensino fundamental e superior, envolvidos num estudo sobre a construção dos conceitos básicos da matemática, investigando e apontando caminhos para auxiliar na superação das dificuldades encontradas na compreensão do Valor Posicional e conseqüente construção do Sistema de Numeração Decimal.

A identificação desses pólos significa, numa dimensão cognitiva, a especificação das invariáveis presentes no processo de construção do Sistema de Numeração Decimal Posicional e do Valor Posicional. Tal especificação refletir-se-á no processo de formação dos professores e como conseqüência definirão formas mais adequada de organização dos currículos de Matemática e de encaminhamentos metodológicos mais adequados para a formação matemática dos alunos. Na dimensão epistemológica, permitindo a identificação dos fatores em jogo nas ultrapassagens de organização da noção para outro mais elaborado, que envolve o estudo das relações entre sujeito e objeto de conhecimento, sobre a natureza dos objetos matemáticos, universalidade, racionalidade x empirismo, neutralidade x valores éticos e morais, verdade e cultura popular. Na dimensão teleo-axiológica permite uma reflexão dos fins e valores da educação matemática necessárias ao aluno para a sua vida presente e futura. Na dimensão psicológica permitirá verificar como os alunos se organizam para responder aos desafios do ato cognitivo.

---

[1] CARRAHER, T.N. Aprender pensando. 10. Ed. Petrópolis: Vozes, 1995. CARRAHER, T. N. e t al. Na vida dez na escola zero. 10. Ed. São Paulo: Cortez, 1995. KAMII, C. A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. 12. Ed. São Paulo: Papirus, 1990. KMAII, C. & DECLARK, G. Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1996. KAMII, C. & LIVINGSTON, S. J. Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. Campinas, SP: Papirus, 1996. NUENS, T. & BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram organizados testes para serem propostos às crianças de 3ª e 4ª séries das escolas envolvidas que foram propostos por outros investigadores e apresentados nas obras de Kamii e Nunes

Após a coleta de dados, os pesquisadores reuniram-se quinzenalmente para análise dos desempenhos apresentados pelas crianças no seis testes propostos. Tais análises são feitas teste por teste e com cada criança. Os aspectos relevantes sobre as questões relativas aos desempenhos das crianças são discutidos e analisados, buscando identificar os aspectos frágeis das compreensões.

Entendemos que a identificação das causas do fracasso escolar dos alunos em operações com números, constitui um caminho árduo e difícil. Também que a identificação das interferências de procedimentos mecanizados e automatizados nas compreensões essenciais é necessária.

As questões investigadas compreenderam um procedimento metodológico de pesquisa, cuja opção recaiu a favor do método-clínico piagetiano para o tratamento dos dados coletados. Tal opção é justificada pelo fato de que os desempenhos das crianças foram apresentados oral e graficamente, a partir de registros escritos e falados (gravações em fitas). Em todo o momento de aplicação dos testes foi solicitado que as crianças argumentassem sobre as respostas dadas.

Resultados parciais

Para a análise das respostas dadas pelas crianças nos seis testes acima mencionados recorremos à teoria de Piaget que atribui significado essencial ao papel da ação na construção do conhecimento, neste caso, ação entendida como ação mental que inclui os processos de acomodação, assimilação e abstração do conhecimento revelados frente aos desafios do ato cogniscitivo.

Para ROSSO (1999), as iniciativas pedagógicas têm deixado em segundo plano ou não compreendem o significado fundamental da ação no processo de construção do conhecimento. Segundo o autor, sua preocupação é de trabalhar o sentido da ação mental como elemento constitutivo e construtivo tanto da organização cognitiva dos sujeitos, quanto das sucessivas ultrapassagens presentes na construção do conhecimento, onde a compreensão desta possibilita ao professor discutir, avaliar e re-significar as iniciativas e o horizonte teórico das suas ações pedagógicas. Estas compreensões se manifestam na identificação dos elementos necessários ao ato de aprender e construir conhecimentos na dimensão metodológica que compreende a organização das atividades de ensino.

Com o objetivo de entendermos a construção das noções por sujeitos, precisamos considerar o papel que a assimilação e a acomodação desempenham para dar conta de explicar o porquê do sujeito dar esta ou aquela resposta a um problema.

Quando uma pessoa se encontra diante de uma situação problema, ela organiza sua forma de conhecer para dar uma resposta. "É aqui que se localiza a acomodação: a organização ou reorganização da forma de conhecer. [...] a acomodação manifesta-se através da progressiva exercitação de uma determinada forma de proceder diante dos desafios, tentando responder competentemente às mais diversas e mutantes situações representadas pelas novidades.[...] Quando o indivíduo realizar exitosamente a respectiva ação sobre o objeto, temos a assimilação do objeto"(ROSSO, 1999, p. 6). Se isto acontecer significará que acomodação e assimilação encontram-se em equilíbrio.

Quando ocorre um desequilíbrio em favor da acomodação, duas situações são decorrentes: a não assimilação ou assimilação parcial ou deformante dos atributos do objeto. Esta assimilação parcial é chamada de imitação. Podemos citar como exemplo o caso das crianças que manipulam os algoritmos sem ter compreendido o Valor Posicional presente no S.N.D. A criança age por imitação e por esta razão não sabe explicar ou não dá conta das ações realizadas. O mesmo ocorre em relação a um desequilíbrio favorável à assimilação. O esquema de ação do aluno permanece o mesmo diante das diferentes situações e objetos.

No processo de formação matemática do aluno há que se ter presente que diferentes formas de pensar significam diferentes formas de entendimento, diferentes formas de assimilação. Os elementos gerais presentes na aprendizagem de cada noção e em cada novo problema , precisam ser compreendidos assim como as ações mentais subjacentes à sua utilização. Na teoria de Piaget, a construção do conhecimento supõe assimilação e acomodação e pode também ser explicada pelo processo de abstração.

Segundo ROSSO (1999), "a ação mental do sujeito no ato do conhecimento não se reduz à conduta do sujeito, visando a um objeto, do ponto de vista do sujeito. Nem se reduz apenas às modificações impostas aos esquemas do sujeito, assim como não se trata apenas de uma percepção, em que os sentidos retiram atributos dos objetos. É necessário considerar que as estruturas mentais do sujeito, presentes na assimilação e na acomodação, acrescentam relações e organizam a percepção dos fatos. Esse conjunto de operações pode ser compreendido pelos princípios da abstração empírica e reflexionante"(p. 12).

Segundo PIAGET (1995), [...] a abstração reflexionante (réfléchissante)[...] apoia-se sobre tais formas e sobre todas a atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas, etc) para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades (novas adaptações, novos problemas, etc).[...] ela é reflexionante em dois sentidos complementares[...]:transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente.[...]designaremos esta transferência [...] com o termo reflexionamento (réflechissement).[...] reconstruir sobre o novo plano B o que foi colhido no plano de partida A, ou por em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B. Esta reorganização, [...], será designada por reflexão(réflexion). [...] nos níveis superiores quando a reflexão é obra do pensamento, [...] se torna, então uma reflexão sobre a reflexão [...] falaremos neste caso de abstração refletida (réflechie) ou de pensamento reflexivo.(réflexive)(p. 6).

Se pretendemos reorganizar a prática educativa para o trabalho com a matemática, a partir de constatações e identificações de reais compreensões de objetos matemáticos pelas crianças, devemos considerar os papéis da acomodação, assimilação e abstração, que apontam os significados atribuídos a tais objetos por elas e também considerar que existem níveis de desenvolvimento em relação ao processo de construção de conhecimentos, cujos estádios sucessivos são seqüenciais e são resultado das possibilidades abertas pelo estádio precedente e condição necessária ao subseqüente. Isto significa que a prática educativa, ao não considerar tais elementos, corre o risco de consolidar uma realidade ilusória que aparentará estar ensinando ao mesmo tempo que promoverá uma camuflagem por parte das crianças que fingirão estar aprendendo. Os comportamentos por imitação serão repetidos indefinidamente em sua vida escolar.

Os desempenhos apresentados nos diversos testes propostos foram identificados como corretos ou incorretos, dependendo do tipo de teste. Porém o que o grupo que analisou está concluindo é que mesmo quando corretas, as respostas dadas podem não significar compreensão por parte das crianças e sim um comportamento de imitação. Alguns [illegible] propostos permitiram identificar as incompreensões em relação ao objeto matemático. Esta identificação só foi passível em virtude de que as análises se concentraram nos argumentos dados pelas crianças e pela proposta de situações problemas não familiares às crianças. Nas situações familiares a identificação da incompreensão foi relacionada ao comportamento por imitação.

O ambiente escolar não pode desconsiderar as contribuições da psicologia se pretende ser identificada por um ambiente de ensino-aprendizagem e avançar no programa escolar sem verificar se as crianças possuem os esquemas de assimilação não disponíveis para a assimilação de certos objetos matemáticos.

O grupo conclui, portanto, que é possível, no ambiente escolar, apresentar propostas que investiguem se as crianças possuem os esquemas de assimilação necessários para o enfrentamento de uma nova relação entre sujeito e objeto de conhecimento.

O que o grupo conclui também, é que as crianças investigadas precisam ser trabalhadas no ambiente escolar devido às compreensões identificadas, apesar delas estarem já cursando a quarta série sem compreensão do Valor Posicional presente no SND.

Considerando que o sujeito pode modificar um esquema em que as experiências anteriores não permitiram um esquema de assimilação ainda disponível, começamos a ter clareza que o ambiente escolar pode ser rico em desafios e propostas de atividades que permitam ao sujeito rever esquemas anteriores e modificá-los por coordenação de suas próprias ações. Isso será possível se tais propostas permitirem ao sujeito, ao verificar que seus esquemas não são suficientes para dar conta dos desafios, voltar-se para si mesmo para produzir as transformações necessárias. Isto significa que as propostas para os alunos não devem ficar no nível do "é assim que se faz". Elas devem permitir que o sujeito faça transformações em seus esquemas que não funcionaram a contento. Só que estas transformações não podem ser ensinadas, o que significa que as propostas devem colocar sempre o sujeito frente a desafios cognitivos de modo que os esquemas possam ser revistos, transformados para que novas assimilações ou abstrações sejam retiradas dos objetos, das ações ou da coordenação das ações.

O que se torna necessário é a consideração das contribuições da psicologia cujos resultados não podem ficar restritos ao seu domínio, uma vez que estamos no ambiente escolar lidando com questões de aprendizagem que implicam em construção do conhecimento Como lidar com questões relativas à construção do conhecimento e nos identificarmos como construtivistas se não entendemos sequer como se dá tal construção. O senso comum, o domínio do conteúdo não constituem instrumentos suficientes para dar conta de tal tarefa. Os encaminhamentos metodológicos e o processo de avaliação, elementos constituintes do ambiente escolar, mais especificamente da sala de aula, devem considerar o duplo movimento que conduz as assimilações e acomodações a um equilíbrio dinâmico entre as diferenciações e integrações, constituem o processo fundamental que deve ser compreendido para ser contemplado. Este movimento exprime as relações complexas de um sujeito que se aproxima de um objeto e de um objeto que recua à medida que as descobertas e propriedades recentemente cognoscíveis levantam novos problemas. Na realidade devemos considerar que na construção do conhecimento os desequilíbrios dinâmicos que permitem trocas com o exterior devemos substituir os equilíbrios sem trocas possibilitados pela transmissão de conhecimentos. Serão as trocas que, pelas suas regulações estabelecerão as estruturas. A equilibração por sua vez é categorizada pela auto-regulação.

A pesquisa portanto está possibilitando verificar a eficácia do processo de formação do professor , permitindo identificar que as crianças, apesar do nível avançado de escolaridade encontram-se em estágios inicias de construção do campo numérico e de um sistema de representação de quantidades, esboçando um caminho a ser percorrido para permitir que a assimilação do Valor Posicional seja possibilitada às crianças e a reorganização da prática educativa a partir da postura do professor pesquisador, sem a qual as mudanças serão inócuas consolidando caminhos que vão do nada a lugar nenhum.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KAMII, C. & DECLARK, G. ***Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget***. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1992.

KAMII, C. & LIVINGSTON, S. J. ***Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget***. Campinas, SP: Papirus, 1996.

NUNES, T. & BRYANT, P. ***Crianças fazendo matemática***. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, Jean. ***Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das rela;ções espaciais***.Porto Alkegre: Artes Médicas, 1995.

ROSSO, Ademir, BECKER, Fernando & TAGLICHER, José Erno. ***Ação mental: o elemento central da construção do conhecimento***. Texto digitado.

JOGOS ESPONTÂNEOS E ATIVIDADES MATEMÁTICAS DA CRIANÇA

Cristiano Alberto Muniz
Departamento de Métodos e Técnicas – Faculdade de Educação – UnB

(INTRODUÇÃO) Esta pesquisa teve por objetivo a análise das atividades matemáticas desenvolvidas por crianças em jogos espontâneos. Trata-se de tese de doutorado em Ciências de Educação defendida em 5 de jullho de 1999 na Universidade de Paris 13 sob a orientação de Gilles Brougère. O trabalho integrou o conjunto de pesquisas realizadas pelo GREC – Groupe de Recherche de Ressources Educatives et Culturelles. Dois fenômenos na educação matemática nos impulsionaram a desenvolver uma pesquisa sobre o jogo infantil. De uma parte, a introdução de jogos como ferramenta pedagógica no ensino da matemática, sobretudo nos países da América Latina, de outra parte, a constatação de existência de uma importante oferta de jogos às crianças que podem ser mediadores de conhecimento matemático em contextos « a-didáticos ». Nosso interesse maior é o de conhecer os reais valores e limites dos jogos para o desenvolvimento da educação matemática da criança. Esta pesquisa se localiza num cruzamento teórico entre a Didática da Matemática, a Psicologia Cognitiva e as Ciências da Educação. Nossa questão de pesquisa é centrada sobre a análise da natureza da atividade matemática realizada pela criança no desenvolvimento da atividade lúdica realizada através do jogo espontâneo, ou seja, do jogo da criança sem o controle de um adulto .(METODOLOGIA) O trabalho de campo foi desenvolvido numa « Ludothèque » pública da região parisiense, com um grupo multicultural, com 21 crianças entre 6 e 12 anos de idade. Nossa metodologia de pesquisa é composta de quatro principais etapas. Inicialmente, os jogos em suas caixas são analisados em relação à estrutura lúdica proposta e em relação às atividades matemáticas que ela suscita. Numa segunda etapa, quando um grupo escolhe espontaneamente brincar a um dos jogos previamente selecionados pelo estudo, nós registramos o desenvolvimento da atividade lúdica. Na etapa posterior, nós realizamos uma descrição fina da atividade matemática desenvolvida pelas crianças. Numa fase final, nós organizamos debates com o grupo de crianças para que os próprios sujeitos interpretem, eles mesmos, as ações e os investimentos realizados durante o jogo. Nosso universo de análise é constituído por sete grupos diferentes.(RESULTADOS) As análises dos dados nos conduzem a uma visão mais crítica sobre as relações entre jogos e atividades matemáticas. A atividade matemática realizada espontaneamente pelas crianças no jogo (atividade que incorpora questões como a veracidade e a validação do saber matemático na atividade lúdica) é subordinada à uma cultura lúdica. (CONCLUSÃO) Este fato pode impor problemas à introdução do jogo na educação matemática em função da existência de uma distância entre a atividade matemática que as crianças desenvolvem nos jogos e aquela esperada dentro do contexto do ensino escolar da matemática.

Entretanto, o estudo de natureza etnológica nos mostra a grande riqueza das atividades matemáticas das crianças quando essas jogam, nos fazendo questionar a categorização usual das atividades entre situações didáticas e situações « a-didáticas » quando se tratar do jogo devenvolvido pela criança a partir de uma estrutura lúdica oferecida pelo mundo adulto.

INVESTIGANDO A CATEGORIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS NA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Gilda L. Guimarães
Verônica G. Gomes Ferreira
Antonio Roazzi
UFPE

Este estudo visou investigar a habilidade em categorizar de 26 alunos da 3ª série que ainda não estudaram noções de estatística e como estes se comportam quando solicitados a construir um banco de dados o qual inclui coleta, representação e interpretação num processo que pode ser chamado de modelização. Esse processo inclui a identificação de um problema, planejamento de coleta de dados que levem à solução, possíveis interpretações e a utilização de dados, gráficos, tabelas e explanações para apresentação das idéias. A coleta de dados é um aspecto fundamental na modelagem de dados mas tem sido ignorada no currículo de estatística e análise de dados.
Buscamos observar que tipos de estratégias as crianças utilizaram e encontramos uma grande variedade. Denominamos "estratégias" utilizadas pelas crianças pois nem sempre as mesmas fizeram uma categorização propriamente dita. Essas estratégias apresentaram diferentes concepções do que seja categorizar e representar. Classificamos essas estratégias considerando três fatores: (1) o tipo de categoria criada, (2) se a criança nomeia a categoria considerando-a como um descritor e (3) se representa os dados na tabela considerando cada coluna como um descritor. Observamos que as crianças foram capazes de criar categorias binárias, nominais, ordinais e numéricas buscando definir um descritor, entretanto, muitas delas não consideraram importante nomear os descritores ou não sabem qual a importância da nomeação numa tabela o que as levava a escolher um atributo comum a todos os elementos e os adjetivavam. Quanto a representação dos dados na tabela observamos que muitas crianças demonstraram o não entendimento das delimitações das colunas como organizadoras de valores de um descritor revelando um desconhecimento da representação convencional.
Desta forma, um trabalho sistemático na escola com as crianças levando-os a buscar categorizar elementos, ter clareza de qual é o descritor utilizado e saber representá-los, nos parece importante de ser desenvolvido uma vez que as crianças demonstram pouca familiaridade com este tipo de atividade mas não a impossibilidade de resolvê-la.

APRENDER BRINCANDO - AS PRIMEIRAS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS [1]

Jussara Martins Albernaz
Universidade Federal do E. Santo

Analisamos, em um estudo piloto, o efeito que provocavam nas condutas de 18 crianças entre 6 e 8 anos, em fase de alfabetização, atividades de jogos e brincadeiras que visavam favorecer-lhes o processo de construção das primeiras noções e operações matemáticas. Um estudo mais sistemático vêm se desenvolvendo atualmente.
Para isso, criamos, inicialmente, um ambiente compatível com uma concepção de aprendizagem, que se afirma em confronto com as mais tradicionais, que crêem que o sujeito capta, simplesmente, o que já se encontra estruturado fora dele. Isso foi viabilizado através de um Projeto de Extensão, envolvendo estudantes do curso de Pedagogia e crianças de pré-escola, 1ª e 2ª séries. Os pressupostos do projeto alinham-se com aqueles explicitados, em linhas gerais, por Piaget e repensados por correntes pós-piagetianas, que integram, por sua vez, elementos do pensamento de Vygotsky e de muitos outros, como Vergnaud: admitimos que a aprendizagem seria o resultado de uma construção por parte do

aprendiz, que interage com o mundo externo e seus interlocutores e pares, através de um longo processo de assimilações, acomodações, rupturas e reequilibrações.

Foram implementados jogos e brincadeiras, compatíveis com o nível de desenvolvimento das crianças, que as desafiavam a comparar quantidades, propor e resolver problemas numéricos, calcular, antecipar resultados, estabelecer analogias, desenvolver estratégias e construir representações, cada vez mais adequadas à metas fixadas. Os jogos suscitavam condutas mais cooperativas ou mais competitivas, estimulando a fantasia e permeando diferentes áreas do conhecimento. A formalização matemática tornava-se um processo natural de registro daquilo já entendido, através de atividades lúdicas, sendo conquistada aos poucos.

O ambiente estimulava, portanto, professores e alunos a romper com o modo formal de ensino, já vivenciado. Havia um duplo processo de aprendizagem: o das crianças, principal objeto de nossa investigação, e dos próprios universitários, que aprendiam a criar ou usar recursos pedagógicos mais eficientes e carregados de afetividade, pouco empregados na escola. Estes últimos selecionavam ou criavam jogos para podermos observar o interesse que despertavam e como as crianças se ajustavam ou criavam novas regras para jogá-los. Crianças e licenciandos, envolvidos no projeto, demonstraram grande interesse pelas atividades desenvolvidas.

Analisamos, em especial, o efeito que provocavam alguns jogos: interações, conflitos cognitivos e sua superação, aprendizagens cognitivas e sociais (respeito ao colega, saber e ganhar e perder, etc.), com a ajuda de filmagens. Um vídeo, editado no final de 1999, será apresentado. As observações levaram à validação de instrumentos de avaliação e controle, aplicados, a partir de maio, a um novo grupo de 18 crianças de 6 e 7 anos, em fase de alfabetização matemática, a seus pais e professores. Recorremos à observação participativa, ao método clínico, à entrevistas e à análise de filmagens. Pretendemos aumentar nosso conhecimento dos processos de aprendizagem provocados, sobretudo, por jogos e desafios que suscitam operações de contagem, adição e subtração de conjuntos e acompanhar o impacto das atividades sobre o desempenho quotidiano das crianças.

UMA ANÁLISE DO SIGNIFICADO DA UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DA GEOMETRIA

Luiz Carlos Pais
UFMS

Este artigo descreve uma pesquisa cujo objetivo é abordar o problema da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria em nível da educação fundamental. Sua finalidade é contribuir para uma fundamentação dessa utilização. Partimos da constatação que a manipulação desses materiais pode, por vezes, restringir-se a uma atividade empírica, negando os valores formativos mais amplos da geometria. Neste trabalho, optamos por uma abordagem fenomenológica, priorizando a uma análise de natureza epistemológica buscando ampliar o embasamento teórico relacionado ao uso dessas criações didáticas. A partir da análise dos textos referenciados, procedemos o levantamento de várias unidades de significado com as quais iniciamos a interpretação através da organização das principais convergências. O estudo foi concluído buscando uma normatização dos aspectos essenciais do tema analisado, evidenciando duas posturas redutoras dos valores educativos da geometria: uma consiste em conceber as noções geométricas como entidades abstratas puramente racionais, acessíveis somente através do método axiomático e a outra expressa-se pela visão de que o ensino da geometria resume-se às atividades experimentais através da simples manipulação de objetos materiais e de desenhos.

A justificativa da escolha deste tema decorre da expectativa de utilização de materiais didáticos por parte de professores que atuam no ensino fundamental na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade.

Lembramos ainda da influência do movimento da escola nova defendendo os chamados métodos ativos os quais envolviam, quase sempre, o uso de materiais dessa natureza. O princípio do *aprender fazendo*, implícito nessa tendência pedagógica, por vezes, foi entendido como uma exclusiva manipulação de objetos, esquecendo a estreita relação que deve haver entre a experiência e a reflexão. Serrazina (1990), analisando os materiais didáticos no ensino da matemática, observa a necessidade de um cuidado especial com a utilização desses recursos e ressalta a dependência fundamental da competência do professor. Uma outra pesquisa abordando essa temática é descrita por Marchand (1990), enfatizando que o problema dos materiais didáticos no ensino da matemática requer uma reflexão bem mais aprofundada a propósito de suas bases epistemológicas.
Adicionando essas dificuldades ao problema da formação do professor, surge o quadro propício para instauração de um conflito que pode degenerar-se em duas direções opostas: recair na vertente do empirismo, caracterizado somente pela manipulação, ou refugiar-se em um reduto racionalista onde os conceitos geométricos são vistos simplesmente como idéias perfeitas e abstratas. Nosso objeto situa-se neste contexto. Sua finalidade não é criticar ou recomendar o uso de materiais, antes disso, queremos compreender o vínculo entre os aspectos didático e epistemológico. Se o predomínio do formalismo é, para muitos, um ponto de crítica ao ensino tradicional da geometria, não estaríamos incorrendo no risco de recair, no extremo oposto de um empirismo desprovido de significado? Como conciliar a utilização do suporte da materialidade no ensino da geometria sem perder de vistas seus valores educativos?

AÇÕES ORGANIZAÇÕES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA EM SITUAÇÃO COMPARTILHADA

Maria Eliza Mattosinho Bernardes
FE – USP

A necessidade de investigarmos o conjunto de ações e operações que norteassem a organização do ensino através de atividades orientadoras (Moura,1992) levou-nos a identificar o que chamamos de *modos de ação*. A teoria da atividade (Leontiev,1994) orientou-nos na explicitação de algumas áreas de atuação do professor na atividade de ensino considerando ser possível promover o desenvolvimento dos alunos nos aspectos cognitivo, psicomotor e sócio-afetivo. A análise dos dados obtidos na pesquisa se fundamenta a partir da leitura de episódios de ensino, caracterizados por momentos que demonstram alterações nas elaborações dos alunos, e da análise documental obtida através dos registros dos alunos e da professora no desenvolvimento das atividades. Através da análise do discurso presente nas elaborações interpessoais, apontamos diferentes noções do pensamento dos sujeitos decorrentes de ações dialógicas. A partir das diferentes relações entre sentido e significado (Bakthin,1996) da palavra na construção do conceito, identificamos as noções de *correspondência, complementaridade, indiferenciação e de divergência* que desencadeiam o refinamento dos conceitos em situação compartilhada. Os resultados obtidos na pesquisa demonstram o movimento de construção dos conceitos e a evolução da percepção espacial dos alunos decorrentes das ações mentais e do uso de instrumentos. Identificam a elaboração de atitudes e comportamentos do grupo-classe elaborando um conjunto de ações construídas pelos participantes, fruto de necessidades sociais. Em resumo, esta pesquisa apresenta a construção de um conjunto de modos de ação no campo físico, social e metodológico como uma possibilidade de organização do ensino, evidenciando as ações dialógicas dos sujeitos no movimento de construção dos conceitos.

INTERPRETAÇÃO DE DIAGRAMAS EM AMBIENTE COMPUTACIONAL POR PROFESSORAS DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nielce Lobo da Costa
Sandra Magina
PROEM, PUC/SP

(INTRODUÇÃO) Este trabalho refere-se a uma pesquisa cujo objetivo foi investigar o desempenho de professoras das séries iniciais do ensino fundamental ao interpretar dados representados por meio de histogramas, gráficos de dupla entrada e diagramas de Venn. A pesquisa foi desenvolvida durante as ações do projeto *"Interpretação De Gráficos e Diagramas em Ambiente Computacional de Manipulação De Dados"* [1], no âmbito do sub-projeto *"Ensinar é Construir"*, do Programa de Educação Continuada da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo. (METODOLOGIA) O grupo era composto por 28 professoras que trabalharam em duplas. Para este estudo selecionamos nove das duplas, nas quais as componentes estiveram ambas presentes em todos os encontros, no pré e no pós-téste. Esta formação consistiu da realização de cinco encontros com três horas de duração cada um relativos à construção e a manipulação de bancos de dados. Quanto ao tratamento dos dados, foram abordadas na formação os tipos de representações que o software poderia gerar para os dados e a interpretação destas representações. Em todos os encontros as professoras trabalharam com situações problemas apresentadas em forma de estória em quadrinhos. Foram aplicados testes antes e depois do processo de formação (pré e pós-teste). (ANÁLISE) A análise dos resultados desses testes indicou que o grupo pesquisado apresentava, no início, pouca familiaridade e competência para interpretar os dados representados pelos diagramas de Venn, mas melhorou significativamente no final da pesquisa. (CONCLUSÃO) O estudo concluiu que a dificuldade apresentada pelas professoras, em relação à interpretação gráfica, provavelmente foi gerada pelo não entendimento das regras implícitas presentes no sistema de representação e relacionadas às *estruturas lógico-matemáticas.*

PROFESSORES E ALUNOS DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Regina Maria Pavanello
DTP, UEM/PR

Considerando a geometria ....

Autores, entre os quais O'Daffer (1980) e Post (1981), vêem na geometria o ramo da matemática mais adequado ao desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade, o raciocínio hipotético-dedutivo. Parece, no entanto, que o trabalho pedagógico realizado em nossas escolas que oferecem o Ensino Fundamental não tem conseguido proporcionar aos alunos o domínio desse conteúdo básico de matemática necessário à vida na sociedade atual.

A baixa pontuação obtida pelos alunos, principalmente em questões de natureza geométrica, em estudos como os realizados por instituições e organismos nacionais (INEP/SAEB, Fundação Carlos Chagas, dentre outros) demonstra, por sua vez, que estas ou não são abordadas em sala de aula, ou são aí trabalhadas de modo bastante precário.

Pesquisas realizadas em diferentes países (a França, Inglaterra e Estados Unidos, principamente) têm mostrado as dificuldades em implementar um processo de ensino-aprendizagem da geometria direcionado para o desenvolvimento dessas capacidades sem um conhecimento adequado sobre o modo como os alunos constróem os conceitos desse ramo da matemática e sobre os procedimentos que utilizam para resolverem problemas que envolvam tais conceitos.

---

[1] realizado por pesquisadores da PUC/SP e da UFPE, com apoio financeiro do CNPq (N.°521446/95-3) .

Esses estudos contribuíram para a compreensão de processos envolvidos na construção dos conhecimentos geométricos e resultado em propostas para o ensino da geometria nos diferentes níveis da escolaridade. Porém, tais estudos e as propostas deles resultantes foram desenvolvidos a partir de e para uma realidade escolar muito diferente da nossa, motivo pelo qual, embora levados em consideração pelos educadores brasileiros, seus resultados não podem ser aplicados diretamente em nosso contexto educacional.
Considerando necessárias investigações feitas no seio de nossa realidade, nas condições concretas de nossas escolas, desenvolvemos um estudo com o objetivo de ampliar o conhecimento sobre como são elaboradas as idéias de natureza geométrica pelas crianças, o modo como elas abordam um problema novo, a natureza de suas dificuldades e os procedimentos que utilizam na resolução desses problemas. Procuramos investigar, além disso, se o ponto de vista da criança a respeito de uma determinada situação-problema pode evoluir, no decorrer da sua resolução, em decorrência dos obstáculos que encontra e de questões colocadas pelo adulto. Interessava-nos observar se crianças que, em sala de aula, tiveram contato com algum modelo para a resolução de determinadas questões, apresentariam resultados distintos daqueles produzidos pelas que não tiveram.
A pesquisa[2] realizada nos três últimos anos (Pavanello, 1998 e 2000a, b e c) permitiu um conhecimento mais aprofundado sobre esses pontos, contribuindo para estabelecer características de uma prática educativa que leve em conta as dificuldade reais apresentadas pelos alunos das séries iniciais do ensino fundamental em relação à geometria e para avaliar que situações de aprendizagem oferecem melhores oportunidades para que eles dominem conceitos geométricos e resolvam situações-problema em que estes estejam envolvidos
A investigação mostrou claramente, contudo, que certos obstáculos à construção dos conceitos geométricos e à utilização de procedimentos apropriados para a resolução de situações em que eles devem ser empregados não estão ligados apenas a dificuldades colocadas pelo próprio conteúdo – não se referindo portanto a um "obstáculo epistemológico"[3] – mas se relacionam-se mais ao trabalho pedagógico realizado pelos professores que ou desconhecem os conceitos geométricos, ou possuem formação insuficiente em relação aos mesmos (Pavanello, 1998b, 2000b e 2000c).
Este fato nos remete, então à questão da formação (inicial ou continuada) do professor, do seu saber matemático e pedagógico, que estarão em jogo na co-elaboração de conteúdos escolares específicos, ocorrentes nas interações professor/alunos/conhecimento geométrico.

Pensando a formação de professores....

Preparar professores para atuarem no Ensino Fundamental é uma tarefa complexa porque o trabalho a ser desenvolvido em sala de aula exige uma sólida formação teórica e interdisciplinar, que não só os habilite a compreender o fenômeno educacional e seus fundamentos históricos, políticos e sociais, como também lhes assegure o domínio dos conteúdos a serem ensinados nesse nível da escolarização.
Vários pesquisadores, como Kincheloe (1997), Schön (1983, 1995, 1998), Perrenoud (1993, 1999, 2000a e 2000b), Zeichner (1992), Nóvoa (1995a, 1995b e 1999), têm concentrado seus estudos sobre a prática pedagógica e o processo de formação dos professores procurando determinar como realizar da melhor maneira possível a tarefa de prepará-los para desempenharem com competência e criticidade suas atividades profissionais.
Em seus trabalhos, esses autores têm demonstrado ser fundamental que a formação dos docentes de qualquer nível do ensino não se restrinja a aspectos puramente técnicos e instrucionais, nem se baseie em uma concepção dicotômica de teoria e prática na qual

[2] Parte integrante do projeto integrado de pesquisa *A Educação matemática na Formação Inicial e Continuada de professores do Ensino Básico: a importância da Compreensão Conceitual para o Ato de Ensino*, reconhecida como de mérito técnico-científico e apoiada com bolsa de aperfeiçoamento pelo CNPq.
[3] Conceito introduzido por Bachelard e utilizado pela Didática da Matemática francesa para indicar aquelas lentidões e dificuldades que aparecem no prórpio ato de conhecer (Bachelard, 1977: 147)

caberia ao futuro professor apenas a reprodução de saberes produzidos nas Ciências. Enfatizam, também, ser necessário "elevar o nível de formação e de profissionalização dos professores" (Perrenoud, 1999: 8), procurando torná-los mais capazes de "reflectir *na* e *sobre* a sua prática" (Schön, 1995: 89), ou seja, capazes de uma prática reflexiva e de uma participação crítica. E, para atingir esse objetivo, esses autores e outros, como André (1994), Garcia (1999), Gómez (1995), Lüdke (1994), Demo (1996), ressaltam a necessidade de se priorizar a investigação pedagógica na formação – inicial ou contínua - de professores.

A pesquisa

Estas considerações nos levaram a prosseguir com nossa pesquisa com os alunos, mas, simultaneamente, a procurar investigar as crenças dos professores das séries iniciais sobre a geometria e seu papel na formação matemática e geral de seus aluno, a analisar as suas dificuldades em relação a esse conteúdo escolar, as suas possíveis formas de aprender (geometria), bem como as possíveis formas de desenvolver um trabalho didático eficaz com esse ramo do conhecimento. Nos interessava ainda estudar o papel de uma investigação pedagógica na prática dos professores e, consequentemente, no desempenho de seus alunos em relação à geometria.

A investigação proposta tem como referenciais teóricos: os trabalho dos didáticos da Matemática franceses apontados, por exemplo, em Franchi et al. (1999); as novas perspectivas para a formação do professor enquanto um profissional reflexivo, conforme são discutidos em Nóvoa (1995); os possíveis efeitos, na prática docente, da investigação em educação, como apontados por Perrenoud (1993) e a pesquisa em colaboração, como sugerida por Thiollent.

Seu objetivo específico é investigar o resultado de um processo de pesquisa em colaboração – uma reflexão conjunta sobre as dificuldades dos alunos em questões que envolvem conceitos geométricos - na prática pedagógica dos professores das séries iniciais do ensino fundamental de escola pública de Maringá – PR, que oferece o Ciclo Básico de Alfabetização Continuada.

O instrumento utilizado é o grupo de estudos. Este se reúne uma vez por mês, por 4 (quatro) horas, ocasião em que são analisadas as dificuldades dos alunos – e dos professores - em relação a questões que envolvem noções/idéias/conceitos geométricos. As dificuldades dos alunos são levantadas pela análise das suas produções em instâncias diversas: cadernos de classe, avaliações periódicas, participação nas práticas realizadas com a geometria em sala de aula, ou em entrevistas individuais ou em pequenos grupos.

Essa análise e o posterior estudo conjunto sobre a geometria e as formas de abordá-la em sala de aula permitem que os professores elaborem atividades a serem propostas a seus alunos nas semanas posteriores a uma reunião. Na reunião seguinte, os resultados obtidos pelos alunos na aplicação das atividades são analisados, dando origem a novos estudo , novas discussões e levando à preparação de novas questões.

Embora ainda estejamos no início do nosso estudo, a avaliação do processo – realizada ao longo do mesmo – já demonstra um efeito positivo na atitude dos professores em relação ao conteúdo e no interesse que demonstram com o trabalho desenvolvido em sala de aula.

Referências bibliográficas

ANDRÉ, M. E. D. A. A. A integração ensino-pesquisa no trabalho docente. In VII ENDIPE: *Anais das conferências, mesas-redondas e simpósios*. Goiânia: Universidade Federal de Goiás/Universidade Católica de Goiás, 1994, p. 291-296.

BACHELARD, G. *A formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

DEMO, P. *Educar pela pesquisa*. 3ª ed. São Paulo, autores Associados, 1998.

FRANCHI, A. et al. *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

GARCIA, C. M. *Formação de professores*: para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

GÓMEZ, A. P. O pensamento prático do professor – a formação do professor como profissional reflexivo. In NÓVOA, A. (org.) *Os professores e sua formação*. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

KINCHELOE, J. L. *A formação do professor como compromisso político*: mapeando o pós-moderno. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LÜDKE, M. A pesquisa na formação do professor. In VII ENDIPE: *Anais das conferências, mesas-redondas e simpósios*. Goiânia: Universidade Federal de Goiás/Universidade Católica de Goiás, 1994, p. 297-303

NÓVOA, A. (org.) *Os professores e sua formação*. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995a.

____ (org.) *Profissão professor*. 2º ed. Porto: Porto Editora, 1995b.

____ (coord.) *As organizações escolares em análise*. 3º ed. Lisboa: Dom Quixote, 1999.

PAVANELLO, R. M.. - Os alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o conhecimento geométrico. *PRO-MAT/PR*, n 1, p. 27-31, 1998.

____ *Formação de professores e dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais do ensino fundamental*: possíveis inter-relações. *ENCONTRO IBEROAMERICANO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES*. Santa Maria – RS, 2000a.

____. Geometrical shapes compared: an investigation on the development of the concept of area in junior school children. *ICME – International Congress on Mathematical Education*. *Tokyo/Makuhari*,, 2000b.

____ Geometry and the construction of mathematical concepts. *ICME – International Congress on Mathematical Education*. Tokyo/Makuhari , 2000c.

O'Daffer, P. *Geometry*; what shape for a comprehensive, balanced curriculum? In LINDQUIST, M. M. *Selected issues in mathematics education*. Berkeley, Mc Cutchan, 1980.

PERRENOUD, Ph. *Práticas pedagógicas, profissão docente e formação*: perspectivas sociológicas. Lisboa: Dom Quixote, 1993.

____ Formar professores em contextos sociais em mudança: prática reflexiva e participação crítica. *Revista Brasileira de Educação*, n. 12, set./dez. 1999, p. 5-21.

____ *10 novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

____ *Pedagogia diferenciada*: das intenções à ação. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

POST, T. R. The role of m,anipulative materials in the learning of mathematical concepts. In LINDQUIST, M. M. *Selected issues in mathematics education*. Berkeley, Mc Cutchan, 1980.

SCHÖN, D. A. *The reflexive practitioner*. New York: Basic Books, 1983.

____ Formar professores como profissionais reflexivos. In NÓVOA, A. (org.) *Os professores e sua formação*. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

____ *Educating the reflexive practicioner*: toward a new design for teaching and learning in the professions. San Francisco: Jossey-Bass, 1998.

ZEICHNER, K. Novos caminhos para o *practicum*: uma proposta para os anos 90. In NÓVOA, A. (org.) *Os professores e sua formação*. 2ª ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

ADIÇÃO NEM SEMPRE É FÁCIL: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO

Sandra Magina
Tânia Campos
PROEM, PUC/SP

Introdução

O presente artigo descreve um estudo diagnóstico, que tem por objetivo identificar competências, referente às estruturas aditivas, que crianças trazem ao entrar na escola e como elas as desenvolvem ao longo das quatro primeiras séries do ensino fundamental.

Sabe-se que a formação matemática oferecida nas séries iniciais é menos analítica que aquela oferecida nas séries finais do ensino fundamental, quando os conceitos algébricos começam a ser formalizados. A situação é ainda mais evidente quando se trata das 1ª͟s e 2ª͟s séries, quando, muitas vezes, a formação conceitual é confundida com 'brincadeiras'. Desse modo, é essencial para a aquisição e posterior formalização dos conceitos matemáticos que o aluno identifique e se aproprie dos invariantes existentes nos conceitos de números e das quatro operações básicas. O professor, responsável por esse processo e desempenhando um papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, deve estar atento para "o que, como, quando e porque" ensinar um dado conteúdo. Pesquisas a este respeito foram e ainda vêm sendo feitas, principalmente no que se refere às dificuldades dos alunos, tentando diagnosticar as possíveis causas e as possíveis relações com a formação de professores.

Sem qualquer pretensão de generalizar os resultados para além do universo do estudo, uma análise comparativa entre dois trabalhos de pesquisas da PUC/SP (dissertações de mestrado em Educação Matemática, defendidas em julho e dezembro de 1997) apontam que na maioria das vezes alunos (de 5ª série de escola particular) e professores (primários de escolas da rede pública) apresentam o mesmo tipo de erro ao operarem com a multiplicação e divisão, a saber: tendência de generalizar regras específicas de um domínio para outros domínios (Magina & Campos et. al. 1998).

Cabe ainda ressaltar que os dados do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, 1995), revelaram um baixo desempenho dos alunos diante de situações-problema envolvendo as quatro operações básicas. As dificuldades dos alunos estavam relacionadas tanto ao raciocínio, quanto ao domínio do procedimento.

Em paralelo, a Teoria dos Campos conceituais afirma que as competências e concepções dos alunos se constróem ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Em geral, quando defrontados com uma nova situação[4], eles tentam adaptar conhecimentos adquiridos anteriormente nesta nova situação. O conhecimento dos alunos, por sua vez, tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica[5], quanto implícito, no sentido de que os estudantes podem usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação (Vergnaud 1994).

Analisar os fatores que interferem no sucesso da criança em resolver problemas é justamente uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. Um Campo Conceitual é definido como um conjunto de situações cuja apropriação requer o domínio de diversos conceitos de naturezas diferentes (Vergnaud, 1933, 1988, 1994). Vários Campos Conceituais já foram construídos, entre eles o Campo Conceitual Aditivo, ou simplesmente, *Estruturas Aditivas*. Neste caso, as situações podem ser classificadas seja como problemas simples de relações entre o todo e suas partes, seja como problemas inversos de relação parte-todo, ou ainda como problemas comparativos.

Considerando que as crianças normalmente constróem um campo conceitual através da experiência na vida diária e na escola, planejar e desenvolver experiências didáticas contribuem para melhor entendermos como um campo é construído. Em tais experiências, essencial um trabalho diagnóstico que nos permita saber quais estruturas e classes de problemas são mais facilmente entendidos pelos alunos mais novos, quais problemas viriam em segundo lugar, e assim por diante. Nós também devemos saber quais são os procedimentos mais naturalmente utilizados pelos alunos, ou os mais facilmente entendidos por eles quando em situação de ensino. Tais estudos deveriam iluminar nossa visão para o lento processo de aquisição do conhecimento e proporcionar um melhor entendimento sobre o comportamento das crianças.

O Estudo

O diagnóstico foi elaborado a partir da análise de um teste, composto por 20 situações-problema relativas às quatro operações básicas. O teste foi aplicado, coletivamente, em oito turmas das quatro séries iniciais do ensino fundamental (duas turmas

---

[4] Novo domínio, novas relações, novos dados numericos.
[5] Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças formais, etc.

por série) em duas escolas da rede pública do estado de São Paulo, perfazendo um total de 254 crianças. A aplicação foi feita por uma pesquisadora acompanhada de 3 auxiliares de pesquisa. Convém notar que essas auxiliares eram as professoras da escola e que, além disso, participaram do projeto *Ensinar é Construir* desenvolvido na PUC/SP dentro do Programa de Educação Continuada (PEC) da SEESP[3]. Cada problema era lido em voz alta e dado um tempo para que todas as crianças o resolvesse. As crianças resolviam individualmente e podiam tirar suas dúvidas quanto ao entendimento das questões.

Neste trabalho, discutiremos apenas as questões relativas às estruturas aditivas, que no nosso instrumento diagnóstico consistiram de cinco situações-problema. Estas serão apresentadas segundo o a porcentagem de sucesso dos alunos ao resolvê-las. É importante que se frise, portanto, que as mesmas não só não apareceram nessa ordem no teste, como também não foram apresentadas seqüencialmente. Abaixo estão questões, seguidas por uma análise *a priori* das mesmas :

O problema 1 refere-se a operação de adição envolvendo a relação parte-todo. Trata-se de um problema de transformação (direta) com referentes conhecidos (Vergnaud, 1982; Nunes & Bryant, 1997). Consideramos este problema o de maior possibilidade de acerto, por se tratar de uma questão cujo único raciocínio exigido é a adição direta de duas quantidades (preço de dois objetos). Além disso, a situação-problema está dentro de um contexto familiar para o aluno. Acreditamos que os alunos já utilizam este raciocínio desde a 1ª série. Nosso objetivo aqui é observar se nossa hipótese se confirma.

O problema 2 tem as mesmas características do problema anterior, quanto ao raciocínio, contexto e número significando quantidade. Modificamos apenas a operação proposta, qual seja subtração. Trata-se novamente de um problema de transformação (direta) com referentes conhecidos. Esperamos um bom desempenho por parte dos alunos, com resultados próximos aos obtidos no problema 1.

O problema 3 compara duas quantidades. Trata-se de problema de comparação com referentes conhecidos em que a criança deve perceber a subtração como o inverso da adição. Esperamos um índice de acerto inferior aos dois primeiros, por ser um problema que envolve um raciocínio mais sofisticado, visto que requer da criança operações de pensamento mais elaborados (Vergnaud, 1982; Nunes & Bryant 1997). Por outro lado, a explicação desenvolvida por Hudson (1983) ao encontrar resultados similares aos de Vergnaud e Nunes & Bryant em problemas dessa natureza, apoia-se em questões na ordem da compreensão linguística. Isto é, para ele as crianças não tiveram sucesso na questão por causa de sua dificuldade em entender os termos "a mais" e "menos". Observemos que a opção pela inclusão do primeiro item foi feita apenas para termos a certeza do entendimento do problema, mais ainda, se a criança reconhece que 11 > 9. Portanto esse item não estará sendo considerado na análise dos resultados.

O problema 4 é uma questão que exige um nível de raciocínio tão sofisticado quanto o problema 3, porém de tipo diferente. Aqui são dados os estados inicial e final e solicita-se a transformação, portanto trata-se de um problema aditivo com transformação desconhecida. Nesse caso pode-se obter o resultado subtraindo os 2 Km caminhados pela menina, dos 6 km caminhados pelo menino. Outra característica do problema diz respeito ao contexto apresentado; é um contexto espacial, o que pode ser um fator de dificuldade, já que o significado do número muda de quantidade para medida. Esperamos pouco sucesso no acerto desta questão. Entretanto, se o aluno lançar mão da estratégia de complementar ("quantos quilômetros eu tenho que acrescentar aos 2 quilômetros para chegar no quilômetro 6?") este problema pode tornar-se bem mais simples.

Finalmente, podemos ver que o problema 5 tem as mesmas características de contexto que o problema 4. A diferença está na operação solicitada, qual seja a adição, e na representação do número (se cada uma das crianças do problema caminhou para um lado, caminho percorrido por uma delas em relação a outra, é negativo, sendo a casa o marco referencial zero). Embora este problema também trate de transformação desconhecida,

[3] - Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

acreditamos que por causa da idéia de número negativo embutida nela, os alunos apresentem índices ainda mais baixos que os do problema 4.

Análise e Discussão dos Resultados

Os resultados dos desempenhos dos alunos, por séries (figura 2), indicam que, em geral, houve aumento na porcentagem de acertos das primeiras para as últimas séries, pois podem observar que em todos os cinco problemas o percentual de acerto da 4ª série foi maior que o da 1ª série.

	P1	P2	P3	P4	P5
1ª série	78	72	35	25	27
2ª série	83	93	51	48	31
3ª série	84	80	52	67	43
4ª série	98	91	87	81	51

Porcentagem de respostas certas obtidas por 200 alunos das séries iniciais frente a cinco problema s aditivos. Os problemas estão dispostos segundo o nível de dificuldade.

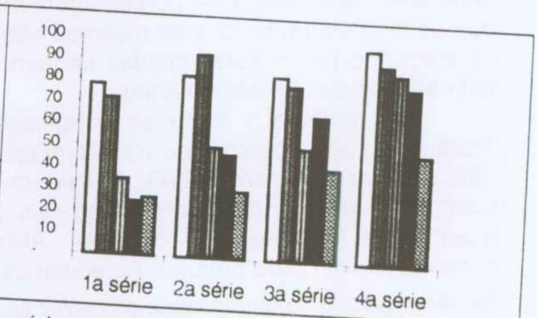


*Figura 2: **Resultados dos desempenhos dos alunos, por série, apresentados em tabela e gráfico de barra**.*

A figura 2 mostra, ainda, que o sucesso na resolução dos problemas, em cada uma das séries, não foi homogêneo; havendo problemas cuja porcentagem de acertos foi alta e outros baixa. Dentro de cada série encontramos uma diferença significativa, na porcentagem de acerto, na resolução dos problemas por blocos. Assim, os problemas 1 e 2, apresentaram altos índices de acertos em todas as séries, mesmo para as crianças da 1ª série. Já o problema 5 apresentou baixas porcentagens de acerto em todas as séries, embora, tenha havido alguma evolução de uma série para outra. Quanto ao bloco formado pelos problemas 3 e 4, podemos notar que o desempenho dos alunos segue o mesmo comportamento nas 1ª, 2ª e 4ª séries, onde a diferença nas porcentagens de acertos não ultrapassa os 10% a favor do problema 3. Estranhamos que essa tendência não se evidencie na 3ª série, quando as crianças apresentam um sucesso15% superior ao do problema 3.

Quanto aos problemas 1 e 2, observamos que a concordância entre os resultados por nós esperados e aqueles obtidos, se confirmam. para. Com efeito, o comportamento nas 1ª, 3ª e 4ª séries indica que o problema 1 foi mais fácil que o problema 2. Observamos, também, que o fato deste comportamento não se manter na 2ª série não tem relevância, uma vez que em todas as séries o índice de acerto é maior que 70%. O mais importante para se observar neste bloco é que não há saltos percentuais de uma série para a outra, isto porque a primeira série já apresenta percentuais de acertos elevados, gerando um efeito de teto.

Assim, podemos confirmar que a hipótese de que a maioria das crianças já resolve problemas do tipo 1 e 2 desde a 1ª série. E mais, como o instrumento foi aplicado no primeiro semestre do ano letivo, inferimos que as crianças já trazem esse raciocínio antes mesmo de iniciarem a 1ª série.

O problema 3 marca uma queda acentuada no percentual de acertos, notadamente no que se refere às três primeiras séries, quando os índices, em relação aos dois primeiros, caem em, no mínimo, 28%. Tal resultado confirma a nossa hipótese de que o acerto aqui seria inferior aos dois problemas anteriores, visto que ele requer um raciocínio mais sofisticado. De fato, pergunta-se à criança “quantas bexigas a mais ela pode comprar” e, no entanto, para resolver é preciso calcular a diferença entre o dinheiro que as duas meninas têm nas bolsas. Os resultados aqui encontrados estão em consonância com os encontrados por Nunes & Bryant (1997). Na realidade, a dificuldade depende da capacidade da criança em estabelecer uma relação entre a subtração e adição, em que a criança teria que relacionar a situação aditiva com a solução subtrativa. A criança que não tem ainda esta capacidade, não entende como resolver a questão e apresenta como solução o número 11, que representa o valor contido na bolsa da menina que tem mais dinheiro. Durante a aplicação foram registradas inúmeras perguntas dos alunos, do tipo "a mais como?" De fato, dentre as respostas erradas, encontramos alta incidência na resposta 11.

Gostaríamos de nos deter um pouco mais no termo "a mais". A primeira vista poderíamos pensar que a criança não responde corretamente esta questão pôr não entender o que esse termo significa e daí a explicação do porquê ela ficar perguntando "a mais como?" De acordo com Vergnaud (1982) e confirmado nos trabalhos de Nunes & Bryant (1991, 1997), o pouco sucesso das crianças mais novas nessa questão tem a ver muito mais com o nível de desenvolvimento cognitivo da criança do que com a semântica do termo "a mais". Eles propõem que, nesse caso, devemos primeiramente trabalhar problemas comparativos mais fáceis, que permitam a criança estabelecer relação entre correspondência um-a-um e as operações de adição/subtração. Assim, poderíamos apresentar situações como o das bexigas (problema 3), mas problematizando-os com questões do tipo: "é justo que Ana ganhe mais que Jane?", "quantas bexigas Jane iria precisar para ter o mesmo tanto de bexigas que Ana?", ou ainda "quantas bexigas Ana teria que perder para ficar com a mesma quantidade de bexigas que Jane?" Desta forma estaríamos promovendo o desenvolvimento conceitual das crianças no campo das estruturas aditivas, ajudando-as a estabelecerem uma conexão entre duas noções já construídas, quais sejam: comparação um-a-um e o conceito de adição/subtração relacionado a situação de transformação com referentes conhecidos (Nunes & Bryant, 1991 e 1997).

De fato, em nossas observações feitas durante a aplicação do teste, notamos que numa mesma classe, enquanto algumas crianças após alguns rabiscos em seus testes, respondiam sem dificuldade "2 bexigas", outras insistiam em fazer perguntas do tipo: "a mais como?", "é para colocar que ele tem 11?", "como assim 'a mais'?", "é para somar?", "o que é para fazer aqui?", numa clara tentativa de nos pedir para indicar a operação a ser feita. Ora, estamos falando de crianças com mesma faixa etária, que estudam na mesma escola e com a mesma professora, morando na mesma região e com poder aquisitivo equivalentes. Em outra palavras, são crianças com o mesmo nível de escolarização e advindos da mesma população, o que nos leva a acreditar que o fator diferenciador entre elas é o nível de desenvolvimento cognitivo.

O problema 4 foi o que iniciou com níveis percentuais mais baixos na 1ª série e que aparece em patamares bem aceitáveis na 4ª série, uma vez que mais de 80% dos alunos desta série conseguem resolver satisfatoriamente a questão. O perfil evolutivo do problema também se mostra bem distribuído, apresentando saltos percentuais em torno de 20% de uma série para a outra.

Se compararmos, dentro de cada série, o sucesso apresentado pelos alunos na resolução deste problema com o do problema anterior, notamos que ele apresenta índices sempre um pouco aquém dos do problema 3, para a 1ª, 2ª e 4ª séries, pois essa diferença não ultrapassa os 10%. Este fato nos permite inferir que o grau de dificuldade de ambos se equivalem. Porém se olharmos para os resultados obtidos pelas crianças da 3ª série, já não podemos dizer a mesma coisa, pois aqui não só a ordem de dificuldade do problema 3 em relação ao problema 4 se inverte, como também a diferença no percentual de acerto sobe para 15%. Acreditamos que o problema 4 tem uma evolução satisfatória de uma série para outra, deixando indícios da ampliação do conceito de adição/subtração pelos alunos da nossa amostra.

No entanto, o mesmo não ocorreu para o problema 3, pois não se detectou avanços da 2ª para a 3ª série, apesar do notável progresso entre a 1ª e a 4ª séries. C om efeito, não foi só no problema 3 que tal fenômeno ocorreu. No problema 1 ocorreu a mesma coisa e no problema 2 os índices de acertos chegam a cair da 2ª para 3ª série em 13%. Tal comportamento não foi previsto na nossa análise a priori. Nossa hipótese, baseada em depoimentos das professoras participantes do projeto Ensinar é Construir, é que tal comportamento ocorre porque é justamente na 3ª série que se dá a passagem do conhecimento informal para o formal.

O problema 5 foi, efetivamente, aquele que apresentou o maior grau de dificuldade para as crianças de todas as séries. Sua evolução, embora contínua, não ultrapassou a casa dos 12% entre uma série e a seguinte. E mais, apenas a metade dos alunos da 4ª série conseguiu resolvê-lo.

Embora tivéssemos previsto que este problema seria mais difícil que o problema anterior, esperávamos que, devido a similaridade dos contextos, a evolução deles seguissem caminhos relativamente próximos, fato que não ocorreu. Enquanto o problema 4 aumentou de 25% de acertos na 1ª série, para 81% na 4ª, o problema 5, que teve um percentual de acerto na 1ª série próximo a 27%, não passa de 51% na 4ª série.

Partindo da análise dos protocolos dos alunos com relação aos problemas 4 e 5 e, ainda, baseadas em nossas notas de observações efetuadas durante a aplicação do instrumento, notamos que quase metade das crianças da 1ª série davam como respostas números sempre acima de 10 nos dois problemas. Freqüentemente, as crianças calculavam a distância pedida contando os passos que um dos meninos do problema percorreria para alcançar o outro, movimentando seus dedos sobre o caminho, numa clara imitação de passadas. Um outro tipo de comportamento encontrado nessa série (em torno de 20%) foi o de responder aos problemas repetindo um dos valores referentes à distância. Entre os alunos da 2ª série, que já apresentam índices de acertos superiores à 1ª série, o comportamento de simular passos sobre o papel, embora continue, cai para índices inferiores a 20%. Os comportamentos mais comuns para os problema 4 e 5 passaram a ser o de somar as distâncias no prob. 4 e subtrair no prob. 5 (operações contrárias às necessárias para resolver esses problemas) e o de repetir o valor dado para uma das distâncias. . Já na 3ª série, os alunos têm menos dificuldades para resolver o problema 4. Entre as respostas erradas, encontramos a que indica a soma entre as distâncias percorridas e, a que multiplica os valores dessas distâncias. Quanto ao problema 5, aproximadamente 1/4 dos alunos subtraíram as distâncias. Ainda encontramos erros de repetir o valor dado para uma das distâncias, e respostas em branco.

Por fim, a grande maioria dos alunos da 4ª série não tiveram dificuldades em resolver corretamente o problema 4, o que não é verdadeiro para o problema 5, onde mais de 1/3 dos alunos deram como resposta, a subtração das distâncias, e os poucos restantes cometeram um erro de conta (5 + 3 = 9).

Uma eventual hipótese para explicar o baixo desempenho no problema 5, pode estar relacionada ao significado dos valores que representam as distâncias. De fato, a distância de 3km percorrida para um lado e a distância 5km percorrida para o outro lado, tendo a casa como referencial zero, pode ser o motivo para o alto índice de erros das crianças. Elas percebem que as distâncias caminhadas foram em sentidos opostos e que a casa é o marco zero. Assim, embora haja indícios de que elas entendem que o oposto está associado a operação de subtração, elas não sabem como operar com o oposto de um número inteiro [5 – (-3)]. Esta, provavelmente, foi a razão para termos encontrado tantos 2 como resposta (5 – 3 = 2).

Para concluir a nossa análise, gostaríamos ainda de apresentar, a título de ilustração, um gráfico que aponta a evolução do desempenho dos alunos, ao longo das quatro séries, em cada um dos problemas. Além disso, esperamos que ele facilite o acompanhamento não só da evolução na porcentagem de acertos da 2ª para a 3ª série, como também facilite a visualização da disparidade na evolução dos problemas 4 e 5 ao longo das séries.

Conclusão

A partir dos resultados acima analisados podemos responder às questões por nós propostas, conforme segue:

a) quanto as competências referentes às estruturas aditivas, efetivamente as crianças na 1ª série resolvem facilmente problemas de adição e subtração, quando os mesmos tratam de transformação com referentes conhecidos. Contudo, as crianças da nossa amostra não apresentam competência necessária para lidar com problemas que envolvam a comparação de quantidades, dentro de contextos espaciais, ou a transformação com referentes desconhecidos;

b) quanto ao desenvolvimento das competências ao longo das quatro séries, concluímos que estas não ocorrem de maneira análoga nas diferentes situações-problema de nosso instrumento. É fácil de ver na figura 3 que no ponto de partida (1ª série) temos dois blocos. Um formado pelos problemas 1 e 2, já partem de patamares altos, mas não atingem os 100% de acerto no ponto de chegada (4ª série). O segundo bloco, formado pelos problemas 3, 4 e 5, que partem de baixas porcentagens de acertos, tem comportamentos distintos. Os problemas 3 e 4, apesar de seguirem caminhos diferentes de desenvolvimento ao longo das séries, atingem índices satisfatórios na 4ª série. Assim, podemos concluir que as crianças adquiriram competência para resolver problemas do tipos considerados. É no problema 5 do nosso instrumento que constatamos a pouca competência das crianças ao lidar com as estruturas aditivas, quando estas requerem que eles usem raciocínios mais sofisticados.

Concluímos finalmente, que é muito importante trabalhar, com os alunos, diferentes raciocínios aditivos em diferentes contextos. Deste modo, estaremos possibilitando que nossas crianças ampliem os conceitos pertinentes ao campo conceitual aditivo e, consequentemente, ampliem suas competências para resolver, paulatinamente, níveis mais sofisticados desses problemas.

Referências

Hudson,T. (1983) Correspondences and Numerical Differences between Sets. Child Development, *No. 54, pp. 84-90.*

Magina e Campos et. Al (1998) Composição de Quantidades que Transformam referentes: Soluções dos Professores e Alunos, INEP *Vol.78 No 188/89/90 pp. 445-457.*

Nunes & Bryant (1991) Correspondência: um esquema quantitativo básico, Psicologia: Teoria e Pesquisa *No. 7 pp. 273-284.*

______ *(1997)* Crianças Fazendo Matemática *Ed. Artes Médicas, RS*

SAEB (1995) Sistema de Avaliação do Ensino Básico, INEP, *MEC*

Vergnaud, G. (1982) A Classification of Cognitive Tasks and Operations of thought Involved in Addition and Subtractions Problems, em Addition and Subtraction: a cognitive Perspective, *Ed. Lawrense Erlbaun Hillsdale, USA*

______ *(1983) Multiplicative structures. Em R. Lesh 8 M. Landau (Eds.).* Acquisitions of mathematics concepts and procédures *(pp.127-174). New York: Academic Press.*

______ *(1988). Multiplicative structures. Em Hilbert,J. 8 Behr,M. (Eds.):* Number Concepts and Opérations in thé Middle Grades*(pp.141-161). New Jersey: Erlbaun.*

______ *(1994). Multiplicative Conceptual Field: What and Why?. In Harel, G. & Confrey, J. (Eds.),* The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics. *State University Of New York Press.*

O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR DAS SÉRIES INICIAIS (1ª A 4ª SÉRIE)

Silvia Swain Canôas
Faculdades Integradas Hibraico-Brasileiras Renascença
Faculdades Oswaldo Cruz

1. Problemática

O presente trabalho parte de considerações amplas sobre a questão da formação profissional de professores e de suas relações com a matemática. Compartilho com a maioria dos meus colegas o fato de que encontramos, na explicação para o problema do fracasso escolar, fatores externos influenciando na prática dos professores, como por exemplo: salário, escolas mal equipadas, entre outros. Entretanto, apesar de tais fatores contribuírem para a má formação dos professores, não são os únicos responsáveis por isso.

Não se pode esquecer que o professor de hoje já foi um estudante ontem, e é nesse sentido que observo:

a) um grande número de professores de matemática não consegue estabelecer conexões entre os conceitos teóricos da disciplina e sua prática em sala de aula, ao trabalhar tais conceitos;

b) a qualidade da preparação para reagir (vivenciar) a prática pedagógica vem se tornando cada vez mais deficiente.

A expressão, "estruturas multiplicativas" vem sendo amplamente utilizada por pesquisadores na Educação Matemática. Ela foi inicialmente usada por Vergnaud (1983, 1988, 1994), servindo, juntamente com as "estruturas aditivas", de base para a formulação da sua Teoria dos Campos Conceituais. Segundo Vergnaud, campo conceitual é o espaço de problemas e situações, cujo tratamento envolve os conceitos, bem como procedimentos relacionados a eles e, por fim, diferentes tipos de representações psico-semióticas que se relacionam aos mesmos.

Neste trabalho escolhemos, como objeto de estudo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas ou campo conceitual multiplicativo. Esse campo é, ao mesmo tempo, o conjunto das situações, cujo tratamento envolve uma ou várias divisões ou multiplicações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

As principais características desse campo são: (a) a interconexão entre os conceitos envolvidos, por exemplo, a relação de inversão que existe entre as operações de divisão e multiplicação deve ser utilizada em fenômenos de outras áreas; (b) as situações e os problemas envolvidos não são puramente matemáticos, por exemplo, situações que envolvem o conceito físico de velocidade, principalmente no nível elementar; (c) a identificação da maior parte dos conceitos envolvidos nesse campo, a serem analisados, depende da maior parte de situações que forem exploradas dentro desse campo, por exemplo, o arredondamento no caso da divisão; e (d) as regras de linguagem e símbolos que aparecem no desenvolvimento do pensamento matemático, por exemplo, dividir fração por fração.

Centramos nossa atenção, na busca de uma ampliação do campo conceitual multiplicativo para professores de 1ª à 4ª séries.

A nosso ver, o professor termina por tomar decisões o tempo todo em sua sala de aula e, nem sempre, se dá conta disso. A partir daí, as seguintes questões se impõem: Quais as concepções que o professor de matemática, com formação de magistério, tem do campo conceitual multiplicativo? Quais as representações simbólicas desses professores no campo conceitual das estruturas multiplicativas?

Com vistas a encontrar uma resposta para estas questões, buscaremos entender suas concepções e representações sob três aspectos: do ponto de vista psicológico, que se refere ao processo de formação do conceito do professor; do ponto de vista matemático, analisando a forma na qual o professor lida com o conteúdo e o expõe para o seu aluno; e do ponto de vista profissional, analisando a postura profissional do professor em sala de aula.

2. A Pesquisa

A pesquisa se desenvolveu em dois momentos que se complementam: o **estudo I** e o **estudo II**, objetivando um levantamento das concepções e competências dos professores com relação às operações de multiplicação e divisão.

O **estudo I**, por sua vez, se desenvolveu em duas etapas: aplicação de um teste inicial (1ª etapa) e desenvolvimento de uma oficina (2ª etapa). Após análise dos dados obtidos no estudo I, levantamos nossas hipóteses para a aplicação do **estudo II**, com a finalidade de observar se os invariantes que persistiram ao longo do **estudo I** se consolidariam no **estudo II**.

O **estudo II** refere-se a aplicação de um teste de três partes: a parte I voltada para a interpretação de uma situação-problema pré-estabelecida; a parte II, centrada na questão da elaboração de situações-problema; e a parte III focando a competência algorítmica.

Ao final do estudo I, pudemos observar alguns avanços na pesquisa, na busca de traçar o perfil desse professor que tem sua formação profissional voltada para as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Participaram do estudo I, 44 professoras da rede pública assim distribuídas: a) 24 estudantes do último ano do curso de magistério, e já atuando em sala de aula; e b) 20 professoras do Ensino Fundamental. Já no estudo II, contamos com a participação de 18 professoras da rede pública do Ensino Fundamental.

3. Análise dos resultados

Enfocar a Matemática em termos da Teoria dos Campos Conceituais trouxe-nos a valiosa contribuição na busca do entendimento de como se dava o processo de formação de conceito do professor. Tal entendimento permitiu que compreendêssemos como ele organizava esses conteúdos da Matemática, os quais são representados para o aluno por meio de competências e concepções em torno de um objeto matemático na sala de aula.

Acreditamos que as representações simbólicas do professor são responsáveis pelas referências do aluno com relação ao seu processo de formação de conceito, ao tipo de finalidade associada a esse conceito e a situação onde ele se insere, às estratégias que o aluno utilizará, ao contrato-didático que se estabelece em sala de aula e ao papel de mediador do professor. Complementando essas idéias, acrescentamos ainda, a importância de se estabelecer relações entre os conceitos espontâneos e não-espontâneos, como proposto por Vygotsky; e a necessidade da socialização da matemática - atividade matemática como prática cultural - como defende Nunes.

Aqui é importante ressaltarmos que cada um dos resultados abaixo descritos, diz respeito exclusivamente a competência da nossa amostra. Como tal, podem ser entendidos como conseqüência de todo um processo de formação que estas professoras vem recebendo, ao longo de uma vida escolar.

Do ponto de vista psicológico:

- **Estudo I:**

a) os professores não conseguem dar significado para o resto da divisão euclidiana;
b) nossa amostra mostrou-se impregnada por um discurso relacionado a forma com a qual elas deveriam ensinar, não conseguindo lidar com o que se quer ensinar;
c) a dificuldade de nossa amostra em contextualizar a estória de um problema;
d) a dificuldade delas em identificar o tamanho do número quando este se apresenta na sua escrita decimal.

- **Estudo II:**

e) as professoras da nossa amostra estão presas as idéias aditivas, ou seja não compreendem a passagem do campo aditivo para o multiplicativo;
f) o não entendimento do conceito de razão; que complementa o isomorfismo de medidas, abordando as operações de divisão e multiplicação conjuntamente.

Do ponto de vista matemático:

- **Estudo I:**

a) utilização de uma outra operação, na tentativa de se obter uma conta com resto zero;
b) a imprecisão das situações-problema elaboradas;

- **Estudo II:**

c) a persistência na utilização incorreta da operação aritmética;
d) utilização de uma outra operação, agravada pelo conceito de razão.
e) uma tendência a aceitar a divisão por zero;
f) a não percepção do que vem a ser uma situação multiplicativa, expressada na dificuldade em lidar com as possíveis relações entre quatro termos;

g) a não aceitação de um novo tipo de número: os números racionais.

Do ponto de vista profissional:

- **Estudo I:**

a) o professor enquanto professor, concentra suas escolhas pedagógicas no juízo de valores bom ou ruim. Mais precisamente, sua avaliação quanto aos recursos pedagógicos à sua disposição, não se reflete na elaboração de suas atividades.

- **Estudo II:**

b) a repetição, sem reflexão, de regras que aparecem nos livros didáticos. Essas professoras não se preocupam se as regras que elas memorizaram num domínio de validade, são verdadeiras ou falsas em outros domínios.

Podemos observar pelos reultados explicitados anteriormente, que encontramos nas dificuldades apresentadas pelas professoras (principalmente no tratamento dado aos objetos matemáticos do Campo Multiplicativo), aspectos relacionados ao mesmo tipo de dificuldade que o aluno demonstra em sala de aula. Por exemplo, a dificuldade de dar significado ao resto da divisão euclidiana. Esse aspecto, também influenciou nossas conclusões.

4. Conclusões

Nossas conclusões não têm a pretensão de ir além da amostra estudada, ou seja, ela só se refere aos grupos de professores que participaram do estudo I e estudo II, respectivamente. E com relação a esses grupos, concluímos:

◆ as professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo. Elas acreditam que a operação de divisão se resume a distribuição em partes iguais e a operação de multiplicação, a soma de parcelas iguais. A comparação entre quantidades (razão), são associadas principalmente às operações do Campo Aditivo.

Podemos dizer que para nossa amostra o campo conceitual multiplicativo resume-se às seguintes concepções: *"multiplicação sempre aumenta"*, *"divisão sempre diminui"*, *"dividir significa distribuir em partes iguais"*, e *"multiplicar significa somar parcelas iguais"*. Esta conclusão responde a nossa questão de pesquisa, qual seja, a que indagava sobre as concepções do Campo Conceitual Multiplicativo dessas professoras. Como não podemos separar concepção de competência, esta conclusão nos esclarece como essas professoras entendem as continuidades e descontinuidades de raciocínios na passagem do Campo Aditivo para o Multiplicativo. E por fim, como elas lidam e entendem as relações entre termos no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

Esta conclusão pode ser justificada por: a) o comportamento de nossa amostra retrata uma consequência das escolhas pedagógicas que as professoras fazem; ou b) é possível que as professoras desconheçam as várias situações presentes nos campos conceituais e por isso não as usem, ou c) pode ocorrer simultaneamente a) e b).

Com relação as escolhas que elas fazem, acredito que a utilização do livro didático, como fim e não como meio, reforce esse comportamento. O professor deve estar atento e escolher um bom livro de Matemática para ser adotado no decorrer do ano letivo, mas isso não garante que seus alunos vão aprender mais porque o livro foi de boa qualidade.

É importante, portanto, que o professor tenha sempre em mente que o que vai contribuir para o processo de ensino-aprendizagem em sala de aula é a sua própria visão crítica desse material. Em outras palavras, a principal ferramenta do professor é a forma como ele lida com o conteúdo e como o trabalha com seu aluno; o livro não passa de uma ferramenta secundária, que em momento algum deve ser mais valiosa do que a abordagem e estratégia adotadas pelo professor em determinado assunto.

Com relação a segunda justificativa, devemos considerar que se o professor desconhece o conteúdo que pretende trabalhar em sua aula, ou ainda, se sente dificuldade em abordá-lo de forma diversificada, é preciso que pensemos no que vem a ser o processo de atualização da carreira do magistério.

Hoje em dia, todas as carreiras estão passando por este processo de atualização. E o que vem a ser ele no magistério? Acreditamos que esse processo aconteça por meio de programas de capacitação profissional, onde devemos levar em consideração a Matemática como uma prática social. Nesses programas é possível ampliar a visão do professor sobre questões do seu ambiente sócio-cultural, fazendo com que ele se conscientize e entenda os vários sistemas de signos presentes na sociedade, na escola, na sala de aula e também na matemática. Acreditamos ainda que esse processo de atualização passe pela redescrição dos conteúdos matemáticos com os quais esse professor lida, ou seja, o desenvolvimento de novos esquemas de ação onde o professor consiga estabelecer conexões entre um antigo significado e o sistema coletivo de signos presente na escola.

◆ As professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios.

Esta nossa conclusão retrata a representação simbólica que essas professoras têm desse Campo, a qual permite que elas usem propriedades exclusivas de um domínio de validade dentro de outro. Estas representações aparecem no tipo de tratamento matemático que elas apresentaram nesse Campo, bem como na falta de competência demonstrada na elaboração e resolução de problemas.

Novamente é importante que procedamos a discussão desta conclusão abordando pelo menos dois pontos: a utilização e elaboração de situação-problema na prática desse professor e a relação entre os conceitos presentes no campo multiplicativo.

Quanto à elaboração e utilização de situação-problema, acreditamos que essas professoras não as pratiquem, provavelmente por não estarem acostumadas a buscar as possíveis conexões entre conceitos, e este tipo de atividade é fundamental para a busca dessas conexões. Contudo esta prática poderia auxiliá-las também no estabelecimento das possíveis relações entre conceitos presentes no Campo Multiplicativo. É importante que fique claro a minha própria crença no papel do professor enquanto mediador não só dos conceitos que ele quer ensinar, mas também das situações que serão abordadas na sua sala de aula.

No que diz respeito as possíveis relações entre conceitos, gostaríamos de discutir um aspecto mais específico, o qual se refere ao entendimento que essas professoras têm dos números racionais.

Nossa pesquisa não investigou a questão das várias representações dos números racionais (pois não explorou situações nesse sentido), mas ela detectou a dificuldade dessas professoras em admitir a existência desse novo conjunto numérico. Porém tivemos evidências de que as professoras não conseguem organizar este conteúdo matemático, ou seja, apesar das várias escritas dos números racionais (porcentagem, fração, n.º decimal), eles pertencem a um único conjunto numérico,**Q**. Tal fato, provavelmente interfere, de forma negativa, nas referências dos alunos.

Por fim, uma articulação dessas duas conclusões nos permite discutir um aspecto mais geral, relacionado a postura profissional dessas professoras.

Ficou claro que as professoras mostravam-se acomodadas dentro do atual quadro vigente na Educação. Ou seja, baixos salários, má condição das escolas, excesso de trabalho, entre outros fatores. Porém é necessário que essas professoras tenham a consciência profissional de que esse panorama não deve ser usado como desculpa para uma má prática pedagógica. Embora estes fatores influenciem diretamente em sua prática, eles não devem justifica-la, isto é, a prática de cada professora revela principalmente a característica individual de cada uma delas, logo não se resume a problemas presentes numa determinada instância.

O Homem hoje em dia passa por um processo de valorização do tempo que gasta com suas atividades diárias. O professor dentro desse quadro também deve redescutir e repensar suas próprias relações com o trabalho.

5. Bibliografia

BELL, A., FISCHBEIN, E. , GREER, B. (1984). "Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effect of number size, problem structure and context". *Educational Studies in Mathematics* **15**, pp. 129-147.

BROUSSEAU, G. (1981). "Problémes de Didactique des decimaux" *Recherches en Didactique des Mathématiques* **2**, vol. 4.

GRAEBER, A. O., TIROSH, D. (1990). "Insights fourth and fifth graders bring to multiplication and division with decimals". *Educational Studies in Mathematics* **21**, pp. 565-588.

GREER, B. (1988). "Nonconservation of multiplication and division: Analysis of a sympton". *Journal of Mathematical Behavior* **7**, pp. 281-298.

HAREL, G., BEHR, M.,POST, T., LESH, R. (1994). "The impact of number type on the solution of multiplication and division problems: Further considerations", em Harel, G. & Confrey, J. (eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics.* State University of New York Press.

MAGINA, S., CAMPOS, T., CUNHA, M. C. C., CANOAS, S. S. "Operações de transformação de referente: resoluções dos professores" Revista Brasileira de Educação Pedagógica – RBEP - Vol. 78, No 188/189/190 pp445-457,

NUNES, T., BRYANT, P. (1996). *Children doing Mathematics.* Blackwell- Publishers, London.

SCHWARTZ, J. (1988). "Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations". In J. Hiebert & M. Behr (eds.), *Number Concepts and Operations in Middle Grades.* Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, pp. 41-52

SIMON, M. A. (1993). "Prospective elementary teachers' knowledge of division". *Journal for Research in Mathematics Education* **24**, pp. 223-254.

SIMON, M. A., & BLUME, G. (1994). "Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers". *Journal for Research in Mathematics Education* **25**, pp. 472-493.

THOMPSON, P. W., & THOMPSON, A. G. (1994). "Talking about rates conceptually, Part I: A teachers struggle". *Journal for Research in Mathematics Education* **25**, pp. 279-303.

TSAMIR, P.(1996). "Two problems under one title: the case of division by zero". *PME – 20, pp.347 – 354.*.

VERGNAUD, G (1982) " A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems". em Carpenter, T.; Moser, J.; Romberg, T. (Eds.) *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*, New Jerssey, Lawrence Erlbaun. pp. 60-67

. ________ (1983). "Multiplicative structures". Em R. Lesh & Landau (eds.), *Aquisitions of mathematics concepts and procedures.* New York: Academic Press, pp. 127-174.

________ (1987). "Problem solving and concept development in learning of Mathematics". *E.A.R.L.I., Second meeting*, Tübigen, September.

________ (1988). "Multiplicative structures", em Hilbert, J. e Behr,M. (eds.), *Number Concepts and Operations in Middle Grades*, Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, pp. 141-161.

________ (1990) " La théorie des champs conceptuels". *Recherches en Didactique des Mathématiques* **23**, vol. 10, pp. 133-170.

________ (1994). "Multiplicative Conceptual Field: What and Why?" em Harel, G. & Confrey, J. (eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics.* State University of New York Press.

VYGOTSKY, L. (1995). Pensamento e Linguagem, São Paulo: Martins Fontes.

ESPAÇO E FORMA - A CONSTRUÇÃO DE NOÇÕES GEOMÉTRICAS PELAS CRIANÇAS DAS QUATROS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL[6]

Tânia M. M. Campos
Célia M. C. Pires
Edda Curi
PROEM – PUC/SP

Esta pesquisa teve como objetivos investigar a construção das noções de espaço e forma pelas crianças de 7 a 10/11 anos, identificar as representações de professores frente à geometria e avaliar o papel da informática educativa na construção de conhecimentos geométricos pelas crianças. Além disso, visava propor alternativas de trabalho, incluindo o uso do computador.

Neste resumo, apresentaremos o estudo referente às duas primeiras questões, aplicado na "Escola Experimental da Lapa" na cidade de São Paulo de 1996 a 1999 e envolveu 12 professores da PUC/SP e 30 professores do Experimental.

Iniciamos o trabalho com a aplicação de um instrumento visando levantar as representações dos professores envolvidos, assim como entrevistas para o levantamento dos conhecimentos prévios das crianças. Durante todo o período da pesquisa foram organizados seminários quinzenais com a equipe, sendo a formação via pesquisa uma constante. Foram construídas atividades, com reflexões sobre as aplicações das mesmas numa construção coletiva dos conceitos envolvidos. A partir das discussões e reflexões foi elaborada uma seleção e organização dos conteúdos por séries, cujos resultados estão sendo publicados no livro Espaço e Forma. Como resultados principais deste trabalho, temos:

- quanto às relações espaciais: na 1ª série as crianças conseguiram dar e receber informações sobre sua localização em espaços como a sala de aula e a escola. No entanto, nem sempre eram capazes de selecionar pontos de referência adequados e nas representações gráficas usavam elementos supérfluos. Nas séries seguintes, observou-se o uso de nomenclatura específica, como "vire a esquerda", "siga reto" no lugar de "segue toda vida". Também usavam a folha de papel de forma mais adequada, de modo a manter proporções nos desenhos da sala e da escola.
- quanto às formas espaciais: na 1ª série, as crianças perceberam a existência de superfícies planas e arredondadas, de bicos (vértices) e arestas. Ao serem solicitadas para representá-las, por meio de desenhos, a grande maioria desenhava uma das faces da caixa. Já na 2ª série, elas representavam não só o que estavam vendo, mas também o que sabiam que a figura continha. Nas 3ª e 4ª séries, contavam faces, vértices e arestas, embora não percebessem relações entre os números obtidos. Persiste o conflito entre o "visto" e o "sabido" na representação das figuras tridimensionais.
- quanto às formas planas: as crianças da 1ª e 2ª séries, mantinham os aspectos topológicos das figuras, mas não os aspectos métricos, nem mesmo usando papel quadriculado. Na 3ª e 4ª séries, já se preocupavam com medidas e usavam réguas. Na classificação de polígonos aparece em primeiro lugar o número de lados das figuras.

Como principais mudanças observadas no ambiente escolar podemos citar, por parte dos professores, uma maior segurança para trabalhar com Geometria e o desenvolvimento de uma prática reflexiva buscando transformá-la e por parte dos alunos, foi observada a melhoria do desempenho dos mesmos no SARESP/98/99, nas questões de Geometria.

Bibliografia
Bishop, A. J. (1983) *Space and Geometry* in Lesh, R. & Landau, M. (Eds.) Acquisition of Mathematics Concepts and processes, Academic Press, New York.

[6] Projeto financiado pela FAPESP, processo nº 1996/2517-3.

Grupo de Trabalho 2

Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental

Coordenação
Célia Maria Carolino Pires
Antônio José Lopes
Estela Kaufman Fainguelernt

Apresentação

O processo de implementação de reorientações curriculares, nas últimas décadas e mais recentemente tem encontrado barreiras. Apesar de não haver críticas contundentes e explícitas por parte dos professores às idéias nela contidas, o fato é que sua incorporação à prática não tem ocorrido como se poderia esperar. Há fatores bastante decisivos referentes às questões salariais, à rotatividade de pessoal nas escolas e à própria formação docente, interferindo negativamente no desenvolvimento do processo.

Esses obstáculos apontados explicam em grande parte o desempenho insatisfatório dos alunos revelado pelas elevadas taxas de retenção em Matemática, o que a faz atuar como filtro social no Ensino Fundamental, selecionando os que terão oportunidade ou não de concluir esse segmento de ensino.

Os resultados obtidos pelos alunos do ensino fundamental nos testes de rendimento em Matemática, aplicados em todo o país, também são indicadores expressivos de como se encontra o ensino dessa área. As provas de Matemática aplicadas em 1993, pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica — SAEB — indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série e subia para 5,9% na sétima série. Nas provas de Matemática, aplicadas em 1995, abrangendo alunos de quartas e oitavas séries do ensino fundamental, os percentuais de acerto por série/grau e por capacidades cognitivas indicavam que as maiores dificuldades encontravam-se nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas. Na mais recente avaliação constata-se que não há mudanças positivas.

Nesse contexto é fundamental analisar e divulgar experiências e investigações que possam contribuir no sentido de transformar propostas e idéias inovadoras em ações efetivas na sala de aula.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL é um tema que reúne estudos diferenciados.

Grande parte deles fazem referência a novas abordagens didáticas e metodológicas e apoiam-se, em especial, nas teorias sobre conhecimento e aprendizagem fornecendo subsídios para a elaboração de propostas curriculares, o uso de recursos didáticos e tecnológicos, o trabalho em sala de aula com conteúdos específicos. Os títulos de alguns trabalhos de mestrado ou doutorado indicados abaixo exemplificam esse grupo de investigações.

A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular.

Aprendendo e ensinado geometria com demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de Matemática do ensino fundamental.

As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª série.

Balança de dois pratos e problemas verbais como ambiente didático para iniciação à Álgebra: um estudo comparativo.

Buscando semelhanças encontramos mais que meras coincidências

Conceitos algébricos iniciais: um estudo sobre a formação nos anos de escolaridade.

Didática comunicativa em Educação Matemática: o ensino de equações de primeiro grau numa perspectiva habermasiana.

Elaboração/leitura de códigos para entender o X da questão

Ensino de geometria através de ornamentos.

Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª série, via caleidoscópio.

Erros e dificuldades no ensino da álgebra: tratamento dado por professores de 7ª série em aula.

Introdução ao ensino de álgebra elementar: o simbolismo algébrico nos livros-texto

Matemática financeira através de atividades orientadoras de ensino com jornais e dinâmica de grupo.

Medida e proporcionalidade na escola e no mundo de trabalho

Número racional: relações necessárias à sua compreensão.

Números decimais: problemas e compreensão e de representação

Números racionais e raciocínio proporcional: considerações sobre o ensino-aprendizagem

Números racionais e raciocínio proporcional: considerações sobre o ensino aprendizagem

Números racionais no ensino fundamental: múltiplas considerações.

O ensino de Matemática no primeiro grau: um estudo sobre o significado dos conceitos geométricos para os alunos da oitava série

O papel da argumentação no ensino da geometria: um estudo de caso

Pensando algebricamente antes da 7ª série: uma outra perspectiva nos processos de construção do conhecimento

Revisitando a raiz quadrada: uma proposta alternativa de ensino.

Simetria: fenômeno e metodologia.

Sobre a contribuição do ensino de desenho geométrico nas artes e na Matemática: a importância da integração curricular

Sobre a introdução de número fracionário

Sobre a introdução do conceito de número fracionário

Uma análise comparativa da aprendizagem do conceito de fração em alunos submetidos a dois métodos diferentes

Uma seqüência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino de geometria.

Uma seqüência didática para o ensino-aprendizagem de função do segundo grau

Num segundo grupo de pesquisas podemos agrupar os trabalhos que fazem referência ao pensamento do professor e à influência de seu marco conceitual sobre suas maneiras de agir e os que fazem referência aos alunos, buscando compreender suas idéias, dificuldades que têm na aprendizagem, influência do meio social, cultural e afetivo sobre a aprendizagem, o papel da motivação e dos interesses dos alunos, das atitudes e das aptidões, das interações entre estudantes e entre professores e estudantes. Os títulos de alguns trabalhos de mestrado ou doutorado indicados abaixo exemplificam esse grupo de investigações.

A atitude interdisciplinar como fundamentação para o ensino de Matemática.

Educação Matemática: Matemática e educação para o consumo

O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais

O ensino de álgebra elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história

Os desafios de ensinar-aprender Matemática no noturno, um estudo de crenças dos estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte

O significado de termos relativos à ordenação no tempo: a influência do uso cotidiano no uso matemático.

Há ainda estudos que focalizam os currículos e programas oficiais e suas interferências no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Os títulos de alguns trabalhos de mestrado ou doutorado indicados abaixo exemplificam esse grupo de investigações.

Currículos de Matemática: da organização linear à idéia e rede

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática: um estudo de pareceres

Seria ainda muito importante identificar trabalhos, diretamente relacionados às últimas séries do ensino fundamental, referentes a:

- investigações relativas a multiculturalismo e questões relacionadas, como a Etnomatemática e os problemas relativos a questões de gênero e de discriminação;

- estudos que investigam a História da Matemática como elemento motivador e como caminho para esclarecer a origem das idéias Matemáticas;

- investigações relativas ao marco em que se desenvolve o ensino (contexto), como é a escola, a aula, a oficina, o laboratório, as interrelações aluno-aluno, professor-aluno, professor-classe.

Síntese de trabalhos

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO DOS PARECERES

Ruy César Pietropaolo
PUC/SP

Neste artigo fazemos uma síntese de parte de nosso estudo sobre os pareceres referentes aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, documentos do Ministério da Educação e do Desporto, elaborados a partir de 1996. Nosso propósito é evidenciar e analisar alguns consensos e dissensos entre os educadores matemáticos que emitiram esses pareceres sobre a relevância, a necessidade e as concepções desse documento.

Analisamos 96 documentos, ou seja, todo o conjunto de pareceres individuais e parte dos institucionais enviados pelos leitores críticos à Secretaria de Educação Fundamental do MEC. Desses, 61 referem-se ao primeiro e segundo ciclos e 35 ao terceiro e quarto ciclos. Estes números incluem também todos os pareceres institucionais dos dois ciclos finais e apenas 60% dos institucionais dos dois primeiros.

Embora sejamos um dos elaboradores dos PCN, pois escrevemos o documento de Matemática para o terceiro e quarto ciclos, afirmamos que os mesmos não refletem integralmente todas as nossas concepções e vivências sobre o ensino dessa área do conhecimento, uma vez que sofreram intervenções ao longo do processo. Estas modificações, necessárias e fundamentais em um regime democrático, decorreram de negociações, em diversas instâncias, com membros da comunidade de educadores matemáticos.

De fato, os estudos sobre currículo realizados por Apple (1992), Goodson (1991) e outros, revelam que ocorrem soluções negociadas para os conflitos e contradições surgidos, ainda durante seu próprio processo de elaboração. Saviani (1995) ressalta que, na implementação dos currículos, entram em jogo outros conflitos, decorrentes de prováveis confrontos entre as diferentes representações e posições cristalizadas dos educadores sobre o processo de ensino e de aprendizagem da área de conhecimento em questão, além dos diferentes graus de aceitação ou de rejeição que apresentam em relação às propostas.

Como estes fatos surgiram no processo de elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, podemos afirmar que eles são resultantes de negociações políticas de alguns grupos de educadores matemáticos socialmente articulados, pois neste cenário, não havia, a priori, um consenso sobre a necessidade de um currículo nacional ou sobre a validade da iniciativa, menos ainda em torno de uma unicidade teórica para o documento a ser elaborado.

É fundamental esclarecer, ainda, que não tivemos a intenção de mostrar os PCN de Matemática numa perspectiva que os referendassem como o coroamento de um processo evolutivo ou de demonstrar que suas vicissitudes são meras conseqüências do passado, no sentido de causa e efeito, como escolhas errôneas dos educadores. Pretendíamos, sim, apontar aspectos em que os Parâmetros representassem consenso na área de Educação Matemática, como indicar questões que geraram conflitos entre os educadores. Para isso, consideramos importante destacar os aspectos apresentados pelos parecerístas em relação à relevância, à validade da iniciativa e às concepções dos PCN.

De modo geral, os pareceristas consideram que os PCN podem promover uma reflexão bastante profunda sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, não apenas quanto aos objetivos, conteúdos e métodos, mas, em especial, sobre o papel dessa área do conhecimento na construção da cidadania.

Vimos que a maioria absoluta dos pareceristas dos PCN considera relevantes os documentos de Matemática, uma vez que estes refletem as recomendações dos educadores matemáticos desde os anos 80 e sistematizam questões de primeira ordem sobre o ensino e a aprendizagem dessa área do conhecimento. Houve, portanto, consenso sobre o caráter inovador dos PCN, sobretudo pela incorporação de recentes pesquisas da Educação e da Educação Matemática.

Salientamos que, apesar do elevado índice de pareceres considerando válida a iniciativa do Ministério da Educação, fundamentalmente por estabelecerem diretrizes curriculares que servem de contraponto às veiculadas por muitos livros didáticos, não se pode dizer que houve total consenso sobre a necessidade dos PCN nesse atual momento. Houve pareceristas — poucos, mas enfáticos — que se contrapuseram à existência desses documentos. Os argumentos para essa posição desfavorável apontam, em geral, o caráter diretivo, homogeneizador e normativo dos Parâmetros, ferindo a autonomia das várias instâncias de decisão, pois em um contexto democrático, não tem sentido, segundo esses leitores críticos, falar-se em um referencial curricular comum. Alguns chegaram a classificar os Parâmetros de pretensiosos ou ingênuos por refletirem uma crença demasiadamente excessiva no papel transformador do currículo.

Quanto às concepções teóricas adotadas pelo documento de Matemática, pode-se afirmar que elas também foram amplamente aceitas, apesar das controvérsias em alguns aspectos como a Resolução de Problemas ser o ponto de partida da atividade matemática, e da História da Matemática ser um meio de ensinar e aprender conceitos e procedimentos matemáticos.

Quanto a História da Matemática, muitos pareceristas não se manifestam a respeito da posição dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o papel que ela pode desenvolver no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas, os que o fizeram foram enfáticos em suas observações e, algumas vezes, céticos quanto a esse papel.

Dentre os pareceristas favoráveis à inclusão da História da Matemática - HM - como meio para se aprender e ensinar Matemática a maioria dos pareceristas concorda com os pressupostos dos PCN, embora considerem tímida a dimensão que lhe foi atribuída. Estes pareceres sugerem, de forma enfática, ampliar o papel da HM, em especial, nas séries finais. Outros, ao contrário, elogiam os Parâmetros justamente pelas restrições que esse documento faz a respeito da HM: "os recursos à História são, muitas vezes, motivadores, mas, como aliás está dito corretamente, devem ser utilizados com moderação".

Por outro lado, muitos dos pareceristas e defensores das potencialidades pedagógicas da HM consideram que os Parâmetros não apresentam, com a profundidade necessária, sua visão e concepção do papel dessa história no currículo de Matemática da escola básica. Em alguns pareceres, pode-se perceber a existência de uma forte crítica à utilização da HM como um recurso pedagógico por não haver estudos e pesquisas suficientes sobre esse uso em salas de aula. Alguns pareceristas também comentam que a posição dos PCN é bastante ambígua quanto ao papel atribuído à HM no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e fazem questionamentos como:

> "Pode-se inferir que a História da Matemática como recurso tem no documento o mesmo peso da Resolução de Problemas? Penso que não. Aliás, qual é a concepção epistemológica da História da Matemática nos PCN? Estas questões são vitais e precisam ser esclarecidas!".

É necessário salientar, ainda, que alguns pareceristas solicitam a inclusão da História da Matemática como um conteúdo específico já a partir do 2º ciclo (3ª e 4ª séries) e não como um meio de ensinar e aprender Matemática.

A justificativa encontrada nos PCN para a adoção da História da Matemática como um interessante caminho para o "fazer matemática" em sala de aula, é considerar que a abordagem dos conceitos em conexão com sua história faz com que estes constituam veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. "A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural". Os Parâmetros destacam também que a abordagem histórica não deve ser entendida simplesmente como se o professor devesse "...situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre, em suas aulas, trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados".

Os pareceristas que consideram pouco fundamentada a opção dos PCN pela História da Matemática como um meio de se ensinar e aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticos sugerem, em seus pareceres, a incorporação nesse documento de justificativas mais consistentes. Os argumentos mais recorrentes entre esses pareceristas é que a História da Matemática:

aponta métodos eficazes para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos;

estimula o interesse do aluno – a HM é "mola propulsora do processo ensino-aprendizagem de Matemática";

motiva o aluno por fornecer situações-problema estimulantes, recreativas e curiosas.

é uma "fonte de objetivos" para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática;

favorece o desenvolvimento de "atitudes matemáticas" como "lançar-se na busca de soluções para um problema", investigar, etc.

Dentre os educadores que se manifestaram contrários à HM no currículo como um recurso para aprender Matemática, os argumentos, via de regra, foram os seguintes:

não existe uma literatura apropriada para os professores do Ensino Fundamental e Médio que exemplifique e dimensione esse papel;

a história pode tornar-se um obstáculo a mais para os alunos, em especial os das séries iniciais, pois eles teriam que se apropriar dos contextos das situações-problema que geraram determinado conceito;

Esses argumentos, tanto os favoráveis como os contrários, a respeito da História da Matemática como um meio de "fazer Matemática" no Ensino Fundamental, também foram detectados e analisados por Miguel (1993, 1997) em seus estudos sobre as potencialidades pedagógicas da história. Nesses estudos, Miguel descreve e analisa também outras justificativas que reforçam a relação entre a História e a Educação Matemática.

Apesar das discordâncias encontradas nos pareceres que fizeram considerações sobre o papel da História, existe uma posição quase consensual entre eles: para que a História da Matemática tenha no currículo, a dimensão dada pelos PCN, é preciso mais pesquisas, artigos e livros (incluindo-se os didáticos) que fundamentem e operacionalizem essa diretriz no dia-a-dia da sala de aula.

Assim, as freqüentes discussões sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática ocorridas em nosso país, em Congressos de Educação Matemática e de História da Matemática, como também no âmbito da pesquisa, parecem não repercutir ainda em boa parte dos educadores matemáticos.

Outro ponto importante que pudemos perceber em nosso trabalho trata-se dos diferentes significados que educadores matemáticos atribuem ao termo Resolução de Problemas e seu papel no currículo. Aproximadamente 35% dos pareceristas consideram que a RP é um "processo especial constituído de etapas com recursos e estratégias heurísticas próprias, as quais devem ser exploradas, ensinadas e desenvolvidas em sala de aula". Pouco mais de 40% consideram a Resolução de Problemas como um método/recurso que pressupõe a abordagem de todo e qualquer conteúdo no contexto de situações-problema.

Alguns dos pareceristas, em torno de 10%, criticam veemente a posição dos PCN a respeito da Resolução de Problemas pois consideram que ela deve ser encarada fundamentalmente como aplicação dos conteúdos desenvolvidos, pois ela, enquanto ponto de partida da atividade matemática, limitaria o processo de ensino e aprendizagem.

No entanto, alguns pareceristas criticam a posição dos PCN a respeito da Resolução de Problemas tal como foi indicada, por priorizar o "aprender a fazer". Para esses, a ênfase dada à resolução de problemas no documento de Matemática não é oposta à ênfase nos exercícios, porque todo problema seria artificial. O tratamento mais adequado para as situações de aprendizagem, segundo esses leitores, é a modelagem, não mencionada no documento. Os dois caminhos — Resolução de Problemas e Modelagem — implicam posturas epistemológicas diferentes frente à Matemática, pondera o parecerista.

A breve análise que aqui fizemos sobre a percepção dos pareceristas a respeito da Resolução de Problemas no documento de Matemática, deixa bastante clara a necessidade de pesquisas sobre essa questão e de documentos que venham a subsidiar essas discussões. Certamente, com mais estudos e pesquisas sobre uma teoria filosófica e epistemológica que fundamente a Resolução de Problemas, será possível conferir maior consistência e coerência desse princípio nos currículos de Matemática.

Em síntese, o que pudemos observar é que entre as duas posições antagônicas dos pareceristas — a que sugere maior abertura e flexibilidade dos PCN, e a outra que questiona a sua excessiva generalidade e solicita orientações didáticas mais específicas e fechadas para o professor — existe uma multiplicidade de posições intermediárias, refletindo cada uma delas concepções diferentes do que seja currículo e talvez, até mesmo, do que seja a própria Educação Matemática.

No entanto, apesar dessa diversidade de opiniões, pudemos constatar entre os pareceristas que analisaram mais profundamente os documentos de Matemática, uma posição comum: indicaram quase sempre a inclusão de mais conteúdos e raramente sugeriram a exclusão ou mesmo diminuição da ênfase em alguns. Evidentemente, esperávamos, como elaboradores, que os leitores críticos pudessem dar mais subsídios a respeito dessa questão, uma vez que a extensão dos conteúdos tem sido apontada pelos professores do Ensino Fundamental, em especial os das quatro últimas séries, como uma das razões da inviabilização dos programas. Esses leitores, em suas análises, não questionam, ou mesmo parecem não reconhecer o amplo congestionamento dos programas de Matemática[1].

Diante disso, ainda que consideremos, muitas vezes, como falsos problemas as questões que normalmente envolvem os conteúdos de Matemática — como as bipolaridades existentes entre extensão e seleção e entre quantidade e qualidade —, pois estão mais diretamente relacionadas às dosagens e ênfases nos diferentes assuntos e temas e às possíveis articulações entre eles, não há como negar que os programas de Matemática são extensos. Alguns pareceristas sugerem, até mesmo, prolongar a duração da escola básica, uma vez que, para se atingir os objetivos propostos pelos PCN, foi necessário "sobrecarregar" ainda mais os programas.

Houve consenso entre os pareceristas a respeito da inclusão no currículo dos novos conteúdos

---

[1] Um dos pareceristas (62) coloca que "análises comparativas de currículos mostram que o Brasil tem um dos currículos mais extensos, menos aprofundados e com resultados dos mais discutíveis"

propostos nos PCN. No entanto, a maioria desses leitores, a julgar pelas sugestões de acréscimos e solicitações de não eliminação de temas, embora não defenda explicitamente a hierarquização dos conteúdos, deixa transparecer que a linearidade deve ser o critério fundamental para organizar os conteúdos. É importante ainda ressaltar que muitos pareceristas, apesar de defenderem a flexibilidade dos currículos quanto às metodologias, para atender às diversidades, não o fazem quando se trata de selecionar e organizar os conteúdos.

Outra questão recorrente entre os pareceristas é a preocupação de que não venha a ocorrer com os PCN o mesmo que aconteceu com os currículos que os precederam: as interpretações não adequadas das referências teóricas acabaram por ser reduzidas em sala de aula a práticas desastrosas e transformaram, por vezes, o espaço escolar em laboratório empírico de ensaio e erro. O resultado é o ceticismo e o distanciamento dos professores de práticas educativas inovadoras. Procurar meios para vencer esse ceticismo será, portanto, o maior desafio da Secretaria de Educação Fundamental na elaboração dos projetos de implementação dos PCN.

A primeira dessas ações decorre de um absoluto consenso entre os pareceristas: para a implementação dos PCN é fundamental uma política voltada para a formação dos professores, inicial e continuada, atrelada a uma política de valorização da carreira. Esta é uma questão que está na pauta das discussões não só no Brasil, mas também em diferentes países.

Para finalizar, as reflexões que fizemos ao longo de nosso trabalho, suscitadas pelas análises dos pareceristas sobre a versão preliminar dos Parâmetros Curriculares Nacionais, permitem-nos dizer que a comunidade de educadores matemáticos, das mais diferentes instituições e em funções de naturezas distintas, tem uma tarefa pela frente que é a proposição de pesquisas e projetos que visem a promover as mudanças que forem necessárias para a democratização e melhoria da qualidade de ensino e de aprendizagem da Matemática.

CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA: DA ORGANIZAÇÃO LINEAR À IDÉIA DE REDE

Célia Maria Carolino Pires[2]

PUC/SP

Comparando os currículos de Matemática elaborados desde o surgimento do Movimento Matemática Moderna até os dias atuais, podemos destacar um traço marcante em sua organização, pouco discutido que é a **linearidade** na construção do conhecimento matemático; apoiados num modelo curricular cartesiano, os elaboradores de currículos parecem aceitar que é necessário cumprir metas cartesianamente definidas, num dado espaço de tempo, em que um dado conteúdo só pode ser introduzido após um determinado conteúdo precedente e que cada unidade justifica-se em termos da sua utilidade para a unidade seguinte.

Essa linearidade, que se concretiza numa sucessão de tópicos que devem ser apresentados numa certa ordem, embora possa parecer, a princípio, detalhe de pouca importância, conduz a uma prática educativa excessivamente fechada, em que há pouco espaço para a criatividade, para a utilização de metodologias como a resolução de problemas, para a abordagem interdisciplinar, para o estabelecimento de relações entre os diferentes campos matemáticos, enfim, para a consecução de metas colocadas para o ensino de Matemática pelas recentes propostas curriculares.

Buscando fontes de sustentação para uma proposta alternativa de organização de currículos de Matemática, em contraposição ao modelo linear, podemos identificar várias delas que, mesmo

[2] Tese de doutorado. FEUSP.1995. Orientação: Prof. Dr. Nilson José Machado

tendo origens diferentes, têm uma característica comum, que pode ser traduzida por termos tais como interação, relação, integração, conexão, interligação, teia, rede.

Na Pedagogia, podemos encontrar fundamentos da interdisciplinaridade, ou seja, da interação entre duas ou mais disciplinas, em que se busca uma visão sintética, uma reconstrução da unidade perdida, da interação e da complementaridade nas ações envolvendo diferentes disciplinas.

Na Ciência, a análise do paradigma emergente nos proporciona contato com instrumentos como a Analogia e a Metáfora, que possibilitam a realização de inferências a partir de semelhanças conhecidas entre dois domínios. A ciência pós-moderna é uma ciência assumidamente analógica.

Na Biologia, destaca-se a concepção sistêmica da vida, por meio da qual, o mundo é visto em termos de relações e de integração; os sistemas são totalidades integradas e os princípios básicos de organização são enfatizados no lugar de elementos ou substâncias básicas.

Na Física, é possível penetrar na metáfora do universo como teia, em que este é concebido como uma teia dinâmica de eventos inter-relacionados. Nenhuma das propriedades de qualquer parte dessa teia é fundamental; todas decorrem das propriedades das outras partes e a consistência global de suas relações mútuas determina a estrutura de toda a teia.

Na Psicologia, emergem teorias sobre as inteligências múltiplas, ou seja, a defesa de que as manifestações de inteligência compõem um amplo espectro de competências, incluindo as dimensões lingüística, lógico-matemática, musical, corporal-cinestésica, espacial, intrapessoal, interpessoal e que todos nós nascemos com potencial para desenvolver múltiplas inteligências.

Na Matemática, retomando-se a uma trilha aparentemente esquecida pelos elaboradores de currículo, encontram-se as estruturas e suas mais novas descendentes: as categorias e as alegorias. A noção de estrutura caracteriza-se pelo deslocamento das atenções do ser como "essência" para os objetos articulados por sistemas de relações. Com as categorias, ocorre um deslocamento decisivo nas atenções dos entes para as relações, na medida em que, tendo por objetos as próprias estruturas matemáticas, os objetos passam a ser, eles mesmos, constituídos por sistemas de relações, o que leva a uma fecunda dualidade entre objetos e relações.

Da Tecnologia da Informação, é possível emprestar a imagem do Hipertexto, ou seja, a escrita/leitura não linear em um sistema de informática, o sonho de uma imensa rede (Xanadu), acessível em tempo real, contendo todos os tesouros literários e científicos do mundo. Xanadu, como horizonte ideal ou absoluto do hipertexto, seria uma espécie de materialização do diálogo incessante e múltiplo que a humanidade mantém consigo mesma e com seu passado.

Na Educação, é possível revisitar a proposta de construção de teias de aprendizagem, como forma de dar a todos que queiram aprender acesso aos recursos disponíveis, em qualquer época de sua vida, capacitar a todos os que queiram partilhar o que sabem, a encontrar os que queiram aprender algo deles e, finalmente, dar oportunidade a todos os que queiram tornar público um assunto a que tenham possibilidade de que seu desafio seja conhecido.

Finalmente, no campo da Comunicação, encontramos a inspiração mais forte para o desenvolvimento da idéia de conhecimento como rede, uma imagem metafórica com importância crescente nos terrenos da epistemologia e da didática.

Quanto ao modelo do hipertexto, Lévy se propõe a caracterizá-lo por meio de seis princípios abstratos, a fim de preservar as possibilidades de múltiplas interpretações do modelo. São eles:

Princípio de metamorfose: a rede hipertextual está em constante construção e renegociação. Ela pode permanecer estável durante um certo tempo, mas esta estabilidade é em si mesma fruto de um trabalho. Sua extensão, sua composição e seu desenho estão permanentemente em jogo para os atores envolvidos, sejam eles humanos, palavras, traços de imagens ou de contexto, objetos técnicos, componentes desses objetos etc.

Princípio de heterogeneidade: os nós e as conexões de uma rede hipertextual são heterogêneos. Na memória serão encontradas imagens, sons, palavras, diversas sensações, modelos, etc., e as conexões serão lógicas, afetivas etc. Na comunicação, as mensagens serão multimídias, multimodais, analógicas, digitais etc. O processo sociotécnico colocará em jogo pessoas, grupos, artefatos, forças naturais de todos os tamanhos, com todos os tipos de associações que pudermos imaginar entre esses elementos.

Princípio de multiplicidade e de encaixe das escalas: o hipertexto se organiza em um mundo "fractal", ou seja, qualquer nó ou conexão, quando analisado, pode revelar-se como sendo composto por toda uma rede, e assim por diante, indefinidamente, ao longo da escala dos graus de precisão. Em algumas circunstâncias críticas, há efeitos que podem propagar-se de uma escala a outra: a interpretação de uma vírgula em um texto (elemento de uma microrrede de documentos), caso se trate de um tratado internacional, pode repercutir na vida de milhões de pessoas (na escala da macro-rede social).

Princípio de exterioridade: a rede não possui unidade orgânica, nem motor interno. Seu crescimento, sua diminuição, sua composição e sua recomposição permanente dependem de um exterior indeterminado: adição de novos elementos, conexões com outras redes, excitação de elementos terminais (captadores) etc. Por exemplo, para a rede semântica de uma pessoa escutando um discurso, a dinâmica dos estados e ativação resulta de uma fonte externa de palavras e imagens. Na constituição da rede sociotécnica intervêm o tempo todo elementos novos que não lhe pertenciam no instante anterior: eléctrons, micróbios, raios X, macromoléculas etc.

Princípio da topologia: nos hipertextos, tudo funciona por proximidade, por vizinhança. Neles o curso dos acontecimentos é uma questão de topologia, de caminhos. Não há espaço universal homogêneo onde haja forças de ligação e separação, onde as mensagens poderiam circular livremente. Tudo que se desloca deve utilizar-se da rede hipertextual tal como ela se encontra, ou então será obrigado a modificá-la. A rede não está no espaço, ela é o espaço.

Princípio da mobilidade dos centros: a rede não tem centro, ou melhor, possui permanentemente diversos centros que são como pontas luminosas perpetuamente móveis, saltando de um nó a outro, trazendo ao seu redor uma ramificação infinita de pequenas raízes, de rizomas, finas linhas brancas esboçando por um instante um mapa qualquer com detalhes delicados, e depois correndo para desenhar mais à frente outras paisagens do sentido.

Com base no estudo propiciado por essas fontes podemos esboçar algumas idéias referentes ao processo de organização curricular, especialmente em relação aos currículos de Matemática.

Alguns pontos de ordem geral foram levantados por estarem intimamente relacionas ao processo de organização curricular. São eles:

ESCOLA: no processo de organização curricular é fundamental que a escola seja vista como unidade de interação dos órgãos públicos com a rede de ensino. É ela que propõe e desenvolve projetos, os acompanha e avalia, não de forma solitária, mas procurando situar a dinâmica do conhecimento em contextos mais amplos. A rede escolar deve ser analisada como uma rede, ou seja, com características de heterogeneidade (cada escola é uma escola), de fractalidade (os efeitos se propagam na rede e cada escola, ao mesmo tempo que funciona como unidade na grande teia educacional é, ela própria, composta por toda uma rede, que inclui processos muitas vezes vistos como pertinentes exclusivamente em níveis superiores da organização, tais como projetos de capacitação de professores, política do livro didático, investimento de recursos e, em especial, organização de currículos). Como nó da rede é fundamental que a escola se enraíze na comunidade, assumindo o papel de mobilizadora e organizadora de um processo, num movimento que deve envolver os pais e comunidade, integrar os diversos espaços educacionais que existem na sociedade e, sobretudo, ajudar a criar o ambiente científico-cultural para o desenvolvimento de atitudes criativas do cidadão. A organização curricular deve criar um ambiente escolar que possa ser caracterizado como um espaço em que, além de buscar dados e informações, as pessoas têm possilidade de construção do seu conhecimento e de desenvolvimento de sua inteligência, com suas múltiplas competências. Esse espaço do conhecimento deverá estar, como parte de uma rede, permanentemente aberto.

CONHECIMENTO: o fato de o conhecimento ter passado a ser recurso fundamental na sociedade pós-industrial, o que cria novas dinâmicas sociais, econômicas e políticas, traz também desafios à questão curricular . A forma de organização dos currículos nas escolas, baseada no modelo taylorista de divisão de tarefas, precisa ser revista em função de novos paradigmas emergentes e, em particular, em relação às novas concepções sobre o conhecimento e a inteligência. Levando em conta que:

ambos resultam de redes complexas nas quais interagem um grande número de "atores";

compreender é apreender o significado;

para apreender significado de um objeto ou de um acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos;

Parece muito difícil continuar aceitando currículos linearmente estruturados, convivendo com uma prática cartesianamente orientada. O fato de os significados constituírem feixes de relações, de essas relações articularem-se em telas, construídas socialmente e individualmente e em permanente estado de atualização; a idéia, enfim, de que conhecer se assemelha à de enredar, coloca em evidência a inadequação dos modelos lineares de organização curricular que se baseiam na concepção de conhecimento como acúmulo e, por outro lado, a necessidade de incorporar a metáfora do conhecimento como rede à elaboração de currículos, com o objetivo de romper esse domínio da linearidade.

CURRÍCULO: um desenho curricular deve ser composto por uma pluralidade de pontos, ligados entre si por uma pluralidade de ramificações/caminhos, em que nenhum ponto (ou caminho) seja privilegiado em relação a outro, nem univocadamentre subordinado a qualquer um. Os caminhos percorridos, embora lineares, não devem ser vistos como os únicos possíveis; um percurso pode incluir tantos pontos quanto desejamos e, em particular, todos os pontos da rede. Desse modo, não existe nenhum caminho logicamente necessário e o mais curto pode ser, eventualmente, mais curto pode ser, eventualmente, mais difícil e menos interessante que outro mais longo. Escolhidos alguns temas (nós), não importa quais, os primeiros fios começam a ser puxados, dando início a percursos ditados pelas significações numa ampliação de eixos temáticos. Com isso, há condições de se fazer com que o estudo de qualquer conteúdo seja significativo para o aluno e não justificado apenas pela sua qualidade de pré-requisito para o estudo de outro conteúdo. Esse procedimento abre perspectivas para a abordagem interdisciplinar pois na medida em que cada professor busca relações de cada tema com outros assuntos, estejam eles no interior de sua disciplina ou fora dele, era muito provavelmente ocorrerá.

PLANEJAMENTO: o processo de construção de um currículo assim concebido só pode ser um processo em constante construção e renegociação, que leve em conta o princípio de metamorfose das redes. Ou seja, decisões e ações podem permanecer estáveis durante um certo tempo, mas esta estabilidade deve ser fruto de um trabalho pedagógico, constantemente avaliado. Além disso, ele subentende antecipação, isto é, referência ao futuro, e dimensionamento claro das possibilidades. As disciplinas fornecem o mapa de navegação na rede curricular e os especialistas de cada disciplina funcionam como consultores. A construção do projeto educacional da escola, que envolve a colaboração das diferentes disciplinas, deve procurar abarcar adequadamente o amplo campo da cognição humana, incluindo um conjunto mais amplo e universal de competências do que comumente se tem considerado, como nos ensina Gardner.

AVALIAÇÃO: uma importante contribuição da idéia de rede para a discussão sobre o processo de avaliação educacional é que ela deixa mais evidente a inadequação da associação imediata entre avaliar e medir. Na avaliação de redes de significados em que praticamente não existem padrões externos previamente definidos em que só existem diferenças a serem percebidas, a pretensão da medida cede lugar para a intenção indiciária; a tarefa do avaliador constitui, portanto, um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios a partir dos quais manifesta juízos de valor. Outra consideração a ser feita refere-se ao caminho de mão dupla entre planejamento e avaliação e à influência recíproca que deve haver entre esses dois processos, o que terá como conseqüência a avaliação permanente do próprio currículo. Finalmente , na medida em que a avaliação faz parte da rede curricular, ou seja, em que não é uma ocorrência externa, ela integra todos os momentos o processo de ensino-aprendizagem e, em decorrência da heterogeneidade dos elementos que compõem esse processo, fatalmente tem de ampliar o espectro de instrumentos que utiliza, para gerar informações úteis para professores e alunos.

Estabelecidos os pontos referentes à construção do cenário mais amplo em que se insere a organização curricular, podemos falar especificamente sobre os currículos Matemáticos, em particular.

ENREDAMENTO: em qualquer nível de ensino, os currículos de Matemática devem ser definidos com vistas à consecução dos objetivos educacionais consubstanciados na proposta educacional da escola, para cada curso; a busca do enredamento dos projetos de Matemática em projetos mais amplos, a necessidade de uma visão de totalidade, que permita inserir o trabalho dessa disciplina na grande teia educacional, constituem, sem dúvida, uma necessidade básica para a tomada de decisões relativas ao currículo dessa disciplina. O processo de definição de objetivos, por sua vez, deve incluir discussões intermediárias entre a colocação de grandes metas e o detalhamento série a série; ou seja, é importante que se estabeleçam níveis intermediários de concretização dos objetivos, pois há um espaço enorme de significados possíveis entre a afirmação de que a Matemática deve visar às aplicações práticas e ao desenvolvimento do raciocínio e os objetivos constantes no planejamento de cada série, como se fossem conseqüência imediata de tal afirmação, o que conduz a equívocos e distorções.

EIXOS TEMÁTICOS: Além de funcionarem como forma correlata à idéia de interdisciplinaridade, estabelecendo internamente conexões entre os temas matemáticos e, ao mesmo tempo, mantendo abertas as possibilidades de incursões em outras áreas disciplinares, os eixos temáticos, como estratégias para a organização dos projetos de cada série, representam um passo importante (provavelmente, até mesmo uma etapa) para o desenvolvimento de projetos interdisciplinares. Por outro lado, podem colaborar para o rompimento necessário com o domínio da linearidade na organização curricular, seja pela explicitação de que muitos percursos que os livros didáticos cristalizaram, dando-lhes aparência de absoluta necessidade, pode não ser sempre verdadeira; seja pela constatação de que a exigência de uma longa lista de pré-requisitos, que são colocados como barreiras para a promoção dos alunos, representada muitas vezes uma inadequação.

METODOLOGIA: a idéia de rede nos remete à questão da recontextualização dos conceitos. Desse modo, a resolução de problemas surge como estratégia de grande importância e a pesquisa nessa área deve ser cada vez mais incentivada. Também os princípios de funcionamento da rede nos mostram que, sendo seus nós e caminhos heterogêneos, ou seja, as relações ora de natureza lógica, ora de natureza causal, correlacional, em termos curriculares, as analogias e metáforas devem ser usada com mais freqüência na nossas práticas docentes e incorporadas aos procedimentos metodológicos. Este é outro aspecto importante que merece ser investigado e explorado pelos educadores matemáticos. Da mesma forma, não há como ignorar as relações entre Matemática e a Tecnologia da Informação, que inclusive conduz a uma proveitosa integração entre ela e a língua materna.

A RELAÇÃO ENTRE A LINGUAGEM DA CIÊNCIA E A LINGUAGEM MATEMÁTICA

Fernanda Viola Trinta
Estela Kaufman Fainguelernt
IEM - USU

O tema dessa oficina é discutir como entendemos e consideramos a alfabetização científica, como nós aprendemos e como nós a utilizamos no dia a dia de sala de aula. Este tema nos remete a tentar refletir sobre algumas questões lembrando que para alfabetizar estou aprendendo e apreendendo uma língua que pode ser expressa em diferentes forma de representação, corro o risco de dizer em diferentes linguagens.
o que significa alfabetizar ?
o que significa alfabetização científica ?
O Aurélio diz que: "Alfabetizar significa aprender a ler por si mesmo e que a alfabetização significa a ação de alfabetizar, de promover o ensino da leitura" mas o que significa promover o ensino da leitura? Podemos continuar indefinidamente fazendo uma questão para responder a anterior.
Sabemos que existe uma linguagem científica escrita que é uma das representações para ser escrever uma ciência seja ela ciências exatas e da natureza ou humana
Chomsky (1968) afirma que : "A linguagem no sentido concreto é a soma de palavras e frases pelas quais o homem expressa seu pensamento".
Parafraseando Chomsky podemos dizer que a linguagem cientifica no sentido concreto é a soma de palavras e frases utilizadas pelo homem para expressar o pensamento cientifico. Por exemplo em linguagem matemática: Teoria dos conjuntos - $A \subset B$ – representação simbólica que pode ser expressa em linguagem natural como "O conjunto A está contido no conjunto B
Dessas reflexões posso conjecturar que a alfabetização científica é promover o ensino da leitura e da escrita de uma ciência .
O que isto significa quando se trata da alfabetização em Matemática?
Tentaremos responder a essa questão:
A alfabetização científica utilizada no ensino de Matemática, significa alfabetizar em linguagem Matemática isto é aprender a ler, a escrever, a interpretar, a se apropriar das idéias matemáticas com significado.
A linguagem matemática se fundamenta na lógica formal. O ponto de partida de qualquer atividade lógica está na percepção comparativa de objetos, a partir da descoberta de atributos para identificar suas diferenças e semelhanças. Por exemplo: como atividades iniciais preparatórias, nas classes de alfabetização, sugerimos as crianças colecionar objetos que encontrem no seu cotidiano (pedrinhas, caixas, folhas, palitos de sorvete, diferentes tipos de palitos) com objetivo de trabalharmos a classificação por diferenças e semelhanças nascendo a

idéia de organização e agrupamentos de objetos da mesma família. Estamos ajudando a criança a descobrir através da ação sobre os objetos a noção de conjunto e neste momento não estamos usando a notação cientifica para definir um conjunto mas sim explorarmos a linguagem natural.

Depois que a criança se apropriou da noção de números e ela descobriu os 10 algarismos para escrever os números naturais, costumamos pedir a criança que identifique os números pares por exemplo, e ela recita, dois, quatro, seis etc.

O conjunto dos números pares que em linguagem simbólica pode ser escrito

$\{0; 2; 4; 6; ...\}$ definição por enumeração

$\{ x \in N / x = 2n \ \forall \ n \in N\}$ definição por uma propriedade.

Certamente não devemos trabalhar esta ultima representação simbólica com as crianças do ensino fundamental porque esses símbolos ($\in$, $\forall$, 2n) que aparecem, apesar de estarem escrito em linguagem matemática científica não tem significado para os alunos deste nível.

Será que a linguagem usada para contar, operar, executar e descrever é uma linguagem separada da nossa própria usual ou precisamos decodifica-la para escrever a Matemática.?

Apresentaremos dois exemplos:

Vejamos um exemplo: A soma de dois números é oito e a diferença é três Determine esses números.

Utilizando os códigos matemáticos

$X + Y = 8$

$X - Y = 3$

Resolvemos e achamos $x = 5{,}5$ e $y = 2{,}5$

Observemos a inequação $2 < 3 > 1$ um matemático iria considerar esta inequação incorreta, de modo que não poderíamos afirmar se ela é verdadeira ou falsa pela forma como foi escrita.

Observemos agora $3x + 4 = 7$ e $x = 1$ são obviamente equações diferentes mas elas compartilham uma estrutura na qual elas possuem o mesmo conjunto solução. Segundo Chomsky, que começou a sua carreira como um influente matemático, o fato de as duas equações acima possuírem a mesma estrutura está no conjunto de leis que nos permite transformar uma equação na outra mantendo a estrutura invariante.

Por exemplo a seguinte sentença em linguagem usual:

Joaquim viu a Maria pode ser transformada para voz passiva conservando a mesma estrutura, Maria foi vista por João pela mudança entre o sujeito e o objeto, pela mudança do verbo pela inclusão de "por". Este é o mesmo tipo de conjunto de regras que transforma

$3x + 4 = 7$ em

$3x = 7 - 4$ em

$3x = 3$ e em

$x = 1$.

Chomsky enfatiza que podemos estudar a linguagem usual da mesmo modo que a linguagem matemática, apesar da diferença entre elas.

Gostaria de finalizar enfatizando a importância de se estabelecer conexões entre a linguagem matemática e a linguagem usual na construção do conhecimento matemático.

"No jardim do paraíso, Adão viu os animais antes de nomeá-los; no sistema tradicional de ensino, as crianças dão nomes aos animais antes de vê-los". A . N .Whitehead

UM ESTUDO SOBRE AS ATITUDES E O DESEMPENHO EM MATEMÁTICA*

Márcia Regina Ferreira de Brito
Miriam Cardoso Utsumi
UNICAMP

Com o objetivo de investigar as atitudes e o desempenho em Matemática, 256 sujeitos de 6a, 7a e 8a séries do ensino fundamental foram submetidos a um instrumento matemático, a uma escala de atitudes em relação à Matemática e a um questionário informativo. Foram encontradas diferenças significativas ($p \leq 0.05$) nas atitudes em relação à Matemática de acordo com a série, reprovação escolar anterior, quantidade de dias dedicados ao estudo de Matemática, compreensão dos problemas matemáticos, auto-percepção de desempenho e ao desempenho em Matemática.

Palavras-chave: atitudes em relação à Matemática, desempenho, ensino fundamental.

As atitudes com relação à Matemática têm sido objeto de interesse dos pesquisadores por muitos anos, sendo que este interesse tem aumentado muito especialmente durante os últimos 30 anos, particularmente após Aiken (1961) ter desenvolvido a Escala de Atitudes Matemáticas que foi revista 2 anos mais tarde.

Esta escala é um instrumento que mede a atitude em relação à Matemática por si mesma, evitando proposições sobre a atuação do professor ou sobre o tipo de atividades matemáticas propostas, além de ter uma grande aceitação por parte dos pesquisadores que estudam atitudes com relação à Matemática. Acessar as atitudes dos alunos com relação à Matemática é um aspecto importante de uma tarefa maior: ensinar e modificar as atitudes dos alunos, buscando melhorar o auto-conceito e desempenho dos mesmos.

No Brasil a preocupação com as variáveis afetivas intensificou-se após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Neles Brasil (1998) asseverou que a ansiedade presente nas situações de aprendizagem poderiam gerar atitudes desfavoráveis que poderiam resultar num bloqueio à aprendizagem.

Corroborando Brasil (1998), o estudo realizado por Gonçalez (1995), sobre a estabilidade das atitudes em professores e alunos de magistério, mostrou que as variáveis afetivas ajudam a controlar de maneira mais bem sucedida, o sucesso ou fracasso dos alunos em Matemática.

Mais recentemente, Araújo (1999) num estudo com alunos do ensino médio e superior verificou que os sujeitos com melhor desempenho eram os que possuíam as atitudes mais positivas e isso parecia estar influenciando a escolha profissional dos mesmos, visto que os com melhores atitudes e desempenho eram os sujeitos que optaram por carreiras da área de exatas.

Para Klausmeier (1977) a palavra atitude é usada para designar tanto disposições emocionais matizadas de indivíduos, como também entidades públicas identificáveis, que são usadas para comunicar significados entre indivíduos que falam a mesma língua (p. 413).

O autor distinguiu atitude, de gosto e valores, com base na estabilidade desses conceitos: o gosto refere-se a algo específico (como gostar ou não de um arranjo específico de uma composição musical), os valores são mais abrangentes (como o papel que a música desempenha na vida dos indivíduos) e a atitude está no meio dos dois (como aceitação ou rejeição de certos tipos de música).

No presente estudo optou-se pela conceituação apresentada por Brito (1996), por contemplar os atributos essenciais do conceito: atitude poderia ser definida como uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo. Além disso, apresenta componentes do domínio afetivo, cognitivo e motor. (p.11)

Em 1995, a referida autora realizou uma análise sobre a estabilidade das atitudes, onde relacionou a introdução da Álgebra com o decréscimo das atitudes positivas em relação à Matemática. O estudo discutiu a questão das atitudes como um componente do sistema educacional e revelou, ainda, que os sujeitos do gênero masculino diferiam dos do gênero feminino nas atitudes em relação à Matemática.

De acordo com Kloosterman e Cougan (1994) os alunos que apreciam Matemática são também confiantes de sua habilidade na disciplina e se desempenham melhor nela. A existência de relações fortes entre as variáveis afetivas e as realizações escolares tem sido confirmada por outros estudos (Araújo, 1999, Kulubya e Glencross, 1997 e Norwich, 1994).

O impacto das variáveis afetivas é frequentemente subestimado porque, segundo Meece, Wigfield e Eccles (1990) e Reynolds e Walberg (1991), elas tenderiam a ter efeitos indiretos nas realizações escolares, como nas leituras extra-classe e no engajamento em trabalhos de escola, que acabariam refletindo posteriormente no desempenho dos alunos.

Dessa forma, acredita-se que os professores e a escola no geral, devam dar atenção especial às variáveis afetivas, incluindo em seu planejamento objetivos que visem o desenvolvimento de atitudes mais positivas nos estudantes e, em especial, em Matemática.

Objetivo: O objetivo do presente estudo foi investigar as atitudes e o desempenho em Matemática, verificando se as atitudes em relação à Matemática estavam relacionadas ao desempenho, ao gênero, à série, à idade, a reprovações anteriores, a hábitos de estudo, à auto-percepção de desempenho, a escolaridade dos pais, a preferência por disciplinas, à compreensão dos problemas matemáticos e a quantidade de dias dedicados ao estudo de Matemática fora da sala de aula.

Sujeitos: Foram sujeitos desta pesquisa 256 alunos de 6a, 7a e 8a séries do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Paulínia, SP, Brasil.

Procedimento: A escala de atitudes com relação à Matemática (Aiken, 1961, revista por Aiken e Dreger, 1963, traduzida, adaptada e validada por Brito, 1996), um questionário de caracterização dos sujeitos e um teste matemático foram aplicados durante o período de aula e na ausência do professor de Matemática. A média anual dos sujeitos na disciplina de Matemática foi obtida junto a secretaria da escola pesquisada, após o encerramento do ano letivo.

A escala de atitudes possuía 20 proposições com alternativas que variavam de 1 à 4, logo o valor atribuído à mesma variou de 20 à 80.

Resultados e Discussão: Com relação ao gênero, 50,8% dos sujeitos eram do gênero masculino e 49,2% do feminino. A idade dos sujeitos da amostra variou de 11 à 19 anos, sendo 13,836 anos a idade média com desvio padrão de 1,462.

A maioria destes sujeitos, 64,7% informou não receber ajuda para estudar ou realizar suas tarefas de Matemática, entre os que recebiam ajuda predominava a assistência de pessoas da família que moravam com o sujeito.

89,4% dos sujeitos declararam que entendiam sempre ou na maioria das vezes os problemas matemáticos dados em sala de aula. Talvez por isso, a disciplina de Matemática tenha sido a mais citada como preferida pelos sujeitos desta amostra. Por outro lado, Geografia foi citada como a disciplina que eles gostavam menos.

Os sujeitos da amostra se distribuíram de maneira quase eqüitativa com relação à repetência: 46, 3% já haviam sido reprovados alguma vez e 53,7% nunca haviam sido reprovados.

A média do valor obtido pelos sujeitos na escala de atitudes foi de 57,164, com um desvio padrão de 12,539, logo pode-se afirmar que as atitudes deste grupo com relação à Matemática são positivas. Este valor é superior ao ponto médio da escala, a média do grupo pesquisado por Brito (1996), 52,514 com desvio padrão de 13,230 e a média do grupo estudado por Utsumi e Mendes (2000), 52,718 com desvio padrão 11, 837. Foram encontradas diferenças significativas ($p \leq 0.05$) nas atitudes em relação à Matemática de acordo com a série, reprovação escolar anterior, quantidade de dias dedicados ao estudo de Matemática, compreensão dos problemas matemáticos, auto-percepção de desempennho e ao desempenho em Matemática.

Tanto o coeficiente de correlação de Pearson r = 0,3023, quanto o de Spearman rs = 0,2711 indicaram uma fraca correlação entre as notas no teste matemático e a média das notas do sujeito na escola, embora em ambos os casos, essa correlação fosse significativa (p <0,005). Observou-se que, praticamente todos os sujeitos cujas médias anuais foram baixas, também mostraram um baixo desempenho no teste matemático. Fez-se uma análise de regressão para verificar como estas duas variáveis se relacionavam. Assim, modelando o desempenho no teste em função do desempenho escolar, os resultados foram: Nota = - 0,06 + 0,32* Média anual, com um coeficiente de determinação r2 de 9,2%. Isso significa que por cada ponto a mais na média anual, obteve-se 0,32 pontos no teste matemático e, apenas 9,2% da variação da nota no teste é explicada pela variação do desempenho escolar ao longo do ano letivo.

Para verificar a relação entre as atitudes e o desempenho no teste matemático foi calculado o coeficiente de correlação de Pearson, cujo resultado foi de r(256)= 0,2854, p= 0,000, que mostrou uma relação fraca, porém significativa entre estas variáveis. A análise de regressão modelou a seguinte relação: Nota = - 0,75 + 0,04*Atitude, com um coeficiente de determinação r2 = 8,2%. Isto significa que para cada 10 pontos a mais na escala de atitudes, o sujeito aumentou o seu desempenho em 0,4 pontos na nota. Pode-se considerar que 8,2% da variação do desempenho no teste pode ser explicada pelas atitudes em relação à Matemática. Havia um grupo grande de sujeitos com atitudes bastante positivas porém com baixo desempenho no teste matemático, por outro lado, foi muito raro encontrar sujeitos com atitudes negativas que tivessem um bom desempenho no teste.

Quando se analisou a relação entre a média anual e a atitude, encontrou-se uma relação mais forte do que a relação entre a nota no teste matemático e a atitude, r(254)= 0,5086, p = 0,000. Foi utilizada a análise de regressão para modelar a relação entre o aspecto afetivo e desempenho acadêmico escolar. O resultado mostrou a seguinte relação: Média anual = 1,56 + 0,07*Atitude, com um coeficiente de determinação r2 = 25,9%. Isto significa que para cada 10 pontos a mais na escala de atitudes, o sujeito aumentou o seu desempenho em 0,7 pontos na média anual. Pode-se considerar que 25,9% da variação do desempenho acadêmico escolar pode ser explicado pelas atitudes em relação à Matemática. Isto mostrou que quanto mais positivas eram as atitudes em relação à Matemática, melhor era o desempenho do sujeito nesta disciplina. Pode se concluir que a média anual estava mais relacionada com a atitude do que, esta com a nota no teste matemático deste estudo. Este fato talvez possa ser explicado pela natureza destes dois tipos de nota: a nota anual é formada por várias avaliações ao longo do ano, bem como pela cobrança de conteúdos previamente dados, o que não acontecia com o teste matemático deste estudo.

Conclusão: Esse estudo corroborou a influência das atitudes em relação à Matemática no desempenho dos sujeitos e evidenciou que algumas variáveis afetaram essas atitudes, tais como reprovações escolares, série, auto-percepção de desempenho, freqüência com que os sujeitos compreendiam os problemas matemáticos trabalhados em sala e desempenho.

Essas evidências, de certa forma reafirmaram a posição de Brasil (1997) nos PCNs onde se afirmou que o estabelecimento de condições adequadas a interação [durante o processo de ensino-aprendizagem] não pode estar pautado somente em questões cognitivas. (p. 98)

Conclusão semelhante foi obtida por Mayer (1998) que identificou três fatores necessários para um bom desempenho em Matemática: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento de estratégias para solucionar problemas e, atitudes positivas em relação à disciplina e a sua capacidade de lidar com ela. O autor enfatizou ainda que solucionar problemas bem, depende tanto de fatores motivacionais quanto de cognitivos.

Apesar dos sujeitos do gênero feminino desta amostra terem atitudes em relação à Matemática semelhante à dos sujeitos do gênero masculino, foi observado que as meninas tiveram um

desempenho significativamente menor que os meninos no teste matemático, fato que preocupa já que pode desmotivá-las na escolha por carreiras na área de exatas.
As notas baixas no teste matemático parecem indicar que a solução de problemas deveria ser melhor trabalhada. Importantes estratégias como conferir o resultado encontrado e esboçar o plano de trabalho para solucionar um problema não foram comuns nas soluções apresentadas pelos sujeitos. Dante (1995) observou que é comum os alunos não analisarem o problema em sua totalidade, quando encontram uma solução que satisfaz parcialmente o problema, acreditam que já o resolveram.
Das evidências apresentadas nesse estudo, impõe-se a necessidade dos professores e da escola incluírem objetivos atitudinais no planejamento escolar, o que se justifica pela importância dos fatores afetivos no desempenho dos alunos e/ou na escolha de suas carreiras, conforme já relatado por outros estudos (Araújo, 1999, Kulubya e Glencross, 1997, Norwich, 1994, Kloosterman e Cougan, 1994).

UMA NOVA ABORDAGEM DO TEOREMA DE TALES UTILIZANDO O CABRI-GÉOMÈTRE

Maria Célia Leme da Silva
PROEM – PUC/SP

Introdução

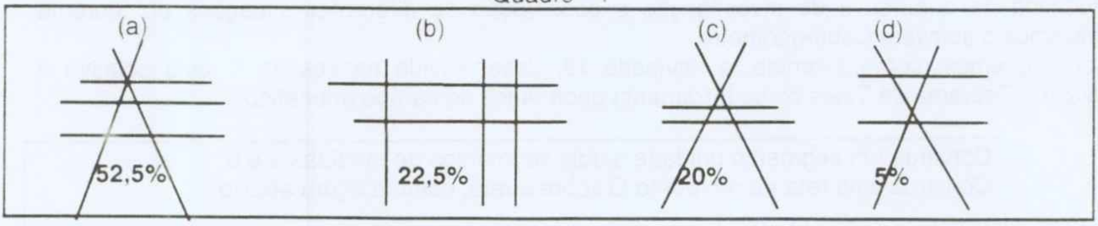
O trabalho descrito é parte da dissertação de Mestrado "Teorema de Tales: Uma engenharia didática utilizando o Cabri-géomètre"(1997), cujo objetivo foi estudar o Teorema de Tales, apresentando ao professor uma seqüência didática que permite dar significado à esta propriedade e identificar as dificuldades referentes a sua aplicação.
O software Cabri-Géomètre foi utilizado por permitir o desenvolvimento da Geometria dinâmica, a qual facilita a exploração do teorema em diversas situações. Além disso, ao resolver um problema no Cabri precisamos utilizar propriedades geométricas, mesmo que a questão a ser investigada não seja do campo geométrico, possibilitando desta forma trabalhar um mesmo conceito em mais de um campo matemático.
A escolha do tema decorre de resultados apontados pelo SAEB (Sistema Nacional de Avaliação Básica de 1993) quanto a grande dificuldade apresentada pelos alunos em Geometria assim como a necessidade de capacitação de docentes na área.
Algumas pesquisas nos fornecem indicações das possíveis causas desses problemas no Brasil. Lorenzato (1993) evidencia a falta de conhecimentos em Geometria de professores para realização de práticas pedagógicas na área como também o inadequado desenvolvimento da Geometria na maioria dos livros didáticos. Pavanello (1993) salienta a insegurança do professor ao trabalhar a Geometria na escola com conseqüente abandono da matéria. Além disso, Fiorentini (1994) registra em seu banco de dados que apenas 5% das pesquisas realizadas em Educação Matemática referem-se à Geometria.

Desenho da Seqüência

Para a elaboração da seqüência foi realizado um breve estudo histórico, com o objetivo de identificar os obstáculos epistemológicos. Em seguida, realizamos uma análise do ensino atual do Teorema de Tales e seus efeitos, baseada na Proposta Curricular do estado de São Paulo e nos livros didáticos. Além disso, aplicamos um teste piloto visando conhecer e analisar as concepções dos professores e alunos a respeito do referido teorema. Por fim, fizemos a pesquisa bibliográfica acerca do tema.

Pesquisa realizada por Cordier (1991), na França, solicitou a um grupo de 40 alunos o desenho de representações características do Teorema de Tales e suas aplicações. O resultado obtido foram as representações do quadro (1), com as respectivas porcentagens:

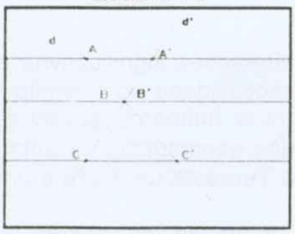
Quadro - 1



Ressaltamos que os desenhos (a) e (d) são exatamente as representações mais e menos freqüentes, que encontramos na maioria dos livros didáticos brasileiros.

A referida pesquisa ainda revelou que o erro mais freqüente se deve a projeção errada das retas (quadro 2), decorrente da representação típica (a) do quadro 1, na qual os pontos A, B e C encontram-se no lado esquerdo do desenho e os pontos A', B' e C' no lado direito, devido a intersecção das retas transversais estar fora das paralelas. Em suma, os alunos consideram a propriedade válida apenas numa situação específica como verdadeira para um caso geral.

Quadro - 2



Na nossa pesquisa, levantamos a hipótese de que a dificuldade em aplicar o Teorema de Tales em situações não típicas (como a do quadro 2) apresentada por alunos franceses possa estar presente também nos professores. Além disso, procuramos saber se tais dificuldades são identificadas pelos professores.

Experiência

A seqüência foi aplicada em 20 professores de Matemática da rede pública e privada, da cidade de São Paulo, espontaneamente inscritos. Os professores trabalharam em duplas, sendo que uma delas foi acompanhada por um observador e outra filmada. A pesquisadora atuou como professora do grupo.

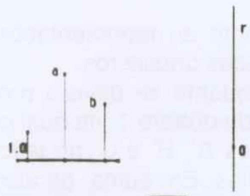
As atividades desenvolvidas tiveram como suporte a Geometria dinâmica propiciada pelo software Cabri-Géomètre I. Foram elaboradas um total de 26 atividades, sendo 21 delas no computador e 5 com papel e lápis distribuídas em 6 encontros de 3 horas cada.

O tratamento dos dados foi realizado em três fases: primeiro fizemos uma análise quantitativa das atividades escritas; em seguida, a partir das anotações do observador e da transcrição das fitas, elaboramos uma análise qualitativa da seqüência e finalmente selecionamos dois professores para entrevista.

As atividades das sessões 3, 4, 5 e 6 envolveram o emprego do Teorema de Tales como solução para problemas em diferentes campos: geométrico, aritmético, gráfico e algébrico. Partimos da hipótese de que o trabalho com a mudança de quadros deve ajudar a superar as dificuldades levantadas por Cordier e desenvolvidas pelo ensino tradicional, pois permite a diversificação de situações de aplicação do Teorema de Tales, não só na Geometria como também em outros campos. Para elaborar situações que favorecessem os objetivos de mudança de quadros e de investigação e observação de diferentes situações do teorema utilizamos o software Cabri-géomètre.

Comentaremos, como exemplo, a atividade 13, desenvolvida na sessão 4, cujo objetivo é utilizar o Teorema de Tales como ferramenta geométrica no campo aritmético.

Construa um segmento unidade e dois segmentos de medidas a e b.
Construa uma reta r e um ponto O sobre a reta, como a figura abaixo.



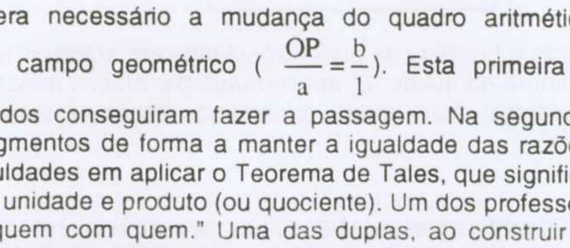
Obtenha o segmento $\overline{OP}$ na reta r tal que $\overline{OP}$ = a.b. Pinte $\overline{OP}$ de vermelho, meça e movimente para validar a construção.

Comentários

A atividade descrita envolve alterações significativas na forma de resolver problemas matemáticos, como a importância e necessidade do conceito de unidade, a utilização de uma nova representação para os segmentos (números positivos, produto e quociente de dois números) e o emprego de propriedades geométricas na aritmética. Trata-se portanto de uma situação nova ao professor, na qual o Teorema de Tales é uma ferramenta para a solução do problema.

Nesta atividade, era necessário a mudança do quadro aritmético (encontrar produto e quociente) para o campo geométrico ($\frac{OP}{a} = \frac{b}{1}$). Esta primeira etapa da resolução foi demorada, mas todos conseguiram fazer a passagem. Na segunda etapa, que significa a construção dos segmentos de forma a manter a igualdade das razões, as duplas observadas apresentaram dificuldades em aplicar o Teorema de Tales, que significa identificar quais seriam os segmentos a, b, unidade e produto (ou quociente). Um dos professores disse: "Aí está o rolo! Na hora de ligar quem com quem." Uma das duplas, ao construir o produto, transportou o segmento _b_ a partir da _unidade_ (1) e não a partir da origem, conforme figura do quadro 3:

Quadro - 3



Após a construção, marcaram como produto o segmento $\overline{OP}$, como foi pedido na atividade, não notando que nesta construção, o produto é determinado pelo segmento $\overline{AP}$ e não $\overline{OP}$. Este fato evidencia que mesmo a situação sendo a considerada como típica por Cordier, ainda provoca dificuldade na identificação dos segmentos correspondentes.

De modo geral, podemos afirmar que todas as duplas solicitaram auxílio durante a execução da atividade, confirmando a hipótese de que tais situações envolvem um comportamento diferenciado no trato da Matemática. A necessidade do conceito de unidade e o emprego de propriedades geométricas na aritmética revelaram-se como elementos novos para a resolução de problemas, proporcionando um tratamento integrado da Geometria com a Aritmética.

Conclusão

Acreditamos que a utilização do Cabri-Géomètre foi uma ferramenta importante na resolução das atividades, por ser o motivador das mudanças de quadros. Além disso, o aspecto dinâmico juntamente com a visualização do problema foram fundamentais na avaliação dos professores. Conseguimos, no final da seqüência, a percepção da maioria dos professores sobre a questão da identificação dos lados proporcionais, que coincide com o estudo realizado por Cordier (1991). Um professor, durante a entrevista, disse: " na hora de montar a proporção, você tem que saber realmente. Quando mudou a posição, eu encontrei dificuldade, então acredito que o aluno também irá encontrar dificuldades", explicitando suas próprias dificuldades diante de situações novas.

Acreditamos que a proposta das atividades como situações-problema fez com que os professores efetivamente trabalhassem na busca de soluções, através de uma postura ativa. Outro fator importante foi a possibilidade de validar suas próprias hipóteses pelo dinamismo do Cabri. Um dos professores, na entrevista descreve as atividades assim "É como se estivesse desmontado ali, porque sempre você ensina daquele jeitinho, esse está para este, assim como esse está para este. Daquele jeito lá (nas atividades de aplicação do teorema), desmontou tudo que a gente tinha. Você tinha que utilizar o conceito mesmo."

A ORDENAÇÃO NO TEMPO: EVOLUÇÃO DE CONHECIMENTO POR UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA

Cristina MARANHÃO
Sílvia SENTELHAS
Sônia IGLIORI
PUC/SP

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa que pretendeu avaliar o conhecimento de estudantes do 5a série do ensino fundamental (10 a 11 anos) sobre relações de ordem no tempo e a possibilidade de evolução de seu conhecimento por meio de uma situação didática. A pesquisa foi aplicada em dois grupos de estudantes, totalizando 66 estudantes, de escolas do estado de São Paulo.

Abstract

This paper presents a research that intended to evaluate the knowledge of students of the 5th year of the first grade (10 to 11 year-old) about ordering relations in time and the possibility of evolution of their knowledge through a didactic situation. The research was applied in two groups of students, totaling 66 students, from schools of the state of São Paulo.

Introdução

As relações com o tempo, no desenvolvimento cognitivo do ser humano, foram do interesse de diversos pesquisadores da Psicologia Cognitiva. Podemos citar os trabalhos da equipe de Genebra (Piaget, 1966) e também de Vergnaud e Errecalde (1980).

O objetivo desta pesquisa, foi o de investigar concepções de alunos sobre a relação de ordem no tempo chegar antes ou junto de e avaliar a evolução das mesmas após a vivência dos alunos de uma situação didática. Os problemas matemáticos trabalhados não apresentavam referências numéricas, pois assumimos que os significados que os alunos atribuem aos números, por si só já é fonte geradora de erros.

Tínhamos por objetivo investigar: se há ou não impregnação do uso cotidiano nas concepções dos estudantes, se eles podem atribuir significado amplo a termos como chegar antes de, ou se, ao contrário, só podiam aceitar que o termo chegar antes de significa chegar imediatamente antes de, se é ou não plausível aos alunos chegarem a conclusão de que chegar junto de é estabelecer comparação na relação de ordem no tempo chegar antes ou junto de; se os alunos atribuem ou não significado amplo à relação de ordem no tempo não chegar depois de, que significa chegar antes ou junto de.

Quadro teórico

O quadro teórico para a pesquisa foi desenvolvido segundo os princípios da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1997). Na tipologia das situações, as situações de ação são entendidas como de pesquisa, visando ao conhecimento de um objeto matemático; as situações de formulação são vistas como de explicitação de concepções dos alunos, em geral produzidas porque uma situação de ação requer. As de validação são entendidas como as de confronto de concepções explicitadas por parte de alunos, via debates entre eles ou questionamento por parte de professores/pesquisadores. Um problema considerado como fonte de aprendizagem deve proporcionar ao aluno uma reflexão, que o envolva numa dialética da ação (situação de ação). Deve ser concebido de modo que o aluno tenha conhecimentos para resolvê-lo pelo menos em parte e que algum conhecimento matemático seja crucial para sua solução completa; os professores/pesquisadores, como importantes elementos na situação didática criam também condições em classe para que a dialética da formulação e da validação sejam acionadas, estas servindo para a evolução cognitiva vista como de conhecimentos matemáticos.

Deste modo, os problemas propostos aos alunos, neste trabalho, foram concebidos de modo a aproveitar seus conhecimentos culturais. Por isso, foram retirados do cotidiano.

Metodologia

Concebemos e aplicamos um teste, com problemas, sobre ordenações no tempo, envolvendo quatro personagens. A aplicação foi realizada em duas classes de 5a série do ensino fundamental (de 10 a 11 anos), totalizando 66 alunos, de escolas do estado de São Paulo. Foram três as fases de aplicação respaldadas no quadro teórico, distanciadas de 1 semana, sempre conduzidas pelo mesmo pesquisador, com duração de 60 min cada.

Na 1a fase os alunos resolveram os problemas com lápis e papel, individualmente. Na 2a fase, promovemos discussões com grupos de alunos, sobre suas produções na fase anterior. Os alunos receberam as folhas de resposta da fase anterior e usaram um lápis azul para responder novamente as questões, em comum acordo no grupo. Além disso, promovemos um debate nas duas classes (discussão geral com a classe toda) acerca das produções dos grupos. Esse debate desenvolveu-se em duas etapas. Na primeira, discutiram-se estratégias eficazes para ordenar, como por exemplo, o uso de uma seta correspondente à relação chegar antes de (por exemplo, se a classe resolvesse que antes de deveria ser correspondente ao posicionamento à esquerda de desenhava-se uma seta para a esquerda e sobre ela escrevia-se antes de). Além disso, checavam-se os posicionamentos de cada personagem ordenado, pelo próprio enunciado do problema. Numa segunda etapa, o pesquisador conduziu discussões com questões aos alunos, visando a superação do uso dos termos no sentido restrito. Na 3a fase, os alunos resolveram os problemas, cujos enunciados sofreram alterações apenas nos nomes dos personagens.

Obtivemos dados das respostas dos alunos nas folhas de teste e das discussões anotadas por um observador. Os dados obtidos dos testes da fase 1 e 3 foram codificados e analisados considerando conhecimento de ordenação, do sentido amplo do termo chegar antes de e a admissão do fato de dois personagens chegarem juntos numa relação de ordem.

O Teste

Uma professora queria saber a ordem de chegada de alguns de seus alunos. Eles lhe deram informações e ela não conseguiu encontrar a ordem exata de chegada deles. Tente encontrar as possíveis ordens de chegada, conforme as afirmações que os alunos dessa professora deram a ela.

1. Maria disse que chegou à escola antes que Eni. Eni disse que chegou à escola antes que Bia. Rita disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou à escola depois de Eni.

a) De acordo com esse enunciado, dá para escrever uma ordem em que elas possam ter chegado? Se der, escreva-a.

De acordo com esse enunciado, você pode concluir que há apenas uma possibilidade de ordem de chegada deles? Se não, indique uma outra ou outras ordens de chegada possíveis.

2. Ariel disse que chegou antes de Maria. Maria disse que chegou antes de Gisela. Rita disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Gisela.

a) De acordo com esse enunciado, dá para escrever uma ordem em que eles possam ter chegado? Se der, escreva-a.

b) De acordo com esse enunciado, você pode concluir que há apenas uma possibilidade de ordem de chegada deles?. Se não, indique uma outra ou outras ordens de chegada possíveis.

Resultados

Os testes estatísticos foram aplicados, considerando a evolução de cada estudante, da fase 1 para a fase 3, em cada problema e em cada pergunta (a) ou (b), para cada tipo de análise. Os resultados foram muito significativos em todos os casos. No problema 1, relativo a ordenar no tempo, obtivemos por um t-teste: $tc = -3.960773$; $df = 65$; $p < 0.005$. Relativo ao significado do termo chega antes de obtivemos: $tc = -3.8495$; $df = 65$; $p < 0.005$. Acerca de chegar ao mesmo tempo que (ordem) obtivemos pelo teste Mc Nemars : $zc = 6{,}244998$; $p < 0.001$. No problema 2, acerca de ordenar no tempo, obtivemos: $tc = -4.681361$; $df = 65$; $p < 0.005$. Relativo ao significado do termo chegar antes de obtivemos: $tc = -4.22509$; $df = 65$; $p < 0.005$. Acerca de chegar ao mesmo tempo que (ordem) obtivemos: $z = 5.830952$; $p < 0.001$.

Conclusão

De acordo com os resultados de precisão, houve melhoria no conhecimento dos alunos. Pensamos ser importante enfatizar que o número de estudantes que não ordenou três personagens das duas primeiras frases corretamente em pelo menos uma questão, diminuiu de 16.67% a 3.03% (no 1° problema) e de 7.58% a 0% (no 2° problema). Isso nos indicou que a situação didática para a aprendizagem de ordenação desses três personagens foi suficiente para os estudantes, em particular no 2o problema.

Os dados indicaram que houve uma média de 21.97% de respostas em que figuravam ordenados corretamente apenas 3 dos personagens, em ambas as questões, considerando os dois problemas Interpretamos esses resultados como alguma dificuldade em ordenação ou alguma dificuldade para lidar com o 4° personagem. A média de respostas desse tipo, considerando os dois problemas, diminuiu para 15.91%, constatando evolução na ordenação de quatro elementos.

Como conseqüência desses resultados, o estudo do significado dos termos foi restringido aos alunos que acertaram ordenação de quatro personagens em pelo menos uma questão. A porcentagem de estudantes que não apresentavam concepção ampla da relação chegar antes de, para os quais chegar antes de era o mesmo que chegar imediatamente antes de passou de 25.76% para 9%, no primeiro problema e de 36.37% para 21.1%, no segundo problema. Observamos que os estudantes que não usavam chegar ao mesmo tempo que, numa ordenação, para os quais a relação de ordem não inclui a possibilidade de dois personagens chegarem ao mesmo tempo, diminuiu (respectivamente de 94.45 para 36.36% e de 96.97 para 45.45%). Pensamos que esses alunos tinham concepções influenciadas pelo uso cultural, isto é, atribuíam significado restrito aos termos em estudo. Pudemos ver, portanto, evolução cognitiva nesse aspecto. Do ponto de vista pedagógico, queremos considerar que bastaram 3 horas de aplicação da pesquisa, em situação didática, para tal evolução.

Os dados, nesta última categoria, nos indicaram ainda que os estudantes tiveram mais dificuldade no 2o problema, do que no 1o. Atribuímos esse fato à presença da negação na relação chegar depois de, no 2o problema, ou à dificuldade de considerar que não chegar depois de significa chegar antes ou junto de. Esse resultado confirma algumas anotações de observação, pelas quais alguns alunos afirmaram Rita não chegou depois de Gisela, então ela chegou antes da Gisela (na primeira fase da pesquisa), ou então, Rita não chegou depois da Gisela? Então ela chegou antes ... pode ser também junto... de quem mesmo?... Quando tem não, eu perco o marco... (na segunda fase da pesquisa).

Em resumo, verificamos que havia influência do uso cultural dos termos estudados nas concepções dos alunos e também que eles puderam atribuir um significado amplo à relação chegar antes de. Além isso, foi plausível, para os estudantes, aceitar que chegando ao mesmo tempo está se estabelecendo uma comparação pela relação de ordem chegar antes ou junto de. Podemos dizer que os estudantes atribuíram um significado amplo à relação oposta à chegar antes de (usando chegar antes ou junto de em lugar de não chegar depois de). Atribuímos a evolução de conhecimento dos alunos à ação docente, norteada na Teoria das Situações Didáticas. Enfatizamos que os problemas foram concebidos na mesma orientação teórica.

Bibliografia

BROUSSEAU, G. Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Publishers. Bodmin, Comwal. Great Britain. 1997.

MARANHÃO, M.C.S. A. Concepções de Ordem no Tempo. Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática. Universidade Vale do Rio Sinos. São Leopoldo. Rio Grande de Sul. Brasil. 1998

PIAGET, J. et al. L´ epistemologie du temps. Presses Universitaires de France. Paris, France.1993.

VERGNAUD, G. et al. Some Steps in the understanding and Use of Scales by 10 - 13 year-old Students. Proceedings of Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, pp.285-291. University of California. Berkeley, Ca., United States of America. 1980.

GRAFOS NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

Jorge Bria
Universidade Federal Fluminense - UFF

De imediato, cabe esclarecer, grafos não são gráficos!!! Embora, no idioma inglês, o termo graph seja utilizado para ambos, tais conceitos (e respectivos outros conceitos decorrentes, resultados estabelecidos, horizontes de aplicação...), salvo para possíveis finalidades muito específicas (caso encontráveis, raríssimas), nada têm em comum entre si, como já será facilmente identificável pela simples leitura deste resumo.

Assim, esta oficina retrata, em toda a programação com que foi concebida para exposição do conteúdo e exercício por parte de seus participantes, a essência da pesquisa de tese de doutorado em andamento de seu responsável e dinamizador, a ser defendida em 2001 na COPPE/UFRJ, sob a orientação dos professores D.Sc./Liv.Doc. Carlos Alberto Nunes Cosenza (da COPPE - Produção) e D.Sc. Gilda Helena Bernardino de Campos (USU - Instituto de Educação Matemática), apresentando proposta de inserção de novo tópico matemático no Ensino Fundamental e Médio de nosso país: grafos e suas aplicações!!!

Algumas das principais argumentações em construção no texto da tese, dois interessantes exemplos práticos de aplicação dos grafos e uma "bem respeitável" lista de diversificados contextos (vários campos do conhecimento, realidade concreta e jogos) nos quais se podem aplicar os grafos compõem este resumo da oficina, para a qual o trabalho planejado orientou-se com o objetivo de explorarmos, em nível de iniciação satisfatório, importantes questões gerais inerentes ao tema, muitos outros exemplos de aplicação em diferentes contextos, certas discussões centrais em torno da viabilidade/oportunidade de abordagens com grafos nos níveis de ensino propostos e divulgação de vasta lista (comentada) de sugestões bibliográficas.

Grafos e suas aplicações é tema completamente desconhecido da grande maioria dos professores, de todos os níveis de ensino, que sequer conhece o significado do termo grafo e, como já sugerido no primeiro parágrafo deste resumo, muitos chegando até a confundi-lo com gráfico. Dentro desse quadro, justamente, é que a tese em questão busca mostrar que
Grafos e suas aplicações seriam muito oportunos e viáveis
no Ensino Fundamental e Médio de nosso país !!!

Certamente, estão os grafos altamente credenciados como um dos fortes candidatos naturais a serem incluídos como novos tópicos da Matemática, nessa entrada de século XXI, para os níveis fundamental e médio de ensino. Propor grafos para estes, e investir em concreta operacionalização da proposta no processo formal de formação de nossas crianças, adolescentes ou jovens, é tarefa desafiadora, não resta dúvida. Mas é instigante, realmente inovadora em nosso país (nenhuma outra proposta ou pesquisa sistemática divulgada até o momento nessa linha), muito gratificante em vários sentidos e de consistência irrefutável, o que vem se consolidando, cada vez mais, na construção da tese a que se associa, desde seu referencial teórico até o levantamento de experiências análogas no exterior, depoimentos de inúmeros professores de Matemática (enquanto participantes de minicursos e oficinas sobre o tema) dos vários níveis de ensino em nosso país...

A presença dos grafos e suas aplicações, nos níveis fundamental e médio, representaria significativa contribuição a um ensino da Matemática: (1) mais atual, atraente e produtivo para todos os estudantes, independentemente de suas aptidões naturais, maiores afinidades ou vocações profissionais; (2) efetivamente interdisciplinar em seu exercício; (3) naturalmente facilitador de mais concreta "parceria" Escola - Realidade, esta entendida no contexto global ou cotidiano mais próximo em que se insere o aluno.

De forma a que se possa, rapidamente, assimilar boa noção inicial sobre o trabalho com grafos e imaginar o quanto sugerem "universo inesgotável" suas possibilidades de aplicação, vamos partir de nosso

Problema 1: A figura 1 mostra-nos diagrama representando as 9 estradas de certa região, onde A, B, C, D, E, F e G são cidades. Partindo de A, e sabendo que todas essas estradas são de "pista dupla" (mão nos dois sentidos), é possível visitarmos todas as outras cidades, sem repetirmos nenhuma, terminando tal viagem rodoviária justamente na cidade de partida (não considere isto como repetição)?

Para solucionarmos o Problema 1, basta-nos uma rápida "inspeção visual": é possível! A ordenação ACEGBFDA expressa um roteiro de viagem que satisfaz às exigências impostas pelo enunciado.

Ao que chamamos de diagrama, no enunciado, dizemos tratar-se de um grafo. O grafo da figura 1, em particular, possui 7 vértices ou nós (representando as cidades A, B, C, D, E, F e G) e 9 arestas (as estradas). Ao representarmos a situação-problema dessa forma (enfatizamos não serem importantes a forma ou o comprimento das linhas que expressam as arestas), estamos fazendo uma modelagem em grafos da questão proposta, concebendo um grafo-modelo à mesma. Neste brevíssimo "ensaio" de conceitos básicos da Teoria dos Grafos, acrescentemos que qualquer seqüência contínua de arestas, do tipo CEGBF, é dita um percurso (neste caso, conectando os vértices C e F). Finalmente, grau de um vértice é o número de arestas nele incidentes; assim, os vértices A, B, C, D, E, F e G possuem graus, respectivamente, 3, 4, 3, 2, 2, 2 e 2.

O leitor deve perceber que, bem provavelmente, já desenhou grafos por inúmeras vezes em sua vida! Desenhou-os em muito diversificadas circunstâncias de seu cotidiano, sua atividade profissional ou qualquer outro contexto em que desejasse melhor "visualização" da situação a ser estudada: para simples diagnóstico geral, facilitação da abordagem de análise, busca de alguma solução concreta...

Na prática usual, na maioria das vezes – em Pesquisa Operacional, por exemplo; mas tal não teria que ser transportado ao Ensino Fundamental e Médio necessariamente! – em que grafos são requeridos para a resolução de um problema da realidade concreta ou de algum outro campo do conhecimento, está-se lidando com número muito grande de vértices e arestas. Se isto tivesse sido o caso do Problema 1 (com uma região bem mais ampla: muitas cidades e estradas), por exemplo, e ainda nos sendo exigido explicitar um tal roteiro de viagem que satisfizesse às condições impostas no enunciado, não conseguiríamos chegar a uma solução por simples inspeção visual, diante de tamanho emaranhado de pontos e linhas, com tantas "infinitas" possibilidades de percursos entre dois quaisquer vértices, implicando o uso do computador imprescindível!

Há generalizações do conceito de grafo aqui sugerido: grafos com arestas múltiplas (podendo existir mais de uma linha ligando dois vértices), digrafos (grafos direcionados; atribuindo-se a cada linha um sentido), grafos valorados (dotando-se cada linha de um valor numérico)... Preservando a essência do Problema 1, seu grafo-modelo seria: digrafo, se certas estradas fossem de mão única; grafo com arestas múltiplas, se houvesse mais de uma estrada ligando duas cidades; grafo valorado, caso a questão envolvida tivesse que levar em conta alguma valorização quantitativa a atribuir-se a cada estrada (valor numérico associável a distância, nível de dificuldade de passagem pela estrada, incidência de pontos turísticos, etc).

A inserção dos grafos e suas aplicações no Ensino Fundamental e Médio,

em nosso país , apontaria caminhos muito promissores na atualidade !!!
De fato, perceba-se este primeiro esboço de roteiro de defesa da proposta "grafos para o Ensino Fundamental e Médio", por si só já fortíssimo apenas em sua simples enunciação: (i) a enorme abrangência de possibilidades de aplicação dos grafos em tão diversificadas áreas do conhecimento; (ii) a facilidade com que muito freqüentes situações-problema do cotidiano são modeláveis em grafos de forma acessível; (iii) o inegável "potencial" de tais aplicações para aumentarem o poder de atração da Matemática sobre todos os alunos; (iv) a natural associação dos grafos com o computador, da qual um professor poderia se valer, desde em nível tão somente informativo até o sistemático, no quanto quisesse; (v) a reconhecida flexibilidade metodológica de estudo dos grafos, introduzíveis e exploráveis sob diversas óticas: através de figuras/diagramas, estruturalmente, de forma lúdica, a partir de resolução de problemas...

Os grafos vêm do século XVIII. A idéia de representarmos objetos através de pontos (vértices) e, fixada determinada relação a ser satisfeita por alguns pares desses objetos, sempre ligarmos dois vértices relacionados por meio de uma ou mais linhas (arestas) – a idéia original dos grafos! –, nasceu a partir de determinado problema precursor (Euler, 1707-1783), que se apresenta aqui como nosso

Problema 2 (Problema das Pontes de Königsberg): Havia um rio com duas ilhas A e B. Rotulando as duas margens do rio, respectivamente, por C e D, tínhamos 7 pontes. Uma ligando as duas ilhas A e B, duas de A até a margem C, duas de A até D, uma de B a C e a outra de B a D (mapa na figura 2). Seria possível, partindo de qualquer dessas 4 regiões, margem ou ilha, atravessarmos as 7 pontes sem repetirmos nenhuma?

Modelando de tal forma que vértices representem ilhas ou margens (A, B, C, D) e arestas representem pontes, o grafo-modelo é o que se vê na figura 3 sendo, portanto, um grafo com arestas múltiplas.
Rumo à solução do Problema 2, podemos nos valer do seguinte resultado da Teoria dos Grafos:

- É possível percorrer todas as arestas de um grafo, cada uma por uma única vez (sem repetição) se, e somente se, o grafo possui todos os vértices com grau par ou exatamente dois vértices de grau ímpar; no primeiro caso, os vértices inicial e final de um tal percurso coincidem; no segundo caso, os dois vértices (distintos) de grau ímpar são exatamente o inicial e o final do percurso.

Assim, a resposta mostra-se muito simples de ser obtida: impossível! De fato, não é verdade que todos os vértices do grafo da figura 3 tenham grau par (neste caso particular, inclusive, nenhum possui grau par) nem há exatamente dois vértices de grau ímpar (na verdade, todos os quatro vértices têm grau ímpar).
A Teoria dos Grafos compõe-se de inúmeros tópicos: árvores, percursos eulerianos (Problema 2), percursos hamiltonianos (Problema 1), planaridade, coloração (exemplo: "todo mapa plano pode ser colorido com, no máximo, 4 cores de forma que a regiões vizinhas atribuam-se cores distintas!")... Cada um desses tópicos tem seu desenvolvimento próprio, com seus inúmeros conceitos ou resultados. Em geral, cada avanço científico de um tópico dá-se como produto de pesquisas, em função de possível resolução definitiva (ou aperfeiçoamento de soluções) de questões em aberto já existentes ou a partir de novas situações-problema propostas, dentro da própria teoria ou como tradução à linguagem dos grafos de outras questões (da realidade ou ciência) ainda antes não colocadas. E novas situações-problema, da realidade concreta ou de outro campo de conhecimento, podem até motivar o surgimento/desenvolvimento de novos tópicos na Teoria dos Grafos!
Fechando este resumo, verdadeiramente a "não deixar dúvidas", com o quadro que se segue, que lista inúmeros e diversificados contextos em que se encontram abordagens de situações-

problema, modeláveis em grafos, nos livros ou artigos selecionados para divulgação durante a oficina, espera-se que o leitor, pelo menos "nessa primeira instância", possa já estar convencido de que, de fato, nos níveis fundamental e médio.
Dariam os grafos excelente contribuição à configuração de um ensino da Matemática mais sensato, atual, atraente e produtivo...
Para Todos os Alunos !!!

Na própria Matemática: Raciocínio lógico-matemático, relações, Matrizes, combinatória, probabilidades, Poliedros, jogos matemáticos...	Química, Física, Biologia, Geografia, Ciências Sociais, Psicologia, Lingüística, Ecologia, Arqueologia...
Jogos clássicos populares: "da velha", dominó, damas, xadrez, baralho, saída de labirintos, "quebra-cabeças"...	Otimização de trajetos: de viagem, vendedor, carteiro, caminhão de lixo...
Árvores: genealógicas, de decisão/escolha, de procedimentos ou alocações computacionais, organogramas...	Projetos de instalação de sistemas: mecânicos, hidráulicos, eletrônicos, a cabo...
Plantas de imóveis, estruturas rígidas (Arquitetura, Engenharia Civil)...	Telecomunicações (alocação de freqüências, por exemplo)
Redes elétricas, circuitos impressos (componentes eletrônicos)...	Distribuição de serviços: água, luz, gás...
Alocação: de horários, tarefas, cores...	Códigos

SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO

Maria José Ferreira da Silva
PUC/SP

Esta pesquisa trata da introdução do conceito de fração através das concepções parte/todo, medida e quociente junto aos futuros professores das séries iniciais do primeiro grau.
Para tanto elaboramos uma seqüência didática de dezoito horas, com atividades que colocassem os futuros professores em situações que lhes permitissem uma reflexão destas diferentes concepções.
Os resultados obtidos mostram que o objetivo foi atingido na medida que esses futuros professores reconhecem hoje, as concepções abordadas, e a maioria faz uma reflexão das mesmas ao elaborar novas situações-problema.

ESTUDO DE FENÔMENOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE NOÇÕES GEOMÉTRICAS PELOS ALUNOS DE 5ª A 8ª SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
PUC/SP, coordenador geral do projeto[3]

3 professores pesquisadores: Ana Maria Veloso Nobre, Vera Helena Giusti de Souza, Rosana Nogueira de Lima, Vincenzo Bongiovanni, Maria José Ferreira da Silva. Centro das Ciências Exatas e Tecnologia, Pós Graduação em Educação Matemática. PROEM- PUC/SP. FAPESP: 2000/2001.

O projeto tem por objetivo investigar os problemas relativos ao ensino-aprendizagem de Geometria pelos alunos de 5ª a 8ª séries, e buscar respostas às seguintes questões:

1. Quais fenômenos são ligados à formação de conceitos geométricos dos alunos de quinta a oitava série?
2. Quais são as representações dos professores dessas séries em relação ao papel da Geometria na formação do aluno, ao ensino e a aprendizagem de conceitos/habilidades geométricas?
3. De que forma o computador pode atuar na formação e no desenvolvimento de conceitos geométricos?

Neste momento, estamos na primeira fase do projeto que consta dos seguintes itens:

- Organização de grupos para definição clara da problemática.
- Estudo bibliográfico relativo a pesquisa sobre ensino-aprendizagem da geometria.
- Estudo da transposição didática (análise de livros didáticos, da proposta curricular do Estado de São Paulo, dos Parâmetros Curriculares Nacionais, dos resultados dos estudos diagnósticos feitos pelo Ministério de Educação e da Cultura) dando ênfase aos fenômenos de ensino-aprendizagem da geometria na 5ª a 8ª séries.
- Análise das potencialidades da informática no ensino-aprendizagem da geometria.
- Definição clara da problemática que está sendo pesquisada.
- Desenvolvimento das pesquisas referentes às duas primeiras questões levantadas.

ÁLGEBRA: EXAGERADA OU SUMIDA?

Ivanete Batista dos Santos
Escola de 1° e 2° Graus Leandro Maciel
Centro Educacional Presidente Vargas

Álgebra: exagerada ou sumida? apresenta em seu título aspectos diferenciados do ensino deste conteúdo. O primeiro diz respeito a um possível excesso no quantitativo de horas utilizadas para o seu desenvolvimento e o segundo a estudos que reflitam sobre a maneira como está sendo trabalhado em sala de aula. Estes dois aspectos são investigados a partir da forma como se processa o fazer algébrico de 5ª a 8ª série do ensino fundamental de Aracaju, tendo como paradigma de análise pressupostos teóricos da Educação Matemática.

Inicialmente a entrevista foi utilizada como principal fonte de coleta de dados. Informações coletadas junto a 26 professores, que estão em regência de classe, registram a leitura feita por eles a respeito da importância, das dificuldades e dos recursos teóricos e metodológicos utilizados no ensino da álgebra. A sistematização destas informações possibilitou a construção de um esboço onde os interlocutores não questionam a importância da álgebra, entendida como fundamental para generalizar, resolver problemas e calcular com letras. As principais dificuldades dizem respeito a falta de base herdada da aritmética e a não aceitação da letra como número. As aulas são em sua maioria expositivas e o principal recurso teórico utilizado é o livro didático – indicado como um dos principais responsáveis pelo exagero da álgebra na escola.

Procurando entender as raízes deste fato, foi realizada um digressão histórica conduzida principalmente por programas encontrados em arquivos, sendo o mais antigo datado de 1919. Através deles foi possível mostrar em Aracaju os reflexos das medidas legais empreendidas em nível nacional, sobretudo através de um movimento de origem internacional – o da Matemática Moderna que a álgebra começou sua trajetória exagerada. Uma entrevista com o Professor Genaro Dantas, responsável pela introdução desse movimento em Aracaju, mostrou sua crença na força deste para superação dos problemas que permeavam o ensino de Matemática.

As falas dos professores demonstram ainda que a álgebra é sumida do ambiente escolar em termos de estudos alternativos. São poucos os professores que se dispõem a realizar e/ou participar de estudos investigativos e de reflexão sobre o tema, embora, em nível nacional já existam alguns estudos que se debruçam sobre o fazer algébrico. Destes foram pinçados alguns pontos que podem servir de base para promover uma releitura do saber e do fazer algébrico. Para tanto, é necessário quebrar as amarras que enquadram a álgebra apenas como cálculo com letras, fato que só acontecerá quando ela começar a ser desenvolvida em uma perspectiva que, partindo de situações problemas significativas, envolva o aluno em uma atividade onde o debate e a negociação de significados expressos através da linguagem natural, aritmética, geométrica ou algébrica permitam a construção do pensamento algébrico presente nos diferentes campos da Matemática e em outras áreas do conhecimento.

APRENDENDO E ENSINANDO GEOMETRIA COM A DEMONSTRAÇÃO: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa
Dissertação de Mestrado PUC/SP

O trabalho teve por objetivo propor uma reflexão didática junto aos professores do ensino fundamental, principalmente os que lecionam a partir da 6ª série, sobre o ensino-aprendizagem da Geometria com "demonstração", vista como instrumento técnico de prova. Tal técnica poderá ser vivenciada em sala de aula de modo interativo como sendo um tempo de construção do saber matemático no processo de resolução de problemas.

A hipótese da pesquisa era que os professores não trabalham as exigências em relação ao ensino-aprendizagem da demonstração a qual, a partir da 7ª série, prevê que o aluno raciocine sobre conceitos e não mais sobre figuras, ou seja, que inicie a provar, a justificar e a demonstrar, com o fim de tornar indiscutível um certo resultado. Enquanto na 5ª e 6ª séries o aluno se satisfaz em observar, desenhar, traçar e calcular sem a preocupação de justificar, nas séries seguintes espera-se que ele se exercite progressivamente no raciocínio dedutivo.

Em face dessa situação, é necessário melhorar as condições de aprendizagem no ensino da Geometria a partir da 7ª série. O que propomos? Propomos que a demonstração seja vivenciada de modo interativo no contexto da sala de aula como sendo um tempo de construção do saber geométrico no processo de resolução de problemas, quando as ações dos alunos devem ser respostas a constantes e gratificantes desafios.

Propusemos um conjunto de situações de aprendizagem que o professor pode utilizar em sala de aula visando à iniciação progressiva do raciocínio dedutivo, tendo em vista a aprendizagem posterior da demonstração, permitindo aos alunos que se apropriem das regras do debate de validação matemática

As atividades foram validadas por professores que participaram de nossa Seqüência Didática, os quais se convenceram de que os fenômenos descritos nessas atividades funcionam e passaram, posteriormente, a tomar consciência da estrutura formal da "demonstração". Os resultados obtidos ao final dessas atividades foram relevantes para responder às questões propostas neste nosso trabalho de pesquisa.

O JOGO COMO METODOLOGIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Luziane Beyruth Schwartz.
IEM/USU

"*Afinal de contas o que é a matemática senão a solução de quebra-cabeças ? E o que é a ciência senão um esforço sistemático para obter respostas cada vez melhores para os quebra-cabeças impostos pela natureza* ?" (Martin Gardner)

Há muito, inquieta com as questões pedagógicas, mais precisamente no tocante a metodologias que suscitassem nos alunos maior interesse e participação ativa no processo de construir seu conhecimento, desafiei-me a criar situações de atividade que os incentivassem a pensar, refletir, raciocinar, a considerar os pontos de vista do outro, a construir esquemas inteligentes de adaptação e a lidar com critérios e regras.

Elegi, então, a criação de jogos, onde as etapas a serem vencidas nos regulamentos dos mesmos, eram questões matemáticas criadas pelos próprios alunos com base no conhecimento acumulado até a realização dos desafios.

A intenção não era somente, usar jogos já publicados em cadernos de atividades para ensinar conteúdos e sim considerar a imprescindível ação do aluno na criação dos mesmos, na seleção de critérios, na formulação de desafios e na busca de solução para os problemas criados por eles próprios.

A convicção de que a matemática seja um conhecimento que tem que ser construído pelo próprio indivíduo, através do crescimento, construção e acomodação de seu raciocínio, resultantes de experiências de seu pensamento quando em tentativas de resolver desafios de ordem lógico-matemática, levou-me a acreditar na "produção" do aluno como uma importante prática para uma efetiva (re)construção de conceitos matemáticos.

Esta atividade se propôs, também, a fazer com que as experiências escolares dos alunos fossem momentos de alegria, acontecendo num ambiente de atividades colaborativas, estimulando a criatividade e acreditando estarem àqueles alunos desenvolvendo sua capacidade de pensar, se adiantando ao desenvolvimento, pelo nível de desafios que ora foram submetidos. As crianças sempre chegam à verdade e ao conhecimento matemático se forem estimuladas a pensar, a defenderem suas idéias e tiverem tempo para isso.

Da importância do jogo

A construção da inteligência é sempre resultante da coordenação de ações realizadas com o sentido de buscar formas e esquemas de adaptação a problemas gerados pelo meio ambiente. As emoções do jogo geram necessidades de ordem afetiva e é a afetividade a mola mestra destas ações. Ela mobiliza o indivíduo numa determinada direção com o objetivo de obter o prazer. A ação humana é sempre fruto de uma motivação que organiza as forças do indivíduo em direção a um determinado fim. O jogo motiva e por isso é um instrumento muito poderoso na estimulação de construção de esquemas de raciocínio, através de sua ativação. O desafio por ele proporcionado mobiliza o indivíduo na busca de soluções ou de formas de adaptações à situações problemáticas e, gradativamente, o conduz ao esforço voluntário. A atividade lúdica pode ser, portanto, um eficiente recurso aliado do educador, interessado no desenvolvimento da inteligência de seus alunos, quando mobiliza sua ação intelectual.

O interesse despertado por qualquer atividade lúdica produz como resposta o empenho de forças, ação intencional em alguma direção ou propósito, fato essencial para produzir a construção de esquemas racionais, gradativamente mais aperfeiçoados.
O papel do educador deve ser o daquele que gera necessidades de ação em seu aluno, o de quem consegue conquistar seu empenho na resolução de problemas. E quando o objetivo do educador é a construção da inteligência lógica, é necessário colocar o aluno frente a situações que o envolvam na busca ou nas tentativas de solução de problemas relacionados a grandezas. Mas, sobretudo, será essencial que a solução possa sempre ser alcançada.

A Escola

Esta investigação i ocorreu numa escola particular em Nova Friburgo, Estado do Rio de Janeiro, Colégio Anchieta. Envolvendo, duas turmas de 6ª série em 1998, com 26 alunos cada uma.
O Colégio Anchieta desenvolve um projeto educativo que se intitula " Educação Personalizada " em que "... adota-se o método da pedagogia ativa, do aprender fazendo, em que o educando é sujeito de seu desenvolvimento sob a orientação de seu professor. O aluno vai assumindo, progressivamente, a partir de sua experiência e a partir do que vê, sente, faz e descobre, a responsabilidade de sua própria formação. Assim, a atividade do aluno é priorizada no processo.
"(Projeto Educativo - ACOJE) O Colégio Anchieta apoia e promove toda iniciativa de professores que queiram experimentar uma prática inovadora dentro de sua " Pedagogia Inaciana ".
As Turmas De 6ª Série : 63 e 64
A turma formada por 26 alunos cada uma, com idade entre 11 e 12 anos, caracterizava-se por alunos com muita autonomia, independência, questionadores e críticos que muitas vezes levavam a um clima de agitação. A maior parte desses alunos estudam no Colégio Anchieta desde o pré escolar nesta prática que preconiza desenvolver a independência do aluno, inclusive na escolha da atividade, do ritmo e do tempo necessário dentro de um período maior pré-estabelecido.

Estratégias

O professor negociou regras com os alunos, para a liberdade na escolha dos jogos e para escolha do tipo de atividade, estes deveriam envolver situações que necessitariam de questões de matemática criadas por eles, em sala de aula, com os conteúdos já abordados ou que estavam sendo dados, cujas soluções seriam analisadas e discutidas pelo professor junto com os alunos.

Os conteúdos a serem trabalhados seguiram a programação vigente do planejamento de 6ª série : Conjunto dos Números Inteiros, Equações de 1° grau, Inequações de 1° grau, Sistemas de Equações de 1° grau com duas variáveis e Problemas envolvendo sistemas de equações de 1° grau com duas variáveis. À medida que os conteúdos iam evoluindo em grau de dificuldade e aprofundamento, os alunos tinham um leque maior de possibilidades para a criação de suas questões - desafios.
Não havia a exigência de que todos os conteúdos devessem ser abordados em um só jogo, apenas orientei-os para evitar questões com desenvolvimento muito grande o que poderia tornar uma rodada do jogo muito demorada e cansativa.

Os alunos também estavam livres para trazer outras questões ou desafios que tivessem acesso desde que analisássemos juntos, o grau de dificuldade dos mesmos. Essa iniciativa foi muito interessante, pois surgiram questões que me levaram a reflexões que até então não havia feito e os alunos vibraram com o fato de estarem me desfiando e ensinando. Esta postura de professora - aprendiz, não é na maioria das vezes fácil de ser compreendida e aceita por alunos ou até mesmo pelos pais destes alunos que, culturalmente, esperam do professor respostas corretas para todas as questões não admitindo que quem ensina possa ter dúvidas ou errar. Porém, é uma experiência que reforça a auto - confiança deste aluno aproximando-o de seu orientador.

Além disso, todos concordaram que era importante que assim que os jogos ficassem prontos deveríamos oferecê-lo a outro grupo para que pudessem ser testados.

Dinâmica

Das cinco aulas semanais de matemática em cada turma, uma ficou destinada às atividades com Jogos até sua conclusão. Este trabalho teve início em 15/05/98 e culminou em 10/10/98.

"*Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que seu espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente.*" Leibniz, 1715.

"*Todos nós temos capacidade de elaborar atividades criativas, ela se manifesta onde quer que a imaginação humana combine, mude e crie algo novo.*" VYGOTSKY.

REGRAS : O LIMITE DO PODE NÃO PODE EM ATIVIDADES LÚDICAS MATEMÁTICAS

Eva Maria Siqueira Alves
Departamento de Educação - Universidade Federal de Sergipe

A importância da Matemática no currículo escolar, é ressaltada por Oliveira (1993) no papel a ser desenvolvido pelo professor em sala de aula, papel esse que perpassa pela visão de educador, de estimulador, não esperando apenas que a escola lhe forneça condições propícias, mas sim, que construa, em todos os momentos da ação pedagógica, diretrizes que ampliem os conhecimentos para além dos muros escolares, sem perder de vista os conteúdos, vendo o sujeito histórico, inserido no mundo, visando sempre o seu crescimento.

Nesse sentido, defendemos que a relação existente entre o professor e o aluno, em uma sala de aula, na "caixa preta" da escola, é o passo decisivo para favorecer um ambiente sócio-afetivo e intelectual promissor a encaminhamentos proveitosos para aprendizagem de qualquer que seja a disciplina ministrada, pois cremos que uma mudança significativa se efetiva, na mudança de relação estabelecida entre o professor e o aluno e mais internamente no próprio professor.

Autores como Alves (1996), Machado (1990), Moura (1994), Brenelli (1993), Grando (1996), Kamii(1988,1991,1992,1995), têm apontado a aplicação de atividades lúdicas nas aulas de Matemática, como uma opção didático-metodológica que apresenta bons resultados cognitivos, sendo gerador de situações problemas que realmente desafiam o aluno a buscar soluções, observando o estímulo as descobertas e não só as vitórias.

Para Moura (1994), o jogo possibilita a aproximação do sujeito ao conteúdo científico, através da linguagem, informações, significados culturais, compreensão de regras, imitação, bem como pela ludicidade inerente ao próprio jogo, assegurando assim a construção de conhecimentos mais elaborados.

Macedo (s/d) analisa que nos jogos de regras, há respeito, reciprocidade, confiança, admiração, aprendizagem, melhor relação do professor / aluno, ou mais amplamente, entre seres humanos.

A utilização de atividades lúdicas em aulas de Matemática, além dos aspectos cognitivos relevantes para a sua aplicação, não deve ignorar ou menosprezar o aspecto afetivo.

desencadeado pela ação do jogo, na aproximação dos jogadores. Essa ocorrência é verificada pelos ensinamentos de Piaget (1966-1974) e pontuados por Brenelli (1993) como "... em toda conduta humana o aspecto cognitivo é inseparável do aspecto afetivo, compreendido como a energia da ação que permeia a motivação, o interesse e o desejo." (p.23).

OBJETIVOS

Analisar os elementos relativos às regras , decorrentes das atividades lúdicas elaboradas pelos sujeitos da pesquisa, em aulas de Matemática.

DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

Foram envolvidos na pesquisa 273 alunos da Escola Estadual de Primeiro e Segundo Graus Gonçalo Rollemberg Leite, situada na zona sul da cidade de Aracaju / SE.

Os sujeitos eram alunos de 5 a a 8a séries do turno da manhã , onde a pesquisadora lecionava Matemática. Suas idades variavam entre 10 a 19 anos.

REGRAS

Essa parece ser uma característica indubitavelmente presente em todas as situações por nós enfrentadas. Porém as regras aqui pontuadas estão no sentido das estabelecidas pelo grupo de trabalho, como um contrato a ser cumprido pelas partes que se envolveram nas atividades propostas.

Os aspectos relativos as regras dos jogos elaborados pelos sujeitos serão analisadas quanto à sua idealização , criação ou adaptação , situações imaginárias, escritas, explicações e observações, apresentação, organização e conseqüências do não cumprimento das regras.

As regras constróem interfaces dos elementos das atividades com os aspectos mais amplos do cotidiano, do emocional, moral e político. As regras, o contrato, a prática e a consciência da regra , estão simultaneamente relacionadas no tempo e no espaço.

Para Vygotsky (1994), todo jogo possui regras e mais, todo jogo com regras - explícitas - possui uma situação imaginária, mesmo ocultamente. De modo contrário também, toda situação imaginária contém regras, mesmo que de maneira oculta - implícita. Desse modo, os aspectos ocultos ou às claras das regras e do imaginário, são delineadores da evolução do brinquedo nas crianças.

Regras explícitas são aquelas onde são enunciados pressupostos a serem respeitados por todos os componentes da atividade. Já regras implícitas são normas que são seguidas automaticamente pelos sujeitos, provavelmente por sua experiência e familiaridade prévia com o grupo e que podem ser abstraídas pelo observador. (Morais,1980)

As regras são elementos presentes em todos os momentos das nossas vidas. Nesse sentido declara Macedo (s/d) "...a socialização, a inserção nossa no mundo social, cultural, ela se faz por regras, ou seja, por esse limite, com esse pode / não pode que regula as relações entre pessoas..."(p.3).

Os limites que permeiam o pode / não pode, são repassados para os jogos, nas regras, quando criam-se os acordos, discussões, responsabilidades em cumpri-las, além do zelo pela observância por parte de todos os jogadores.

Proclamam alguns autores, que a regra básica e principal de atividades sociais é a reciprocidade. Goncu (1993) argumenta que, para que essa reciprocidade exista, para que as regras sejam aceitas e o trabalho se desenvolva, não basta apenas a focalização do grupo na brincadeira ou no jogo escolhido e o desenvolvimento da intersubjetividade própria a este tipo de atividade, é necessário que isto seja comunicado entre os parceiros e que a mensagem seja interpretada corretamente por todos.

Assim o respeito às regras deve ser estabelecido e cumprido pelo grupo, ou seja, sancionado pela coletividade, não pela tradição e sim pelo acordo mútuo e pela reciprocidade, onde toda "moral consiste num sistema de regras e a essência de toda moralidade deve ser procurada no respeito que o indivíduo adquire por essas regras"(Piaget,1994,p.23).

METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada em dois momentos distintos : o primeiro constou da aplicação de 11 jogos elaborados pela pesquisadora e o segundo, de jogos elaborados e aplicados pelos próprios sujeitos, sendo esse último momento o objeto do trabalho em tela.

Após interação e reflexão da boa aceitação por parte dos alunos em trabalharem nas aulas de Matemática com atividades lúdicas, passamos a solicitar que eles confeccionassem seu próprio material

Assim foram confeccionados 26 jogos empregando as Operações Fundamentais no Conjunto dos Números Inteiros e 28 jogos com Monômios e Polinômios, após a realização das aulas dos referidos conteúdos. Os materiais utilizados para a confecção dos jogos foi bastante variado, a depender do jogo em questão , como também da equipe que o confeccionou. De forma geral fizeram uso de cartolina, caixas de sapato, de camisa, papelão e de fósforo, sacolas de tecido e de papel, isopor, madeira, plástico.

A equipe era estabelecida pelo próprio grupo e o jogo apresentado na data determinada, onde cada equipe expunha o jogo para toda a turma, jogava com sua equipe e depois permutavam-se os jogos, de modo que toda a sala jogasse com todos os jogos. Nessa construção estão também incluídas a elaboração das regras e sua escrita anexada aos jogos.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para Piaget (1978), os sujeitos pertencentes a faixa etária dessa pesquisa, envolvem-se com jogos de regras, inclusive as por eles construídas, com acordos temporários, enquanto o jogo estiver sendo jogado, ou regras externas, criadas por outros. Declara Chateau (1987) que esses sujeitos pertencem a uma faixa etária caracterizada por participarem de jogos de construção e de competição.

Ancoro as minhas análises em alguns jogos característicos, não quanto a descrição dos mesmos, mas sim quanto ao aspecto do uso de suas regras.

Verificou-se que nos jogos em questão, há para os idealizadores , o cuidado em explicitar uma regra naturalmente implícita, tanto no jogo como na vida de qualquer jogador / cidadão - a não permissão da trapaça. Ora, se esse fato ocorre, os jogadores têm o direito de aplicar sanções, castigos, para com aqueles que não observaram corretamente as regras estabelecidas e que todos estão submetidos ao seu cumprimento. Garvey (1974) afirma que a regra básica principal de jogos e brincadeiras sociais é a reciprocidade

No jogo Memória da Adição e Subtração, cada jogador ao final do jogo, confere os resultados alcançados e o campeão "manda os outros pagarem uma prenda". Esta prenda não está descrita na regra, porém é estabelecida no momento necessário.

No jogo do Ludo, está descrito na regra: "Se desconfiarmos que alguém no jogo estiver trapaceando será lançado fora, com uma multa a pagar."

Outros tipos de "castigos" e "sanções" foram identificadas nas regras dos jogos, como o caso de o perdedor ter que responder a uma questão "bem difícil", formulada pelo vencedor.

No jogo, Corrida da Divisão de Polinômios, a regra é escrita no próprio tabuleiro onde é estipulado o tempo que cada jogador tem para resolver as questões propostas. Estão presentes ainda, como observação, as condições necessárias para fazer o vencedor - "saber muita matemática e ser muito rápido".

No jogo Combate Matemático, a regra inicia definindo o que é o jogo, esclarece que esse é um jogo que exige dos jogadores muito raciocínio além de muita "astúcia" na hora de arrumar as peças.

Como para todos os jogos criados, foram escritas também suas regras, verificou-se que, no momento em que os jogos foram jogados pelo próprio grupo que o havia confeccionado, nenhum problema era detectado quanto à clareza das regras. Porém, ao serem permutados os jogos entre as equipes, brotavam os obstáculos de entendimento da maneira de se jogar, sendo necessário quase sempre a solicitação de um dos membros idealizadores do jogo, para esclarecimento das regras.

Essa barreira foi importante, pois gerou a necessidade de seus autores procurarem repensar, modificar, refazer, reescrever, com melhor clareza e expressão suas idéias nas regras dos jogos, visando obter o acordo e a reciprocidade necessários para o desenvolvimento do jogo.
De forma geral, as regras foram escritas e apresentadas com variadas possibilidades:
Escrita das regras e material no próprio tabuleiro ou no inverso do jogo;
Em livrinhos coloridos e desenhados;
Em forma numericamente pontuada;
Com itens para material, objetivo, procedimento, ou modo de se jogar, componentes, etc;
Com observações interessantes e importantes.
Para Piaget (1994), ao se trabalhar com regras são percorridos dois grupos de fenômenos: a prática das regras e a consciência da regra. Com a competição gerada nos jogos, naturalmente cada jogador / cidadão aprende a competir com honestidade, habituando-se a seguir e respeitar as regras estabelecidas, saindo dos muros escolares para a vida cotidiana do cidadão, pois não se pode isolar a "consciência das regras do jogo do conjunto da vida moral." (Piaget,1994,p.23)
Nessa troca constante de jogos e equipes, com contato com outros, na confrontação de pontos de vista, na criação, adaptação e observação das regras, desenvolvem-se concomitantemente, como declara Kamii e DeVries (1991), não apenas a aprendizagem social, moral e cognitiva, mas também e principalmente os aspectos de forma política (tomada de decisões) e emocional (contribuindo para uma auto-estima positiva), propiciando a prática da autonomia.

AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO JUNTO A ALUNOS DE 5ª E 7ª SÉRIES

Maria Carolina Cascino da Cunha Carneiro
Dissertação de Mestrado da PUC/SP

Tendo como hipóteses que as concepções que os alunos de 5ª e 7ª séries têm sobre multiplicação e divisão são: *"multiplicação sempre aumenta"* e *"divisão sempre diminui"*, a pesquisa teve como foco investigar concepções desses alunos sobre multiplicação e divisão e se as mesmas interferem quando esses trabalham com as operações em questão no domínio dos decimais.

Os resultados, obtidos por meio de um teste diagnóstico, indicaram que as concepções *"multiplicação sempre aumenta"* e *"divisão sempre diminui"* estão presentes entre os alunos.

Baseados nesses resultados, foi elaborada uma seqüência de atividades, na busca de uma mudança de concepções por parte dos alunos, frente às operações de multiplicação e divisão.

Ao término da seqüência de atividades, foram elaborados um teste final e também entrevistas individuais, visando a confirmação de que os alunos haviam mudado suas concepções.

Os resultados apontaram, dentre outras coisas, que as concepções *"multiplicação sempre aumenta"* e *"divisão sempre diminui"* estão muito interiorizadas pelos alunos e que provavelmente uma mudança de concepções só ocorreria, se desde o início da vida escolar dos alunos a multiplicação e a divisão fossem introduzidas e trabalhadas por meio de diversas abordagens, não somente como adições repetidas e como subtrações sucessivas.

Grupo de Trabalho 3

Educação Matemática no Ensino Médio

Coordenação
Maria Ignez Diniz
Ruy Madsen Barbosa

Síntese dos trabalhos

A MATEMÁTICA E O NOVO ENSINO MÉDIO[1]

Marcelo Lellis (mestrando em Educação Matemática – PUC, São Paulo)
Luiz Márcio Imenes (mestre em Educação Matemática – UNESP, Rio Claro)

1. Os autores sintetizam transformações no ensino ocorridas na década de 1990

A Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996), complementada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1996, 1998), as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – DCNEM (1998) e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (1999), constituem o aval oficial para um novo ensino fundamental e médio. Mudanças vêm sendo concretizadas no ensino fundamental, mas, no nível médio, os PCNEM são ainda muito recentes e há muito para debater.

As DCNEM concebem o nível médio como última etapa da formação básica e geral. Propõem um ensino que valorize o criativo, o curioso, o trabalho não padronizado (estética da sensibilidade), que busque a solidariedade e respeite as diferenças, como base da cidadania (política da igualdade), que promova a autonomia do educando, da escola, etc. (ética da identidade). Essas concepções pedem um ensino que favoreça o "aprender a aprender" e o desenvolvimento de competências por meio de estratégias que "mobilizem mais o raciocínio que a memória". Os conteúdos deverão estar inseridos em contextos significativos para os alunos, devendo em muitos casos ser tratados de forma interdisciplinar.

A concretização dessas idéias terá como base a proposta pedagógica de cada escola que, a partir de uma base comum ocupando 75% da carga horária, propiciará uma diversificação de estudos, dos mais humanísticos aos mais científicos ou artísticos.

Os PCNEM harmonizam-se com as idéias das DCNEM. Na Matemática, são valorizados os aspectos

- formativo (que desenvolve análise, julgamento, resolução de problemas), de acordo com um ensino em busca de competências;
- instrumental (suas aplicações em vários campos do conhecimento), refletindo as intenções interdisciplinares.

Como o ensino médio encerra a formação básica geral, os PCNEM levam em conta a conveniência dos alunos terem noções da Matemática como ciência, com seus métodos próprios de pesquisa e produção, e de usarem com confiança recursos matemáticos em situações diversas.

2. O atual Curso Médio, na opinião dos autores

Embora seja difícil caracterizar com precisão o ensino de Matemática no Curso Médio, dada a diversidade e a extensão do país, parece inegável que, na maioria das escolas, a Matemática é ensinada de maneira isolada da realidade e das outras disciplinas, com ênfase na quantidade de informações e poucas preocupações formativas. Exercícios técnicos em que se usam algoritmos padronizados predominam sobre problemas,

---

[1] Resumo do artigo **A Matemática e o novo Ensino Médio** a ser publicado em **Educação Matemática em Revista**, publicação da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática)

demonstrações e justificativas em geral. Tudo isso se opõe claramente às novas propostas de ensino.

Freqüentemente, diz-se que a necessidade de sucesso nos exames vestibulares seria a causa desse ensino conteudístico e tecnicista. No entanto, é difícil supor que a baixa qualidade em termos de formação propicie sucesso. Além disso, gradualmente, os exames vestibulares vêm priorizando as competências em vez dos conteúdos.

3. Os autores sugerem um esboço curricular

Admitindo-se a pertinência das idéias dos PCNEM, cumpre buscar alternativas para concretizá-las, ainda mais porque elas são em boa medida negadas pelo atual Ensino Médio.

Em relação à Matemática, parece haver uma particular seleção de conteúdos que, tratados sob um enfoque adequado, com métodos de ensino-aprendizagem coerentes com as novas propostas, podem atender às idéias das DCNEM e dos PCNEM. Constituiriam, assim, um núcleo comum nacional para a Matemática do Ensino Médio, que cada escola suplementaria (ou não), de acordo com sua proposta pedagógica.

Essa seleção inclui conhecimentos

- úteis para o dia a dia do cidadão educado: noções de Matemática Financeira, Análise Combinatória, Probabilidades e Estatística;
- básicos para uma formação científica: um estudo de Funções e da Geometria, que além da Geometria Sintética tradicional, incluiria tópicos como Geometria Analítica, vetores e transformações geométricas;
- de conteúdo variável, visando dar uma idéia da natureza da Matemática como ciência, por meio de um novo olhar sobre tópicos mais elementares (demonstrando propriedades, analisando sua história, apresentando suas aplicações) e uma visão de tópicos avançados como fractais ou noções do Cálculo, etc. (Este bloco de conteúdos foi batizado com o título de Excursões Matemáticas.)

A lista de conteúdos mostra, em linhas gerais, a intenção de destacar o aspecto instrumental da Matemática (na Matemática Financeira, por exemplo), seu status científico e mesmo seu valor formativo (nas Excursões, por exemplo). Ela, porém, não basta para atender os objetivos pretendidos. É preciso considerar o enfoque adequado dos conteúdos e os métodos de ensino.

Como ilustração do enfoque pretendido, apresenta-se a possibilidade de um estudo de Funções privilegiando a descrição da realidade (por exemplo, a função exponencial ligada ao crescimento populacional, as funções trigonométricas relacionadas com movimento periódico), em vez de aspectos formais como domínio, contra domínio, injetividade, etc. Nesse caso, aspectos interdisciplinares, ligados a contextos reais, saem realçados.

Em relação aos métodos de ensino, ações pedagógicas que favoreçam a reflexão do aluno, ou seja as posturas ditas construtivistas, parecem as mais eficazes. São métodos desse tipo que possibilitarão atender as propostas dos PCNEM que independem da seleção de conteúdos ou dos enfoques sugeridos, tais como o desenvolvimento de competências relativas à resolução de problemas e à comunicação matemática.

Os autores acreditam que a discussão das idéias apresentadas contribuirá para a gradual implementação de um novo ensino no curso médio.

A CAPACIDADE DE ARGUMENTAÇÃO E A FAMILIARIZAÇÃO COM AS DEMONSTRAÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Lucia Tinoco e Lilian Nasser
Professoras aposentadas do IM/UFRJ
Membros da Equipe do Projeto Fundão/UFRJ

O tipo de trabalho desenvolvido nas salas de aula e a orientação dos livros didáticos não permitem em geral o desenvolvimento, nos alunos de nível médio, da capacidade de expressar e comunicar idéias ou justificar os procedimentos e estratégias usadas na resolução de problemas. Conseqüentemente, eles não se familiarizam com o raciocínio lógico-dedutivo e, em particular, com as demonstrações.

> *"A prática freqüente pelos alunos da argumentação, da justificação das próprias afirmações e da procura de uma explicação em defesa das conjecturas que formulam, no decorrer das atividades de investigação, constituem modos válidos para melhorar o seu discurso matemático e as formas de exprimir os seus raciocínios" (Veloso, 1998, p. 360).*

Tal prática pode e deve ser implantada a partir do ensino fundamental, e resultados relevantes neste sentido vêm sendo obtidos por professores da equipe do Projeto Fundão da UFRJ, em estudos sobre Argumentação e Provas em Matemática.

A dificuldade de explicar, de argumentar sobre e de demonstrar afirmativas matemáticas abrange inclusive alunos que ingressam em curso universitário de matemática, que, em geral, resistem muito em explicar seus procedimentos ou estratégias de resolução de problemas e apresentam sérias deficiências em relação a aspectos do método axiomático, como os observados por Galbraith (1981) e Dreyfus e Hadas (1994).

Galbraith procurou pesquisar as percepções de alunos de 13 a 15 anos a respeito de técnicas e conceitos que pudessem contribuir para a habilidade de construir e analisar provas e explicações, destacando, entre outros:

1. A importância atribuída à variedade e esgotamento ao conferir um número finito de casos.
2. Fatores envolvidos na capacidade de encadear uma seqüência de inferências a fim de alcançar um resultado julgado verdadeiro.
3. Consciência do domínio de validade de uma certa generalização, envolvendo uma construção de classes para exame, consciência da necessidade de exemplos representativos e da significância dos contra-exemplos.
4. Fatores envolvidos ao examinar e usar a distinção entre implicação e equivalência.

Dreyfus e Hadas, ao analisarem as dificuldades dos alunos em relação à axiomática de Euclides, sugerem um trabalho especificamente voltado para isto em sala de aula, com base em seis princípios, nos quais destacam aspectos como: *"um teorema não tem exceções...; mesmo afirmações "óbvias" têm de ser provadas...; uma demonstração deve ser geral; um ou mais casos particulares não provam uma afirmação geral...; as suposições de um teorema devem ser claramente identificadas e distinguidas das conclusões; a recíproca de uma afirmação correta não é necessariamente correta; figuras complexas são constituídas por componentes básicos cuja identificação pode ser indispensável numa demonstração." (p. 61).*

É precisamente em torno de tais princípios que se situam as principais dificuldades dos alunos e professores, que não se sentem capazes de propor e orientar tarefas adequadas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação e de dedução dos alunos.

Aliam-se a essas dificuldades crenças como a de que em matemática não se precisa ler nem escrever, apenas fazer contas.

Além disso, como observa Godino (1997), aspectos como a diversidade de sentidos existentes para a palavra *prova* nas diversas ciências e na sociedade podem explicar certos procedimentos dos alunos do ensino médio, ou ao menos a sua insegurança em relação às demonstrações.

A experiência dos estudantes na escola não incentiva, portanto, o desenvolvimento das habilidades de argumentar, analisar argumentos e de demonstrar. Nos experimentos realizados no ensino médio, a equipe do Projeto Fundão obteve resultados bastante semelhantes aos do ensino fundamental, com progressos observados apenas em relação ao uso da linguagem *algébrica*.

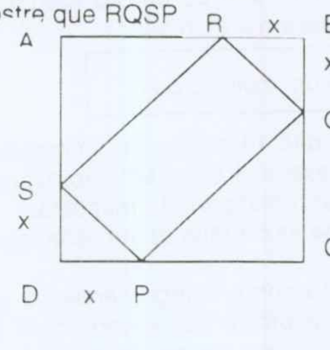
1 – A prática da argumentação em matemática no ensino fundamental

Os estudos da equipe do Projeto Fundão se iniciaram com base nas pesquisas de Hoyles (1997), com testes abrangendo alunos de ensino fundamental e médio cuja experiência escolar não envolvia nenhum hábito ou habilidade de argumentação ou justificativa. Os resultados apontaram a quase total ausência de justificativas, em todos os níveis.

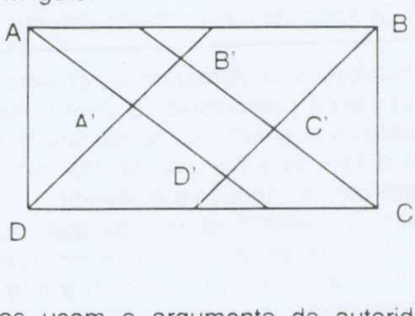
Professores da rede municipal de ensino fundamental do Rio de Janeiro, pertencentes ao grupo, vêm então desenvolvendo atividades no sentido de habilitar os seus alunos nestes aspectos e torná-los capazes de demonstrar resultados simples de geometria.

A Professora Maria Palmira da Costa Silva acompanha uma turma ao longo de dois anos letivos, realizando tarefas que exigem justificativas e crítica de respostas e/ou soluções a desafios e demonstrações, com bastante ênfase em geometria. Conseguiu resultados surpreendentes com alunos de 8ª série, como as demonstrações dos seguintes teoremas:

1. Seja ABCD um quadrado.
Mostre que RQSP

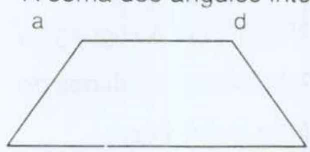


2. Prove que o quadrilátero formado pelas bissetrizes dos ângulos de um retângulo é retângulo.



Enquanto se observa que muitos alunos usam o argumento da autoridade ("o professor falou" ou "está no livro", ou ainda, "é um teorema conhecido"), sem se preocupar em explicar nada, destaque-se o nível de argumentação de uma aluna dessa turma.

"A soma dos ângulos internos de um trapézio é 360°. Justifique esta afirmação."



$a + b + c + d = 360°$

Solução:

"Já vimos que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°. Como o trapézio é um quadrilátero, então, a soma dos ângulos do trapézio é 360°."

A mesma professora observa no entanto que seus alunos ainda não usam com naturalidade a linguagem simbólica e têm dificuldade com problemas de justificativas de resultados numéricos. Isto confirma a necessidade de o aluno vivenciar experiências específicas para desenvolver as suas habilidades em cada ramo da matemática.

O trabalho da Professora Mirian Salgado, também com atividades argumentativas, discussões e trabalhos em grupos, envolve alunos de 4ª e 5ª séries com uma sólida experiência em língua portuguesa e com os conceitos básicos da matemática. Estes dois fatos são fatores determinantes do sucesso desses alunos ao explicarem, por exemplo, por que 9/10 é maior do que ¾ ou ao decidirem, justificando, se está errado ou não afirmar que 3/5 = 3,5.

Estas mesmas questões foram aplicadas pelo Professor José Alexandre, numa turma sem aquela experiência, com resultados altamente negativos.

2 – Dificuldades de alunos do ensino médio

O que se observa nas experiências feitas é que as deficiências dos alunos do ensino médio são essencialmente as mesmas dos de nível fundamental.

Numa das primeiras experiências feitas, com alunos de escolas públicas e particulares do ensino médio e fundamental, pedia-se o seguinte:

> *"A soma de dois números pares é um número par.*
> *Diga se esta afirmação é verdadeira ou falsa, justificando."*

Apesar de todos os alunos responderem que a afirmação era verdadeira, as justificativas, quando existiam, se limitavam a alguns exemplos particulares, independentemente do nível de escolaridade. Observou-se que, nem entre os alunos do nível médio, apareceu a representação algébrica de um número par (2p, 2m,..).

Em outra experiência, foi pedido que alunos do primeiro ano do ensino médio da rede pública do Estado do Rio de Janeiro, em duplas, justificassem a afirmação:

> *"A soma de três números naturais consecutivos é um múltiplo de 3."*

Os resultados confirmaram as observações acima: 6 das 14 duplas se limitaram a experimentar casos particulares, 5 deram respostas sem nexo e 3 tentaram representar algebricamente os três números consecutivos (por sugestão do professor). As respostas: **1x + 2x+ 3x** e **4x + 5x + 6x**, no entanto, mostraram mais uma vez a falta de familiarização desses alunos com a linguagem algébrica.

Insistimos portanto no fato de que, numa investigação sobre a argumentação em matemática, há que se levar sempre em conta a experiência prévia dos alunos com os assuntos envolvidos, assim como com a língua materna. Um aluno da equipe do Projeto realizou um experimento, como parte de sua monografia de final do curso de licenciatura, com alunos familiarizados com a linguagem algébrica desde o ensino fundamental. Nele, se pedia, por meio de vários questionamentos, que os alunos explicassem o fato de que a média aritmética entre o antecessor e o sucessor de um elemento da seqüência *2, 5, 8, 11, 14, ...* coincide com este elemento.

Observou então que os alunos do ensino médio usavam naturalmente a linguagem algébrica nas suas justificativas: $\frac{(x-3)+(x+3)}{2} = x$, o que não acontecia com os alunos do ensino fundamental. Estes usaram outros tipos de argumentos verbais e numéricos.

De uma maneira geral, constata-se que a falta de valorização de atividades de argumentação ou mesmo de justificação das respostas dadas, por parte dos professores, faz com que os alunos do ensino médio aceitem as afirmativas matemáticas como verdades sem nenhum questionamento e, mesmo quando são capazes de resolver problemas complexos, não cogitam da necessidade de explicar as suas respostas ou estratégias. O seguinte fato ilustra esta afirmação:

No enunciado de uma questão, o professor pediu que o aluno justificasse a sua resposta. O aluno deu a resposta correta, mas sem nenhuma explicação. O professor devolveu a tarefa ao aluno, com "por quê?" escrito em vermelho, ouvindo então a pergunta indignada do aluno:

- *Por que você escreveu "por quê?" aqui? Não está certa a minha resposta?*

Uma estratégia usada pela Professora Roberta Almeida para desenvolver nos seus alunos de ensino médio a habilidade de argumentação foi a de propor freqüentemente problemas cuja solução envolvesse apenas um encadeamento lógico de idéias, sem nenhum conteúdo matemático. O resultado foi bastante satisfatório, principalmente no aspecto da auto-confiança.

Experiência com alunos da rede estadual do Rio de Janeiro, sem esta vivência, sugere que estes, não tendo idéia do encadeamento de raciocínios necessários, apelam para noções de consenso na vida real. A seguinte questão foi proposta:

> *" Numa cidade há três tipos de pessoas:aquelas que só falam a verdade (verdadeiros); aquelas que só falam mentira (mentirosos) e aquelas que, alternadamente, falam a verdade e mentem (mistos).*
> *Um cidadão ligou para o corpo de bombeiros e disse: - A prefeitura está pegando fogo.*
> *O bombeiro perguntou: - Que tipo de pessoa você é?*
> *- Sou misto, respondeu o cidadão.*
> *A prefeitura está de fato pegando fogo? Por quê?"*

Exemplo de resposta:

"Não. Porque a pessoa que falou é mista. Mas é influenciada pelas pessoas que falam a verdade. Logo o prédio não está pegando fogo, pois se estivesse o grupo dos que só falam a verdade ligariam também para o Corpo de Bombeiros."

Os problemas apontados foram observados em alunos que, em sua maioria, não teriam possibilidade de ingressar em universidades. No entanto vários estudos feitos pela equipe do Projeto Fundão, entre eles, os de Nasser e Rezende (1994) e Coutinho (1998), mostram graves deficiências de alunos recém-ingressos no curso de Matemática da UFRJ em relação às formas de argumentação e, particularmente, em relação ao uso do raciocínio lógico-dedutivo.

Nasser e Rezende apontam o grande número de justificativas encontradas do tipo "pragmática", nas quais o aluno atesta a veracidade de afirmativas em geometria com base em apenas alguns exemplos, enquanto o estudo de Coutinho confirma a imensa dificuldade desses alunos em relação aos seis princípios já mencionados, formulados por Dreyfus e Hadas (1994).

3 – As deficiências dos professores como causas das dos alunos

Estudo feito por Oliveira (2000) em uma turma de professores-alunos da disciplina de Geometria do curso de Aperfeiçoamento para Professores do Ensino Médio da UFRJ, no primeiro semestre de 2000, mostrou que a dificuldade em relação ao raciocínio lógico-dedutivo dos alunos pode ter como uma das causas a insegurança e/ou as deficiências dos seus professores. A análise feita de vasto material escrito por estes professores em sala e em casa deixa clara a falta de familiarização dos mesmos com as noções de teorema, hipótese, tese, recíproca, condições necessárias e suficientes, etc.

No início do curso, mais de 70% dos professores não distinguiam a hipótese e a tese de um teorema, e, muitos deles, usavam a tese ao longo de suas demonstrações. Mesmo após um semestre de trabalho específico sobre estes aspectos, ainda mais de 50% dos 30 professores da turma tiveram muita dificuldade em responder à questão que se segue, que tinha sido apresentada no Exame Nacional de Curso de Matemática em 1998.

Ela foi também usada por Coutinho no seu estudo com alunos do primeiro ano da UFRJ e com outro grupo de professores do ensino médio.

Os erros observados: demonstração errada, troca do teorema pela recíproca e justificativa da recíproca com exemplo errado exemplificam as deficiências em relação aos princípios destacados acima.

O losango é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais. A partir desta definição, pode-se demonstrar a seguinte afirmação:

*Ter diagonais perpendiculares é uma condição **necessária** para que um quadrilátero seja um losango.*

a) Enuncie esta afirmação sob a forma de um teorema do tipo "se ... então".

b) Demonstre o teorema enunciado no item (a).

c) Enuncie a recíproca do teorema enunciado no item (a) e decida se ela é ou não verdadeira, justificando a sua resposta.

Além dos aspectos específicos de conteúdo de matemática e de lógica, aspectos metacognitivos como falta de confiança em si mesmo, incapacidade de auto-avaliação e crença na pouca importância da língua materna para o trabalho em matemática são fatores que prejudicam a superação das deficiências dos professores. A própria concepção dos mesmos do que seja um trabalho em geometria é um obstáculo.

O quadro atual do ensino médio em relação à argumentação é representativo da pouca importância que a escola deste nível vem dando às competências destacadas na nova proposta de orientação do MEC por meio dos PCNEMs. É um desafio importante o acompanhamento e a avaliação futura da implantação dessa nova proposta no sentido de verificar se ela provocará mudanças necessárias.

BIBLIOGRAFIA

Coutinho, F. (1998) – O Domínio do Processo Dedutivo por Alunos de Licenciatura em Matemática. Resumos da XX Jornada de Iniciação Científica da UFRJ (em CDRom).

Dreyfus, T. e Hadas, N. (1994) – Euclides Deve Permanecer – e até Ser Ensinado. Em Aprendendo e Ensinando Geometria, Mary M. Gomery, Lind Quist and Albert P. Shulte (Org.), Ed. Atual, pp. 59 – 72, São Paulo.

Galbraith, P. L. (1981) – Aspects of Proving: a Clinical Investigation of Process. Educational Studies in Mathematics, n° 12, pp. 1-28.

Godino, J. D. and Recio, A. M. (1997) – Meaning of Proofs in Mathematics Education. Atas do PME-21, vol 2, pp. 313 – 320, Finlândia.

Hanna, G and Jahnke, H. (1996) – Proof and Proving. In: International Handbook of Mathematics Education, Cap. 23, pp. 877-908.

Hoyles, C. (1997) – The Curricular Shaping of Student's Approaches to Proof. For the Learning of Mathematics, n° 17, vol.1, pp. 7-16.

Nasser, L. e Tinoco, L. (1999) – Helping to Develop the Hability of Argumentation in Mathematics. Atas do PME-23, vol. 1, p. 303, Israel.

Nasser, L. e Rezende, J. (1994) – Kinds of Argumentation used in Geometry. Atas do PME-18, vol. 1, p. 66, Lisboa, Portugal.

Oliveira, A. (2000) - O Despreparo do Professor Como Uma Das Causas da Deficiência de Argumentação dos Alunos. Resumos da XXII Jornada de Inic. Científica da UFRJ (a aparecer).

Veloso, E. (1998) – Formalização. Em: Geometria – Temas Actuais, Instituto de Inovação Educacional, Lisboa, Portugal.

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DE TERCEIRO GRAU ATRAVÉS DE CÔNICAS

Rosana Nogueira de Lima
PROEM – PUC/SP

Este trabalho teve por objetivo estudar métodos geométricos e algébricos de resolução de equações de terceiro grau, observando as vantagens e desvantagens de cada um.

Para isso, construímos uma seqüência didática, enfatizando o método geométrico de Omar Khayyam, matemático árabe do século XII. Foi feita uma pesquisa histórica, e este método foi escolhido por utilizar o quadro geométrico, quadro este pouco explorado em sala de aula. Utilizamos, também, na seqüência, a fórmula de Cardano e o dispositivo de Briot-Ruffini para resolver equações cúbicas.

Aplicamos nossa seqüência a dois grupos. O primeiro, formado por quatro alunos do curso de Ciência da Computação da PUC-SP. O segundo, formado por alunos da terceira série do Ensino Médio, do Colégio Vera Cruz; no início, contávamos com 32 alunos, ao final, eles eram em número de 6. A abstenção, ao final da aplicação, se deve, principalmente, à época em que a seqüência foi aplicada.

Com resultados obtidos, vemos que o quadro geométrico dificilmente é usado pelos alunos ao tentar resolver um problema. O método de Omar Khayyam foi considerado o mais prático deles, pois pode ser usado para qualquer equação cúbica. A fórmula de Cardano causa problemas aos alunos que não conhecem números complexos e o dispositivo de Briot-Ruffini só pode ser usado quando a equação que se quer resolver tem uma raiz inteira.

Os alunos perceberam, também, que podem escolher que caminho seguir, para resolver uma equação de terceiro grau, dependendo de seus coeficientes. Além disso, o quadro geométrico, agora, é levado em consideração.

O CONCEITO DE FUNÇÃO: OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS E AS INTERAÇÕES SOCIAIS COMO DESENCADEADORES DA APRENDIZAGEM

Vanessa Moretti
Dissertação de Mestrado orientada pelo
Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura
FE-USP/1998

Introdução

A motivação inicial para a realização desse trabalho partiu de uma preocupação em delinear o papel da Matemática, como conhecimento específico, na formação integral do cidadão. Isto porque acreditamos que entender o papel da Matemática na formação do cidadão é parte do entendimento do que é ser cidadão e de como o sujeito se constrói cidadão tendo o conhecimento como um de seus instrumentos.

Sendo assim, para que o conhecimento matemático se efetive como um desses instrumentos, é necessário que ocorra a aprendizagem, por parte do sujeito, dos conceitos que o formam. Logo, ao professor que objetiva a aprendizagem interessa identificar quais são as condições que favorecem este processo. Na busca desta resposta, encontramos nas teorias piagetianas e vygotskyanas contribuições teóricas sobre a importância dos conhecimentos prévios e do contexto social na educação. Desta forma, nosso objetivo se delineou como sendo investigar como estes dois fatores influenciam na aprendizagem de um determinado conceito. Em particular, investigar como o papel dos conhecimentos prévios e do contexto social influenciam a aprendizagem do conceito de função.

Escolhemos o conceito de função devido a sua relevância social e seu papel dentro de uma estruturação lógica do conhecimento matemático. Num primeiro momento, buscamos identificar quais são os conhecimentos que os alunos já trazem para a sala de aula sobre este conceito. Isto foi possível através da construção de categorias de compreensão, baseadas na história do conceito e em pesquisas anteriores sobre a aprendizagem do mesmo e na aplicação de alguns testes individuais que permitiram esta observação. Numa segunda etapa, elaboramos atividades que foram trabalhadas no coletivo da sala de aula numa situação de interação. Ao final fizemos uma análise comparativa dos níveis de compreensão do conceito obtidos nas duas situações.

Conhecimento Matemático e Concepções de Aprendizagem

Ao pensarmos em um indivíduo capaz de se relacionar conscientemente com o meio social e instrumentalizado para a prática da cidadania, conhecedor de seus direitos e de seus deveres, vem-nos à mente a necessidade de uma formação que viabilize esta interação. Essa formação deverá permitir a compreensão do processo histórico no qual está inserido e a aquisição e construção de ferramentas simbólicas que o capacitem a participar ativamente desse processo.

Buscando estabelecer uma relação entre essa relevância do trabalho, na escola, com os conteúdos específicos e o conhecimento matemático, podemos afirmar que a primeira argumentação na defesa deste conhecimento na educação escolar é a que se refere à instrumentação para a vida. Esse tema aparece tanto nas "Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio" (MEC,1998a) quanto nos "Parâmetros Curriculares Nacionais" (MEC,1998b). As Diretrizes, ao descreverem as competências desejáveis ao educando a serem desenvolvidas pela área de Ciências da Natureza e Matemática, explicitam a necessidade de conhecimentos que permitam ao indivíduo analisar e compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, aplicando-os à vida social e relacionando-os a contextos socioeconômicos, científicos ou cotidianos (MEC,1998a, p.61). Essa mesma preocupação aparece no PCN, que coloca que o conhecimento matemático desejável é aquele que possibilite "a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura" (MEC,1998b, p.35). Também encontramos, nos Standards do NCTM (1994), a defesa de uma matemática escolar que viabilize a inserção na vida social através do desenvolvimento da capacidade de aprender a aprender, da preparação para o trabalho e para a participação política (NCTM,1994,p.5). Assim, a Matemática aparece como fator de adaptação a uma realidade moderna e tecnológica, crítica e analítica, mas também instrumento facilitador do desenvolvimento individual.

A segunda linha de argumentação na defesa dos conhecimentos matemáticos na escola surge exatamente nesse contexto. Justifica-se seu ensino sob uma perspectiva de desenvolvimento do raciocínio lógico-formal, que é uma das manifestações da inteligência humana (Gardner,1993). Assim, a presença da Matemática na escola estaria viabilizando o desenvolvimento da "capacidade individual para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente", além de possibilitar ao aluno "utilizar com eficácia uma variedade de métodos matemáticos na resolução de problemas"(NCTM,1994, p.7).

Tendo em mente ser a ciência na escola meio e não fim na formação do indivíduo, torna-se extremamente importante a análise de seus processos, o que permite a real construção de conceitos, bem como a compreensão profunda dos objetos estudados. Isso faz com que sejam plenamente justificáveis os processos de abstrações e generalizações tão presentes na ciência Matemática.

No entanto, quais são os fatores que podem favorecer a aprendizagem dos conceitos matemáticos?

Segundo a tese piagetiana, o conhecimento lógico-matemático constrói-se na criança através de uma reflexão sobre as ações efetuadas na interação com os objetos. Além disso, a concepção construtivista defende que se deve levar em conta em um processo de aprendizagem aspectos globais como a disposição dos alunos para esta aprendizagem, os instrumentos, as habilidades e as estratégias que são capazes de utilizar e, principalmente, os conhecimentos prévios que possuem sobre o assunto a ser ensinado. Desta forma, segundo a concepção construtivista, uma aprendizagem será significativa quando o aluno for capaz de estabelecer relações coerentes entre o que já sabe e o novo conhecimento que lhe está sendo apresentado.

Já segundo uma perspectiva sócio-interacionista, o ser humano desenvolve-se nas relações que estabelece com o outro. Desta forma, o meio social constitui o manancial no qual se baseia o desenvolvimento conceitual da criança. Segundo Vygotsky, o homem, ao buscar relacionar-se com os objetos, utiliza-se dos sistemas simbólicos de que dispõe, fornecidos pela cultura, pelo meio social. Esse tipo de operação permite o desenvolvimento da abstração e da generalização que, nessa perspectiva, vai do social para o individual. Existe uma diferença substancial entre o que uma criança é capaz de produzir isoladamente e o nível de desenvolvimento que atinge numa situação de interação, seja com o professor ou com a colaboração de um colega. A essa distância entre o que chamou de desenvolvimento real e desenvolvimento potencial Vygotsky deu o nome de "zona de desenvolvimento proximal".

Nessa perspectiva de aprendizagem, dois fatores aparecem como sendo primordiais. O primeiro e mais importante é a relação existente entre a aprendizagem e a interação social. O segundo é que, no processo de interação professor/aluno, o conhecimento da zona de desenvolvimento proximal do aluno permitirá ao professor agir no sentido de provocar o desequilíbrio da sua estrutura cognitiva, favorecendo-lhe a reorganização de relações (Moysés,1997, p.32).

Pudemos perceber que, tanto na concepção construtivista quanto na perspectiva social, os conhecimentos prévios e a interação social aparecem como fatores que influenciam fortemente o processo de aprendizagem. Cada uma das teoria dá ênfase a um desses aspectos.

A escola piagetiana, embora não ignore a relevância do contexto social, considera os conhecimentos prévios como determinantes na aprendizagem de um novo conteúdo. Já na perspectiva social, a interação com o meio e as relações sociais são consideradas como elementos constitutivos do homem, enquanto seus sistemas simbólicos reestruturam-se na vivência social.

Mais recentemente tivemos a contribuição de grupos de pesquisadores em didática e de psicopedagogos ocidentais e soviéticos em trabalhos nos quais o questionamento principal é o papel da componente social num processo de aprendizagem. Nessas experimentações, os pesquisadores soviéticos repousam suas concepções de desenvolvimento da criança em conceitos centrais como o social e a atividade, cujos fundamentos teóricos encontram reforço nos trabalhos de Vygotsky, Elkonin, Leontiev e Davidov. Já as experimentações da escola ocidental, embora tenham fundamentos teóricos em Piaget, tais como a concepção de desenvolvimento cognitivo, o papel da ação do sujeito sobre os objetos e a busca da superação do desequilíbrio, apresentam uma perspectiva construtivista social. O termo construtivismo social vêm do fato de que esses pesquisadores ocidentais consideram o papel das interações sociais dentro do processo de construção de conhecimentos. No processo de aprendizagem, segundo essa visão ocidental, aparece a noção de conflito como fonte de mudança no indivíduo, só possível através das interações e a sala de aula aparece como o lugar privilegiado aos conflitos sócio-cognitivos.

Como pudemos observar, o papel da interação social permeia as duas linhas de pesquisas relatadas. Considerando nossa questão inicial, ou seja, a definição dos fatores que influenciam decisivamente na aprendizagem, buscamos respondê-la embasados nesses estudos teóricos. Assim, nossa questão delimitou-se tendo como foco principal perceber como a interação social e o que chamamos de conceitos prévios , atuam no processo de aprendizagem de um determinado conceito.

A pesquisa

Usamos como critérios para essa escolha do conceito a ser trabalhado, basicamente, dois fatores. Primeiro a sua relevância social, o que incluiu sua aplicação científica e a sua relação com outras áreas do conhecimento e, em segundo lugar, o seu papel dentro de uma estruturação lógica do próprio conhecimento matemático. Como resultado dessa análise, chegamos ao Conceito de Função. Sendo assim, *nossa pesquisa* *consistiu em investigar como os conceitos prévios e as interações sociais influenciam a construção de um conceito matemático, no nosso caso, o conceito de função.*

Nossa pesquisa de campo foi feita em dois momentos. No primeiro, buscamos identificar qual o nível de compreensão do conceito de função pelos alunos antes de o terem aprendido na escola, ou seja, quais os conceitos prévios que traziam sobre este conceito. No segundo, apenas dispondo de seus conhecimentos prévios, um outro grupo de alunos, no mesmo nível escolar que o primeiro, foi colocado numa situação de interação social com o intuito de trabalhar alguns problemas envolvendo o conceito. Buscamos comparar os resultados obtidos nessas duas situações de modo a fornecer ao professor uma orientação quanto à influência desses dois fatores na aprendizagem.

Para isso, precisamos identificar categorias de compreensão do conceito de função que possibilitassem ao professor considerar o nível de entendimento desse conceito revelado pelo aluno. Estas categorias foram construídas levando-se em conta a história do conceito e pesquisas já realizadas sobre a sua aprendizagem após os alunos terem passado por situações de ensino.

A pesquisa histórica mostrou-nos que o desenvolvimento do conceito de função foi marcado por alguns estágios facilmente identificados através das estratégias utilizadas, em diferentes épocas, para a resolução de problemas envolvendo variações de quantidades. Estes estágios refletem, na realidade, o caminho percorrido pelo homem através da história rumo à generalização e à formalização do conceito de funções. O processo de abstração demonstra uma real e profunda compreensão do conceito ao mesmo tempo que é fator de construção desta compreensão.

Encontramos poucas pesquisas relacionadas ao conceito de função. Em nenhuma delas, entretanto, há referências aos conceitos prévios e sim estudos acerca do conceito que o aluno possui depois de concluído o processo de aprendizagem formal. Em uma dessas pesquisas, Vinner e Dreyfus (1989, p.356) propuseram a elaboração de seis categorias. Para os objetivos do nosso trabalho, no entanto, essas categorias propostas apresentavam um excessivo detalhamento. Uma vez que queríamos analisar como o aluno resolve situações que envolvam funções antes de um estudo formal e o trabalho de Vinner e Dreyfus o fez após este estudo, não esperávamos encontrar, em nossa pesquisa, tal grau de refinamento entre as soluções.

Assim, baseados nos trabalhos de Vinner e Dreyfus e nos estágios históricos de Youschkevitch, construímos as três categorias iniciais de nossa pesquisa que caracterizariam as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos. Seriam elas *o uso de tabelas*, *a compreensão com ausência de linguagem analítica* e *o uso de expressão algébrica*.

Trabalhamos com alunos de 8ª série, em momento escolar imediatamente anterior ao ensino formal do conceito de função, problemas que essencialmente propusessem variações de quantidades em situações concretas.

Com o objetivo de aprimorarmos tais questões e evitarmos ambigüidades, elaboramos um *Teste Piloto*, que serviu-nos também para o aprimoramento das categorias propostas inicialmente. Esses registros foram analisados com o intuito de percebermos, com o auxílio das categorias construídas, qual o nível de compreensão que o aluno tem desse conceito, ou seja, qual é o seu conceito prévio.

Baseados nos resultados e nas observações deste teste, partimos para a primeira fase da investigação, que foi analisar como os alunos resolvem problemas envolvendo o conceito de função, tendo à sua disposição apenas os seus conhecimentos prévios do conceito, procurando identificar os resultados que são capazes de atingir com esses conhecimentos.

Para isso, aplicamos o que chamamos de *Teste Individual*, que é o resultado da reformulação de alguns dos problemas e do aprimoramento das categorias propostas antes do teste piloto. Os resultados desses testes foram analisados e buscamos elaborar um panorama geral das estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, no teste individual. Tanto o teste piloto quanto o teste individual foram aplicados em ambiente de sala de aula pelos próprios professores das turmas, segundo as nossas orientações.

Na segunda etapa da pesquisa, nosso objetivo foi investigar como as interações sociais favorecem a compreensão do conceito de função. Novamente trabalhamos com alunos de 8ª série que ainda não haviam passado por um processo formal de ensino do conceito. Essa segunda etapa foi chamada de *Situação de Interação*.

Nesta fase, no entanto, tínhamos a necessidade de propiciarmos aos alunos participantes da pesquisa um ambiente que possibilitasse as interações e no qual pudéssemos realizar as observações desejadas. Buscamos problemas que fomentassem a discussão por seu caráter aberto, alguns deles não apresentando um valor final como resposta, como por exemplo, análises gráficas. Inicialmente os alunos trabalharam em duplas, ou trio quando necessário. A seguir, os resultados foram socializados com o grupo todo de alunos com o objetivo de chegarmos a um resultado único. Buscamos restringir ao máximo as intervenções do pesquisador. Em geral, elas se faziam na origem da discussão ou quando percebíamos algum tipo de impasse. No geral, essas intervenções apresentaram-se na forma de perguntas que, no primeiro caso, tinham o objetivo de trazer para o grupo alguns resultados particulares e, no segundo caso, o de desestruturar um raciocínio estabelecido, levando o aluno a considerar outras possibilidades para a situação estudada.

Para a análise do Teste Piloto e do Teste Individual dispúnhamos dos registros dos alunos. Numa primeira leitura, buscamos identificar quais foram os recursos usados pelos alunos para as resoluções. Não estávamos preocupados com os resultados e sim com os processos. De acordo com a resolução feita pelo aluno, verificamos se as estratégias utilizadas se enquadravam ou não nas categorias levantadas inicialmente. Numa leitura mais detalhada, verificamos que essas se confirmaram, mas não esgotaram todas as possibilidades. Havendo um número significativo de resoluções apontando para uma outra estratégia utilizada, analisamos a possibilidade de considerarmos uma nova categoria. Foi o que fizemos.

Para a da situação de interação, tínhamos três materiais: os registros escritos pelos alunos, a gravação em vídeo e os registros que fizemos ao final de cada encontro com as nossas observações. Nesse processo, buscamos identificar situações nas quais a interação fosse responsável por uma mudança conceitual no aluno. Assim, identificamos momentos de discussão nos quais um questionamento ou observação de um indivíduo levou o grupo a um aprofundamento na compreensão do conceito. Os registros dos alunos foram utilizados como fonte de consulta quando houve dificuldade de audição da fita ou quando, durante a discussão entre os alunos, havia uma pausa para um registro, quando este representava a síntese ou a explicitação de uma argumentação do aluno. Os registros da pesquisadora foram utilizados em uma segunda (e muitas outras) leitura da transcrição da gravação como orientadores para uma observação mais detalhada e direcionada da fita de vídeo. Os apontamentos registrados, provenientes da observação do movimento em sala, levou-nos a olhar a gravação procurando nos diálogos confirmações para nossas impressões iniciais. Os momentos selecionados segundo esses critérios, foram transcritos para o trabalho e buscamos fazer uma breve análise de cada um deles. Selecionamos *episódios de conflito*, ou seja, diálogos que indicassem como o grupo estabeleceu um consenso sobre a questão discutida e quais as estratégias de resolução utilizadas.

Nosso objetivo foi perceber se houve ou não, no decorrer do trabalho, uma mudança nas estratégias utilizadas, o que indicaria uma mudança na compreensão do conceito. A análise de trechos de diálogos das duplas forneceu-nos pistas sobre qual o nível de compreensão do conceito com o qual os alunos partiam para a discussão na situação de interação.

Conclusão

As investigações que conduzimos no decorrer desse trabalho permitiram-nos perceber que, durante o *trabalho individual*, caracterizado pela ausência de interações, os alunos não demonstraram uma maior compreensão do conceito conforme trabalhavam com esse nas resoluções dos problemas propostos. Através da observação das estratégias de resoluções utilizadas por cada aluno no decorrer dos quatro problemas, ficou claro que a situação de trabalho individual não possibilita um movimento de abstração e generalização.

te do aluno, que lhe permitiria a elaboração de expressões analíticas que ntassem os problemas estudados. A análise do teste individual mostrou-nos que os os prévios dos alunos não são suficientes para que haja um movimento progressivo oreensão do conceito de função.

á na *situação de interação*, pudemos identificar vários episódios nos quais o aluno através da discussão estabelecida com o colega ou mesmo a partir de alguma a elaborada pela professora, a utilizar uma estratégia de resolução diferente da que início da resolução do problema. Em geral, esse aluno sai de uma situação de rização para uma compreensão das relações existentes entre as variáveis do a, as quais descreve utilizando-se da língua materna. Ou seja, não mais ariza e sim passa a compreender o conceito porém, ainda com a ausência da em analítica. Em outras situações, a descrição verbal de uma expressão analítica r um dos alunos possibilita a outros passarem a utilizar essa estratégia na discussão ema e até mesmo na resolução de outros problemas.

Durante a pesquisa que desenvolvemos, a situação de interação não só possibilitou ovimento de compreensão do conceito de função, através da generalização e da ão como, também mostrou-se forte aliada do processo de aprendizagem, ndentemente do conceito que esteja sendo trabalhado em sala de aula. Um exemplo icionamento do grupo quanto à necessidade de se utilizar uma linguagem adequada do que deseja-se fazer. Esse posicionamento faz com que alguns alunos sentissem ssidade de reformular suas frases.

Tanto a adequação da linguagem utilizada na argumentação, quanto a atribuição de ados e a discussão sobre um tema não diretamente ligado à proposta inicial surgiram a situação de interação que só foi possível devido a dois fatores essenciais: a le proposta e a atuação do professor em sala de aula.

A atividade proposta caracterizou-se por apresentar aos alunos situações-problema bilizaram um processo de busca de regularidades que permitisse a generalização. É rocesso de investigação, no qual o caminho a percorrer é mais frutífero que o o obtido, que estimula a discussão e, conseqüentemente, a interação entre os Essas situações de interação vêm acompanhadas também da possibilidade de r, em sala de aula, o convívio social e o respeito às diversidades.

No entanto, o trabalho com esse tipo de atividade traz consigo algumas dificuldades or exemplo, o dimensionamento do nível da proposta inicial e a possibilidade de o nsiderar premissas falsas na sua análise. Assim, além da situação de grupo que ou não a legitimação das afirmações individuais, é fundamental para o seu sucesso o do professor. Em sala de aula, essa atuação aparece quando o professor é capaz orar questionamentos que levem os alunos a superarem seus impasses, sem n, de forma imediata, as soluções dos problemas.

Comparando a análise que fizemos da situação de trabalho individual com a situação ação, pudemos concluir que a situação de interação caracteriza-se por possibilitar vimento de compreensão progressiva do conceito de forma significativa, que não perceptivelmente, em situação de trabalho individual.

Todo o trabalho em sala de aula envolvendo situações de interação entre os alunos o professor disposição para lidar com o imponderável e confiança no seu próprio imento sobre o conteúdo que pretende ensinar. Além disso, sua atuação se estende ém da sala de aula através da elaboração de atividades desencadeadoras, que m a interação entre os alunos, para que, através dessas relações sociais, passem a r a necessidade do conceito. Nesse processo professor e aluno aprendem.

afia

OLL, C. e SOLÉ, I. Os professores e a concepção construtivista. In: COLL, C. et alii. *O construtivismo na sala de aula*. São Paulo, Ática, 1997.

ARN... C. et alii. *Após Vygotsky e Piaget:perspectiva social e construtivista. E... russa e ocidental*. Porto Alegre, Artes Médicas,1996.

KOPNIN, P.V. *Fundamentos Lógicos da Ciência*. Rio de Janeiro. Civilização Brasileira, 1972.

LA TAILLE, Y. O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget. In: *Piaget, Vygotsky, Wallon*. São Paulo, Summus, 1992.

MADRUGA, J. A. G. "Aprendizagem pela descoberta frente à aprendizagem pela recepção: a teoria da aprendizagem verba significativa.". *In*: COLL, C. et alii (org). *Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação*, vol II, 68-78. Porto Alegre, Editora Artes Médicas, 1996.

MEC. Parecer CEB 15/98: *Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília, Conselho Nacional de Educação,1998a

MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, Secretaria de Educação Fundamental, 1998b.

NCTM. *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa, APM e IIE, 1994.

MIRAS, M. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: COLL,C. et alii. *O construtivismo na sala de aula*. São Paulo, Ática, 1997.

MOURA, M. O. *Construção do signo numérico em situação de ensino*. Tese de Doutoramento. Feusp, São Paulo, 1992.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky e o processo de formação de conceitos. In: *Piaget, Vygotsky, Wallon*. São Paulo,Summus,1992.

PIAGET, J. e GARCIA, R. *Psicogênese e História das Ciências*. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1987.

VIGOTSKY,L. S. *A formação social da mente*. São Paulo, Martins Fontes, 1984.

VINNER, S. e DREYFUS, T. Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol 20, n° 4, 356-366, 1989.

YOUSCHKEVITCH, A. P. The concept of function. In: *Archive for History of exact sciences*, vol 16, n°1, 37-

Grupo de Trabalho 4
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Coordenação
Lilian Nasser, IM/UFRJ e CETIQT/SENAI
Maria Cristina Barufi, IME-USP
Roberto Ribeiro Baldino, GPA – UNESP/Rio Claro

Apresentação

A produção de pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior no Brasil era, até pouco tempo, bem acanhada. Isso se deu pelo fato de a Educação Matemática ter sido estimulada e financiada, na década de 80, pelo Subprograma de Educação para a Ciência (SPEC) do Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (PADCT) da CAPES, que privilegiava projetos de melhoria do ensino/aprendizagem de Matemática na escola básica.

Com a valorização que a Educação Matemática foi conquistando como área de pesquisa, e o crescimento do número de doutores em Educação Matemática atuando nas universidades brasileiras, esse quadro vem se revertendo, e observa-se um número cada vez maior de projetos e teses cujo objeto de pesquisa é a Educação Matemática no ensino superior. A introdução de novas tecnologias no ensino também contribuiu muito para o crescimento da pesquisa voltada para esse nível de ensino. Vários estudos têm como objetivo investigar as vantagens e as adaptações de devem ser feitas ao ensinar tópicos de matemática do ensino superior usando a Internet, softwares específicos, ou, simplesmente, usando o computador como ferramenta. O ensino por meio de softwares de geometria dinâmica como o Cabri-geometre ou o Sketchpad tem sido tema de investigações, sob diversos pontos de vista.

Os trabalhos sobre Educação Matemática no ensino superior têm interface com diversas áreas de interesse, como: Novas Tecnologias no Ensino, Pensamento Matemático Avançado, Argumentação e Provas, Funções e Gráficos, Pensamento Algébrico, Pensamento Geométrico e Espacial, Visualização, Modelagem, Formação de Professores, Avaliação da Aprendizagem, Crenças e Concepções de alunos/professores, Linguagem, entre outras. Por isso, é possível que haja trabalhos produzidos no Brasil sobre a Educação Matemática no Ensino Superior incluídos em outros grupos de trabalho deste seminário. Vale observar que o grupo internacional de Psicologia da Educação Matemática (Psychology of Mathematics Education – PME), que promove encontros anuais (o próximo, em julho/2001, será o 25°, na Holanda), classifica os trabalhos apresentados por áreas de interesse, e não por níveis de ensino.

O Grupo de Trabalho sobre Educação Matemática no Ensino Superior contava, a princípio com a colaboração, na coordenação, dos professores Silvia Dias Alcântara Machado, da PUC-SP, e Roberto Ribeiro Baldino, da UNESP de Rio Claro, SP. Apesar de eles não estarem presentes ao seminário, sua contribuição sobre o tema do grupo é marcante, e deve ser mencionada.

Silvia Alcântara Machado tem desenvolvido trabalhos e orientado dissertações de mestrado em diversas frentes, ligadas ao ensino superior: desenvolvimento de habilidades de visualização, concepções dos alunos que chegam ao ensino superior sobre funções, polinômios, sistemas de equações. Também investigou o ensino-aprendizagem de Álgebra Linear e Geometria Analítica, e o potencial do software Cabri-Geometre na transformação de concepções dos professores.

O prof. Baldino tem apresentado trabalhos nos encontros anuais do PME, ligados à área de Pensamento Matemático Avançado. A metodologia de ensino criada por ele, intitulada Assimilação Solidária, tem servido de modelo para vários estudos. Orientou diversas dissertações de mestrado na UNESP de Rio Claro, duas das quais serão apresentadas neste grupo, ligadas ao ensino de Cálculo e Álgebra Linear. Atualmente está interessado no "Papel da definição matemática do século 20, e sua conseqüência no ensino".

Os professores Sonia Igliori e Benedito Silva, da PUC de São Paulo também possuem uma vasta produção em Educação Matemática no Ensino Superior, individualmente e em conjunto. Neste seminário vão apresentar um trabalho sobre concepções dos estudantes sobre números reais, mas também desenvolveram investigações sobre o conceito de função, limite e de derivada, em ambientes computacionais.

O professor Armindo Cassol, da UNISINOS, RS, desenvolveu sua dissertação de mestrado sobre a produção de significados para a derivada, tendo como referencial o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, de Rômulo Campos Lins (UNESP-Rio Claro-SP). Como resultado, foi produzido um software, chamado Sistema Barra, com o qual é possível tornar visíveis as grandezas envolvidas num problema, bem como a sua variação.

Em tese de doutorado defendida em Grenoble, na França, a professora Marilena Bittar, da UFMS, investigou a introdução da noção de vetor, usando a teoria dos campos conceituais de Vergnaud, os registros de representação semiótica de Duval, e a as noções de instrumento e objeto (R. Douady). O estudo inclui uma levantamento de pesquisas sobre o ensino de vetores, e da abordagem desse tema nos livros didáticos.

Na linha de crenças e concepções, temos o trabalho de dissertação de mestrado apresentado na UNESP de Rio Claro pelo professor Arlindo José de Souza Junior, da Universidade Federal de Uberlândia. Investigando as concepções do professor universitário sobre o ensino de matemática, ele concluiu que, em geral, os professores universitários lêem pouco sobre ensino, baseiam sua prática pedagógica na vivência e no cotidiano, e acreditam que a matemática deve ser ensinada através de aplicações. Já em sua tese de doutorado, o professor Arlindo analisou a trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo, trabalho que será apresentado neste seminário. Será apresentado também o trabalho sobre as concepções prévias de estudantes sobre números reais, de Sonia Igliori e Benedito Silva, da PUC-SP. Estudando as concepções e estratégias de aprendizagem de alunos de cursos de engenharia, Maria Clara Frota (PUCMG) e João A. Filocre Saraiva (UFMG) concluíram que a estratégia de resolução de problemas é preponderante como método de estudo, independentemente da engenharia cursada.

Um grupo de professores do Instituto de Matemática da UFRJ, coordenado pela professora Angela Rocha dos Santos, vem desenvolvendo trabalhos sobre Educação Matemática no Ensino Superior em duas linhas. No que se refere a Novas Tecnologias no Ensino, têm pesquisado métodos e técnicas de utilização do computador no ensino de Cálculo e Álgebra Linear, além de desenvolver aplicativos e ferramentas para a introdução de aspectos gráficos e numéricos no ensino dessas disciplinas. O outro aspecto abordado é o de Tecnologias de Informação aplicadas ao Ensino à Distância. Nesse sentido, vêm pesquisando e desenvolvendo disciplinas a serem oferecidas via Internet, incluindo adaptação de currículos e treinamento de tutores.

O impacto do uso das novas tecnologias no ensino de matemática no curso de engenharia têxtil do CETIQT/SENAI do Rio de Janeiro foi investigado pela professora Lilian Nasser, concluindo que o bom rendimento do ensino usando as novas tecnologias depende da atitude do professor, e da motivação do aluno.

Embora não sejam apresentados pessoalmente por seus autores, os trabalhos citados até aqui são contribuições importantes na linha de pesquisa deste grupo, e por isso estão aqui registradas.

Os trabalhos apresentados neste grupo de trabalho sobre Educação Matemática no Ensino Superior estão agrupados em dois blocos. A primeira sessão consta dos trabalhos que abordam temas ligados ao ensino e aprendizagem de disciplinas de matemática no ensino superior, como Cálculo, Álgebra Linear e Análise Real. Os trabalhos do encontro seguinte têm um enfoque ligado ao discurso ou a concepções de alunos e/ou professores sobre aspectos diversos do ensino e da aprendizagem de matemática no ensino superior, incluindo os cursos de Licenciatura em Matemática.

Maria Cristina Barufi, da USP, explora a negociação dos significados para esclarecer em que medida a abordagem do Cálculo é uma construção significativa. O trabalho também discute a existência de livros didáticos de boa qualidade, e o papel fundamental do professor e do computador como instrumento facilitador da aprendizagem.

Ainda sobre o ensino de Cálculo, Cláudia Segadas Vianna (IM-UFRJ) analisou, em sua tese de doutorado apresentada na Inglaterra, a compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo. Os instrumentos usados foram testes escritos, entrevistas, e entrevistas com computador. As dificuldades detectadas estão relacionadas ao conceito de função, e à compreensão dos verdadeiros papéis de uma prova na matemática.

Claudia Laus Angelo, da URI, RS, analisou a sobrevivência da Regra de L'Hospital nos livros textos de Cálculo I mais usados atualmente, comparando com livros antigos. Para isso, ela usou os referenciais teóricos de Chevallard e Hariki, concluindo muitos aspectos dos livros antigos foram preservados.

Em sua tese de doutorado apresentada na UNESP de Rio Claro, Ligia Arantes Sad (UFES) estuda uma abordagem epistemológica do ensino e aprendizagem de Cáculo. O suporte teórico para o desenvolvimento do trabalho foi o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, já citado anteriormente.

Patrícia Fantinel, da UFRS, analisa a influência do uso de representações gráficas na compreensão de conceitos de Cálculo e Álgebra Linear. Seu estudo foi objeto de dissertação de mestrado defendida na UNESP de Rio Claro, SP.

Também como dissertação de mestrado da UNESP de Rio Claro, SP, Rute Henrique da Silva (UFRS) apresenta uma abordagem diferente da usual para a disciplina de Álgebra Linear, ministrada para uma turma de Ciências da Computação. Na proposta foram usadas a metodologia da assimilação solidária, e sugestões provenientes dos trabalhos de "pensamento matemático avançado" do PME.

Fechando os trabalhos desse primeiro bloco, vem o trabalho referente à tese de doutorado da professora Márcia Fusaro Pinto, da UFMG, defendida na Inglaterra. A pesquisa é sobre a compreensão de Análise Real, por uma turma de final de curso de Licenciatura em Matemática. São discutidos dois tipos de estratégias usadas pelos alunos: a atribuição de significados e a extração de significados.

No segundo bloco, os trabalhos são mais voltados para os cursos de Licenciatura, e mostram uma preocupação com as concepções de alunos e professores sobre o ensino-aprendizagem.

As dificuldades no domínio do processo dedutivo apresentadas por alunos de graduação em Matemática são analisadas por Lilian Nasser em sua pesquisa, desenvolvida junto a um grupo do Projeto Fundão no IM/UFRJ. A conclusão é de que os professores desse curso devem investir na preparação dos alunos para que saibam argumentar e justificar suas afirmativas.

Arlindo José de Souza Junior, da UFU, acompanhou a trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo, para seu trabalho de tese de doutorado na UNICAMP. A análise levou em conta a dinâmica do trabalho coletivo, o envolvimento dos indivíduos nesse trabalho, e o processo de produção de saberes do grupo.

A professora Gilda Pallis, da PUC-Rio é responsável pela disciplina de Introdução ao Cáculo, que pretende suprir as deficiências dos alunos que chegam à universidade. Neste trabalho, ela procura analisar as estratégias adotadas numa seqüência didática dedicada ao estudo da Lógica Matemática. Foram introduzidas inovações, como a redação de um portfolio, e a produção de uma auto-avaliação.

O conhecimento das concepções prévias sobre números reais dos estudantes de um curso de Computação foi enfocado por Sonia igliori e Benedito Silva, da PUC-SP. Além de observar as concepções errôneas dos alunos, eles também avaliaram quais destas persistem após um estudo sistemático de Análise Real.

Miguel Koga, da UNEMAT, por sua vez, analisou o discurso de professores de Cálculo de cursos de Licenciatura em Matemática do estado de São Paulo. A visão que esses professores têm do futuro professor é a de que o importante é saber o conteúdo, não dando muita importância à análise dos conceitos da matemática, nem dos meios que ela pode ser inserida.

Ainda tendo como amostra alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, a professora Josinalva E. Menezes, da UFFRPE, investigou as representações sociais sobre características necessárias a um bom professor de matemática em sala de aula.

A diversidade dos enfoques dos trabalhos constantes do GT-4 mostra como a Educação Matemática no Ensino Superior tem crescido quanto área de pesquisa , e que há perspectivas de um envolvimento cada vez maior, gerando um corpo rico e substancial de subsídios para melhorar a aprendizagem e o ensino de Matemática no 3º grau.

Síntese dos trabalhos

TRABALHO COLETIVO NA UNIVERSIDADE: TRAJETÓRIA DE UM GRUPO NO PROCESSO DE ENSINAR E APRENDER CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Arlindo Jose de Souza Junior1

Na nossa pesquisa procuramos compreender o processo de produção coletiva de saberes realizado por um grupo de professores e alunos da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, que desenvolveu um trabalho sobre o processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral.

Para discutir a trajetória deste grupo participamos de suas reuniões durante quatro semestres, nos anos de 1996, 1997 e 1998. Realizamos entrevistas (complementares e recorrentes ao longo desse período) com professores que participaram deste grupo. Além disso, colecionamos o material (relatórios, artigos, projetos, atividades e exercícios) produzido

[1] Professor da Universidade Federal de Uberlândia - UFU: Doutor em Educação: Educação Matemática.

pelo grupo durante a realização do trabalho e também documentos produzidos pelo o grupo e sobre o grupo.

Tal como Ezpeleta e Rockwell (1981: 11) consideramos importante *"olhar com particular interesse o movimento social a partir de situações e dos sujeitos que realizam anonimamente a história"*; buscamos investigar assim: a *"trama real em que se realiza a educação"*. Segundo as autoras, essa trama está em permanente construção e articula histórias locais, que podem ser individuais ou coletivas, também ressaltam a importância dessa investigação no sentido de constituir novas alternativas pedagógicas e políticas.

A quantidade de turmas de Cálculo I e II oferecidas num mesmo semestre possibilitou a constituição do grupo investigado, que surgiu da transformação do trabalho de grupos precedentes que trabalharam com alunos que cursavam as referidas disciplinas. Constatamos também que a utilização do computador no processo de ensinar e aprender Cálculo propiciou a aglutinação dos professores e que a participação de "alunos bolsistas" foi possível graças ao apoio fornecido por três programas das Pró-Reitorias de graduação e de pesquisa da UNICAMP.

No trabalho coletivo os elementos do grupo realizaram reflexões sistemáticas e coletivas sobre o processo de aprender e ensinar Cálculo, a partir de uma reflexão cotidiana sobre o desenvolvimento da prática educativa. Nesse processo, foram desenvolvidos alguns saberes coletivos sobre como trabalhar com o computador e com projetos, O que fez com que o grupo refletisse também sobre o processo de avaliação e sobre a aprendizagem dos alunos. Nesse movimento, o grupo começou a construir um caminho em que alunos e professores se reconheceram como produtores de saberes e conhecimentos.

Neste processo de planejar, realizar e discutir as atividades e os projetos, percebemos que o grupo passou a organizar a sua produção, refletindo sobre o que havia produzido e sobre as diferentes fontes utilizadas para tal.

Ao procurar organizar tudo o que havia realizado nos semestres anteriores, o grupo sistematizou a sua produção em apostilas que eram fornecidas à todos os elementos do grupo. Os relatórios entregues pelos tutores também se tornaram uma fonte sistemática de dados sobre o andamento do trabalho no laboratório de informática. A produção de relatórios2, roteiro3 de vídeo, artigo4, mini-cursos5 e comunicações6 em congressos sobre o trabalho do grupo também exigiu a sistematização de informações. As anotações realizadas pelas coordenadoras do grupo, durante o trabalho coletivo, foram uma fonte importante para a reflexão. Os relatórios7 do programa de Apoio ao Estudante de Graduação - PAEG também foram fundamentais para a obtenção sistemática de dados sobre o desenvolvimento desse programa e do trabalho com os alunos.

---

[2] FIGUEIREDO e SANTOS (1996b: 1997d e 1999b)

[3] FIGUEIREDO, TAVARES e SEARA (1997).

[4] FIGUEIREDO e SANTOS (1997c)

[5] FIGUEIREDO e SANTOS (1998b).

[6] FERREIRA (1997), FIGUEIREDO (1998), FIGUEIREDO e SANTOS (1997a: 1997e:1998a), FIGUEIREDO e MARTINS (1999), FIGUEIREDO, SANTOS e MELLO (1999), MELLO e SANTOS (1999), SANTOS (1998).

[7] UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. Pró - Reitoria de Graduação. Comissão Permanente para os Vestibulares. Avaliação do Programa de Apoio ao Estudante de Graduação - (PAEG) Cálculo I. Campinas, novembro. 1996. 102 p.

______. Avaliação do Programa de Apoio ao Avaliação do Programa de Apoio ao Estudante de Graduação - (PAEG) Cálculo II. Campinas, abril 1997. 43p

______. Avaliação do Programa de Apoio ao Estudante de Graduação - (PAEG) Cálculo I. Campinas, outubro 1997. 45p.

______. Avaliação do Programa de Apoio ao Ensino de Graduação - (PAEG) cálculo I MA111/MA151 Primeiro semestre. Cálculo II. Campinas. Abril 1998. . 37p.

______. Avaliação do Programa de Apoio ao Ensino de Graduação - (PAEG) Cálculo I. Campinas, setembro 1998. 48p.

O trabalho coletivo foi uma oportunidade que permitiu aos elementos do grupo elaborar e reelaborar seus saberes sobre o processo de ensinar e aprender Cálculo. Os diferentes interesses e as diferentes concepções dos participantes oscilaram em função de como desenvolver um trabalho coletivo. Desta forma, podemos dizer que, produzir saberes em grupo é um processo de produzir na diversidade.

O grupo foi se constituindo de diferentes maneiras em cada semestre, desenvolvendo, assim, uma trajetória particular de acordo com as necessidades do próprio grupo. A forma como o grupo foi se constituindo, a partir do primeiro semestre de 1996, favoreceu a formação de um grupo heterogêneo, com professores de diferentes áreas da matemática e bolsistas de diferentes cursos de graduação e de pós-graduação da UNICAMP; também possibilitou a organização de um grupo aberto, para o qual, a cada semestre, se convidavam outros professores e também selecionavam-se "novos" bolsistas para participarem do trabalho coletivo. É importante destacar que alguns professores e alunos bolsistas permaneceram no trabalho coletivo no decorrer dos semestres analisados constituíram o núcleo do grupo.

O fato do grupo ser heterogêneo e aberto contribuiu para a criação de um espaço muito rico de aprendizagem individual e coletiva no qual o indivíduo, pelas suas idéias, reflexões e saberes, contribuiu com o desenvolvimento do trabalho coletivo e, por outro lado, o fato do indivíduo participar de um trabalho coletivo, que produziu e acumulou saberes, possibilitou também um espaço de aprendizagem para os professores e alunos. Neste sentido, Bakhtin (1990: 115), destaca o papel do diálogo e do outro na constituição da consciência humana. Ele ressalta que: *"Quanto mais forte, mais bem organizada e diferenciada for a coletividade no interior da qual o indivíduo se orienta, mais distinto e complexo será o seu mundo interior".*

Ao procurarmos compreender a trajetória do grupo, verificamos que tanto o grupo como os seus elementos foram se definindo e redefinindo nesse processo. A meta do trabalho coletivo era melhorar o processo de ensinar e aprender Cálculo, por isso mesmo, seus objetivos foram sendo reelaborados de acordo com a configuração do grupo em cada semestre. Esses objetivos foram estruturados e reestruturados num processo de negociação coletiva na qual os objetivos dos indivíduos influenciaram os objetivos do coletivo e vice-versa. Entendemos que essa negociação que se estabeleceu no grupo, garantiu a continuidade de seu trabalho, pois, por um lado as diferenças entre os sujeitos foram respeitadas, por outro, encontrou-se uma forma de atuação conjunta.

A trajetória do grupo investigado está diretamente relacionada com os saberes produzidos pelo grupo num movimento dialético que oscilou entre o singular e o coletivo. Podemos dizer que produzir saberes no coletivo é um aprendizado realizado no interior de um processo de negociação.

Compreendemos que os saberes foram produzidos dentro de um processo dialético de negociação interno ao grupo e dentro de um contexto histórico. Percebemos que eles foram sendo produzidos num movimento de busca da melhor forma de desenvolver o trabalho educativo. Entendemos que a produção dos saberes é social e, portanto, **o que** foi produzido está diretamente relacionado com a forma **como** foi produzido e vice-versa.

Ao realizar as suas ações, o grupo foi, aos poucos, procurando melhorar a sua forma de atuação. Nesse processo, também procurou melhorar as suas condições de trabalho no interior da universidade. Destacamos que o grupo enfrentou muita dificuldade na utilização de alguns laboratórios de informática da universidade, principalmente, em relação aos aspectos físicos e organizacionais. Podemos dizer então que, nesse processo, produziram-se saberes e melhores condições profissionais.

A reflexão sobre coletivos humanos e tecnologias da inteligência possibilitou a Lévy (1998a: 28) elaborar o conceito de inteligência coletiva da seguinte forma: *"É uma inteligência distribuída por toda parte, incessantemente valorizada, coordenada em tempo real, que resulta em uma mobilização efetiva das competências".* Ao discutir sobre como essa inteligência está distribuída, o autor parte do seguinte pressuposto: *"Ninguém sabe tudo, todos sabem alguma* *coisa, todo o saber está na humanidade. Não existe nenhum reservatório de conhecimento transcendente, e o saber não é nada além do que as pessoas sabem".*

Refletindo sobre o pensamento de Pierre Lévy, podemos dizer que o grupo que investigamos produziu uma dinâmica própria, que pode ser identificada como inteligência coletiva e para a qual os elementos do grupo contribuíram e da qual usufruíram.

A crença do grupo de que *"todos sabem alguma coisa"* possibilitou um processo de negociação em seu interior, o que resultou numa produção coletiva, fruto dessa inteligência coletiva que se movimenta num determinado contexto. a esse respeito Lévy (1998b: 111) argumenta que: *"A inteligência das sociedades humanas é variável e, no melhor dos casos, evolutiva, graças à natureza dos indivíduos que a compõem e, o que é a outra face de uma mesma realidade, das ligações, geralmente livres ou contratuais, que a tecem".*

De forma geral, esta pesquisa permite-nos reiterar que o conhecimento é prática social e como tal deve ser compreendido. De acordo com isso, acreditamos que, especialmente nas disciplinas mais tradicionais, por exemplo, aquelas relacionadas ao processo de ensinar e aprender Cálculo, é fundamental recorrer à construção negociada de saberes. Concluímos que o trabalho de professores, reunidos em grupos, constitui um requisito fundamental para o estabelecimento dessas negociações. No caso de nossa pesquisa, essa negociação girou em torno da utilização de computadores, do trabalho com projetos e da promoção de uma prática educativa em que professores e alunos se assumiram como produtores de conhecimento.

A investigação sobre a trajetória do grupo revelou-nos um pouco sobre o processo de produção coletiva de saberes em relação ao processo de ensinar e aprender na universidade. Compartilhamos com Mazzilli (1996: 04) a idéia de que a produção de saberes na universidade é uma das questões mais importantes a ser discutidas no atual contexto de crise da universidade brasileira. Para essa autora e também para nós, o papel da universidade como instituição social é o de gerar e difundir conhecimentos e saberes. O trabalho coletivo, além de possibilitar a produção de saberes necessários para o desenvolvimento do ensino com pesquisa, possibilita também a criação de uma "cultura favorável" no interior da universidade para enfrentar diferentes tipos de desafios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKHTIN, Mikhail. Marxismo e filosofia da linguagem. São Paulo: Hucitec, 1990.

COSTA, Sueli, GROU, Maria Alice. Ensino de cálculo - uma questão de envolvimento. Campinas: UNICAMP, 1992. 11p. (Relatório Técnico, 6).

_____. Ensino de Matemática na Universidade fazendo frente às novas demandas da sociedade tecnológica. Graduação: Revista de Graduação da UFRJ, Rio de janeiro, p. 27-31, maio 1997.

_____. La Enseñanza del cálculo - una cuestión de involucramiento. Educación Matemática, v. 7, n. 1, abr. 1995.

COSTA, Sueli, GROU, Maria Alice, FIGUEIREDO, Vera . Mechanical curves - a kinematic Greek look through the computer. International Journal of Mathematical Education and Technology, v. 30, n. 3, 1999.

EZPELETA, Justa , ROCKWELL, Elise. Pesquisa participante. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1989.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. O Uso da História da Matemática nas Aulas de Cálculo. In: ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., 1997, Águas de São Pedro .Anais... Águas de São Pedro, 1997. p. 153- 155.

FIGUEIREDO, Vera L., Enriquecendo o Ensino de Cálculo e Geometria Analítica com Questões Ambientais: O computador como ferramenta. , Contenido de los talleres interactivos y trabajos presentes en CD-Rom – CLATE´98 – Congreso Latinoamericano de Tecnologías Educativas (11 pág.). 1998.

FIGUEIREDO, Vera L. , SANTOS, Sandra A. Cálculo e geometria analítica com aplicações / PAEG: Uma proposta de ensino usando o computador. In: ENCONTRO A INFORMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 1997, São Carlos. Anais... São Carlos, 1997a. p. 05-06.

_____. O computador no ensino de cálculo na UNICAMP e outras aplicações. Zetetiké, Campinas, v. 05, n. 07, p. 111-128, Jan./Jun. 1997c.

_____. Reflexões sobre um projeto coletivo para o ensino de matemática na universidade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 5., 1998, São Leopoldo. Anais.... São Leopoldo, 1998a. V. 2. p. 748-750.

_____. Relato de experiência: o computador no ensino de cálculo, o problema do lixo na UNICAMP e outras aplicações. Campinas: UNICAMP, 1997d. 17p. Relatório de pesquisa.

_____. Relatório parcial de atividades PAEG-Cálculo I. Campinas: UNICAMP, 1996b. 5p.

_____. Um panorama do cálculo integral via centros de massa. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (CNMAC), 21,1998,Caxambu. Anais... Caxambu, 1998b. 51p. Mini-curso .

_____. Visualização de cúpulas de catedrais famosas usando o Mathematica. In: ENCONTRO A INFORMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 1997, São Carlos. Anais... São Carlos, 1997e.

FIGUEIREDO, Vera L., MARTINS ., A. C. Gilli. Theme Project for Calculus Students: On Campus Waste Management. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS. (ICTMA9), 9, 1999. Lisboa. . Anais.... Lisboa, 1999. p. 15.

FIGUEIREDO, Vera L, SANTOS, Sandra A., MELLO, Margarida. Limites na Internet: uma visão global. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (CNMAC), 22., 1999a, Santos. Anais... Santos, 1999 p. 156.

_____. Domes, umbrellas and tents: a scenic tour guided by Mathematica. UNICAMP, 1999. 17p. Relatório de pesquisa, RP 56/99. 1999b.

FIGUEIREDO, Vera L., SANTOS, Sandra A., TAVARES, Maria da C. H., SEARA, Maria E. P., Roteirização do vídeo PAEG/Programa de Apoio ao Ensino de Graduação – UNICAMP. Pró-Reitoria de Graduação, Universidade Estadual de Campinas. Duração: 30 minutos. 1997.

LÉVY, Pierre. A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço. São Paulo: Edições Loyola, 1998a.

_____. O que é o virtual? São Paulo: Editora 34, 1998b.

MAZZILI, Sueli. Notas sobre indissociabilidade entre ensino-pesquisa-extensão. Universidade e Sociedade. Maringá, n.11, p. 04- 10, junho 1996.

MELLO, Margarida. P., SANTOS, Sandra A. Modelling Optimisation Problems From Simple to Realistic. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS. (ICTMA9), 9, 1999. Lisboa. . Anais.... Lisboa, 1999. p. 15.

SANTOS, Sandra A. Atividades Computacionais em cursos de cálculo e geometria analítica: um trabalho em continua evolução, Contenido de los talleres interactivos y trabajos presentes en CD-Rom – CLATE´98 – Congreso Latinoamericano de Tecnologías Educativas (11 pág.). 1998.

SOUZA JR. Arlindo. J. S. Concepções do professor universitário sobre o ensino da matemática. Rio Claro, 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.

A REGRA DE L'HOSPITAL, A METÁFORA ECOLÓGICA E O DISCURSO DOS AUTORES DE LIVROS-TEXTOS[8]

Claudia Laus Angelo[9]

Resumo

Este artigo traz algumas considerações sobre o objeto matemático Regra de L'Hospital e a possibilidade de tratá-lo como uma espécie que habita os livros-textos de Cálculo Diferencial e Integral e neles sobrevive imerso no discurso dos autores. Através da análise da sobrevivência desse objeto em alguns livros-textos de Cálculo utilizados atualmente, foi possível observar as tensões que governam o discurso matemático veiculado pelos autores de livros-textos e verificar que a sobrevivência da espécie Regra de L'Hospital não é completamente uniforme, variando de autor para autor. Cabe ao professor a tarefa de seleção da espécie, conforme seus objetivos perante a turma em questão, na escolha pelo organismo que irá inserir no habitat sala de aula.

Introdução

A educação matemática em nível superior no Brasil é ainda bastante influenciada pelos livros-textos, utilizados por muitos professores como fonte de informação, como linha norteadora para condução da disciplina, como referência para os exercícios e/ou como fonte de questões para as avaliações. Os livros-textos "têm um papel central em todos os níveis da educação matemática, (...) moldando praticamente todos os aspectos do ensino e aprendizagem da matemática, nas escolas e universidades." (Hariki, 1992: ii) Em se tratando do nível superior, no qual as pesquisas em educação matemática ocupam ainda uma parcela pequena comparativamente as pesquisas realizadas nos outros níveis, a influência dos livros-textos é bastante significativa.

Neste artigo o livro-texto é visto como um habitat de objetos matemáticos no qual sobrevive a espécie Regra de L'Hospital (RLH). A análise de alguns livros-textos de Cálculo é feita através da análise da sobrevivência desse objeto matemático específico. A escolha pelo objeto matemático RLH se deve a própria dificuldade encontrada ao se tentar compreender as suas demonstrações contidas no livro-texto de Guidorizzi(1985). Essa dificuldade foi um impulso para que se investigasse o tratamento dado por outros autores ao mesmo objeto.

A análise da sobrevivência da espécie RLH nos livros-textos de Cálculo de Ávila(1981), Guidorizzi(1985), Swokowski(1983), Leithold(1982) e Simmons(1987) é feita com base num esquema de análise do discurso veiculado pelos livros-textos de Matemática de nível superior, desenvolvido por Hariki(1992) e no paradigma ecológico que Chevallard(1989) emprega para pensar sobre os fenômenos didáticos.

Desenvolvimento

Sobre o paradigma ecológico

O uso de conceitos ecológicos na educação matemática foi iniciado por Yves Chevallard em seus estudos sobre a transposição didática da matemática. Essa teoria trata do processo de migração de um saber da esfera sábia (esfera de produção do saber matemático) para a esfera

---

[8] Artigo baseado na Dissertação de Mestrado "A Regra de L'Hospital no habitat livro-texto: uma análise do discurso de alguns autores" apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, campus de Rio Claro em maio de 1997 e orientada pelo Dr. Sérgio Roberto Nobre.

[9] Professora do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, campus de Santo Ângelo.

de ensino (escola). Segundo Chevallard(1989), nessa transferência de conhecimento de uma esfera para outra ocorre "uma diferença na *ecologia* do saber, segundo este saber se situa em uma ou outra esfera, esfera sábia ou esfera de ensino." (p. 41).

O termo ecologia, bem como muitos outros comuns à Ecologia como meio ambiente, sobrevivência, habitat, foram inseridos por Chevallard em seu contexto de teorização da transposição didática. Ele distingue três grandes ecossistemas do conhecimento matemático: o sistema de ensino, a esfera sábia e a noosfera. O sistema de ensino refere-se ao ambiente onde ocorre o processo pedagógico, ou seja, o processo de ensino-aprendizagem. A esfera sábia é o ambiente dos matemáticos puros onde os saberes são produzidos e tomam reconhecimento e a noosfera é o sistema intermediário entre os outros dois, pois são seus habitantes (pedagogos, professores, pesquisadores em educação, pessoas ligadas às Secretarias de Educação etc) que vão determinar e adequar os saberes que sairão da esfera sábia para habitar o sistema de ensino.

A Regra de L'Hospital, vista como uma espécie que habita o ecossistema do conhecimento matemático, pode ser encontrada nos três ecossistemas descritos acima. Podemos encontrá-la, por exemplo, no habitat "sala de aula" do sistema de ensino; no habitat "livro-texto" presente no sistema de ensino e presente também na noosfera, quando o professor seleciona o(s) livro(s)-texto(s) que melhor se adapta(m) àquele sistema de ensino ou quando o autor está escrevendo o livro-texto; no habitat "aluno", quando faz parte de seu conjunto de conhecimentos; no habitat "artigos de revistas especializadas" presentes na esfera sábia etc.

O objetivo desse trabalho é investigar como a espécie RLH sobrevive no habitat livro-texto. Este habitat abriga diversos organismos matemáticos que são selecionados pelos autores de livros-textos. Os autores muitas vezes pertencem à esfera sábia, mas, no momento em que se propõem a escrever um livro-texto, tornam-se noosféricos, pois o livro-texto é um dos veículos pelo qual os organismos produzidos na esfera sábia chegam até o sistema de ensino. E é o autor que seleciona, que filtra os organismos, de forma que vão habitar o livro-texto apenas aqueles que ele acha que se podem adaptar ao sistema de ensino. Entretanto, são os noosféricos da instituição ou os próprios professores que verificarão quais livros-textos melhor estão adequados aos objetivos preestabelecidos pela instituição. Sendo assim, alguns organismos matemáticos passam do habitat livro-texto para o habitat sala de aula.

Sobre o discurso matemático do livro-texto

Para investigar a sobrevivência da RLH nos livros-textos selecionados foi utilizado um esquema de análise do discurso veiculado pelos livros-textos de matemática, desenvolvido por Hariki(1992).

Hariki(1992) assume que "discurso (ou comunicação) tem dois propósitos fundamentais: transmissão de informação e negociação de significados." (p. 13). Para ele discurso é uma negociação de mensagens entre escritor e leitor (ou entre orador e ouvinte). E é no discurso utilizado pelos autores de livros-textos para transmitir o objeto matemático RLH e negociar o seu significado que se está interessada.

Ao falar em discurso matemático, Hariki(1992) está-se referindo ao discurso que molda a comunicação do conhecimento matemático. Ele distingue três variedades: o discurso dos matemáticos (discurso científico), o discurso dos professores e alunos de matemática (discurso pedagógico), e o discurso dos autores de livros-textos de matemática. O discurso dos matemáticos é o veiculado por aqueles que produzem a matemática científica, a matemática que é comunicada através de revistas especializadas, de seminários de pesquisa, de conferências, de tratados etc. É o discurso presente no ecossistema esfera sábia. O discurso pedagógico é o discurso que permeia a comunicação entre professores e alunos e que está presente no ecossistema sistema de ensino. Já o discurso dos autores de livros-textos de matemática é uma fusão dos dois primeiros, pois, segundo Hariki(1992) os livros-textos de matemática de nível superior são escritos por matemáticos que são também professores. Portanto, torna-se difícil saber se eles escrevem cientificamente ou pedagogicamente. Esta afirmação vem reforçar a idéia de que os autores de livros-textos são noosféricos, isto é, eles procuram adequar o discurso científico ao sistema de ensino.

Hariki(1992) aponta três conflitos que permeiam o discurso dos autores de livros-textos de matemática. O primeiro é lógica *versus* heurística, isto é, o conflito entre as "lógicas" de transmissão de informação e de construção de conhecimento. Os autores têm que decidir se eles devem apresentar a matemática aos alunos como um corpo de conhecimento (um produto) ou como uma atividade intelectual (um processo). O segundo é lógica *versus* retórica, o conflito entre as "lógicas" de transmissão de informação e de negociação de significados. Segundo Hariki(1992) os autores de livros-textos não são nem formais nem informais, pois eles tanto usam regras da lógica formal como negociam significados como o leitor. O terceiro é lógica *versus* intuição que é o conflito entre as "lógicas" do processo científico e do processo pedagógico. A presença da "intuição" num livro-texto se refere ao uso que o autor faz de certos recursos como figuras, exemplos, esquemas, que podem levar o leitor a *insights* intuitivos sobre determinado conhecimento. Estas lógicas são conflitantes nos livros-textos, pois os autores têm que decidir entre o uso de uma, de outra, ou de ambas, em seu discurso, valendo-se de sua posição filosófica. Sendo assim, é importante verificar se a escolha do autor está direcionada para uma melhor compreensão do leitor.

O que nos permite identificar esses conflitos no discurso dos autores de livros-textos de matemática é o uso que eles fazem de esquemas lógicos, heurísticos e retóricos. Os esquemas lógicos são usados para fazer a apresentação rigorosa da informação matemática, os esquemas heurísticos são usados para fazê-la compreensível, e os esquemas retóricos são usados para fazê-la aceitável.

Para reconhecer a presença ou não da lógica, heurística ou retórica no discurso dos autores, durante a análise da espécie RLH nos livros-textos selecionados, foi utilizado o seguinte esquema que Hariki(1992) desenvolveu para analisar um livro-texto de Funções de Variáveis Complexas:

Arquitetura da matemática: como a matemática é organizada.
Contexto da teoria: fundamentos ou pré-requisitos.
Desenvolvimento da teoria: organização dos conteúdos, a rede de definições e teoremas.
Atividades: como as atividades do leitor são organizadas. Análise dos exercícios.
Negociação: como o autor interage com os leitores.
Negociação da verdade: provas ou argumentos retóricos.
Negociação da compreensão: figuras, exemplos, apelo à intuição, analogias, metáforas.
Negociação da linguagem: nomenclatura, demonstração, meta discurso.
Outras espécies de negociação: aspectos históricos, aplicações.

Os livros-textos de Cálculo selecionados foram os de Ávila(1981), Guidorizzi(1985), Swokowski(1983), Leithold(1982) e Simmons(1987), devido à freqüente adoção destes pelos professores de Cálculo Diferencial e Integral nas universidades brasileiras. Cada um deles foi analisado segundo o esquema acima, focalizando-se o contexto em que discursavam sobre a RLH.

Alguns resultados decorrentes da análise do discurso dos autores no desenvolvimento da RLH

A análise do discurso que esses cinco autores empregam para abordar a espécie RLH permitiu evidenciar alguns aspectos relacionados à sobrevivência desta espécie no habitat livro-texto.

Durante a análise do contexto da teoria, foi observado que a sobrevivência da espécie RLH no livro-texto está sujeita à "filosofia de apresentação da matemática" adotada pelo autor e geralmente evidenciada por ele no prefácio da obra. Dos cinco autores analisados, quatro expõem no prefácio os princípios sob os quais pretendem desenvolver seus discursos e na apresentação da espécie RLH seguem predominantemente estes princípios. Assim, como cada livro-texto é um habitat particular, cujas espécies que nele habitam são selecionadas pelo autor e adaptadas por ele para que sobrevivam de acordo com sua "filosofia de apresentação da matemática", é inevitável que apareçam diferenciações, de uma obra para outra, no tratamento dado à RLH.

O que é um consenso entre o discurso dos autores analisados é o nicho trófico10 da RLH. Todos eles motivam o seu estudo destacando o seu papel no ecossistema do conhecimento matemático: "(...) um modo muito útil de calcular limites de formas indeterminadas (...)" (Ávila, 1981:178); "(...) um método geral para encontrar o limite, se ele existir, de uma função em um número onde ela tem a forma indeterminada (0/0)." (Leithold, 1982: 504). Os autores reforçam que na cadeia trófica do conhecimento matemático, a RLH alimenta o cálculo de limites de formas indeterminadas. Porém Ávila e Simmons vão mais além. Ambos ressaltam que a RLH é importante para o cálculo de certos limites, cujos resultados permitem conclusões obre o comportamento das funções dos limites em questão. Eles mostram uma continuidade na cadeia trófica: a RLH alimenta o cálculo de limites que alimenta o estudo do comportamento de funções.

Já o principal alimento da RLH, na cadeia trófica do conhecimento matemático, é o Teorema do Valor Médio Generalizado ou Teorema de Cauchy. Este teorema é utilizado por todos os autores na demonstração da RLH e por isso todos eles o apresentam antes de demonstrarem a RLH.

A forma como os autores organizam o seu discurso na apresentação da RLH permite uma comparação entre o cálculo de indeterminações sem a RLH e com a RLH, e consequentemente permite perceber que a resolução de indeterminações é mais fácil através da RLH. Esse tipo de motivação pode não ser muito conveniente para o aluno, pois ele percebe de imediato a RLH como um instrumento de fácil aplicação e acabe apegando-se somente a ele, esquecendo as técnicas anteriores que em muitos casos são mais eficazes e menos trabalhosas. No entanto, quatro dos autores analisados também chamam a atenção do leitor, através de exemplos, para que ele não se apegue exclusivamente à RLH, pois há casos em que esta regra não se aplica ou que são resolvidos mais facilmente por outros métodos.

Enfim, existem diferenças e semelhanças quanto à sobrevivência da espécie RLH nos livros-textos analisados. Por isso, não há uma resposta objetiva para um questionamento sobre a sobrevivência dessa espécie.

Conclusão

Tanto para a RLH quanto para qualquer outra espécie ou organismo que habita o livro-texto, a sua sobrevivência depende do discurso do autor no qual está inserida. Cada autor tem uma forma de interagir e negociar com o leitor, e cada autor organiza, de acordo com a sua "filosofia de apresentação da matemática", o ambiente no qual irá desenvolver as espécies que seleciona para habitar o livro-texto. Do sucesso dessa negociação e organização depende a inserção do habitat livro-texto, ou de alguns organismos que nele habitam, no ecossistema sistema de ensino.

Mesmo que o professor não adote um livro-texto específico, é difícil que ele não utilize nenhum livro-texto para preparar as suas aulas ou que ele não indique uma bibliografia básica para o estudante. Como o discurso presente nos livros-textos não é "standard", objetivo ou uniforme,

[10] Papel funcional que determinado organismo desempenha na sua comunidade.

mas, sim, varia de autor para autor, o professor pode optar por aquele que julga que melhor o ajudará a cumprir os objetivos de seu curso. Muitas vezes o aprendizado do aluno depende em parte da escolha do livro-texto.

O ideal seria que, para cada conteúdo a ser inserido no habitat sala de aula, o professor preparasse fichas de trabalho, levando em conta as expectativas da turma. Assim, ele estaria livre para preparar o seu próprio discurso, considerando a sua experiência pedagógica, e para selecionar o que há de mais interessante, dentre os discursos dos autores de livros-textos, sobre o conteúdo em questão. Dessa forma, o professor faria um tipo de "seleção" das espécies que sobrevivem no ecossistema do conhecimento matemático.

Quanto mais pesquisas forem realizadas e divulgadas em nível de Ensino Superior, mais opções os professores terão para modificarem também os seus discursos em sala de aula.

Referências Bibliográficas

ANGELO, C. L. *A Regra de L'Hospital no habitat livro-texto*: uma análise do discurso de alguns autores. Rio Claro, 1997. [Dissertação - Mestrado em Educação Matemática - IGCE, UNESP, campus de Rio Claro]

ÁVILA, G. *Cálculo 1*: funções de uma variável. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1981.

CHEVALLARD, Y. *Aspects d'un travail de theorisation de la didactique des mathematiques*: étude du cas de l'algèbre élémentaire. Université d'Aix-Marseille II, 1989.

GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de Cálculo.* Rio de Janeiro: LTC, 1985. V. 1.

HARIKI, S. *Analysis of Mathematical Discourse*: multiple perspectives. Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. University of Southampton, Faculty of Mathematical Studies, 1992.

LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica.* 2.ed. São Paulo: HARBRA, 1982. V.1.

SIMMONS, G. F. *Cálculo com Geometria Analítica.* São Paulo: McGraw-Hill, 1987. V.1.

SWOKOWSKI, E. W. Cálculo: com geometria analítica. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. V.1.

TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO: UM ESTUDO DE SUA COMPREENSÃO POR ALUNOS DE CÁLCULO I

Claudia Segadas Vianna
UFRJ

O Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) é um dos tópicos mais importantes ensinados no curso de Cálculo I, já que estabelece o vínculo entre os conceitos de derivada e integral. Esta foi uma das razões pelo qual foi escolhido como o foco desta pesquisa, que objetiva investigar sua compreensão por alunos de cursos de áreas exatas.

Dados foram colhidos de alunos do primeiro ano da Universidade Federal do Rio de Janeiro ao final do curso de Cálculo I. A amostra incluiu alunos de três áreas: matemática, informática e engenharia. Um estudo piloto foi realizado em 1994 e o estudo principal em 1995 e 1996. No estudo principal participaram 148 alunos. Todos estes responderam a um teste de matemática dividido em duas partes. Uma amostra de 17 dos 148 alunos foi selecionada para uma entrevista com base no questionário e 7 destes 17 alunos para uma entrevista utilizando o computador.

Os resultados mostram que alguns dos obstáculos para a compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo estão relacionados a dificuldades com os conceitos de função, continuidade, derivada e integral. As definições destes conceitos não estão claras para os alunos e estes freqüentemente fazem uso de imagens que contêm apenas aspectos parciais de uma definição ou são baseadas em exemplos particulares. Este fato se mostrou evidente quando os alunos nas entrevistas se defrontaram com novos exemplos que não se adequavam

com as imagens pré-formadas. Também foi verificado que definições e teoremas básicos para o curso de Cálculo estão completamente fragmentados para os alunos, não se constituem em um corpo lógico com sentido e por vezes estes até misturam partes de uma definição com outra ou de um teorema com outro, ou confundem um teorema com uma definição.
Deste modo poucos alunos conseguem compreender a demonstração de algum teorema, como foi exemplificado na pesquisa com o Teorema Fundamental do Cálculo. Uma grande dificuldade foi encontrada ao tentar destacar as idéias centrais por trás da demonstração. Agravando este processo, a concepção que têm do papel de prova em matemática reflete o fato que não estão acostumados a pensar nesta como um passo fundamental para generalizar um proposição. Os resultados encontrados nesta pesquisa estão fortemente relacionados aos hábitos de estudo dos alunos: tendem a não prestar atenção a qualquer aspecto mais teórico do curso, memorizando algoritmos sem refletir em sua aplicabilidade.

A REPRESENTAÇÃO SOCIAL EM ALUNOS CONCLUINTES DE CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR DA REGIÃO METROPOLITANA DO RECIFE SOBRE AS CARACTERÍSTICAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Josinalva Estacio Menezes[11]
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

INTRODUÇÃO: Um dos aspectos de maior interesse dos estudiosos da Educação Matemática se refere à busca de novas metodologias que norteiam os aspectos referentes à postura do professor em sala de aula. Assim, no presente trabalho, objetivou-se investigar quais as principais características necessárias a um bom professor de matemática em sala de aula, na visão de alunos concluintes de curso de Licenciatura em Matemática de instituições de ensino superior da região metropolitana do Recife. Neste contexto, enquanto forma de expressão de sujeitos do seu cotidiano material em relação às suas subjetividades existenciais, e sua própria experiência de vida, as representações sociais se constituem em poderosa ferramenta para o auxílio da leitura da realidade. Acredita-se que, enquanto construto, segundo a proposta de Moscovici, as representações sociais se constituem no caminho que permitirá uma investigação mais fiel do sentido indicado desta relação completa, pela riqueza de possibilidades; aquele que oferece uma busca no espaço amplo que associa um objeto a outros, a partir da experiência concreta que o indivíduo tem do mesmo. **METODOLOGIA**: Para realizar a pesquisa, foram selecionados aleatoriamente três alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática em cada uma das três instituições de ensino superior na região metropolitana do Recife nas quais o referido curso é oferecido, num total de nove alunos. Optamos por aplicar a entrevista semi-estruturada, transcrever os depoimentos e depois analisá-los segundo o método quantitativo, via análise do discurso, com base nas orientações metodológicas de Spink. **RESULTADOS**: Através da análise, ficaram evidenciadas as relações intrínsecas desta união da prática com as experiências vividas pelos próprios alunos concluintes, enquanto estudantes que tinham aulas com professores de matemática. Assim, as características mais evidenciadas remeteram a um relacionamento harmonioso entre professor e aluno, um domínio do conteúdo por parte do primeiro, atenção a cada aluno em sua individualidade, e aspectos inerentes à transmissão do conteúdo. **CONCLUSÕES**: No estudo ficou apontada uma visão da matemática como uma disciplina onde parece haver uma necessidade do professor buscar mais as relações interpessoais em combinação com uma boa técnica e uma boa base de conhecimento sobre o assunto.

---

[11] jomene@nelore.npde.ufrpe.br

BIBLIOGRAFIA

ALVES-MAZOTTI, A J. & GEWANDSZNAJDER, C. O método nas Ciências Naturais e Sociais. São Paulo: Pioneira, 1998.

bardan, lawrence. Análise de Conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977. Seérie Persona. Tradução de Luís Antero Neto e Augusto Pinheiro.

JODELET, D. Conceitos em representações sociais. Mimeo, s. d.

___ ______. Representation sociale: phenómènes, concept et théorie. In: MOSCOVICI, S. (ED.) Psychologie Sociale. Paris: Presses Universitaires de France, 1984, 357-378.

___________. Representation sociale: um domaine en expansion. In: JODELET, D. (ED) Les Representations sociales. Paris: Presses Universitaires de France, 1989, 31-61.

MOREIRA, A. S. P. & OLIVEIRA, D. C. de. (orgs.) Estudos Interdisciplinares de Representação Social. Goiânia: AB, 1998.

NASCIMENTO, Mª do Socorro do. Espaço Didático: Crenças Sociais? Dissertação de Mestrado. Recife: UFPE, 1998.

SÁ, Celso Pereira de. Núcleo Central das Representações Sociais. Petrópolis: Vozes, 1996 .

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UMA ABORDAGEM EPISTEMOLÓGICA DE ALGUNS ASPECTOS

Lígia Arantes Sad
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Este artigo é baseado em uma Tese de Doutorado (SAD, 1998),[12] centrada na produção de significados e conhecimentos a partir do Cálculo, tendo como motivo principal a preocupação em contribuir para a compreensão do desenvolvimento do pensamento diferencial e integral do estudante em meio às atividades de sala de aula. Pode ser decomposto em duas partes, embora durante as investigações elas tenham estado entrelaçadas e interferentes. A primeira parte de fundamentação teórica e de investigação histórico-epistemológica, na qual abordamos algumas teorias de conhecimento e destacamos o Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), pois este serve de apoio à discussão de uma produção de significados a partir de alguns objetos e temas da História da Matemática relacionados ao Cálculo. A segunda parte, empírica _ de pesquisa de campo _ que, do ponto de vista metodológico, situa-se em uma perspectiva qualitativa de investigação, cujas análises são desenvolvidas segundo o MTCS, mostrando não só a adequação desse modelo nas análises pretendidas mas, principalmente, apontando diferentes modos de produção de significados, objetos e conhecimentos ao se estar operando em relação ao Cálculo.

INTRODUÇÃO

O principal objetivo da pesquisa pode ser centralizado em termos de uma análise epistemológica de aspectos da aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Cuja PERGUNTA DIRETRIZ, geradora dos encaminhamentos é assim formulada: *São estabelecidas diversificações nos modos de produção de significados e de objetos a partir do Cálculo ? Quais ?*

---

[12] Tese de Doutorado defendida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista _UNESP_, Campus de Rio Claro, sob a orientação do Prof. Dr. Romulo Campos Lins.

Devemos observar que os *significados* a que essa pergunta se refere, são significados matemáticos constitutivos de certos modos de produção do pensamento diferencial e integral[13], bem como de seus objetos. Além disso, a referência de *diversificação* nos modos de produção de significado é feita em relação aparente a um "mesmo" objeto produzido (por exemplo, diferencial de uma variável *x*, " *dx* ") e simbolicamente representado em uma proposição lingüística de mesma aparência. Portanto, para responder à pergunta feita, entre outras coisas devemos investigar qual a natureza desses objetos de que se fala. A partir de que são produzidos (de qual(is) significado(s), de quais outros objetos ou princípios)? Em conjunto com que justificativas matemáticas ? Realmente existe diversificação nos modos de produção de significados ou são meras metáforas ou mimeses de um mesmo objeto?

A GÊNESE DA PESQUISA teve como uma fonte o ensino e aprendizagem das noções fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral em meio ao convívio nas salas de aula dos mais variados cursos que necessitam dessa parte da Matemática, nos colocando em contato direto com as dificuldades que são também denunciadas no índice de reprovação e de desistência que marca esta disciplina no início dos cursos nos quais é ministrada.

Resolvemos centrar as observações, em sala de aula de Cálculo, no que diz respeito aos *significados* _ "*conjunto de coisas que se pode falar e efetivamente se diz a respeito de um objeto* [grifo nosso]" (Lins, 1997b, p. 145) _ produzidos pelos alunos e os produzidos pelos professores ao utilizarem-se do discurso matemático acadêmico, independente da metodologia usada ou de outros instrumentos, embora não deixando de lado as relações e interferências que possam ser estabelecidas.

Pesquisas a respeito do ensino e aprendizagem de Cálculo no terceiro grau reforçam as evidências desse problema de apresentação formal dos enunciados matemáticos, de modo linearizado numa cadeia de resultados, que parecem não admitir discussões, como se os objetos matemáticos ensinados e aprendidos pudessem ser constituídos de modo único, independente dos estudantes (de sua formação, de sua demanda enquanto aluno ou futuro profissional), do livro texto ou de outro instrumento utilizado. Nessa direção, é comum escutar entre professores: "*os objetos do Cálculo são sempre os mesmos, embora se fale sobre eles com algumas diferenças de tratamento*", ou mesmo "*Cálculo é Cálculo, embora as aplicações se diversifiquem*".

Em grupos mais seletos, como o de estudantes de Cálculo, observamos, por exemplo, que, se tomarmos o resultado matemático de que os reais formam um corpo ordenado completo e fizermos a associação comum com pontos sobre uma "linha numérica", observamos que alguns estudantes vêem, como implicação, que não existe "lugar" para colocar mais nenhum número: a linha numérica é completa.[14] Em particular, os estudantes não aceitam que se "engorde" a linha numérica e se englobem os hiper-reais e que, assim, ela possa conter os infinitésimos _ que são positivos mas menores que qualquer racional positivo não nulo _ como dentro da análise não-standard. Outros olham a "completude" como um resultado técnico, que adiciona os pontos limites de seqüências de Cauchy de números racionais, sendo perfeitamente possível colocar os números reais em um conjunto numérico maior, incluindo os infinitésimos e números infinitos, os hiper-reais. Esse é um modo de aceitar a teoria da análise

[13] Segundo Cabral (1992), o *pensamento diferencial* congrega a noção de função relacionada a um pensamento algébrico e geométrico que permite a aprendizagem do aluno em Cálculo. Relacionando ao nosso trabalho de pesquisa, de modo mais específico, podemos dizer que: o *pensamento diferencial e integral* são relações e combinações, conscientes, a partir de estipulações locais próprias ao desenvolvimento do Cálculo, as quais apontamos no decorrer da pesquisa.

[14] Isso também foi detectado em outras pesquisas, como a de Sierpinska (1987) e a de Cornu (1983).

não-standard. Mas, por exemplo, Cantor negou a existência de infinitesimais, baseando-se na não- possibilidade de calcular o inverso de um número infinito em sua teoria de cardinais infinitos.[15]

Mas, como bem escreve Boyer (1959), o fato da cardinalidade de um conjunto poder ser infinito, junto à definição de variável contínua, foi o bastante durante algum tempo, aos conceitos do Cálculo; ou seja, os fundamentos eram remetidos a conjuntos numéricos de inteiros, finitos e infinitos, sem precisar entrar nas dificuldades inerentes ao infinito real (como, mais tarde, fez-se na análise não-standard). O rigor lógico, finalmente, (con)venceu e concretizou a constituição desse modo de produção dos fundamentos que matemáticos, como Weierstrass, Dedekind, Cantor e outros, ajudaram a estabelecer para o Cálculo.

Assim, não há um verdadeiro e absoluto modo de pensar sobre Matemática, de constituir seus significados e seus objetos em meio às nossas ações, como historicamente também pudemos evidenciar[16].

No entanto, em certos grupos sociais onde é trabalhado e produzido um conhecimento matemático avançado,[17] e, em cujos grupos existe uma maior convergência em relação às experiências anteriores dentro da Matemática, é de se esperar pouca ou até por vezes nenhuma diversificação dos modos de produção de significado a partir da Matemática.

Na parte social de convivência em sala de aula, para o destaque necessário à construção epistêmica do aluno, a fala é elemento muito importante. Por isso, além do MTCS, recorremos várias vezes às idéias de Bakhtin (entrelaçadas com as de Vygotsky) no que se refere ao estudo da fala e da linguagem, e às de Vygotsky e Bruner quanto à produção de significado.

Tomamos porém, como um de nossos objetivos, mostrar a adequacidade do MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MTCS) como um modelo teórico básico às nossas investigações. Este modelo começou a ser concebido por R.C. Lins a partir de sua tese de doutoramento em Educação Matemática — *A framework for understanding what algebraic thinking is* — na University of Nottingham (UK) em 1992. [18] Um aspecto de destaque no MTCS é o tratamento dispensado ao que se refere a ***conhecimento***. Diferentemente de outras teorias epistemológicas (ou teorias do conhecimento) propõe entre seus pontos centrais: ***conhecimento*** = (crença-afirmação, justificação). O que nos faz estar diante de um *sujeito do conhecimento*, ou seja, de uma existência interdependente e intrínseca do conhecimento a partir do sujeito, e também, do sujeito do conhecimento (produtor assujeitado).

Com a definição de *conhecimento* do MTCS é perfeitamente possível dizer que, por exemplo, dois sujeitos que estão produzindo significado para a mesma sentença _ "a derivada

---

[15] Ver TALL (1991, p. 6).

[16] Um dos objetivos do estudo histórico epistemológico empreendido na pesquisa foi de mostrar como as idéias se estabelecem segundo significados dos grupos sociais em que foram elaboradas, levando em conta os aspectos convencionais (culturais-ideológicos) em que são inseridos os indivíduos criadores. (Cf. Sad, 1999, p.159).

[17] Aqui estamos tratando, de modo bem simplista, um conhecimento matemático como 'avançado' se as suas afirmações e justificações precisam considerar uma matemática pelo menos de nível universitário. Porém, Tall (1991, p.3) afirma que, o ciclo de atividades do pensar matemático avançado pode ser visto como aquele que a partir do ato criativo de considerar um determinado problema, contextualizado na investigação matemática, conduz à formulação de conjecturas e ao estágio final de refinamento e prova. A possibilidade de definição formal e de dedução são fatores que distinguem o pensar matemático avançado.

[18] Nos Anais do XVIII PME (Lisboa, 1994), ele publicou o artigo *Eliciting the meanings for algebra produced by students: knowledge, justifications and semantic fields*, no qual já discute alguns dos aspectos do referido modelo epistemológico. Em junho de 1994, publicou na revista *Dynamis* (Blumenau, v.1, n.7) o primeiro artigo enfatizando o modelo, entitulado: *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da Álgebra e do pensamento algébrico*. Desde então, esse modelo tem sido implementado e divulgado por seu autor.

de x^2 é $2x$ " _ porém, um deles com justificação baseada na autoridade (é assim porque o professor disse) e o outro com justificação nos cálculos que fez usando a definição de derivada pelo quociente de Newton, constituem *conhecimentos* diferentes.[19]

Um papel da *justificação*, é o de produzir, para o *sujeito do conhecimento*, objetos _ "algo" do qual o sujeito fala a respeito _. Neste modelo, *objetos* são constantemente constituídos, embora por fazerem parte muitas vezes de *estipulações locais*[20] tomadas, pareçam ter uma "existência permanente", ligada a nossa "realidade".

Ao começarmos a pensar sobre algo, sempre temos uma versão de mundo (criado por outros) da qual partimos, construções das quais tomamos determinadas premissas como certas, as "estipulações". Elas não compõem nenhuma realidade básica ou "apriori", mas são elementos na produção de versões de mundo que tomamos para construções subseqüentes.

No que se refere às estipulações, o MTCS modifica essa noção a partir de Goodman, intensificando seu caráter não-permanente, uma vez que só considera sua criação em meio às atividades, denominando-as então de estipulações locais .

São as estipulações locais que vão constituir o que se denomina núcleo de um modo de produção de significados, isto é, núcleo de um Campo Semântico (**CS**). Portanto, núcleos de CS podem ser pressupostos de objetos (como propriedades e imagens), diagramas, princípios, axiomas, ou mesmo um enunciado. Em nossa pesquisa, em meio às atividades relativas a Cálculo (não previamente ou posteriormente), notamos alguns elementos que, devido à sua freqüência e importância como básicos na produção de significados, objetos e conhecimentos a partir do Cálculo, acabaram tendo denominações especiais como estipulações locais em núcleos de CS:

- *Estipulações locais a respeito de limite* - quando se tem no núcleo a definição Weirstrassiana de limite de uma função de uma variável real, ou seja: dizemos que " $\lim_{x \to c} f(x) = L$ se $\forall\, \varepsilon > 0$, $\exists\, \delta > 0$ tal que se $0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$."
- *Estipulações locais a respeito de infinitésimos* _ quando se tem no núcleo elementos baseados na noção de infinitésimo _ a noção de infinitésimo como concebido desde Newton, de mônadas infinitesimais, de incrementos infinitamente pequenos; ou como para Leibniz (que dizia não serem números ou quantidades) uma classe de números menores que qualquer outro designado, às vezes também expressos como diferenciais ou como distâncias infinitamente pequenas; ou mesmo a noção de infinitésimo (mais recente) como número *hiper-real* cujo módulo é menor que de qualquer número real positivo;
- *Estipulações locais visuais-geométricas* - quando se tem no núcleo princípios ou resultados geométricos, gráficos e desenhos de figuras planas ou espaciais.
- *Estipulações locais do tipo algoritmos* - quando se tem no núcleo algoritmos: regras, fórmulas, seqüências memorizadas "de cor", sem relacionar ao entendimento e justificativa matemática.

Muitas vezes porém, os núcleos ou têm mais de uma dessas estipulações locais, com os elementos relacionados em estipulações locais complexas, ou há uma fluência tão grande entre um CS e outro que, torna-se difícil saber sem outras investigações, se há predominância desta ou daquela estipulação local para podermos especificar os CS.

Em seu domínio didático-pedagógico, o professor procura estratégias de organização das atividades dos alunos, de valoração de certas atitudes e de determinados discursos,

[19] Essa diferenciação citada, não é possível com a definição de *conhecimento* de modo clássico _ uma "*crença verdadeira justificada*" _, em que a justificação tem relação com a certeza do sujeito em dizer que conhece e não com a afirmação (com a garantia do sujeito em poder enunciá-la), sustentando conhecimento na categoria de uma proposição aceita.

[20] *Estipulações locais* e *realidade*, são nesta pesquisa tratadas seguindo uma visão relativista de Nelson Goodman, citada por Bruner (1986, p. 99-104), porém modificadas à luz do MTCS. Veja SAD (1998, p.127).

sempre tendo em mente demandas que, (entre outras coisas) o fazem produzir significados em certos CS e a querer que o aluno também produza significados em CS análogos. Além do mais, pensando em termos de aprendizagem efetiva do aluno, o professor quer que o aluno além de tomar como legítimo um certo modo de pensar, também passe a dominá-lo.

Assim, a partir de caracterizações básicas _ atividade e produção de significados, enunciação e enunciado, interlocutor e demanda, conhecimento e sujeito do conhecimento, objetos e relações, estipulações locais e CS _ incluindo seus inter-relacionamentos, nos posicionamos frente às investigações também em sala de aula de Cálculo.

Na parte referente à PESQUISA DE CAMPO exemplificamos como procedemos à análise dos dados obtidos em um processo metodológico de observação participante, [21] implementada e aliada por: anotações sistemáticas em um caderno de campo, gravações e entrevistas do tipo centradas.

Foram escolhidas para observação sistemática durante um ano, três turmas (uma de Física -**T1**, uma de Matemática - **T2** e outra de Geologia -**T3**) todas de Cálculo inicial, por entendermos esse contexto mais propício à investigação de produção do pensamento diferencial e integral.

Nossa opção foi por uma metodologia de pesquisa qualitativa que nos permitisse observar de modo a interferir o mínimo possível no dia-a-dia dos professores e alunos, principalmente em suas maneiras de falar e apresentar as idéias e soluções de problemas durante as atividades em Cálculo.

Os dados coletados : 1. entrevistas individuais (gravadas ou filmadas); 2. gravações de grupos de alunos em atividades em sala de aula de Cálculo; 3. soluções escritas de problemas (feitos individualmente ou em grupo); 4. observações escritas (caderno de campo) durante as aulas.

Nos procedimentos de análise desses dados, além do MTCS, também propusemos uma classificação de alguns deles em categorias sob certas distinções nas formas como esses dados se apresentavam.

Em nossas CONCLUSÕES E INDICATIVOS estão:

- O entendimento da produção de significados em meio às atividades de Cálculo destaca uma necessidade de compreensão das interrelações entre: demanda social, sujeito do conh. (prof. e aluno), interlocutor, enunciado (texto), enunciação, conhecimento, CS (em relação a estipulações).
- O processo ensino - aprendizagem de Cálculo está centrado em que aprender é aprender a produzir significado.

  A predominância continua a ser do "ensino textual" (linha tradicional). Entre outras implicações, determina ações didático/pedagógicas em termos do conteúdo a ser ensinado. Não propicia investigar "onde o aluno está" e, se preciso, mudar de CS.
- O MTCS além de mostrar-se adequado ao estudo histórico epistemológico, confirmou a existência de diversos modos de produção de significados a partir das atividades em Cálculo, permitindo exibi-los.
- A preocupação (em ter esse modelo como base) dizem respeito ao perigo de que uma ênfase excessiva no foco epistemológico provoque um desligamento de outros fatores

[21] Entre as metodologias qualitativas (observação participante, pesquisa-ação, pesquisa-participante, história de vida e outras) citadas por Haguette (1990) a mais adequada em termos de suas características e definição foi a **observação participante**.

psicológicos, um "recorte" do estudante do quadro geral que envolve o processo de educação.

Como DIRECIONAMENTOS temos:

- Atentar para as mudanças e relações entre CS. Buscando estar dialogando, compartilhando com o aluno de CS semelhantes.
- As diversificações na função semântica da linguagem nos textos matemáticos reforçam a necessidade de uma maior atenção à enunciação dos mesmos.
- Os objetos são produzidos a partir do Cálculo em meio a diferentes demandas; outros interlocutores além do professor.
- No processo de ensino-aprendizagem, destacar importância à fala dos alunos na análise de como e o quê estão aprendendo. Não tratar os significados distintos dos "oficiais" como erro ou falta.
- As metodologias de ensino influentes na produção de significados são as que se preocupam com a socialização dos significados, através de diálogos e críticas; são mais próprias às atividades em grupo, às interpretações de textos, narrativas, apresentações, nas quais o papel central é do aluno e não do professor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ABBAGNANO, N. ***Diccionario de Filosofía***. 13 ed. Traduzido por Alfredo N. Galletti. México: Fondo de CulturaEconómica, 1996. Tradução de: Dizionario di Filosofia.

ALCOBA, M.L. ***La ley de continuidad en G. W. Leibniz***. Sevilla: Universidad de Sevilla, 1996.

ANGELO, C.L., CASSOL, A., SAD, L., SILVA, M.R.G. *Uma Análise do Teorema Fundamental do Cálculo em alguns livros-texto*. ***Quadrante: Revista teórica e de investigação***. V. 4. Lisboa: APM, 1995.

AYER, A.J.***The problem of knowledge***. UK: Penguin Books, 1986.

BAKHTIN, M. ***Marxismo e Filosofia da Linguagem***. 6.ed. Traduzido por Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo:Hucitec, 1995.

BALDINO, R.R. *Cálculo Infinitsimal: passado ou futuro?* ***Temas , Debates*** , n° 6. SBEM, 1995a.

BALDINO, R. R., et al. *Sobre o papel do conceito de limite no primeiro curso de Cálculo*. ***Anais do IV EPEM***. São Paulo, 1996.

BALDINO, R. R., SAD, L..A., , TEIXEIRA, M.V.. ***Cauchy and the problem of pont-wise convergence***. Liège: Anais do XX^th^ International Congress of History of Science, 1994.

BARON, M.E ***History of mathematics : origins and development of the calculus***. Traduzido por José Raimundo B. Coelho, Rudolf Maier e Mª José M. M. Mendes.Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BICUDO, I. *Análise não-standard*. ***Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)***, n. 8, p. 60-67, 1992.

BOCHENSKI, I. M.. ***A Filosifia Contemporânea Ocidental***. São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária (EPU) e Ed. da Universidade de São Paulo (EDUSP), 1975.

BOYER, C.B. ***The History of the Calculus and its Conceptual Development.*** New York: Dover Publications, 1959.

BRUNER, J. ***Actual minds, possible worlds***. Cambridge: Havard University Press, 1986.

BROUSSEAU, G., OTTE, M. *The fragility of knowledge* .***Mathematical knowledge: Its growth through teaching.*** Editado por Bishop, A.J., Mellin-Olsen, S. , van Dormolen, J..*The fragility of knowledge*. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., p. 13-36, 1991.

CABRAL, T.C.B. ***Vicissitudes da aprendizagem em um curso de Cálculo***. Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNESP-Rio Claro, 1883.

CASSOL, A.. ***Produção de significados para a derivada***. Dissertação de Mestrado apresentada na Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Rio Claro, 1997.

CORNU, B. ***Aprentissage de la notion de limite: conceptions et obstaculos.*** Tese de Doutorado apresentada em L'Universite Scientifique et Mdicale de Grenoble, 1983.

CHISHOLM, R.M. ***Theory of Knowledge***. 3 ed.New Jersey: Prentice-Hall International, 1989.

DAMEROW, P.. ***Abstraction and Representation: essays on the cultural evolution of thinking***. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1986.

EL *Cálculo infinitesimal: Leibniz / Newton*. ***Biblioteca Cultural Los Fundamentales***. Buenos Aires: EUDEBA - Universitaria de Buenos Aires, 1977.

GOODMAN, N. ***Of Mind and Other Matters***. Cambridge: Havard University Press, 1984.

GRAY, E. M. , TALL, D. O.. *Duality, Ambiguity and Flexibility: A 'Proceptual' View of Simple Arithmetic*. ***Journal for Research in Mathematics Education***, v. 25, nº 2, p. 116-140, 1994.

HAGUETTE, T. M. F. .***Metodologias qualitativas na sociologia***. Petrópolis: Vozes, 1990.

KLINE, M. ***Mathematical Thought: from ancient to modern times***. New York: Oxford University Press,1990. v.1,2,3.

LEIBNITZ, G. W. ***Oeuvre concernant le Calcul Infinitésimal***. 6 ed. Traduzido por Jean Peyroux. Paris: Librairie A. Blanchard, 1983.

LEONTIEV, A. ***O desenvolvimento do psiquismo***. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LINS, R.C. ***A framework for understanding what algebraic thinking is.*** PhD Thesis. Inglaterra: University of Nottingham, 1992.

___*Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa*. ***Revista da SBEM-SP***, nº 1. São Paulo, 1993.

___*O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico*. ***Revista Dynamis***, v.1, nº 7. Blumenau: FURB, 1994.

___*Struggling for survival: the producition of meaning*. ***Anais do BSRLM*** Meeting Sheffild, 1996.

NEWTON, I. ***Principia***. Traduzido por Andrew Motte, 1729. 2 ed. Revisada por Florian Cajori. Berkeley: University of California Press, 1962. 2v.

PRADO JR., C. ***Notas Introdutórias à Lógica Dialética***. 2 ed. São Paulo: Brasiliense, 1961.

REZENDE, W.M. ***Uma Análise Histórica-Epistêmica da Operação de Limite***. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: USU, 1994.

SAD, L. A. ***Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos***. Tese de Doutorado (em Educação Matemática) apresentada na Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 1998.

SIERPINSKA, A. *Humanities students and Epistemological Obstacles related to Limits*. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 18, p. 371-397, 1987.

___ *Some remarks on understanding in mathematics, for the learning of mathematics*. ***Recherches en Didactique des Mathématiques***, v.10, nº 3, p.24-36, 1990.

SILVA, M. R. G. da. ***Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática***. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 1993.

STROYAN , LUXEMBURG. ***Introduction to the theory of infinitesimals***. New York: Academic Press, 1976.

TALL, D. ***Advanced Mathematical Thinking***. London: kluwer Academic Publishers,1991.

___ *The notin of infinite masuring numbers and its relevance in the intuition of infinity*. ***Educational Studies in Mathematics***, v.11, p.271-174, 1980b

___***Intuitive infinitesimal in the calculus***. Mathematics Education Research Centre, University of Warwick. UK, 1981.

TALL , VINNER.. *Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity*. ***Educational Studies in Mathematics***,v. 12, p.151-169, 1981.

VYGOTSKY, L.S. ***A Formação social da mente***. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

___ ***Obras escogidas***. Madrid: Visor Distribuiciones, 1991a. 3 volumes.

___ ***Pensamento e Linguagem***. Traduzido por J.L.Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

WALKERDINE, V. ***The mastery of reason***. New York: Routledge, 1988.

O DOMÍNIO DO PROCESSO DEDUTIVO POR ALUNOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Lilian Nasser
IM/UFRJ
CETIQT/SENAI

A Teoria de van Hiele estabelece níveis de desenvolvimento do raciocínio geométrico, a saber: visualização, análise, abstração, dedução e rigor. Segundo van Hiele (1976), o modelo é hierárquico, isto é, para atingir um determinado nível, o aluno deve dominar todos os níveis inferiores. Além disso, a progressão de níveis depende fortemente da experiência de atividades especialmente programadas com esse fim. Isto implica que os professores devem preparar os alunos para atingir o nível da dedução em Matemática. Diversos projetos de pesquisa desenvolvidos ao longo dos últimos 20 anos comprovaram a hierarquia dos níveis de van Hiele, admitindo, no entanto que estes podem ser contínuos, isto é, é possível exibir algumas características de um determinado nível, sem o completo domínio do nível imediatamente anterior. Portanto, para que um aluno compreenda o processo dedutivo, é necessário que tenha dominado os três primeiros níveis. No entanto, a maioria dos alunos passam pela escola sem que sejam expostos a atividades que desenvolvam seu raciocínio lógico ou que os preparem para o domínio do processo dedutivo. De acordo com a teoria de van Hiele, o professor tem um papel fundamental na escolha das atividades a serem vivenciadas pelos alunos, promovendo o seu progresso pelos níveis de raciocínio geométrico.

Apesar da tentativa atual de uma abordagem mais experimental nos ensinos fundamental e médio, substituindo a ênfase na teoria, fora do alcance da compreensão dos alunos, a realidade hoje mostra que a maioria dos alunos não está aprendendo a pensar e raciocinar quando estuda os diversos conteúdos da matemática.

Esse problema já foi observado internacionalmente, e a investigação sobre "argumentação e provas no ensino da matemática" vem recebendo atenção cada vez maior de pesquisadores e educadores matemáticos, constituindo atualmente uma linha de pesquisa marcante, sempre presente em congressos e publicações de Educação Matemática. Grande parte das pesquisas desenvolvidas nessa área foram relatadas por Hanna e Jahnke (1996), no capítulo intitulado 'Proof and Proving', incluído no manual de Educação Matemática publicado na Holanda, o "International Handbook of Mathematics Education", (pp. 877-908). Nele são citadas pesquisas sobre as funções da prova (Hanna, 1990; de Villiers, 1990), os tipos de prova aceitos por matemáticos e por educadores matemáticos (Bell, 1976; Balacheff, 1988; Davis, 1993), além de estudos investigando os progressos dos alunos no desenvolvimento do raciocínio dedutivo (Hersch, 1993; Hoyles, 1997).

Alguns estudos mostram que muitas vezes o aluno chega ao curso superior sem dominar o processo dedutivo, já que não vivenciou atividades que levassem ao desenvolvimento do seu raciocínio lógico. Alguns exemplos serão relatados a seguir.

Um levantamento dos níveis de van Hiele de alunos que ingressaram nos cursos da área de Ciências Matemáticas e da Natureza, na Universidade Federal do Rio de Janeiro, em 1989, mostrou que apenas 30% dos alunos raciocinavam no nível da dedução ou do rigor matemático (Nasser, 1992, 1994).

Outro forte indício dos problemas apontados são os resultados do Exame Nacional de Cursos, o Provão (MEC) para avaliar os cursos superiores de todo o país. Aos formandos dos cursos de Licenciatura e Bacharelado de 1998 foi proposta a seguinte questão:

> O losango é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais. A partir desta definição, pode-se demonstrar a seguinte afirmação:
>
> > Ter diagonais perpendiculares é uma condição **necessária** para que um quadrilátero seja um losango.
>
> a) Enuncie esta afirmação sob a forma de um teorema do tipo **"Se ... então..."**
> b) Demonstre o teorema enunciado no item (a)
> c) Enuncie a recíproca do teorema enunciado no item (a) e decida se ela é ou não verdadeira, justificando a sua resposta.

O resultado foi surpreendente: 54% de respostas em branco, e nota média de 0,78 (em um máximo de 10), numa amostra nacional de cerca de 8.500 formandos.

Preocupados com esses resultados, resolvemos investigar essa questão. Coutinho (1998) acompanhou o desempenho de alunos de Licenciatura em seu trabalho de Iniciação Científica. Esses dados foram comparados com o desempenho de professores matriculados em um curso de especialização (Nasser,1999).

Resultados obtidos por nossa pesquisa:
1ª amostra: 37 alunos do 1° ano do curso de Licenciatura em Matemática
2ª amostra: 18 professores de matemática de um curso de especialização

	Licenciandos	Professores
Totalmente certo	11%	11%
Demonstração errada	11%	-
Troca do teorema x recíproca	35%	28%
Troca do teorema x recíproca, com demonstração correta	3%	22%
Justificativa errada para a recíproca	8%	28%
Totalmente errado	32%	11%

A análise desses resultados mostra que muitos dos sujeitos testados não conseguem nem diferenciar a hipótese da tese, e que aparentemente ao longo dos anos de estudo na universidade esse quadro não é melhorado, e pode até piorar, se os professores não usarem raciocínio dedutivo no exercício do magistério.

Além desta, a questão a seguir (Tinoco, 1999) também foi aplicada a alunos de licenciatura em Matemática da UFRJ.

O retângulo é um quadrilátero que tem os quatro ângulos iguais.
A partir dessa definição, pode-se demonstrar a seguinte afirmação:

Ter diagonais iguais é uma condição necessária para que um quadrilátero seja um retângulo.

a) Enuncie esta afirmação sob a forma de um teorema do tipo "Se ... então";
b) Demonstre o teorema enunciado no item (a);
c) Enuncie a recíproca do teorema enunciado no item (a) e decida se ela é ou não verdadeira, justificando sua resposta.

Coutinho (1999) analisou os resultados de uma amostra de 24 licenciandos através da categorização das respostas, concluindo que 5 alunos não conseguiram enunciar na forma "Se ...então", 9 alunos trocaram a hipótese e a tese, e apenas 9 alunos (37%) conseguiram enunciar e justificar corretamente a questão.

Observamos também que o caráter geral de uma demonstração nem sempre é percebido pelos licenciandos. A seguinte questão foi apresentada no Provão de Matemática de 1999:

> A um aluno foi pedido um esboço da demonstração do seguinte teorema:
> *"Se uma reta r contém a interseção das diagonais de um paralelogramo, então r divide esse paralelogramo em duas regiões de mesma área".*
> Observe sua resposta:
> "Considera-se o paralelogramo ABCD de diagonais AC e BD, cuja interseção é o ponto P, e uma reta r, paralela a AB, contendo P, que corta os lados AD e BC do paralelogramo nos pontos M e N, respectivamente.
> Prova-se que cada um dos três triângulos que compõem o quadrilátero ABNM é congruente a um dos três triângulos que compõem o quadrilátero DMNC.
> Como figuras congruentes têm áreas iguais, segue que a área de ABNM é igual à área de DMNC".

Se você tivesse de corrigir esta tarefa, você a consideraria correta (sem levar em conta seu nível de detalhamento)? Justifique.

Esta questão foi aplicada no 2° semestre de 1999 a 18 alunos do 2° período, 20 alunos do 4° período, e a 20 alunos do 6° período do curso noturno de licenciatura da UFRJ (Carvalheira, 1999). 50% dos alunos do 2°, e 30% do 6° período não perceberam que essa prova não era geral. No entanto, 70% dos alunos do 4° período não perceberam que a prova particularizou uma reta. Esse resultado mostra que o avanço no curso não é suficiente para garantir o aprimoramento do processo dedutivo.

No ponto de vista dos matemáticos da academia, a prova é um desenvolvimento formal, que parte dos pressupostos (hipóteses) e, através do encadeamento do raciocínio e de resultados já conhecidos ou de teoremas, chega ao resultado que se quer mostrar que é verdadeiro (tese). Chamamos esse tipo de prova de **prova formal**. O que se observa atualmente, é que os alunos não dominam esse tipo de prova, nem quando chegam à universidade, nem quando se formam, e nem mesmo depois de alguns anos de exercício do magistério. Mas a prova formal não é o único tipo de prova. Alguns pesquisadores como Gila Hanna (1990), do Canadá, e Nicholas Balacheff (1988), da França, defendem a **prova admissível**, isto é, uma argumentação aceitável, que pode ter diversos níveis de rigor, dependendo da idade e do ano de escolaridade do aluno que a apresenta. Em trabalho desenvolvido nos cursos de graduação da UFRJ, encontramos os seguintes tipos de prova admissível (Rezende e Nasser, 1994), que coincidem com os tipos de prova sugeridos por Balacheff:

- **Justificativa pragmática (ou ingênua):** atesta a veracidade de uma afirmativa com base em apenas alguns exemplos;
- **Recorrência a uma autoridade:** afirma que o resultado é verdadeiro porque o professor falou, ou porque está no livro texto;
- **Exemplo crucial**: desenvolve através de um exemplo o raciocínio que poderia ter sido feito no caso geral;
- **Justificativa gráfica**: mostra numa figura porque o resultado é verdadeiro;

A prova ou demonstração tem diversas funções. A mais usada é a de **validar** um resultado, isto é comprovar que é verdadeiro. Essa função é, sem dúvida alguma, fundamental na Matemática, mas nem sempre é motivadora para alunos da escola básica, e mesmo para os recém ingressos na universidade. Muitas vezes, o resultado é óbvio para eles, que não vêem necessidade alguma de verificar sua veracidade. Essa função se torna altamente motivadora quando há alguma dúvida, ou seja, quando é preciso validar ou refutar uma conjectura. Outra função da prova é a de **explicar ou elucidar**, isto é, mostrar porque o resultado é verdadeiro. Algumas provas são perfeitamente aceitas, mas não dão nenhum indício do motivo pelo qual a afirmativa vale. Por exemplo, as provas por indução, por absurdo, ou as justificativas de unicidade de soluções. Segundo de Villiers (1991), "em vez de focar apenas na prova como meio de verificação, a função mais fundamental da prova como meio de explicação deve ser explorada para apresentar a prova como uma atividade significativa para os alunos". Alguns pesquisadores, como Bell (1976), enfatizam a função da prova de **sistematizar**, isto é, **preparar para o domínio do processo dedutivo**. Através das justificativas de suas respostas, o aluno ganha confiança para adquirir auto-estima, e ser capaz de fazer suas próprias demonstrações. Como foi mostrado neste artigo, é fundamental que os alunos em geral, e particularmente os de Matemática, sejam preparados para argumentar matematicamente, e dominar o processo dedutivo, e esse trabalho deve começar bem antes do curso universitário. As investigações mostram que esses alunos carecem de conhecimentos sobre aspectos fundamentais de uma demonstração, como a hipótese, a tese, e seu caráter geral. Estamos de acordo com Pogorelov, quando este afirma que:

> *A tarefa essencial do ensino da geometria na escola consiste em ensinar o aluno a raciocinar logicamente, argumentar suas afirmações e demonstrações. Bem poucos serão matemáticos, e menos ainda geômetras. Também haverá os que nunca usarão em suas atividades práticas o Teorema de Pitágoras. Porém, sem dúvida, dificilmente haverá um só que não precisará raciocinar, analisar e demonstrar.*

Bibliografia

Balacheff, N. (1988): Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. Em D. Pimm (Ed.): Mathematics, Teachers and Children, 216-235. Londres: Hodder & Stoughton;

Bell, A. (1976): A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. Educational Studies in Mathematics, 7, 23-40;

Carvalheira, G.(1999): Análise crítica de uma demonstração em geometria. XXI Jornada de Iniciação Científica da UFRJ (em CDRom).

Coutinho, F. (1998): O domínio do processo dedutivo por alunos de Licenciatura em Matemática. Resumos da XX Jornada de Iniciação Científica da UFRJ (em CDRom).

Coutinho, F. (1999): O progresso no nível de Raciocínio dedutivo de futuros professores de Matemática, Resumos da XXI Jornada de Iniciação Científica da UFRJ (em CDRom).

Davis, P. (1993): Visual Theorems. Educational Studies in Mathematics, 24(4), 333-344

De Villiers, M.D. (1990): The role and function of proof in mathematics. Pythagoras, 24, 7-24;

De Villiers, M.D. (1991): Pupils' needs for conviction and explanation within the context of geometry. Atas do PME-15, vol. 1, 255-262, Assissi, Itália;

Grows, D. (ed.) (1992): Handbook of research on mathematics teaching and learning. Mac-Millan, NYork;

Hanna, G. (1990): Some pedagogical aspects of proof. Interchange, 21 (1), 6-13;

Hanna, G and Jahnke, H. (1996): Proof and proving. In: International Handbook of Mathematics Education, 877-908.

Hersch, R.(1993): Prooving is convincing and explaining. Educational Studies in Mathematics, 24(4), 389-399;

Hoyles, C. (1997): The curricular shaping of students' approaches to proof. For the Learning of Mathematics, 17 (1), 7-16;

Nasser, L. (1992): Using the van Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil. Tese de doutorado apresentada à Universidade de Londres;

Nasser, L. (1994): Usando a teoria de van Hiele para melhorar o ensino secundário de geometria no Brasil. Eventos (INEP), nº 4, 2ª parte.

Nasser, L. & Tinoco, L. (1999): Helping to develop the hability of argumentation in mathematics. Atas do PME-23, vol. 1, p. 303, Israel.

Rezende, J. e Nasser, L. (1994): Kinds of argumentation used in geometry. Atas do PME-18, vol. 1, p. 66, Lisboa, Portugal;

Tinoco, L. (1999): Geometria Euclideana por meio da resolução de problemas. Instituto de Matemática, UFRJ.

Van Hiele. P. (1986): Structure and Insight. Orlando, FL: Academis Press.

A CONSTRUÇÃO/NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS NO CURSO UNIVERSITÁRIO INICIAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Maria Cristina Banomi Barufi
IME-USP

As dificuldades existentes com o ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos iniciais da Universidade constituíram a grande motivação para este trabalho. `A luz do referencial teórico da rede de conhecimentos e significados, buscou-se a compreensão dessas dificuldades a partir dos livros didáticos, por constituírem um instrumento sempre presente no trabalho do professor na sala de aula. Uma vez que "conhecer e conhecer o significado", o enfoque principal residiu na negociação dos significados, para esclarecer em que medida a abordagem do Cálculo realizada e uma simples revelação ou uma construção significativa. A análise dos livros didáticos selecionados baseou-se em um modelo construído a partir do referencial teórico proposto e mostrou que a dificuldade não reside na ausência de bons livros. A diversidade dos percursos nos livros analisados se traduz numa maior ou menor adequação `a construção/negociação de significados no Cálculo.

No trabalho discute-se o papel fundamental do professor na sala de aula, tendo como potencial aliado o computador, como instrumento facilitador, que abre novos horizontes, possibilita o estabelecimento de múltiplas relações e a negociação de significados.

O PAPEL DA DEFINIÇÃO NA MATEMÁTICA DO SÉCULO 20 E SUA CONSEQÜÊNCIA NO ENSINO

Roberto Ribeiro Baldino
Grupo de Pesquisa-Ação da UNESP, Rio Claro (GPA)

Usualmente os alunos pensam que uma definição é uma descrição completa de um objeto. Essa é a acepção da filosofia, tal como a encontramos, por exemplo, em Hegel: "O objeto, apreendido pelo conhecimento inicialmente sob a forma de um conceito determinado geral, de modo tal que por aí seu gênero e sua determinidade geral são postas, é a definição". Entretanto, durante o século 20 essa concepção de definição cedeu lugar à seguinte: definição é o nome que se convenciona dar a um conjunto ou aos elementos de um conjunto bem determinado.

Como exemplo de definição no sentido atual, tomemos a definição de função contínua dos cursos de análise. "Dizemos que uma função real da variável real f é contínua se goza da seguinte propriedade: "para todo x real e para todo épsilon positivo existe um delta positivo tal que, para todo y, se módulo de y menos x é menor que delta, então módulo de f(y) menos f(x) é menor que épsilon". Essa "definição" pode ser entendida assim: considere o conjunto C de todas as funções reais de variável real que gozam dessa propriedade. Os elementos desse conjunto são denominados funções contínuas.

Outro exemplo: se, um dia, os matemáticos chegarem a definir "borboleta" eles dirão algo assim. Dados os conjuntos tais e tais, os elementos do conjunto tal, construído assim e assim, serão denominados "borboletas" e anotados BOR. Se um aluno disser que sempre pensou que as borboletas fossem coloridas, dirão: Suspenda tudo o que pensou ou sentiu acerca das borboletas. Pra saber se elas são coloridas ou não, você deve levar em conta apenas isto: são elementos deste conjunto. A cor não tem sentido.

Para Hegel, a filosofia tem que "se justificar, antes de tudo, acerca da necessidade de seus ob-jetos". A matemática do século 20 conseguiu colocar essa necessidade fora de seu âmbito. Para poder dizer que a justificação, na verdade, faz parte da matemática será preciso reconceituar matemática de modo mais amplo, ou seja, enfrentar a terrível questão: o que é a matemática?

E. Borel, na década de 20, dizia que qualquer definição em matemática deve satisfazer à condição que dois matemáticos, quando falando de um objeto, devem estar certos que eles estão falando sobre o mesmo objeto. A matemática do século 20 é o resultado desse "rigor", ou seja do esforço de introduzir pontos de basta pelo discurso todo, de dar a cada significante um só significado, de evitar o deslizamento do significado sob o significante; em suma, a matemática é o oposto da poesia. A matemática é o resultado de um esforço milenar de finitização do pensamento. A matemática do século 20 é o pensamento já finitizado: dado um épsilon existe um delta e dado outro épsilon existe outro delta e dado outro e outro e assim sucessivamente, em cada passo, ficamos no mesmo lugar. Esse é o modelo do rigor. O sujeito falante fica fora. O ideal da ciência se cumpre.

ÁLGEBRA LINEAR COMO CURSO DE SERVIÇO PARA A COMPUTAÇÃO[22]

Rute Henrique da Silva[23]
Orientador: Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino

Esta pesquisa aborda a Álgebra Linear como um "curso de serviço". Procuramos projetar, executar e avaliar uma disciplina que atendesse às expectativas de nosso cliente, o Departamento de Computação da UNESP, Rio Claro, ou seja, programar um curso diferente do usual, tendo como modelo negativo as disciplinas de mesmo nome ministradas no ensino tradicional vigente. Inicialmente realizamos entrevistas com professores que trabalhavam no curso de Computação e, posteriormente, as discutimos em nosso grupo de pesquisa a fim de elaborar fichas de trabalho para serem levadas à sala de aula. Ao final do curso registramos as opiniões de professores e alunos em relação à disciplina. Durante a pesquisa utilizamos como proposta pedagógica a Assimilação Solidária e o trabalho do *Advanced Mathematical Thinking*, um *working group* do International Group for the Psychology of Mathematics (PME) como posição epistemológica. Não se trata de afirmar que o curso que programamos foi melhor ou pior que os anteriores nessa turma, mas demos um enfoque diferente que pode ser analisado por professores que ministram algum "curso de serviço".

[22] Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, defendida na UNESP, Rio Claro em 02/02/1999.
[23] Professora Substituta do Instituto de Matemática UFRGS e do Centro Universitário La Salle.

Atualmente, a Álgebra Linear ocupa um espaço importante nas universidades e a procura por uma formação nessa disciplina vem crescendo em cursos como Engenharia, Computação, Economia, Estatística, etc. Juntamente com esse crescimento, aparecem dificuldades, conforme vemos em FANTINEL (1998), "*A Álgebra Linear, logo que foi introduzida, funcionou como um novo meio de representação, em linguagem formal, daquelas imagens espaciais que os alunos já tinham formado. Contudo, ao ser introduzida, não se imaginou que viria a ser considerada pelos alunos uma das disciplinas mais difíceis do currículo, como constatamos pelos dados obtidos*" (p. 1) e SILVA (1997) "*o ensino da Álgebra Linear na Universidade, em cursos introdutórios, trouxe à tona um antigo problema para os estudantes: suas dificuldades com a álgebra*" (p.2). Acreditamos que o processo de ensino-aprendizagem da Álgebra Linear precisa ser investigado.

Além dessas dificuldades mencionadas, também existe o problema da adequação da Álgebra Linear aos cursos em que ela é ministrada, como é o nosso caso, pois trabalhamos com uma turma do curso de Computação. A disciplina de Álgebra Linear, conforme descrita em nossa pesquisa, está denominada "curso de serviço", uma vez que é ministrada na interface entre a matemática e suas aplicações [BALDINO (1995)]. Tal expressão também é mencionada por CLEMENTS (1988) e HOWSON (1987).

Nossa pesquisa esteve inserida no Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática - GPA e, especificamente, do Grupo de Álgebra Linear, um subgrupo do GPA que funcionou de agosto de 1996 a dezembro de 1997. A partir das discussões surgidas no grupo de Álgebra Linear, formulamos a seguinte pergunta diretriz: ***"Como projetar, executar e avaliar uma disciplina de Álgebra Linear que atenda às expectativas de um curso de Computação?*** Desse modo, partimos para a sala de aula, a fim de que nossa ação de mudança ocorresse junto com nossa reflexão teórica, pois de acordo com BALDINO & SOUZA (1997), "*para mudar a sala de aula, é por ela que temos de começar e, para que as mudanças não sejam aleatórias e se autodestruam, é preciso que a ação de mudança do real ocorra junto com a reflexão teórica que a propõe, orienta e analisa. O professor-pesquisador é o agente que se encarrega de conduzir o ensino, colher e analisar dados. Ele toma sua própria prática como objeto de pesquisa. A reflexão não é um momento de isolamento e introspeção mas, sim, de interrogação e discussão com um grupo de professores pesquisadores. A fórmula é, pois, ação-reflexão-ação com periodicidade semanal, não reflexão-ação-reflexão com periodicidade anual ou periodicidade de uma dissertação acadêmica. Essa é a metodologia da Pesquisa-Ação.*"(p. 5)

Nossa intenção foi programar um curso que atendesse às expectativas do curso de Bacharelado em Ciências da Computação da UNESP, Rio Claro. Realizamos entrevistas com os professores que trabalhavam em disciplinas desse curso e as discutimos em nosso grupo de pesquisa, para posteriormente elaborarmos o material a ser utilizado em sala de aula; adotamos como proposta didático-pedagógica a Assimilação Solidária[BALDINO(1994, 1995, 1997, 1998)] e utilizamos como posição epistemológica o trabalho do *Advanced Mathematical Thinking*, um *working group* do International Group for the Psychology of Mathematics (PME)[TALL(1980, 1992, 1991,1995); TALL & VINNER(1981) e VINNER(1991)]. Ao final do curso registramos as opiniões de alunos e professores em relação à disciplina: depoimento dos alunos e questionário com os professores.

Procuramos programar um curso de Álgebra Linear diferente do usual, tendo como modelo negativo as disciplinas de mesmo nome ministradas no ensino tradicional vigente. O curso foi diferente dos anteriores, conforme constatamos nos depoimentos de alunos e professores, mas não se trata de afirmar que foi um curso melhor ou pior que os outros, apenas demos um enfoque diferente. Gostaríamos de salientar que a pesquisa que propusemos não visou a introdução de conceitos de Álgebra Linear através do computador, mas programar e executar uma disciplina que atendesse às expectativas de nosso cliente, o Departamento de

Computação. Dessa forma, o curso que programamos não foi totalmente algébrico, geométrico ou matricial. Isso se deu por dois motivos: primeiro para possibilitar a formação de diferentes *imagens conceituais*, e segundo, para que de algum modo os conceitos tivessem relação com as experiências dos alunos conforme sugere CARLSON(1993).

No currículo do curso de *Bacharelado em Ciências da Computação* da UNESP, Rio Claro, a disciplina de Álgebra Linear encontra-se no primeiro ano. É uma disciplina semestral, obrigatória e com uma carga horária total de 60 h/a. Em 1997 a disciplina foi oferecida pelo Departamento no segundo semestre, odocente responsável pela disciplina foi o Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino. A proposta didática foi elaborada no grupo de Álgebra Linear. Além de trabalharmos com o livro-texto (Coleção Schawn), optamos por produzir fichas de atividades. Tanto no uso do livro, quando na elaboração das fichas de atividades, levamos em consideração as expectativas do curso de Computação .

Na última parte da disciplina trabalhamos conceitos de Processamento de Imagens, buscando integrar o estudo de autovetores, autovalores e ortogonalização com a Computação. Colocamos uma questão sobre Processamento de Imagens na prova, questão essa que era imediata, para aqueles que haviam demonstrado interesse pelo assunto durante as aulas. Poucos alunos optaram por essa questão. Acreditamos que isso se deve ao fato de que a FT12 precisava ser reformulada. Alguns depoimentos, entre eles o de Roberto[24], confirmaram essa idéia: *"Talvez a FT12 pudesse ser um pouco mais explicada. O problema é que como tinha muita gente de 4º ano, a aula pra eles ia se tornar maçante. Teria que tentar encontrar o meio termo, pra quem está no 1º ano compreender e pra quem está no 4º ano não dormir. Nossa turma era muito misturada, uma turma mais homogênea seria melhor." (Roberto, aluno de 1º ano).* No Apêndice 2 de nossa dissertação aparece o problema de Processamento de Imagens, já reformulado [SILVA, R.H. ; BALDINO, R.R. (1998)].

Em relação ao enfoque dado ao curso, cabe ressaltar o que aconteceu enquanto o professor examinava o trabalho de Luiz, referente à FT de Coordenadas Homogêneas, esse afirmou: *"Olha, se nós tivermos a conceituação a partir de uma aplicação, a conceituação da Álgebra Linear fica mais fácil"*. Parece que esse tem sido o grande problema dos professores que ministram Álgebra Linear para o curso de Computação, pois partem de um referencial matemático e colocam isso para os alunos da Computação, aí as dificuldades aparecem.

Acreditamos que a apresentação de um curso de Álgebra Linear para a Computação precisa ser reformulada, conforme CARLSON et alii(1993), que sugerem, para um primeiro curso de Álgebra Linear, que o programa e a apresentação devem responder às necessidades dos clientes das disciplinas.

Conforme observamos durante o curso, e também constatamos nos depoimentos, muitos alunos estavam fazendo a disciplina mais de uma vez e, em cursos anteriores, outros professores reprovaram até 80% dessa turma, a partir da conceituação matemática e um método quadro-negro e giz, enfatizando teoremas e demonstrações. De fato, observamos que a turma saía muito bem na resolução de problemas que envolviam cálculos e ficou a desejar no que se refere à conceituação. Mas que papel tem essa conceituação em um curso de Computação? Será que haveria uma maneira de trabalhar com essa conceituação de modo que faça sentido para esses alunos?

Também podemos nos questionar em relação a tal "sucesso" na reprodução de modelos e as dificuldades apresentadas na conceituação. Será que, exatamente porque sabem calcular, isso os impede ou dificulta a compreensão da parte conceitual? Não se interessam por essa

[24] Os nomes dos alunos são fictícios.

parte porque sabem que podem se defender de outro jeito? Como no depoimento de Caio "*a gente está aqui, a gente quer aprender, mas a gente quer passar também*".

Não podemos afirmar com certeza se atendemos ou não às expectativas do curso de Bacharelado em Computação da UNESP, Rio Claro, pois não tivemos um retorno significativo dos questionários que enviamos aos professores. Entretanto o retorno que tivemos de alguns professores aliado aos depoimentos de alunos podem nos fazem concluir que a disciplina ministrada em 1997 talvez não tenha atendido às expectativas, mas serviu para mostrar que podemos fazer cursos diferentes dos usuais.

Esperamos que nossa pesquisa possa contribuir diretamente para o professor com formação matemática que, como nós, não é especialista em Computação, mas trabalha com Álgebra Linear em uma turma deste curso. De forma mais geral, também acreditamos que esse trabalho pode ser útil para qualquer professor que ministre algum "curso de serviço".

BIBLIOGRAFIA

- BALDINO, R.R. Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. Rio Claro: Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática - GPA, 1997. 16p. (Mimeogr.)
- ________. Assimilação Solidária Onze Anos Depois. Rio Claro: Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática - GPA, 1994. 16p. (Mimeogr.)
- ________. Pontuando a Pesquisa em Educação Matemática (Notas para Apresentação Oral). Rio Claro: UNESP, 1995. 7p. (Mimeogr.)
- ________. Como Integrar Disciplinas sob o Ponto de Vista Epistemológico. In I ENCONTRO SETORIAL DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO DA UNESP, RIO CLARO, 1995, Águas de Lindóia. Anais, Águas de Lindóia: 1995.
- ________. Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. Educação em Foco, Universidade Federal de Juiz de Fora, MG. Vol. 3 – N° 1 – Mar-Ago., p. 39-65, 1998.
- *BALDINO, R.R. SILVA,R.H. Introdução ao Processamento de Imagens ou Aplicação da Álgebra Linear.* Relatórios Internos do Departamento de Matemática UNESP, Rio Claro, n°. 51/98. 1998.
- BALDINO, R.R., SOUZA, A.C.C. A Pesquisa em Sala de Aula: Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática - GPA. Rio Claro: Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática - GPA, 1997. 40 p. (Mimeogr.)
- CARLSON, D. Teaching Linear Algebra: Must the Fog Always Roll In? The College Mathematics Journal, v. 24, n.1, p. 29-40, jan 1993.
- CARLSON, D., et alii. The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra. The College Mathematics Journal, v. 24, n.1, p. 41-46, jan 1993.
- CLEMENTS, R.R. et al. Selected Papers on the Teaching of Mathematics as a Service Subject. R.R. Clements, P Lauginie, E. De Turckheim (Eds.). New York: Springer - Verlag, 1988.
- FANTINEL, P.C. Representações Gráficas Espaciais para o Ensino de Cálculo e Álgebra Linear. Rio Claro: UNESP, 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - IGCE, Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro, 1998.
- HOWSON, A. G. et al. Mathematics as a Service Subject. A. G. Howson, J. -P. Kahne (Eds.). ICMI Study Series. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- LIPSCHUTZ, S. Álgebra Linear. Trad. R. R. Baldino. Rio de Janeiro: Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA, 1971. 403 p.

- SILVA, A. M. Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula, 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Departamento de Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula, 1997.
- TALL, D. Mathematical Intuition, with Special Reference to limiting Processes. In: PME Conference, 4th, 1980, Berkeley. PROCCEDINGS. Berkeley: 1980, p.170-176.
- ________. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. (Ed.). Advanced Mathematical Thinking. London: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 3-21
- ________. The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof. In: Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: NCTM, 1992, cap.20, p.495-510.
- ________. Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. In PME Conference, 19th, 1995, Recife. PROCEEDINGS. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1995, vol 1, p. 61-75.
- TALL, D., VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Contunity. Educational Studies in Mathematics, n° 12, p. 151-169, 1981.
- VINNER, S. The Role of Definitions in Teaching and Learning. In: TALL, D. (Ed.). Advanced Mathematical Thinking. London: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 65-81.

NÚMERO REAL: CONCEPÇÕES DOS ESTUDANTES

Sonia IGLIORI
Benedito SILVA
PUC-SP

RESUMO

Este trabalho pretende investigar que concepções sobre números reais trazem os alunos que chegam à Universidade e se as mesmas evoluem. Para isso foi efetivado um estudo diagnóstico, através da aplicação de um questionário a 36 alunos iniciantes e a 14 finalistas de um curso na área de exatas da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ABSTRACT

This paper intends to investigate which knowledge and which conceptions the students who come in to the University bring about real numbers and intends to know the evolution of these conceptions at the end of their universitary studies. For that, it has been efetivated a diagnostic study through the application of a questionary to 36 beginner students and to 14 students from the last grade of the Course of Mathematics of Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

INTRODUÇÃO

Os conteúdos da Análise (Cálculo) foram os primeiros a comporem temas de pesquisa no âmbito da Educação Matemática, voltados ao ensino superior. Em especial sobre números reais. Elas mostram por exemplo que, para os alunos, as relações existentes entre os diferentes conjuntos construídos a partir das extensões sucessivas do campo numérico estão longe de serem claras. Se para os alunos, R compreende categorias diferentes de número, os inteiros, as frações, os decimais, os números que se exprimem pelos radicais e alguns outros como π, todas estas categorias tendem à se confundir na associação número real, número decimal (com representação decimal finita), associação essa reforçada pelo uso das calculadoras. Do mesmo modo, se eles fazem uma associação entre os reais e os pontos da reta, esta associação não corresponde necessariamente à nossa visão do contínuo numérico. (Artigue, 1993).

Artigue (1993) reforça que as dificuldades de acesso ao campo da Análise são de naturezas diversas, constituindo-se numa rede de complexidades que se embricam e se reforçam

Após anos na docência da Análise , vimos constatando essas dificuldades que o conceito de número real apresenta para os estudantes. Pudemos também verificar que os mesmos tipos de dificuldades ainda persistiam ao final dos estudos universitários. Com intenção diagnostica, esta investigação foi desenvolvida. Um dos objetivos de conhece-las é também para poder modificá-las quando necessário for, o que presume, muitas vezes, novas abordagens e também novas metodologias de ensino, conseqüência esperada de um trabalho como este.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo diagnóstico pretendido nesse trabalho teve por objetivo identificar as concepções dos estudantes sobre número real, entendendo como Balacheff que: "*Um conhecimento se atualiza em uma multiplicidade de concepções eventualmente contraditórias em referência a um conceito particular*". Para ele este modo de colocar os termos conceito, conhecimento e concepção preserva a possibilidade de falar do conhecimento de um sujeito, relativamente a um conceito dado, dando uma abertura àquele modo que pretende dar conta da complexidade deste conhecimento que considera que o mesmo só pode ser atestado em uma situação (e portanto tendo a cada vez a marca do contexto) deixando assim ao conceito o lugar privilegiado de uma referência comum aos conhecimentos em jogo (em particular às do sujeito e de seu observador) .

Este trabalho referenciou – se também na conceituação de registros de representação de Duval e de obstáculo epistemológico de Brousseau, para a organização da investigação diagnóstica.

III. OS PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

O questionário foi composto de questões abertas e fechadas. Algumas delas se assemelhava a questões propostas em pesquisas francesas e israelitas (Robinet, 1994) (Thirosh, 1995) sobre o assunto, envolviam a noção de representação, alguns obstáculos apontados na literatura como epistemológicos. Além de questões relativas ao conceito do número real propriamente dito, outros correlatos também compuseram o questionário. Na primeira questão foi solicitado aos alunos que classificassem entre racional e irracional 15 números escolhidos de forma conveniente. Na segunda questão foi indagado o critério utilizado na classificação. As questões Q3 e Q4 foram colocadas para apurar o efeito do uso da calculadora no comportamento dos alunos sobre a relação número e aproximação. Através das questões Q5, Q6, Q7 e Q8, pretendíamos avaliar os conhecimentos dos alunos sobre as propriedades de densidade, ordenação e infinitude de R e sobre a não completude de Q. A questão Q9 foi proposta para se avaliar as concepções dos alunos (intuitiva no caso dos iniciantes) sobre cardinalidade de conjuntos infinitos, ou seja foi proposto a eles compararem pela inclusão alguns conjuntos infinitos.

As condições de aplicação, foram as normais de sala de aula, numa duração de aproximadamente uma hora e meia. O teste foi aplicado nas primeiras semanas letivas. O público investigado foi composto de 36 estudantes iniciantes e 14 finalistas da área de exatas da PUC/SP.

IV.RESULTADOS

A representação decimal ilimitada trouxe confusão aos iniciantes.

Os números com representação decimal em que aparecem reticências (mesmo que limitada) causam sempre instabilidade nas respostas. As representações decimais ilimitadas estão associadas à irracionalidade. Há identificação entre número e aproximação, e foi mais forte entre os finalistas. O número $\pi/10$ foi classificado como racional, por 13 alunos iniciantes indicando a interferência da representação. Em resposta à segunda questão os alunos revelam: número irracional é um "*número infinito*"; ou "*um número com infinitos dígitos após a vírgula*"; o número racional é um número "*exato*"; "*os irracionais são as raízes*"; "*racional é um número que pode ser posto na forma a/b*" (em geral, sem especificação sobre a e b) "*racional é um número inteiro*"; "*número irracional é um número negativo*"

Um maior número dos alunos considerou que há infinitos racionais num intervalo da reta em contraposição ao número daqueles que consideraram que há infinitos irracionais. Destacamos que um aluno finalista considerou um intervalo da reta com um número finito de pontos.

O modelo da reta real para esses alunos, é um modelo no qual não vale a propriedade da densidade algébrica. As respostas evidenciaram confusão, tanto entre os conceitos de número racional e de número irracional, quanto às noções de representação decimal, bem como quanto à noção de sucessor e de existência de infinitos números num intervalo da reta. Mostraram também que mesmo os finalistas desconheciam a existência da propriedade de densidade dos racionais em R e o da completude deste. Para a maioria dos alunos a cardinalidade de conjuntos infinitos é sempre a mesma, também para os conjuntos infinitos a parte é sempre maior que o todo.

Os alunos finalistas mostraram possuir em geral as mesmas concepções que os iniciantes, apenas apresentaram respostas mais coerentes.

V. CONCLUSÃO

Sinteticamente, podemos destacar que para a maioria dos estudantes havia:

1. Identificação entre um número e sua representação.
2. Identificação entre irracionalidade e representação decimal ilimitada.
3. Associação entre irracionalidade e "não exatidão". (não exatidão poderia ser: número não inteiro, número negativo, número cuja representação decimal possuía pontos de reticências, em número infinito ou não).
4. Identificação entre número e aproximação (identificação efetuada percentualmente por mais alunos finalista que iniciantes).

Na análise comparativa das respostas dos alunos iniciantes e finalistas, pudemos avaliar que, apesar de ter havido evolução, relativamente ao índice de acertos, dos últimos em relação aos primeiros, concepções "errôneas" detectadas, persistiram após um curso introdutório de Análise Real, tratado de forma tradicional. Onde este estudo foi realizado, os reais são apresentados pelo método axiomático.

Diversos pesquisadores têm analisado a questão das mudanças de "concepções" dos estudantes num processo de ensino. Numa referência a Viennot, Mortimer (1995) afirma que "*Os estudos realizados sob essa perspectiva revelam que as idéias alternativas de crianças e adolescentes são pessoais, fortemente influenciadas pelo contexto do problema e bastante estáveis e resistentes à mudança, de modo que é possível encontrá-las mesmo entre estudantes universitários. Realizadas em diferentes partes do mundo, as pesquisas mostram o mesmo padrão de idéias em relação a cada conceito investigado*".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARTIGUE, M. Epistémologie et *Didactique*. *Cahier de Didactique des Mathématiques*. Paris. N. 3, 1989.

2 .— L'enseignement des débuts de l'Analyse: Problèmes épistemologiques, cognitifs et didactiques. *Cahier de Didactique des Mathématiques*. Paris, 1993.
3. BARBIN, E. Saisir l'irrationnel: dire, monter, faire toucher, tenir. *Bulletin A.P.M.E.P*, N. 400. Paris, 1995.
4. DHOMBRES, J. Nombre, Mesure et Continu. Epistémologie et Histoire. *Cahier de Didactique des Mathématiques*. C.E.D.I.C. Paris, 1978.
5. DUVAL, R. Semioses et Noesis. *Conference APMEP, IREM*, 1992
6. FISCHBEIN, E., JEHIAM, R., COHEN, D. The concept of irrational numbers in high-school students and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, Boston, N. 29, p.29-44. 1995.
7. MORTIMER, E.F. Constutivismo, mudança conceitual e ensino de Ciências: para onde vamos?. *Faculdade de Educação da UFMG Belo Horizonte*, 1995.
8. ROBERT, A. Rapports enseignements-apprentissage. (Débuts de l'Analyse sur R). *Cahier de Didactique des Mathématiques*, n° 18_0 et 18_1 Paris, 1985.
9. ROBINET, J. Les réels: quels modèles en ont les élèves?. *Cahier de Didactique des Mathématiques*, N° 21. Paris, 1994.
10. TIROSH, D. The role of student's intuitions of infinity in teaching fhe Cantorian Theory. *Advanced Mathematical Thinking*, Boston, p.199-214. 1995.

ENTENDENDO ANÁLISE REAL

Márcia M. F. Pinto
Departamento de Matemática, UFMG

***Resumo**: Este artigo apresenta uma análise da construção de teoria matemática formal por estudantes universitários. Precedido por um estudo exploratório que visava o estabelecimento de categorias iniciais, o estudo principal foi conduzido ao longo de um curso de Análise Real de vinte semanas. Estudantes foram entrevistados em intervalos regulares, para que seu desenvolvimento durante o curso fosse acompanhado. Analisando definições, argumentação e imagens explicitadas pelos estudantes, dois modos de construção da teoria que estava sendo ensinada foram distinguidos —**extraindo significado** a partir da definição formal, deduzindo formalmente a teoria, e **atribuindo significado** `as definições e`a teoria, construindo conhecimento através de exploração de imagem conceitual prévia. Ambas as rotas podem ou não ser bem sucedidas na contrução da teoria formal como entendida pelos matemáticos.*

Palavras chave: Análise Matemática, Psicologia da Educação, Construção do Conhecimento.

Este estudo tem por objetivo investigar estratégias usadas por diferentes indivíduos para compreender teorias axiomáticas formais, adotando o ponto de vista de que um curso em Análise Real é uma tentativa de iniciar o estudante na cultura do matemático profissional.
A pesquisa é iniciada em fevereiro de 1995 com um estudo preliminar, exploratório, analisando um trabalho individual escrito de 20 estudantes de Licenciatura em Matemática e entrevistas com 7 estudantes selecionados naquele grupo. É uma análise do produto final de um curso de Análise Matemática, oferecido para alunos do Instituto de Educação, Universidade de Warwick, Inglaterra. O referencial para análise dos dados que foram coletados foi a teoria que vem sendo elaborada pelo grupo denominado Advanced Mathematical Thinking Group (ver, por exemplo, Tall, 1991) e que tem seus trabalhos divulgados principalmente nos encontros do International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). Da investigação preliminar,

verificou-se que, ao final de um curso de Análise Real, poucos estudantes dominavam a teoria formal que havia sido apresentada; a grande maioria construia e fundamentava sua argumentação primordialmente em imagens, como já ilustrado e discutido na literatura (ver Gray&Pinto, 1995; Pinto &Tall, 1996; Pinto, 1998).

Para garantir na amostra do estudo principal alguns estudantes bem sucedidos em sua tentativa de construir a teoria como entendida pelos matemáticos, alunos do Departamento de Matemática, além dos do Instituto de Educação, foram contactados, selecionados e convidados a participar do projeto. Neste estágio, onze estudantes de Matemática foram acompanhados durante as 20 semanas de seu primeiro ano cursando Análise Real, tendo sido entrevistados em sete encontros individuais; quatro licenciandos foram acompanhados durante 10 semanas de seu curso e entrevistados quatro vezes. Minha presença em sala de aula como observadora foi permitida pelos professores de ambos departamentos. Não era adotado um livro texto. Desta forma, questões para as entrevistas eram preparadas ao longo do curso. Dados coletados eram revisados, buscando uma primeira categorização; tal categorização era re-avaliada com nova coleta, até que uma estrutura natural emergisse baseada no conjunto total dos dados. Esta metodologia segue o estilo de Strauss (1987), ou mais recentemente Strauss e Corbin (1990), para construção de teoria.

Desenvolvendo categorias para análise de dados

A categorização inicial considerava:

- o conhecimento das definições pelos estudantes,
- o uso das definições para deduzir resultados,
- o uso de tais resultados em teoremas ou questões mais complexas, de forma a construir a teoria de modo sistemático.

As categorias criadas foram relacionadas a três temas: Definições, Deduções e Teoria Formal.

No entanto, da análise do trabalho escrito de vinte alunos do Instituto de Educação ao término de seu curso de Análise verificou-se que, ao responder a maioria das questões, dezenove alunos construíram seus argumentos informalmente, muitas vezes fundamentando suas respostas em casos específicos ou em imagens inconsistentes com a teoria formal, ao invéz de usar definições. Percebeu-se então a estreita articulação entre os temas definições, deduções e Teoria Formal, expressa pelo fato de que o verdadeiro entendimento de uma definição requer o uso de deduções; e que deduções formais e teoria formal requerem o domínio das definições formais.

Em resposta a esta análise, questões iniciais centradas em definições formais e deduções foram reformuladas e passam a focalizar as definições que os estudantes explicitam e as deduções que eles fazem a partir de tais definições. O tema Deduções foi então renomeado Argumentação, incluindo assim outras justificativas além da formal; e o tema Teoria Formal foi modificado para Imagem. Essencialmente, a categorização final em cada tema contemplou:

- Definições dadas por cada estudante, classificadas como descritiva, formal correta ou formal distorcida,
- Argumentação, categorizada como fundamentada na imagem conceitual ou na teoria formal apresentada,
- Imagem, como explicitada pelo aluno, classificada como sugerindo ter sido, ou não, construida a partir da teoria formal.

Duas diferentes abordagens — formal e informal — são inicialmente concebidas como categorias para estratégias básicas usadas pelos alunos durante a construção da teoria (IMAGEM), passando a ser descritas em termos das categorias apresentadas acima em cada tema. No entanto, diversos episódios sugerem estratégias para elaboração de respostas satisfatórias do ponto matemático formal próximas ou articuladas a abordagens que poderiam ser classificadas como informais. Tal análise resultou numa reformulação das duas categorias concebidas inicialmente para:

- **extraindo significado** da experiência nova através de deduções formais,

• **atribuindo significado** para a experiência nova a partir da imagem conceitual.

Extraindo significado involve familiarizar com as novas definições e o novo contexto, talvez através de repetição, antes do seu uso como base para novas deduções formais. Habilidade em lidar com representações simbólico-proposicionais, e teorias de encapsulação (ver, por exemplo, Dubinsky 1991; Dubinsky et al 1988) oferecem neste caso uma boa descrição do processo de abstração requerido para a 'construção' do conhecimento formal.

Atribuindo significado involve o uso de experiências anteriores, idéias e imagens, frequentemente visuais ou cinéticas, para enriquecer e representar analogicamente (ver por exemplo Eysenck&Keane, 1995) as definições e conceitos apresentados. Características principais desta estratégia são: 'tradução' da nova teoria em termos das experiências e do conhecimento prévio, e 'reconstrução' do conhecimento prévio com a teoria formal. Exploração de representações analógicas parece ser a essência do processo de abstração neste caso.

A categorização final que emerge da análise dos dados coletados se resume no quadro abaixo. Este explicita que **atribuir significado** pode conduzir `a construção da teoria formal, ou a fracasso quando o indivíduo se atem a argumentos puramente fundamentados em imagens; enquanto **extrair significado**, mecanicamente ou de modo reflexivo, também conduz a um espéctro de sucesso ou fracasso.

Abordagem		Construção dos Conceitos		
Estratégia	Característica	**Definição**	**Argumentos**	**Imagem**
Extraindo significado (construindo a partir da teoria formal)	memorizando •reflexivo • mecânico	formal •correct • distorcida	baseado na teoria formal •significativo • decorado	construída a partir da teoria formal •compartmentalizada • relacional
Atribuindo significado (construindo a partir de ideias informais)	1.reconstruindo conhecimento prévio com o novo 2.interpretando o novo conhecimento em termos do prévio	1.formal •correct • distorcida 2.descritiva •geral •protótipos particulares	1.baseado em thought experiments •apresentado formalmente •fundamentado em imagens 2. pragmático	1.reconstruida com a teoria formal 2.retendo imagens prévias 3.aspectos retidos como informação adicional 4.conflito entre prévio e novo

Especificando categorias

Participantes do estudo principal, Ross e Chris são dois estudantes bem sucedidos, usando estratégias qualitativamente diferentes na construção da teoria que está sendo ensinada.

Para Ross, que 'extrai significado' da teoria formal apresentada, sua maior dificuldade no início do curso é ... "to learn the proofs ... I would need to read them again and again ... and maybe write them out myself. I mean, I understand them, it's just remembering them that's more difficult." (Ross, first interview)

Durante a primeira entrevista, Ross escreveu a definição de limite de sequências como a seguir:

A sequence (a_n) tends to limit L if, $\forall\ \varepsilon > 0,\ \exists\ N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ s.t. $\forall\ n \geq N$;

$$|a_n - L| < \varepsilon.$$

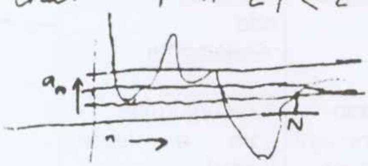
Ele explicou que aprendeu a definição "... just memorising it; well it's mostly that we have written it down quite a few times in lectures and then whenever I do a question I try to write down the definition and just by writing it down over and over again it get imprinted and then I remember it." (Ross, first interview)

Por sua vez Chris, que 'atribui significado' `a nova experiência, comenta que sua maior dificuldade inicial foi "...in the first lecture on limits, I didn't quite get it (the definition of limit of a sequence) ... but then I looked it up (the definition of limit of a sequence) in a book and understood ... and then ... I don't know umm it seems now okay."

Ele usa imagens visuais, representando graficamente suas idéias principais e escreveu a definição de limite de sequências enquanto desenhava, comentando: "I don't memorise that [the definition of limit]. I think of this [picture] every time I work it out, and then you just get used to it. I can nearly write that straight down."

~~$\forall\ a_n \to L$ then there~~ exists

For all $\varepsilon > 0$, there exists $N \in \mathbb{N}$ such that $|a_n - L| < \varepsilon$ for all $n \geq N$



"I think of it graphically ... I think of it as you got a graph there and the function there , and I think that it's, it's got the limit there ... and then e once like that, and you can draw along and then all the ... points after N they are inside of those bounds. ... If this err when I first thought of this, it was hard to understand, so I thought of it like this ... like that's the n going across there and that's a_n. ... Err this shouldn't really be a graph, it should be points."

(Chris, first interview)

O engano de Chris ao representar a sequência por uma curva contínua sugere sua concentração em idéias de maior importância, temporariamente; seu comentário ao final de sua discussão sugere reconstrução de sua imagem inicial, provavelmente fundamentada em sua experiência prévia com gráfico de funções.

Durante a segunda entrevista, ambos estudantes puderam usar a definição para caracterizar satisfatoriamente a "não convergência" de sequências: Ross usou regras lógicas para negar os quantificadores na definição de limite de sequência, enquanto Chris escreveu a nova definição como num experimento mental, apoiado na representação gráfica do conceito.

Quanto a imagens prévias e `a interferência do conflito na construção do conhecimento, estes parecem centrais `a reconstrução das experiências dos que atribuem significado ao conhecimento novo, mas não tão determinantes na construção da teoria dos que extraem significado. Estes últimos estudantes podem inicialmente compartimentalizar o conhecimento que estão construindo, sem grande conflito. Por exemplo, para Ross e Chris, a idéia de uma sequência constante convergir causou estranheza, pois " ... you tend to think of a sequence as going up and then gradually getting closer and closer to a value ..." (Ross, first interview). Mas para Ross, a sequencia tenderá para o valor, porque "... the definition works for that, so ... so it must tend to the value ...". Já para Chris "... by definition it has a limit, but ... you don't really think of it as a limit ... ... I don't really know ...." (Chris, first interview). Neste episódio, enquanto Ross torna rotina o uso das definições como critério para tomada de decisões na construção de imagem formal inicialmente compartimentalizada, Chris está em processo de reconstrução de sua experiência prévia, explicitando o conflito entre esta e o conhecimento novo que lhe está sendo apresentado.

Discussão. Conclusão Final.

A complexidade envolvida nos problemas que os estudantes enfrentam em seu primeiro contacto com a Análise Real é indiscutível. Mesmo assim é possível descrever um padrão implícito em seu desenvolvimento. Estudantes são provenientes de um sistema educacional onde o ensino de matemática está principalmente centrado em cálculos e manipulação de símbolos. A Análise Formal passa a requerer um trabalho com definições que envolve quantificadores múltiplos e lógica proposicional. Estudantes podem fazê-lo começando uma construção nova, compartimentalizada das imagens prévias e deixando a reconciliação com experiências anteriores para depois, ou, partir do conhecimento prévio e reconstruir o novo.

Em momentos distintos estudantes normalmente se enquadram numa ou noutra categoria. No entanto, seis dentre os onze alunos de Matemática participantes do projeto apresentaram uma preferência por uma das abordagens descritas acima, mostrando ser possivel ser bem sucedido ou não em cada uma das categorias, e que as dificuldades centrais em cada rota de construção são diferentes.

Para os que **extraem significado**, aceitar as 'regras do jogo' e aceitar trabalhar com uma nova noção de prova que requer deduções a partir de definições não parece ser o grande problema. Para estes, dificuldades cognitivas ao estudar Análise Real parecem mesmo estar principalmente relacionadas `a habilidade em coordenar os processos nas afirmações quantificadas apresentadas na teoria e trabalhar com a lógica proposicional, como tem sido amplamente discutido em teorias de encapsulação (ver por exemplo, Dubinsky et al, 1988).

Já os indivíduos que **atribuem significado** tem sido omitido dos estudos mencionados acima. Para tais estudantes, a reconstrução das experiências prévias está invariavelmente e intimamente relacionada `a nova experiência, sendo parte essencial do trabalho com a nova teoria. Isto parece requerer um esforço cognitivo maior do que compartimentalizar uma nova construção. Estudantes como estes muitas vezes 'percebem' que uma determinada afirmação ou teorema é verdadeiro, e não 'sentem' nenhuma necessidade de prová-los dedutivamente. Muitas vezes são derrotados por imagens conceituais restritas, não adequadas `a exploração do conceito que pretendem desenvolver. Constroem definições idiossincráticas e descritivas, não apropriadas ao trabalho formal, que é então memorizado para responder ao curso.

Ambos os tipos de aprendizes recorrem `a memorização, quando estão fracassando. São unânimes no reconhecimento do esforço requerido para acompanhar o curso. Os que extraem significado talvez precisariam de mais tempo para 'encapsular' as definições; e os outros, talvez de mais tempo para reconstrução da estrutura cognitiva como um todo.

Referências

Dubinsky, E., Elterman, F. & Gong, C. (1988). 'The students construction of quantification', *For the Learning of Mathematics*, 8, 44–51.

Eysenck, M. W.&Keane, M.T.(1995) *Cognitive Psychology. A Student's Handbook*, Psychology Press, Hove, UK.

Pinto, M. M. F. & Gray, E. (1995). Difficulties Teaching Mathematical Analysis to Non-specialists, *Proceedings of PME 19*, Recife, Brazil, II, 18–25.

Pinto, M. M. F. & Tall, D. O.: 1996, 'Student teachers' conceptions of the rational numbers', in L. Puig and A Guitiérrez (Eds.), *Proceedings of XX International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Valencia, 4, 139–146.
Pinto (1998) *Students' Understanding of Real Analysis*. Unpublished PhD Thesis, Warwick University.
Strauss, A. (1987). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge University Press.
Tall, D. O. (Ed.) (1991). *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer: Dordrecht.

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS ESPACIAIS PARA O ENSINO DE CÁLCULO E ÁLGEBRA LINEAR[25]

Patrícia da Conceição Fantinel
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Centro Universitário La Salle

A partir de um levantamento informal de opiniões de professores do curso de graduação em Matemática da UNESP, Rio Claro, observou-se que os alunos do primeiro ano têm grandes dificuldades em :

- representar sólidos geométricos simples em perspectiva;
- reconhecer a correspondência entre pontos de um sólido geométrico e pontos de sua representação em perspectiva;
- imaginar um sólido geométrico a partir de suas projeções em planos ortogonais, ou mesmo a partir da própria perspectiva;
- representar em perspectiva, ou imaginar em três dimensões, gráficos de funções de duas variáveis (quádricas).

Os recursos de representação gráfica desses alunos parecem insuficientes para lhes ajudar a compreender conceitos fundamentais das disciplinas de Cálculo I e II e Álgebra Linear, tais como derivada parcial, plano tangente, diferenciabilidade (de funções de duas variáveis), coordenadas esféricas, integrais triplas e outros.

Suspeitávamos que boa parte das dificuldades nas disciplinas de Cálculo e Álgebra Linear seriam decorrentes da pouca familiaridade com as representações gráficas da Geometria Espacial. Dificuldades semelhantes foram descritas nos trabalhos de BERTONHA (1989), quando esta afirma que *"ao cursar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II, era necessário fazer uso de construções gráficas no plano cartesiano de diversas formas geométricas planas e espaciais, a fim de realizar as atividades propostas naquelas disciplinas. Alguns alunos mostravam-se inseguros na elaboração de gráficos, devido à dificuldade de reconhecerem as formas geométricas através de seus nomes ou visualizar espacialmente a forma a ser esboçada pelo gráfico, tornando necessária a retomada dos conceitos geométricos que constam dos currículos de 1° e 2° graus."* (p.1). Também HAREL (1989) constatou que *"usando representações gráficas os alunos são capazes de generalizar corretamente conceitos e processos que eles aprenderam em termos de modelo visual, e aplicá-los na resolução de problemas de Álgebra Linear"* (p.140, trad. nossa).

Esse autor, em suas pesquisas, mostra que os alunos possuem sérias dificuldades para compreender sistemas algébricos que não tenham uma representação visual concreta facilmente acessível.

Consideradas as dificuldades levantadas informalmente junto aos professores do curso de graduação em Matemática da UNESP, Rio Claro e a importância do domínio desses conteúdos para compreensão de conceitos fundamentais das disciplinas de Cálculo e Álgebra Linear,

[25] Pesquisa Financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

pareceu-nos muito relevante a produção de recursos instrucionais que facilitassem a representação gráfica dos alunos.

Buscando um quadro teórico que nos ajudasse tanto na elaboração de fichas de atividades, quanto na avaliação da própria pesquisa, nos deparamos com o Modelo de van Hiele. Após um estudo do Modelo decidimos trabalhar com ele através da seguinte pergunta diretriz:

Baseada no modelo de van Hiele, uma familiarização prévia com perspectivas (isométrica, cavaleira e cônica) e vistas ortográficas (lateral, frontal e superior) auxiliará aos alunos nas disciplinas de Cálculo e Álgebra Linear?

Plano de Ação

A pesquisa foi dividida em duas fases visando encaminhar a pergunta diretriz, para o que, em um primeiro momento, precisávamos de uma familiarização prévia e, num segundo momento, da análise dessa familiarização. Essas duas fases são descritas como segue.

Primeira fase

- As fichas de atividades foram construídas[26], avaliadas e re-estruturadas, conforme o andamento da pesquisa.
- Sua aplicação baseou-se na pedagogia alternativa Assimilação Solidária.
- Testes foram realizados nos sujeitos[27] da amostra, antes e depois da aplicação das fichas de atividades, para verificar se houve mudanças no nível de pensamento geométrico de cada sujeito.
- Entrevistas foram realizadas com os professores das disciplinas em questão (Cálculo Diferencial e Integral I e Geometria Elementar).

Segunda fase

- Questionários foram realizados com os sujeitos da amostra. No caso do curso de Física, na disciplina de Cálculo Avançado e Equações Diferenciais e para o curso de Matemática, na disciplina de Introdução à Álgebra Linear.
- Entrevistas foram realizadas com os professores das disciplinas em questão (Cálculo Avançado e Equações Diferenciais e Introdução à Álgebra Linear).

A avaliação da pesquisa se deu através de:

- testes utilizando o modelo de van Hiele, que mostraram o nível em que os alunos se encontravam antes e depois do desenvolvimento do trabalho;
- questionários com alunos que haviam passado pelo processo de experimentação das fichas de atividades e cursado as disciplinas posteriores: Cálculo Avançado e Equações Diferenciais, para alunos da Física, e Introdução à Álgebra Linear, para os alunos da Matemática;

[26] Analisamos os livros textos mais usados nas disciplinas de Cálculo e Álgebra Linear; fichas de atividades da disciplina de Geometria Elementar da UNESP, Rio Claro e apostilas da disciplina de Desenho Técnico Básico à Mão Livre da UFRGS. No qual procuramos observar: - o tipo de atividades que estavam sendo propostas, em termos de representações planas de figuras espaciais, identificando o nível de van Hiele correspondente e - o que se espera que o aluno faça, ou seja, para que aluno o material foi produzido. Posteriormente, a partir dos materiais analisados, construímos testes e fichas de atividades, baseadas no modelo de van Hiele, adequando-os às necessidades das disciplinas envolvidas.

[27] Foram pesquisados alunos do primeiro ano de graduação dos cursos de Matemática e de Física da UNESP, Rio Claro, nas respectivas disciplinas de Geometria Elementar e Cálculo Diferencial e Integral I.

- entrevistas com os professores regentes das disciplinas de Geometria Elementar, Cálculo Diferencial e Integral I, Introdução à Álgebra Linear e Cálculo Avançado e Equações Diferenciais, para as quais utilizamos o recurso de áudio-gravador.

Quadro Teórico

Dentro de nosso quadro teórico temos como:

1) posição epistemológica - o modelo de van Hiele e a teoria Cognitivista (Piaget, Ausubel e outros), para explicar as observações e orientar a elaboração e aplicação das fichas de atividades;

2) posição pedagógica - a pedagogia alternativa Assimilação Solidária, para adequar o uso das fichas de atividades à sala de aula.

- Modelo de van Hiele

O modelo van Hiele de pensamento geométrico surgiu, nos anos 50, dos trabalhos de doutoramento dos professores holandeses Dina van Hiele-Gedolf e Pierre Marie van Hiele; completados simultaneamente na Universidade de Utrecht e orientados por Hans Freudenthal (CROWLEY, 1987). Foi Pierre quem formulou o esquema e os princípios psicológicos e Dina quem focalizou o experimento didático para, assim, elevar o nível de pensamento dos alunos (HOFFER, 1983; NASSER, 1991).

O modelo sugere que os alunos, enquanto aprendem Geometria, progridem através de uma seqüência de cinco níveis de compreensão de conceitos. A formulação desse sistema de níveis ocorreu enquanto Pierre van Hiele estudava alguns dos trabalhos de Piaget. Durante este estudo ele verificou, como fizera Piaget, que os problemas ou tarefas que são apresentados às crianças, freqüentemente, requerem um conhecimento de vocabulário ou propriedades além do nível de pensamento da criança.

O objetivo dos van Hiele era ajudar o aluno a desenvolver ***insight*** em geometria. Uma pessoa mostra insight se :

- é capaz de resolver questões de forma satisfatória numa possível situação não usual;
- desenvolve correta e adequadamente as ações requeridas pela situação;
- desenvolve deliberada e conscientemente um método que resolva a situação.

Ou seja, os alunos entendem "o que" estão fazendo, "por que" estão fazendo algo e "quando" o fazem. Eles são capazes de aplicar seu conhecimento ordenadamente para resolver problemas.

Para fornecer insight ao pensamento, que é específico de cada nível, os van Hiele identificaram algumas generalidades que caracterizam seu modelo, vários estudos foram e estão sendo realizados para verificação de algumas dessas generalidades.

Além disso, para que haja o avanço de um nível para o próximo, van Hiele estabeleceu cinco Fases de Aprendizagem que devem ser vivenciadas pelos alunos.

- Teoria Cognitivista

Dentre os autores cognitivistas, nossa pesquisa procurou focalizar as idéias de Jean Piaget e autores que as complementam. Tais como os conceitos de espaço cognitivo; conhecimento, etapas de desenvolvimento cognitivo; abstrações; tomada de consciência; representação do espaço; ensino e aprendizagem; entre outros.

- Assimilação Solidária (AS)

A AS teve origem em 1984, no projeto CAPES/PACDT/SPEC intitulado *Matemática através de materiais concretos e formação de multiplicadores*, do Centro de Ciências da FAPERJ, onde, no mesmo ano, foi assumida como proposta oficial do G-Rio28 e utilizada por vários

---

[28]Grupo pedagógico do Rio de Janeiro.

professores em todos os níveis de ensino. Desde 1988, vem sendo desenvolvida na UNESP, Rio Claro.

O objetivo da AS é mudar o conceito de mérito escolar, sendo considerado, além do prêmio ao saber, o prêmio ao trabalho coletivo em sala de aula.

Aplicação dos Testes e Material Instrucional

Quando optamos por trabalhar com a turma de Cálculo Diferencial e Integral I, já sabíamos que o professor titular utilizava a pedagogia alternativa Assimilação Solidária. Pretendemos ressaltar o fato de não podermos modificar a estrutura de sala de aula, uma vez que essa foi negociada, mas apenas pudemos nos adequar ao que foi estabelecido e às necessidades didáticas do professor, procurando relacioná-las com nosso modelo teórico. Dessa forma procurávamos sempre auxiliar os grupos a partir de suas próprias falas, como sugere nosso modelo teórico, que caracteriza a verbalização como algo fundamental tanto para determinação do nível de pensamento geométrico do aluno, quanto para o avanço de níveis.

Na turma de Geometria Elementar não houve por parte do professor nenhuma explicitação quanto à pedagogia utilizada em sala de aula. Por vezes o trabalho era em pequenos grupos formados sem critérios específicos e as aulas eram, em sua maioria, expositivas. Grande parte do curso foi estruturado pelo livro de BAARTMANS & SORBY (1996), o qual mostramos para o professor no semestre anterior, ele resolveu utilizá-lo, enfatizando assim o importante papel da visualização neste curso. Embora nossas atividades tenham se restringido a apenas quatro aulas, procuramos observar, e sempre que possível, participar e auxiliar os alunos nas demais aulas. Com isso, a nosso ver, acreditamos ter acompanhado o desenvolvimento dos alunos para com as atividades do curso e ter auxiliado (quando solicitado) os procedimentos do professor.

Categorização do Nível de Pensamento Geométrico para os Testes e as Atividades Propostas

Diante dos dados obtidos, foi necessário um primeiro trabalho de análise das respostas, visando categorizá-las de acordo com as características de cada nível de van Hiele, conforme descritas anteriormente. Essa análise conduziu à descrição das respostas dos alunos no teste, descrição que tem se mostrado igualmente adequada às respostas obtidas nas atividades do curso de Cálculo. Com base nessa descrição dos níveis e na afirmação de que *"(...) os níveis de van Hiele não são discretos"* (GUTIÉRREZ, JAIME & FORTUNY, 1991, p.238, trad. nossa) procuramos uma classificação adequada às respostas dos alunos. Estes autores distinguem uma gradação de 5 graus de aquisição dentro de cada nível. Entretanto, como o aspecto dominante de nosso primeiro teste refere-se à identificação das parcelas da expressão algébrica com as componentes da representação geométrica, preferimos nos deter nos diferentes graus de acerto dos sujeitos em suas tentativas de estabelecer essa correspondência, para, a partir daí, classificá-los dentro de cada nível. Resultou, assim, a diferenciação de cada nível no que denominamos três faixas de abstração: na primeira o sujeito ainda exibe traços do nível anterior em suas respostas e, na terceira, já exibe traços do nível seguinte. Essas faixas de abstração seriam as mesmas distinguidas por Piaget: abstração empírica, abstração pseudo-empírica e abstração reflexionante.

Acreditamos que essas abstrações estão presentes dentro de cada nível de pensamento geométrico de van Hiele, com exceção do último que, a nosso ver, seria o do rigor matemático puro. Na verdade, esse quadro foi construído à medida que analisávamos as respostas, procurando classificá-las. A categorização que chegamos identifica o nível pré-básico (que chamamos de pré-nível 0) que possui a mesma estrutura, que acreditamos ser funcional para descrição das características de cada subestágio (contínuo e de forma espiral). Abaixo sumarizamos os 6 níveis, essa caracterização norteou nossas interpretações para as atividades e testes aplicados. Os resultados a que chegamos foram os seguintes:

- Pré-Nível 0: Neste nível, as respostas dos alunos baseiam-se em um subconjunto de características visuais do sólido dado.
- Nível 0 (Reconhecimento ou Visualização) - Neste nível, as respostas baseiam-se na percepção global dos sólidos a serem constituídos. Os alunos não representam os sólidos ou as posições dos sólidos quando não formam uma imagem mental29 destes.
- Nível 1 (Análise) - Neste nível, há uma tentativa de identificação dos elementos sólidos e propriedades destes, porém, com certas falhas.
- Nível 2 (Ordenação ou Dedução Informal) - Neste nível, os alunos identificam e relacionam propriedades dos sólidos.
- Nível 3 (Dedução) - Neste nível, as respostas dos níveis anteriores são acompanhadas de justificativas, orais ou escritas.
- Nível 4 (Rigor) - Neste nível, as justificativas dadas aparecem de maneira formal.

Conclusões e Sugestões

A partir da análise dos testes e atividades verificamos, em relação a maioria dos sujeitos, pelo menos elevações de faixas de abstração em um mesmo nível, os alunos da Física apresentaram uma maior elevação de níveis em relação aos alunos da Matemática. Contudo houveram casos atípicos ao modelo, no qual o nível de pensamento geométrico no segundo teste foi inferior ao primeiro, o que evoca, por exemplo, a questão da conexão das respostas com as circunstâncias de aplicação do teste, dentro da problemática individual de cada aluno. Isso talvez mostre a limitação do modelo. Não estamos afirmando que o modelo seja incoerente, mas, talvez insuficiente para abranger até mesmo alguns dos geradores apontados por CABRAL (1992) (em nosso questionário procuramos avaliar alguns destes) para dificuldades no Cálculo: como o desejo do aluno, as relações de cumplicidade, as expectativas, o medo, o envelhecimento do saber-ensinado. Quem sabe com um novo modelo tais geradores seriam observados e novas interpretações surgiriam, essa é uma de nossas sugestões para próximos trabalhos.

Os questionários aos sujeitos e entrevistas aos professores levou-nos a seguinte conclusão:

Para os alunos de Física esse trabalho foi útil para a disciplina de Cálculo Avançado e Equações Diferenciais. Acreditamos que uma resposta afirmativa quanto à utilidade devesse ao trabalho na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, cujos resultados foram satisfatórios (conforme análise dos testes); pela tomada de consciência (devido à necessidade do conteúdo para compreensão dos conceitos); pela abordagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (que auxiliou na mudança da percepção da Matemática) e pela preferência do recurso geométrico.

Para os alunos do curso de Matemática o trabalho não foi útil à disciplina de Introdução à Álgebra Linear, embora o professor tenha constantemente abordado geometricamente conceitos da disciplina, segundo sua entrevista. Em nossa opinião, assim como para os alunos da Física, alguns aspectos, entre outros, devem ser considerados, conjuntamente ou não, como: a falta de tomada de consciência para o trabalho proposto, uma vez que esse trabalho na disciplina de Geometria Elementar possuia um caráter de ensino e, não como no Cálculo Diferencial e Integral I, de ferramenta para compreensão dos conceitos; uma mudança de níveis de pensamento geométrico mais lenta em comparação aos alunos da Física, não que isso seja de fundamental importância, mas deve ser levantado; uma inclinação algébrica na resolução dos problemas; a opinião quanto à matemática sem o vínculo com a disciplina de Geometria Elementar e uma fragmentação do curso de Graduação pela falta de integração entre disciplinas.

---

[29] Segundo GUTIÉRREZ (1996) "uma imagem mental é algum tipo de representação cognitiva de um conceito ou propriedade matemática por meio de elementos visuais ou espaciais."(p.9, trad. nossa).

Dessas suposições uma questão complicada surge, o que fazer para auxiliar a tomada de consciência de conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula? Sendo que para isso, a nosso ver, não se deve pensar em que momento essa tomada ocorrerá.

Esperamos que este trabalho venha contribuir para um novo pensar no ensino, retomando essa habilidade fundamental a qualquer indivíduo - **a visualização espacial**.

Bibliografia

BAARTMANS, B.G., SORBY,S.A. Introduction to 3-D Spatial Visualization. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 221p.

BERTONHA, R.A. O Ensino de Geometria e o Dia-a-Dia na Sala de Aula. Campinas: UNICAMP, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, UNICAMP, 1989.

CABRAL, T. C. B. Vicissitudes da Aprendizagem em um Curso de Cálculo. Rio Claro: UNESP, 1992. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - IGCE, Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro, 1992.

CROWLEY, M.L. The van Hiele Model of Development of Geometric Thought. In: LINDQUIST, M.M., SHULTE, A.P. (eds.) Learning and teaching geometry, K-12. Reston: NCTM, 1987. p. 1-16.

GUTIÉRREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Flamework. In: PME Conference, 20th, 1996, Valência. Proccedings Valência: Universidade de Valência, 1996. v.1, p.3-19.

GUTIÉRREZ, A., JAIME, A., FORTUNI, J.M. An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. Journal for Research in Mathematics Education, NCTM, v.22, n.3, p.237-251, 1991.

HAREL, G. Learning and Teaching Linear Algebra: Difficulties and an Alternative Approach to Visualizing Concepts and Processes. Focus on Learning Problems in Mathematics, Framunghan, v.11, n.2, p. 139-148, 1989.

HOFFER, A. Van Hiele - Basead Research. Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, Academic Press, 1983. cap. 7, p. 205-227.

NASSER, L. Níveis de van Hiele: Uma Explicação Definitiva para as Dificuldades em Geometria? Boletim do GEPEM, Rio de Janeiro, n.29, p. 31-35, 1991.

PIAGET, J. e colaboradores Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. 292 p.

O ENSINO DE VETORES E O USO DE CABRI-GÉOMÈTRE

Marilena Bittar
Dep. de Matemática – UFMS

INTRODUÇÃO

Neste artigo expomos resultados parciais de uma pesquisa de doutorado realizada na França sobre o ensino de vetores. Esta pesquisa de doutorado visa por um lado analisar a noção de vetor tal como ela é introduzida nas classes de "Quatrième, Troisième e Seconde", e por outro lado estudar algumas dificuldades dos alunos na aprendizagem desta noção. O quadro teórico da pesquisa é o da didática francesa, utilizando as noções de teoria dos campos conceituais (Vergnaud), de registros de representação semiótica (Duval) e de instrumento e objeto (Douady).

Na primeira parte fizemos o estado da arte de algumas pesquisas sobre o ensino de vetores na universidade e no Ensino Médio[30]. A partir deste estudo a problemática de pesquisa foi definida assim como a metodologia adotada para responder às questões postas e validar as hipóteses levantadas a partir desta primeira análise.

Na segunda parte fizemos um estudo da apresentação de vetores nos livros didáticos franceses e nos programas oficiais compreendendo o período entre 1930 e 1998. A análise dos livros didáticos atuais foi detalhada, tendo por objetivo levantar características do saber a ser ensinado, centrando atenção na aparição dos diferentes registros de representação semiótica e em sua função no ensino e nos tipos de problemas propostos aos alunos devendo ser resolvidos usando vetores.

Na terceira e última parte da pesquisa desenvolvemos dois dispositivos experimentais elaborados para estudar as dificuldades dos alunos na aprendizagem da noção de vetor como objeto de estudo e como ferramenta de resolução de problemas de geometria. Um primeiro dispositivo experimental, realizado em classe de Première S e de DEUG primeiro ano, visava analisar dificuldades dos alunos em resolver problemas de geometria para os quais os vetores aparecem (no ensino) como ferramenta eficaz de resolução. Um segundo dispositivo concerne o estudo da uma seqüência didática construída com o auxílio de um ambiente informatizado : o software Cabri-géomètre II. A atenção é então centrada sobre as dificuldades dos alunos relativas à noção de vetor como representante de uma classe de equivalência. Esta experiência foi realizada no 1o ano do ensino médio francês ("Seconde").

É importante ressaltar que nos currículos brasileiros, as noções vetoriais vistas no ensino médio francês se encontram nos cursos universitários em disciplinas tais como geometria analítica e cálculo vetorial. Desse modo, os resultados de pesquisa aqui relatados podem ser aplicados ao primeiro ano do ensino universitário.

OBJETO DE ESTUDO

Uma leitura dos textos oficiais dos programas de matemática do ensino secundário francês e de cursos universitários mostra que no primeiro o vetor é um elemento geométrico, de características geométricas tendo por objetivo resolver problemas de geometria; no segundo trata-se de uma noção abstrata, pertencendo à um espaço vetorial sem nenhuma ligação com o vetor geométrico. A partir da constatação desta ruptura existente entre o ensino de vetores no nível universitário e o ensino de vetores no secundário, e da leitura de algumas pesquisas anteriores sobre dificuldades dos alunos em apreender a noção de vetor, seja como elemento geométrico (definido no secundário) seja como elemento de um espaço vetorial (introduzido na universidade), delimitamos nosso objeto de estudo. Nosso interesse era então o estudo do objeto vetor já transposto para o ensino médio e as questões centrais de pesquisa foram as seguintes :

•1 - Sob a etiqueta "vetor," que objeto é transposto para o ensino secundário?

- Que tipo de problemas são propostos aos alunos para se resolver utilizando vetores?

Que dificuldades podem ter os alunos na aprendizagem da noção de vetor como objeto e também no seu uso para resolver um problema de geometria?

•2 - Quais são os registros de representação semiótica presentes no ensino secundário relativamente a noção de vetor?

2.1 - Que função têm estes diferentes registros na resolução de problemas?

[30] Na França, diferentemente do Brasil, as primeiras noções de vetores aparecem no Ensino Médio.

2.2 - Os alunos praticam mudanças de registros?

Neste artigo discutimos as dificuldades dos alunos na formação do conceito de vetor, usando como instrumento teórico de análise a teoria dos campos conceituais :
"O objeto da teoria dos campos conceituais é fornecer um quadro para as pesquisas sobre as atividades cognitivas complexas, principalmente sobre as aprendizagens científicas e técnicas. É uma teoria psicológica do conceito, ou melhor ainda, da conceitualização do real: ela permite elencar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual; ela permite também analisar a relação entre conceitos como conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios que são implícitos nas condutas do sujeito em ação assim como aprofundar a análise das relações entre significados". (Vergnaud, 1990)[31]
Assim para analisar as dificuldades dos alunos, procedemos primeiramente um estudo do saber a ensinar visando evidenciar os teoremas em ação verdadeiros que se deseja a construção pelo alunos e também os teoremas em ação falsos suscetíveis de serem construídos por eles. Em seguida fizemos uma experimentação com os alunos para estudar os teoremas em ação efetivamente construídos por eles. Esta experimentação consistiu na elaboração, com o professor responsável pela disciplina, de uma seqüência didática sobre vetores utilizando o software de geometria Cabri-géomètre, que permite um trabalho diferenciado do trabalho realizado em papel e lápis. Este software permitiu a elaboração de atividades propostas aos alunos no intuito de confrontá-los a concepções pré construídas.

A SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Nossa análise dos manuais escolares permitiu mostrar que a noção de vetor é introduzida de forma geométrica (um segmento de reta com direção, sentido e comprimento) tendo por objetivo resolver problemas de geometria. Este tipo de apresentação geométrica contribui para que os alunos tenham dificuldades na compreensão da noção de vetor quando é preciso se distanciar de propriedades geométricas. Por exemplo, as coordenadas de um vetor são definidas a partir de seus pontos extremidades mas independem de sua posição no plano (ou no espaço), no entanto esta apresentação ligada de maneira bastante forte à geometria pode levar os alunos a ligar o comportamento das coordenadas de um vetor ao comportamento das coordenadas de um ponto o que gera a falsa concepção de que a posição ocupada por um vetor (representante de um vetor) é importante para determinar suas coordenadas.
Em uma situação habitual tem-se por objetivo fixar a atenção sobre o uso de vetores para resolver problemas de geometria, sendo que a noção de vetor como objeto de estudo é rapidamente trabalhada. Nós pensamos que o uso de um novo instrumento no ensino pode impor um contrato (Brousseau, 1986) diferente do habitual, o que pode ser revelador das dificuldades dos alunos e também das escolhas do professor. Respeitando as instruções do programa oficial, este novo instrumento pode permitir trabalhar de maneira indireta alguns aspectos ligados à noção de vetor, como por exemplo a noção de representante. Assim escolhemos trabalhar com o software de geometria Cabri-géomètre que oferece novas possibilidades de trabalho sobre vetores. Trata-se de um software dinâmico: pode-se traçar um vetor na tela do computador e em seguida locomovê-lo observando por exemplo os efeitos de uma translação sob as coordenadas de um vetor. Assim o aluno pode perceber a relação existente entre coordenadas de um vetor e sua posição no espaço. Cabri oferece também aos alunos um meio de controle de suas ações: pode-se conjecturar em papel-lápis e em seguida verificar a validade de sua conjectura com o auxílio do software.

---

31 Tradução feita pela autora deste artigo.

Para se trabalhar as concepções dos alunos, classificamos primeiramente os tipos de problemas sobre vetores que aparecem nos livros didáticos. Neste artigo resumimos estes problemas em 3 grupos de competências exigidas dos alunos :

identificar se dois vetores são iguais : tratas-se aqui de identificar vetores iguais sobre configurações dadas;

identificar, sobre uma configuração, as operações vetoriais definidas : isto significa efetuar ou identificar sobre uma configuração uma adição vetorial (pelo paralelogramo ou pela relação de Chasles) ou um produto escalar.

Saber utilizar as condições analíticas de paralelismo e de ortogonalidade : para isto é preciso saber calcular as coordenadas de um vetor a partir de seus pontos extremos e saber aplicar as condições de paralelismo e ortogonalidade sobre configurações ou ainda para resolver problemas em torno de equação de uma reta ou de duas retas dadas.

Relativamente às duas primeiras ações, o aluno deve saber, entre outras coisas, o que significa direção e sentido de um vetor e para a terceira ação trata-se da ligação entre coordenadas de um vetor e coordenadas de um vetor. Assim, utilizando cabri, elaboramos atividades onde pudéssemos estudar as concepções dos alunos relativamente a estas ações.

Exemplos de atividades trabalhadas

Nós trabalhamos com o professor para lhe sugerir questões a serem colocadas aos alunos que pudessem permitir a verificação da presença ou ausência do seguinte invariante falso, elaborado com base na análise de livros didáticos :

As coordenadas de um vetor obedecem às mesmas regras que as coordenadas de um ponto, ou seja, no primeiro quadrante um vetor tem suas coordenadas positivas, no quarto quadrante elas são negativas e assim por diante".

Como o software escolhido permite o deslocamento do objeto geométrico construído preservando suas propriedades, pedimos aos alunos que desenhassem um representante de um vetor e calculassem suas coordenadas (via o software). Em seguida pedimos que escrevessem no caderno uma previsão sobre o que aconteceria com as coordenadas desse vetor se o deslocássemos no plano (segundo uma translação). Em seguida, os alunos deveriam validar esta conjectura usando o cabri, ou seja, eles deveriam deslocar este vetor segundo uma translação e observar o efeito desse deslocamento em suas coordenadas. Os alunos puderam perceber que as coordenadas não mudavam, ou seja, independem da posição do representante do vetor no plano. Essa constatação foi feita com espanto, pois muitos previram que as coordenadas não mudariam.

Visando testar novamente a presença deste teorema em ação outra atividade foi elaborada. Pedimos primeiro aos alunos para desenhar no caderno dois vetores com as duas coordenadas positivas e dois vetores com as duas coordenadas negativas. Em seguida ele deveria refazer o desenho desta vez utilizando Cabri, e validar sua resposta calculando as coordenadas do vetor desenhado. Desta forma o aluno escreve seu pensamento inicial e depois o valida utilizando a máquina. A realização da atividade mostrou que alguns alunos desenhavam um vetor no primeiro quadrante como tendo coordenadas positivas e depois um representante deste mesmo vetor no terceiro quadrante como tendo então coordenadas negativas. Quando perguntavam a Cabri as coordenadas de cada vetor desenhado, viam, ainda com espanto, que os dois vetores têm mesmas coordenadas.

Esta atividade mostra bem o papel de Cabri contribuindo na construção do conhecimento: o aluno ganha um meio novo (inexistente anteriormente) de validação de suas conjecturas. Não queremos dizer que o uso do software (aliado a uma análise didática da situação) tenha permitido definitivamente que o aluno compreendesse a distinção entre pontos e vetores (que releva da distinção entre propriedades afins e propriedades vetoriais); dificuldades continuaram a existir mas houve uma evolução por parte dos alunos. Novas atividades foram propostas durante toda a seqüência sobre vetores visando retomar alguns pontos de maiores dificuldades para os alunos; foi observado que algumas falsas concepções persistiam em aparecer o que sugere uma retomada das atividades e o aprofundamento de um estudo epistemológico sobre as noções em jogo.

Podemos assim observar nesta atividade que o uso de Cabri forneceu aos alunos um meio de controle e de validação de suas hipóteses. No ambiente papel-lápis para validar suas respostas eles precisariam calcular as coordenadas dos pontos extremidades de cada vetor e em seguida calcular as coordenadas do vetor. Além do mais isto só é possível para casos particulares dos pontos extremidades: de fato, como podemos calcular exatamente as coordenadas de pontos traçados ao acaso? Assim Cabri fornece uma retroação imediata e além do mais independentemente dos pontos extremidades de cada vetor, com Cabri sempre é possível encontrar as coordenadas de um vetor qualquer desenhado na tela do computador.

CONCLUSÃO

O uso de um novo instrumento teve dois papéis importantes pesquisa : por um lado, o da pesquisa, permitiu a validação de hipóteses levantadas sobre teoremas em ação errados construídos pelos alunos o que ajudou a modelar suas dificuldades. Por outro lado, o do ensino, o caráter dinâmico de Cabri forneceu aos alunos um meio de controle de suas ações, meio este inexistente no ambiente papel-lápis.

No caso particular do uso de Cabri vimos que foi possível detectar de forma mais precisa algumas dificuldades dos alunos e em alguns casos podemos dizer que houve evolução por parte dos alunos. Não significa que conseguimos desestabilizar os teoremas em ação falsos presentes nas ações dos alunos, o que não invalida o uso de Cabri ou a forma de trabalho. A conclusão é que é preciso elaborar novas atividades que levem em consideração aspectos que não foram enfocados o bastante nessa seqüência didática, tais como a importância de um trabalho que leve em consideração simultaneamente os dois aspectos de uma noção : objeto e instrumento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, M. : Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1990, vol. 9, n°3, pp. 281-307.

ASTOLFI, J-P e DEVELAY, M. A Didática das Ciências, Papirus. Campinas (SP), 1992.

BELLEMAIN, F. Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre, Tese de doutorado de Universidade, Universidade Joseph Fourier, Grenoble 1, 1992.

BITTAR, M. Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Une analyse des manuels en termes d'outil et d'objet. Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements: Cabri-Géomètre et papier-crayon. Tese de doutorado de Universidade, Universidade Joseph Fourier, Grenoble 1, 1998.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques, 1986, vol. 7, no 2,pp. 33-115.

DORIER et al. L'enseignement de l'algèbre linéaire en question. Grenoble, la pensée sauvage, 1997.

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherches en Didactique de Mathématiques, 1986, vol. 7, n° 2, pp. 5-31.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et Fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, 1993, vol 5, IREM de Strasbourg, 37-65.

Grupo de Trabalho 5

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, HISTÓRIA E CULTURA

Ubiratan D'Ambrosio*

Introdução

O tema do G5 é muitíssimo amplo e exige uma delimitação. Minha opção foi examinar a matemática como fenômeno cultural, comentar sobre a sua história e indicar como cultura e história, focalizadas na matemática, podem ser incorporados à educação matemática. Destaco que há toda uma linha de pesquisa sobre matemática como manifestação cultural, que não focaliza explicitamente a educação matemática. Assim como há muita pesquisa sobre história da matemática, sem relacionar com seu ensino. Todas essas opções de pesquisa estão muito bem representadas no Brasil.

Educação Multicultural

A espécie *homo sapiens sapiens*, assim como as demais espécies que a precederam, particularmente os hominídeos, reconhecidos desde há 4.5 milhões de anos antes do presente, desenvolveram, na sua aventura enquanto espécie planetária, comportamentos e conhecimentos que possibilitam a existência de cada indivíduo e a continuidade da espécie. Fazer(es) e saber(es), isto é, o conjunto de maneiras, modos, técnicas e artes, de explicar, conhecer, entender, lidar e conviver com a realidade natural e social na qual o ser humano está inserido, permitem a sua sobrevivência e a sua transcendência.

O conhecimento de cada indivíduo determina seu comportamento, que por sua vez leva à geração de novos conhecimentos. Graças à comunicação, conhecimentos são compartilhados e comportamentos são compatibilizados. Esse compartilhar conhecimentos e compatibilizar comportamentos é o que caracteriza a **cultura** de uma comunidade. São óbvios os vínculos da cultura com o ambiente sensível e perceptível, origem do imaginário e do mitológico.

Comunidades distintas, com culturas distintas, se encontram e do encontro resulta, inevitavelmente, a **dinâmica cultural** que é responsável pelas modificações incessantes a que uma cultura está submetida.

Preparar gerações novas para adquirir a cultura das gerações anteriores, particularmente compartilhar conhecimentos e compatibilizar comportamentos, têm sido a razão de ser da **educação**. Assim, se organizaram, ao longo da história da humanidade, sistemas educacionais em torno da transmissão dos conhecimentos próprios a uma cultura [**conteúdos**], da aquisição de comportamentos aceitos naquela cultura [**valores**], sempre deixando espaço para ampliação do corpo de conhecimentos e para a modificação de comportamentos [**criatividade**].

A Educação Matemática se insere nos sistemas educacionais e deve, portanto, estar subordinada a seus grandes objetivos, que são a transmissão de conteúdos adequados, de valores prevalentes na cultura, e o estímulo à criatividade. Em outros termos, para que a criança seja capaz de explicar, de entender, de lidar e de conviver, feliz, com a realidade e com outros.

* Coordenador do G5. Por exigüidade de tempo, este texto não foi discutido com meus colegas de Coordenação do G5, Circe M.S.Dynnikov e Eduardo Sebastiani Ferreira.

Naturalmente, sempre existiram maneiras diferentes de explicações, de entendimentos, de lidar e conviver com a realidade. Graças, sobretudo, aos novos meios de comunicação e de transporte, essas diferenças se notam com maior evidência. A globalização, também como resultado dos novos meios de comunicação e de transporte, cria necessidade de um comportamento que absorva as diferenças culturais. Eventualmente, o tão desejado livre arbítrio, próprio do ser [verbo] humano, poderá se manifestar num modelo de transculturalidade que permitirá a cada ser humano atingir a sua plenitude. Um modelo adequado para se chegar a esse novo estágio na evolução da nossa espécie é a chamado **Educação Multicultural**, que vem se impondo nos sistemas educacionais de todo o mundo.

A Educação Matemática, que se insere nos sistemas educacionais, deve, portanto, assimilar a importante tendência, que é a Educação Multicultural.

Naturalmente, essa assimilação só será possível se reconhecermos como a matemática se insere num contexto cultural amplo, o que, obviamente, inclui a sua história.

Cultura e História

Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de observação e de reflexão e instrumentos teóricos. Esses instrumentos materiais e abstratos têm como conseqüência o desenvolvimento de técnicas e habilidades para explicar, entender, conhecer, aprender, saber e fazer, para responder às pulsões de sobrevivência e de transcendência.

Esses instrumentos se organizam e são identificados como formas culturais, geralmente mescladas ou dificilmente distinguíveis, hoje identificadas como Arte, Religião, Música, Técnicas, Ciências, Matemática. Em todos os tempos e em todas as culturas, Artes, Religião, Música, Técnicas, Ciências, Matemática, foram desenvolvidas com a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de predizer (artes divinatórias) o futuro. Nas primeiras fases da vida de cada indivíduo e na história da humanidade, todas essas formas de conhecimento comparecem, indistinguíveis entre si, diferentemente em distintos contextos naturais e culturais.

Dentre essas manifestações culturais, algumas se identificam nos processos de organização, classificação, contagem, medição, inferência, que são relacionados, e mesmo identificados, com o que hoje se chama **etnomatemática.** Estão geralmente mescladas ou dificilmente distinguíveis de outras formas, hoje identificadas como arte, religião, música, técnicas, ciências. Em todos os tempos e em todas as culturas, as etnomatemática, assim como as artes, a religião, a música, as técnicas, as ciências foram desenvolvidas com a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de predizer (artes divinatórias) o futuro. Nas primeiras fases da vida de cada indivíduo e na história da humanidade, todas essas formas de conhecimento comparecem diferentemente em distintos contextos naturais e culturais.

A disciplina acadêmica denominada **matemática**, que tem suas origens na Antiguidade Grega, foi uma etnomatemática que se originou e se desenvolveu a partir das civilizações egípcia, babilônica e grega, foi parcialmente assimilada pela civilização romana, e recebeu importantes contribuições das civilizações indiana e islâmica. Essa etnomatemática, ainda em forma pouco definida, foi absorvida pela Europa na Baixa Idade Média e no Renascimento, e chegou à sua forma atual nos séculos XVI e XVII. A partir de então foi nomeada **matemática** e, levada e imposta a todo o mundo, adquiriu um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e da tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa.

Essa universalização é um exemplo do processo de globalização que estamos testemunhando em todas as atividades e áreas de conhecimento. A globalização começa a se revelar no início do cristianismo e do islamismo. Diferentemente do judaísmo, do qual essas religiões se originaram, bem como de inúmeras outras crenças nas quais há um povo eleito, o cristianismo e o islamismo são essencialmente religiões de conversão de toda humanidade à mesma fé e de subordinação de todos os povos a uma mesma igreja. Isso fica evidente nos processos de expansão do Império Romano cristianizado e do Islão.

O processo de globalização da fé cristã aproxima-se do seu ideal com as grandes navegações. O catecismo, elemento fundamental da conversão, é levado a todo o mundo. Assim como o cristianismo, que buscava universalidade na expansão do Império Romano, a matemática, a ciência e a tecnologia adquirem a universalidade na era colonial.

No processo de expansão, o cristianismo foi se modificando, absorvendo elementos das culturas subordinadas e produzindo variantes notáveis do cristianismo original do colonizador. O mesmo aconteceu com a língua do colonizador. Esperar-se-ia que, igualmente, as formas de explicar, de conhecer, de lidar e de conviver com a realidade sócio-cultural e natural, obviamente distintas de região para região, e que estão essencialmente na origem da matemática, da ciência e da tecnologia, também passassem por esse processo de "aclimatação", resultado de uma dinâmica cultural. No entanto, isso não se deu e não se dá, e esses ramos do conhecimento adquiriram um caráter de absoluto universal. Suas origens, indiscutivelmente elaborações sobre representações da realidade, apontam para um estranhamento destrutivo entre conhecimento científico e natureza. O conhecimento com caráter de universalidade, não admite variações ou qualquer tipo de relativismo. Isso se incorporou até no dito popular "tão certo quanto dois mais dois são quatro". Não se discute o fato, mas sua contextualização na forma de uma construção simbólica que é ancorada em todo um passado cultural.

A matemática tem sido conceituada como a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das classificações e inferências, e as suas características apontam para precisão, rigor, exatidão. Os grandes heróis da matemática, isto é, aqueles indivíduos historicamente apontados como responsáveis pelo avanço e consolidação dessa ciência, são identificados na Antigüidade Grega e posteriormente, na Idade Moderna, nos países centrais da Europa, sobretudo Inglaterra, França, Itália, Alemanha. Os nomes mais lembrados são Tales, Pitágoras, Euclides, Descartes, Galileu, Newton, Leibniz, Hilbert, Einstein, Hawkings.

São idéias e homens originários do Norte do Mediterrâneo. Entender a geração, a organização, intelectual e social, e a difusão dessas idéias é o objeto da **história da matemática**.

História da Matemática no Brasil

Algumas das idéias e realizações dos heróis reconhecidos na história da matemática foram trazidas para o Brasil como produtos. Para evitar mal-entendidos, clarifico o uso dos termos. Produto = resultado ou rendimento do trabalho físico ou intelectual; Produtor = aquele que produz; autor.

A história da matemática no Brasil tem como objetivo refletir sobre questões básicas:

- que produtos foram trazidos?
- quais os meios [vivos/oral ou congelados/escrito]?
- quem foram os portadores desses produtos?
- quem dos portadores foi produtor?
- como foi selecionado o produto?

- como foi selecionado o portador?
- com que objetivo foi trazido?
- como foi utilizado e difundido?
- como foi transformado?
- como foi assimilado e difundido o produto transformado?

Essas dez questões podem ser pensadas como um projeto historiográfico para a história da matemática no Brasil.

Síntese dos Trabalhos

DISCRETO E CONTÍNUO: EXPLORANDO UMA TENSÃO NA HISTÓRIA E NO ENSINO DE MATEMÁTICA[1]

Antonio Carlos Brolezzi

Universidade Federal de Ouro Preto

RESUMO

Neste trabalho descrevemos uma pesquisa mostrando a possibilidade da administração da tensão conceitual entre as noções de discreto e contínuo, termos que se referem respectivamente a duas das ações básicas na elaboração da Matemática: *contar* e *medir*. Baseados na pesquisa em História da Matemática, justificada pela visão do conhecimento como uma rede conceitual, uma rede de significações em permanente transformação, procuramos repensar três aspectos do ensino de Matemática elementar: a construção da idéia de Número; o nascimento do Cálculo Diferencial e Integral; as relações entre qualidade/quantidade. Sugerimos também temas de oficinas temáticas para a formação de professores, nas quais procuramos aplicar a abordagem histórica visando administrar o par conceitual discreto/contínuo em assuntos do currículo elementar de matemática.

PALAVRAS-CHAVES: discreto, contínuo, história da matemática, educação matemática, cálculo.

INTRODUÇÃO

Duas noções são especialmente interessantes para a compreensão da natureza do fazer matemático:

- *Discreto* - vem do lat. *discretus*, part. passado do verbo *discernere* (discernir), que significa *discernir, separar, distinguir*;
- *Contínuo* - vem de *con-tenere* (ter junto, manter unido, segurar).

São realidades distintas que implicam em ações diferentes da Matemática: *contar* e *medir*.

Para referir-se aos dois tipos de grandezas, existe uma representação matemática distinta:

> *A sucessão dos números naturais 1,2,3,... é a representação matemática para o discreto, enquanto que o arquétipo para a continuidade matemática é encontrado na reta real* $\Re$. [2]

---

[1] Artigo baseado em BROLEZZI, Antonio Carlos. *A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática*. Tese de Doutorado sob orientação do Prof. Dr. Nílson José Machado. São Paulo: Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 17/02/97.

A Matemática, enquanto Ciência organizada, apresenta duas grandes correntes para referir-se ao discreto e ao contínuo:

- a Matemática Discreta, que lida com indução, recursão, combinatória, e em geral tudo o que se refere à aritmética dos números inteiros, de um ponto de vista algorítmico.
- a corrente que se refere ao contínuo lida com a idéia de *função*, com a *geometria*, com a *análise*.

Isso não implica em uma divisão completa da matéria. Na verdade, existe uma "*elegante interação*"[3] dentro do par discreto/contínuo. Usando uma expressão de Da Costa, discreto e contínuo são "*parceiros essencialmente iguais*"[4].

Verificamos, porém, que há uma tendência em se abordar os temas de Matemática elementar optando por um ou outro aspecto, sem explorar a interação entre eles, como se contar e medir fossem atividades que não se podem misturar. Verifica-se assim a existência de um *problema pedagógico*, ocasionado pela tendência de se optar ora pelo discreto ora pelo contínuo, fazendo sucumbir um em função do outro, sem explorar a relação entre eles.

Nossa idéia é que isso se resolve através da *administração da tensão conceitual* entre essas noções, e não através de uma simples opção entre elas, no sentido de eliminar uma em função da outra. Trata-se de *caminhar com ambas as pernas*, a da idéia do discreto e a da continuidade, na construção dos conceitos matemáticos, explorando, no ensino, essa interação.

Para estudar esse assunto, optamos por utilizar basicamente a pesquisa em História da Matemática. É preciso dizer que a idéia do presente trabalho teve sua origem nos estudos que realizamos anteriormente sobre o valor didático da História da Matemática[5]. Ao realizar aquele trabalho, percebemos que o recurso à História pode ter um papel decisivo na organização do conteúdo matemático que se quer ensinar, estruturando-o com base no modo de raciocinar próprio de um conhecimento que se quer construir.

Para nós, fazer uso da História da Matemática não implica necessariamente *contar* a História aos alunos. A abordagem que denominamos de *Arte de Contar* consiste em *estruturar* o conteúdo da matéria a ser ensinada à luz da sua evolução histórica, atendendo ao Princípio da Metamorfose que caracteriza a imagem do conhecimento como uma rede conceitual, de acordo com Pierre Lévy. Conforme explica Machado,

> *O Princípio da Metamorfose explicita a idéia, suficientemente vivenciada por todos os que lidam diariamente com informações, de que a rede de significações que constitui o conhecimento está em permanente transformação*[6]

Sendo os conceitos historicamente definidos, precisamos estudar a história para acompanhar essa metamorfose na construção do conhecimento.

---

[2] DA COSTA, Newton C. A. & DORIA, F. A. *Continuous & Discrete: A Research Program*. IN: Bol Soc. Paran. Mat. (2a Série), v. 12/13, n. 1/2. Curitiba: Ed. da UFPR, 1991/2, pp. 123-127, p. 123

[3] YOUNG, Robert M. *Excursions in Calculus: an Interplay of the Continuous and the Discrete*. Dolciani Mathematical Expositions, N. 13. New York: The Mathematical Association of America, 1992. 417 p. *Prefácio*, p. x

[4] Cf. DA COSTA, p. 124

[5] Cf. BROLEZZI, Antonio Carlos. *A Arte de Contar: uma Introdução ao Estudo do Valor Didático da História da Matematica*. São Paulo: Faculdade de Educação da USP, 1991. 244 p.

[6] MACHADO, Nilson José. *Epistemologia e Didática: As concepções do conhecimento e a prática docente*. São Paulo, Cortez, 1995. 320 p., p. 145 Cf. também LÉVY, Pierre. *As Tecnologias da Inteligência*. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993

DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO

No trabalho de pesquisa já referido que resultou na Tese de Doutoramento *A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática*, procuramos fazer uso da História para repensar aspectos do ensino de Matemática elementar, através dos cortes definidos por alguns pontos de tensão entre discreto e contínuo, que consideramos especialmente significativos. Iremos a seguir descrever sucintamente o conteúdo daquele trabalho.

Capítulo 1 - O Par Discreto/Contínuo e a Idéia de Número

Contar e medir na origem dos números: os estudos antropológicos mostram que os números não surgem apenas da necessidade de contagem, mas também na prática das medidas;

O ensino do número natural pela via do discreto e do contínuo: mostramos que é possível mostrar que não é preciso restringir o ensino do número apenas à idéia (discreta) de contagem;

Discreto/contínuo e os números quebrados: discutimos a origem tanto discreta quanto contínua dos números quebrados, das frações e decimais, na Matemática da Mesopotâmia, do Egito e da Grécia Antiga;

Discreto/contínuo e os números irracionais: abordamos a presença da tensão discreto/contínuo na crise dos incomensuráveis na escola pitagórica, possível gênese da idéia de número irracional.

Capítulo 2 - O Par Discreto/Contínuo nas Idéias Fundamentais do Cálculo

Raízes do Cálculo na Grécia Antiga: estudamos a presença do discreto e do contínuo nos paradoxos de Zeno, no princípio de exaustão de Eudoxo, nos *Elementos* de Euclides e no cálculo desenvolvido por Arquimedes;

Newton e Leibniz: apresentamos os dois caminhos para o Cálculo estabelecidos no final do século XVII, com Newton optando pela via do contínuo e Leibniz pela via do discreto; ambos constróem o Cálculo Diferencial e Integral, por essas vias distintas;

Discreto/contínuo na formalização do Cálculo: nos séculos XVIII e seguintes, ocorre a formalização do Cálculo, na qual os matemáticos exploraram a relação entre o discreto e o contínuo, principalmente com Weierstrass, Dedekind e Cantor, esse "grande triunvirato" na expressão de Boyer, responsáveis maiores pelo estabelecimento das definições necessárias de número e infinito. A criação da Análise Não-Standard de Robinson em 1960 também pode, segundo Young, servir de ponte entre o discreto e o contínuo.

Capítulo 3 - O Par Discreto/Contínuo e a Relação Qualidade/Quantidade

O qualitativo versus o quantitativo na História da Ciência: estudamos a delicada e especial relação entre o par discreto/contínuo e o par qualidade/quantidade, acompanhando um movimento pendular na história da Ciência, ora optando pelo quantitativo, ora pelo qualitativo;

O par discreto/contínuo na interação quantidade/qualidade: verificamos como René Thom explora melhor a interrelação entre os dois pares, mostrando que na compreensão das diferenças e de uma possível conciliação entre qualidade/quantidade, têm papel fundamental as idéias de discreto e contínuo;

O par qualitativo/quantitativo na avaliação educacional: discutimos a idéia de avaliação como medida do conhecimento, à luz das dimensões discreto/contínuo e qualidade/quantidade.

Capítulo 4 - Balanço Teórico: Contribuições para o Ensino de Matemática

Exploramos neste capítulo as principais contribuições baseadas nos estudos anteriores, destacando as contribuições para o ensino de números, para o ensino do Cálculo e para a avaliação educacional.

Capítulo 5 - Explorando a Tensão entre o Discreto e o Contínuo no Ensino de Matemática: Oficinas Temáticas

Apresentamos neste capítulo o roteiro de algumas oficinas de didática da matemática realizadas com professores de matemática de diferentes níveis de ensino, utilizando as propostas levantadas por este trabalho.

Oficina 1 - Frações e Decimais: História e Significado: a passagem dos inteiros para os fracionários; o triângulo de significado dos racionais (frações, decimais, razões);

Oficina 2 - Razão Áurea e a Beleza da Matemática: o retângulo áureo e o número de ouro, essa razão irracional que fascinou os gregos; a seqüência de números inteiros de Fibonacci, que contém um número irracional; a presença da Matemática na natureza e na estética;

Oficina 3 - Introdução à Trigonometria pela Construção do Relógio de Sol Egípcio: as razões irracionais da trigonometria; a idéia de medida nos triângulos das horas;

Oficina 4 - Raízes Quadradas e Operações com Radicais: a Alternativa da Geometria: a Álgebra Geométrica, solução grega para o impasse entre o discreto e o contínuo criado pela crise dos incomensuráveis.

No capítulo de *Conclusão*, indicamos três caminhos que podem ser seguidos como outras pesquisas que nos pareceram decorrência natural deste trabalho:

1. Dado que é preciso um nível grande de pormenorização para poder levar à prática qualquer procedimento de ensino, mas que não basta uma esmiuçada técnica, se não estiver ancorada em uma pesquisa que indique as razões para tais procedimentos, entendemos que o presente trabalho pode servir de base para uma discussão mais minuciosa dos temas escolhidos (a idéia de número, o Cálculo, o par qualidade/quantidade), mostrando com mais pormenor o modo de lidar, no ensino, com a tensão a que nos referimos.

2. Outro projeto seria um estudo da presença da tensão entre o discreto e o contínuo nas tecnologias atuais, envolvendo os computadores, as calculadoras eletrônicas, os meios de armazenamento de dados, de transmissão de informações, de geração de som e imagem. Sobre o tema de educação e informática, existe um trabalho bastante recente[7], que explora a bifurcação entre os processos analógicos e digitais da informática. Complementando essa abordagem, um estudo sobre a interação entre os pares conceituais discreto/contínuo e analógico/digital certamente teria fôlego para, por si só, constituir um outro trabalho.

3. Outro projeto que daria continuidade a este trabalho seria o de estudar, do ponto de vista da interação discreto/contínuo, a geometria fractal. Os fractais, sem dúvida, representam uma possibilidade tremenda de exploração do nosso tema, e poderíamos ter feito todo um trabalho em torno desse tema. Na geometria fractal, podemos ultrapassar a barreira que limita as dimensões às grandezas discretas: dimensão 1, 2 ou 3. Passamos a ter dimensões contínuas, representadas por números racionais ou irracionais.

Ainda no capítulo de *Conclusão*, ressaltamos que a harmonia que procuramos entre o discreto e o contínuo não se encontra na padronização, mas sim na administração dos contrários. Assim, fica claro o potencial estético da Matemática, que pode estar presente

---

[7] Cf. TENÓRIO, Robinson Moreira. *Educação e Informática: uma investigação da tensão entre os processos analógicos e digitais*. Faculdade de Educação da USP, Tese de Doutorado, 1996.

em seu ensino, onde a convivência adequada dos contrários resulta em uma harmonia de grande beleza.

Vale lembrar as palavras de Poincaré:

Pode parecer surpreendente que a sensibilidade deva ser apresentada em conexão com demonstrações matemáticas, as quais aparentemente interessariam apenas ao intelecto. Mas não, se tivermos em mente o sentimento da beleza matemática, da harmonia dos números e formas e da elegância geométrica. É um real sentimento estético que todo verdadeiro matemático reconhece, e isso é sensibilidade autêntica[8].

Esse é o sentimento que nos levou a estudar esse tema, e com o qual terminamos esse trabalho.

O PROCESSO DE TRANSMISSÃO DE CONHECIMENTO

Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
UFES

Este texto pretende suscitar discussões teóricas sobre a temática da transmissão de conhecimento. Apoiados em Pyenson e Schubring, discutiremos o significado dos termos transmissão, metrópole e periferia, entendendo essa transmissão como um processo bipolar, em que em um pólo, está aquele que transmite o conhecimento – a Metrópole – e no outro, – a Periferia – que recebe e transforma o conhecimento segundo sua identidade cultural. Como Schwartzman, pretendemos chamar a atenção para a importância de fazer a pesquisa da história da ciência nos países periféricos fundamentados na História Social. Possivelmente, as contribuições dos países periféricos não são tão significativas quando se pretende narrar uma história de idéias originais e, assim, teríamos pouco a acrescentar com essa história e sobre os impactos da ciência na sociedade e economia, uma vez que nesses contextos a atividade científica teve quase sempre um papel marginal. Todavia, poderíamos contar uma história rica se procurarmos mostrar as tentativas para o estabelecimento da ciência, para o estabelecimento de um sistema universitário moderno e os esforços de participação, mesmo que modestamente, das pesquisas de ponta. Nesse sentido, o ponto de partida e a base epistemológica que se assume é de fundamental importância na análise do processo de transmissão do conhecimento. A pesquisa não deve ser realizada somente a partir do ponto de vista de quem produz o conhecimento, mas também, é preciso ser considerada do ponto de vista do receptor e do contexto envolvido em ambos os processos – o da produção e o da recepção. Exemplificaremos o processo de transmissão do saber tomando o caso particular do desenvolvimento da Matemática no Brasil. A necessidade de ingressar na moderna pesquisa científica, de criar recursos humanos próprios para vencer os desafios do novo século e entrar na área da industrialização tornara-se, para vários países da América Latina, uma necessidade. Assim, as primeiras missões científicas começaram a ser incentivadas e se estabeleceram acordos internacionais entre o Brasil e países europeus. A década de trinta deste século constitui-se num marco para a ciência, com a vinda de cientistas estrangeiros, entre eles os matemáticos italianos. Os matemáticos vieram a convite da Universidade de São Paulo para atuar como docentes na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (1934). O primeiro a chegar foi o matemático Luigi Fantappiè, que ficou no Brasil até 1937. Seguiu-se, em 1936, o matemático Giacomo Albanese (1890-1948) que residiu até a sua morte no País. Discutir-se-á o papel desempenhado por esses matemáticos, viabilizando, pela primeira vez na história brasileira, a realização de uma formação específica tanto para pesquisadores quanto para professores de Matemática.

---

[8] POINCARÉ, Henri. *Science and Method*. Dover: New York, 1952, p. 52. Cit. in. YOUNG, Robert M. *Excursions in Calculus: an Interplay of the Continuous and the Discrete*. Dolciani Mathematical Expositions, N. 13. New York: The Mathematical Association of America, 1992. 417 p., p. 123

Apresentaremos também algumas categorizações estabelecidas sobre o tipo de transmissão do saber com o intuito de favorecer as futuras pesquisas na área.

ETNOMATEMÁTICA E EDUCAÇÃO NO MOVIMENTO SEM-TERRA

Gelsa Knijnik
Universidade do Vale do Rio dos Sinos

O presente trabalho descreve e analisa um projeto de pesquisa desenvolvido ao longo de quatro anos em um assentamento do Movimento Sem-Terra do sul do Brasil, tendo como objetivo central examinar as repercussões de um processo pedagógico centrado nas diferentes atividades produtivas dos grupos de assentados. A parte empírica da investigação foi estruturada em três etapas, nas quais a comunidade escolar, aqui entendida como os professores, alunos e seus familiares esteve diretamente envolvida. O projeto de pesquisa esteve orientado na perspectiva de uma Abordagem Etnomatemática, conceituada como: a investigação das tradições, práticas e concepções matemáticas de um grupo social e o trabalho pedagógico que se desenvolve com o objetivo de que o grupo interprete e decodifique seu conhecimento; adquira o conhecimento produzido pela Matemática acadêmica, estabeleça comparações entre o seu conhecimento e o conhecimento acadêmico, analisando as relações de poder envolvidas no uso destes dois saberes.

Os procedimentos e método utilizados na parte empírica da investigação envolveram a observação direta e participante, diário de campo, realização de entrevistas e coleta de depoimentos. O processo pedagógico foi acompanhado através destes instrumentos, incluindo a gravação e posterior transcrição das diferentes etapas do mesmo. As inspirações teóricas do trabalho foram buscadas na literatura relativa à área do conhecimento centralmente imbricada na pesquisa: a Etnomatemática, nas suas relações com o político e o social.

O PAPEL DO EMPIRISMO E DO RACIONALISMO NA HISTÓRIA DO DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO

Renata Cristina Geromel Meneghetti
USP de São Carlos

O episódio que aqui será contemplado faz parte de um projeto maior que tem por título: "O Intuitivo, o Empírico e o Lógico no Conhecimento Matemático: uma análise à luz da história e da filosofia da matemática. " Onde temos por preocupação inicial investigar qual o papel que o "intuitivo[9]" e o "lógico[10]" desempenham na concepção do conhecimento matemático? Foi se evidenciando em nossa pesquisa que na evolução histórica da concepção do conhecimento matemático, antes de Kant, ora se privilegiou ou só o aspecto intuitivo do conhecimento ou só o lógico. Temos, por exemplo, uma ênfase no aspecto empírico com Locke, Berkeley e Hume, e em contrapartida o racionalismo (representado por exemplo por Leibniz) e que enfatiza expressamente o aspecto lógico do conhecimento. Kant, posicionou-se entre o empirismo e o racionalismo, mas depois dele, na Filosofia geral impera um espírito positivista, a experiência é novamente deixada de lado e a filosofia entra em crise. Fato semelhante ocorreu com a Filosofia da Matemática, a qual entra em crise após o logicismo, o formalismo, correntes filosóficas que para levarem a cabo seus objetivos, eliminam o aspecto intuitivo do conhecimento matemático. Depois desse episódio

[9] Por "intuitivo" estamos entendendo o conjunto de palavras: concreto, informal, subjetivo, particular, descoberta/invenção, razão intuitiva e empirismo.
[10] Por "lógico" estamos entendendo o conjunto de palavras: abstrato, formal, objetivo, geral, justificação, razão discursiva e racionalismo.

de crise, tanto a Filosofia como a Filosofia da Matemática, buscam novos caminhos, onde destacamos a busca em se considerar novamente o aspecto empírico do conhecimento matemático. Por outro lado, como educadora, tendo o ponto de vista de que uma Filosofia da Educação Matemática, seja qual for, ancora-se em uma Filosofia da Matemática e também na sua história, me perguntava: como os aspectos intuitivo e lógico foram considerados ao longo das tendências educacionais? O fenômeno que se apresentou na filosofia e na filosofia da matemática repercutira também na Filosofia da Educação Matemática? A medida que aprofundávamos em nossos estudos íamos cada vez mais ganhando forças para defendermos a seguinte proposta filosófica para a Educação Matemática: é necessário que na concepção do conhecimento da matemática seja considerado, equilibradamente, ambos os aspectos: intuitivo e lógico, visto que, a história nos mostrou que enfatizar só o intuitivo leva a um fracasso e enfatizar só o lógico também leva a um fracasso. O que pretendemos relatar nessa oportunidade é exatamente um episódio histórico, a saber o desenvolvimento do cálculo, que recebe influência dessas duas correntes: empirismos (principalmente na figura de Newton) e o racionalismo (principalmente na figura de Leibniz).

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO DO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

Sergio Nobre
Unesp – Rio Claro

Este é o resumo de um texto elaborado com o objetivo de servir de parâmetro para a discussão acadêmica sobre o tema relativo às implicações que a história da matemática tem para com a formação do profissional em matemática. É considerado profissional em matemática todos aqueles que utilizam a matemática em suas atividades profissionais, sejam eles professores, pesquisadores, ou até mesmo, em alguns casos específicos, aqueles que utilizam o conteúdo matemático como ferramenta para o desenvolvimento de suas profissões. Para que se possa ter elementos de análise mais profundos e fundamentados a respeito do assunto, alguns itens são apresentados para que possam servir de reflexão para a discussão acadêmica que se inicia. São eles: a) *a história da matemática pode ser considerada uma subdivisão da matemática*? b) *a história da matemática pode ser considerada como uma área de investigação científica? Em caso positivo, tal pesquisa deve ser desenvolvida dentro de centros de pesquisa em matemática, ou dentro de centros de pesquisa em história*? c) *a história da matemática deve ser uma disciplina acadêmica e fazer parte do rol de disciplinas obrigatórias em um curso de graduação em matemática*? Como decorrência do item c) outra importante questão deve ser tema de reflexão: *quais seriam as implicações imediatas caso houvesse obrigatoriedade da disciplina em todos os cursos de graduação do país*? Especificamente em relação à disciplina de história da matemática nos cursos de graduação em matemática, surgem outros temas para a discussão acadêmica, como por exemplo relativo às suas abordagens metodológicas, ao período em que a disciplina deve aparecer no currículo do curso, à quantidade de horas-aula que a disciplina deve ter. Sob o ponto de vista educacional, uma questão é primordial e deve ser debatida: *a compreensão da história da matemática facilita o aprendizado da matemática? Em caso positivo, quem seria mais beneficiado a partir da compreensão da história de determinados conteúdos da matemática, o aluno ou o profissional*?

Grupo de Trabalho 6

Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino à Distância

Coordenação
Marcelo Borba, UNESP – Rio Claro
Marilena Bittar, UFMS
Ana Paula Jahn, PUC/SP

Apresentação

Desde os anos 80 houve pesquisa em Informática e Educação Matemática no País. Grupos como o liderado por Valente (NIED, UNICAMP) investigavam as possibilidades da linguagem LOGO ser utilizada no ensino e aprendizagem da Matemática. Os diversos programas promovidos pelo governo federal nos últimos 20 anos incentivaram a criação de núcleos de informática educativa por todo o Brasil, embora a descontinuidade de tais programas tenha sido prejudicial à continuidade de grupos ligados a esses projetos.

Já na década de 90, com a popularização da informática em toda a sociedade, tivemos o surgimento de diversas pesquisas mais sistematizadas em diversas regiões do país e uma independência em relação a programas do governo federal. São os programas de pós-graduação que induzem a pesquisa de modo geral, e de modo particular a pesquisa nessa área.

É nesse movimento que surgem diversos grupos de pesquisa no país. O fato de que diversos membros desses grupos estudaram no exterior impulsiona a pesquisa na área de informática educativa no país. Em Educação Matemática esse movimento é mais enfatizado pela associação feita por muitos na infância da informática entre essa área e a Matemática. Assim, quando se dirigem ao exterior, os orientadores desses doutorandos, educadores matemáticos, já trabalham em grande parte com informática educativa, e influenciam seus orientandos que trazem essa perspectiva para o país.

Por outro lado, houve no primeiro momento uma reprodução da pesquisa feita no exterior, com uma associação a um determinado software por exemplo ou a uma determinada linhagem de pesquisa.

Já no final dos anos 90, eventos setoriais como workshop sobre informática educativa, organizado pela SBEM-SP, ou o próprio grupo de trabalho desse seminário, mostra o crescimento dessa área. Mostra também sinais bastante claros que o ciclo de reprodução de pesquisas feitas no exterior já está se esgotando, e questões teóricas, metodológicas passam a ter feições próprias e as contribuições teóricas e propostas didático-pedagógicas na área ganham espaço no exterior.

APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA CONSECUTIVA AO USO DE INSTRUMENTOS[1]

Alex Sandro Gomes[2]
UFC

Resumo

Esse artigo descreve um modelo de análise da ação com artefatos computacionais e da aprendizagem à partir de um modelo construtivista de cognição que desenvolvemos enquanto tema de nossa tese de doutorado. Partimos da definição do conceito de instrumentos proposto por Rabardel (1995) e as definições de esquema de ação e conceito propostos por Vergnaud (1990, 1997) para definir um novo modelo de instrumentos enquanto entidade mista que relacione artefatos e esquemas mentais e que nos permita analisar a aprendizagem de um conteúdo específico. Nesse trabalho, demonstraremos como esse modelo foi utilizado para analisar o desenvolvimento conceitual consecutivo a utilização de um software de geometria dinâmica, *Cabri Géomètre*.

Definição de conceito e análise da aprendizagem

Partindo de um ponto de vista construtivista, consideramos que os conhecimentos produzido pelos usuários de um sistema emergem durante o uso, dentro de uma relação dialética que emerge no uso da ferramenta (Gomes, 1999; Meira, 1998). Nesse sentido, afirmamos que qualquer análise *a priori* de materiais destinados ao ensino de conteúdos diversos não responde a pergunta do desenvolvimento conceitual consecutivo ao seu uso. Um dos motivos é que uma avaliação fora do contexto de uso de um artefato corresponde a uma visão de especialista e não a visão de um indivíduo que está aprendendo a usar o sistema, e/ou aprendendo conceitos que estejam sendo veiculados com uma ferramenta.

Adotamos ainda a hipótese construtivista de que a cognição humana adapta-se as novas situações. Essa adaptação é possível devido à existência de uma entidade constituinte da cognição - esquemas ou *schèmes* - cuja dinâmica de funcionamento permite aos indivíduos assimilarem aspectos das situações e dialeticamente acomodarem-se a esses aspectos (Piaget e Inhelder, 1989). O esquema é a unidade de análise que adotamos para analisar a organização de ações relacionas com uma situação, um instrumento, um problema ou uma interação social. Definimos esquema como sendo *uma organização invariante da atividade*. No processo de análise, descrevemos seqüências de passos realizados que sejam resultante da adaptação do indivíduo ao uso de um artefato, parte de uma interface computacional, por exemplo.

Com relação ao desenvolvimento conceitual, partimos do pressuposto de que um conceito é apreendido pelos indivíduos quando os mesmos dominam três conjuntos de fatores relacionados com esses conceitos, a saber: a) um conjunto de representações simbólicas que são socialmente usados para veicular idéias sobre o conceito, b) um conjunto de invariantes operacionais ou de propriedades do conceito, e c) um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (Vergnaud, 1997). Quando os indivíduos começam a dominar essas dimensões de um conceito o mesmo começa a fazer-lhe sentido. Em outras palavras, o conceito é progressivamente apreendido na medida em que os indivíduos dominam mais e mais as propriedades do conceito, as formas possíveis de representação e as relações com situações diversas. Aprender a lidar com um conceito significa ter apreendido um determinado número de invariantes relativos a esse conceito. Esse aprendizado ocorre a longo prazo e, durante muito tempo, de forma intuitiva. O desenvolvimento das representações, invariantes e situações do conceito não ocorre de forma estanque. Pelo contrário, mobilizamos invariantes relativos a um conceito em situações específicas e essa mobilização dá-se mediada por artefatos culturais.

[1] Apresentados parte do modelo que é desenvolvido em nossa tese de doutorado, financiada pelo CNPq.

[2] Atualmente, o autor é bolsista de pesquisa DCR/CNPq junto a Faculdade de Educação da UFC. Rua Waldery Uchôa, 1 - Fortaleza - CE – 60020-110 - asgomes@ufc.br.

Esses três conjuntos de componentes dos conceitos desenvolvem-se ao mesmo tempo e as relações que estabelecemos entre eles. É importante ressaltar o fato de que os conceitos não fazem sentido isoladamente para os indivíduos. Eles coexistem numa rede de conceitos a qual Vergnaud denominou de *campo conceitual*.

É interesse das pesquisas em aprendizagem mediada e em informática educativa, desenvolver técnicas de análise que permitam descrever, ou ao menos mapear a forma como essas três dimensões constituintes de um conceito emergem ao longo do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Da forma como Vergnaud (1990, 1997) define o conceito de esquema, introduzindo elementos à definição dos esquemas (Vergnaud, 1980, 1985), é possível realizar a análise do desenvolvimento conceitual consecutivo a adaptações dos indivíduos a novas situações. Essa análise é possível graças à admissão da existência de um componente interno ao esquema que seria responsável por representar o conhecimento, por exemplo, o conhecimento matemático. Esse elemento foi denominado de *invariante operacional*. A hipótese da existência desse elemento no funcionamento do esquema piagetiano permite realizar inferências acerca dos conhecimentos subjacentes às organizações das ações dos indivíduos. Em particular, podemos inferir acerca do conhecimento matemático que é subjacente à organização da ação. Esses invariantes pode representar conhecimentos verdadeiros ou falsos, servindo assim a identificação da conceitualização subjacente às ações dos sujeitos. Esse elemento é a uma unidade de análise que serve para descrever o conhecimento subjacente à ação.

O elemento teórico central de nossa análise, como vimos acima, é o conceito de esquema definido por Piaget. Além do conceito de esquema, utilizamos ainda o conceito de instrumentos assim como definido por Rabardel (1995). Segundo esse autor, e contrário a definição do senso comum, o conceito de instrumento representa a combinação de um esquema e de um artefato. Este último refere-se a artefatos como, por exemplo, partes de uma interface computacional. Rabardel define instrumento como sendo uma entidade mista definida à partir da associação entre duas entidades. A primeira delas, o artefato, trata-se o meio através do qual o sujeito age. Os artefatos podem ser materiais ou não. Qualquer que seja sua estrutura, ele constitui-se enquanto elemento da cultura. Vale à pena ressaltar que a forma como o sujeito atribui significado a esse elemento varia para cada sujeito. O segundo elemento que compõe o instrumento é exatamente a noção de *schème*. Esse componente não existe de forma inata nos objetos. Ela é agregado aos artefatos no momento em que os sujeitos agem com os artefatos. Essa definição mista da noção de instrumento possibilita a análise das ações com um instrumento em termos adaptativos. Entretanto, ela não permite uma análise do desenvolvimento conceitual consecutivo à adaptação a um novo instrumento. Os dois modelos teóricos que analisamos acima, de Vergnaud e de Rabardel, partem ambos da noção de *schème* definida por Piaget. Vergnaud descreve um modelo da estrutura do conceito de *schème*, em suas estrutura, ao mesmo tempo que descreve a dinâmica de desenvolvimento cognitivo de forma mais detalhada. Assim fazendo, o novo modelo de esquema possibilita a análise dos elementos e das propriedades dos conceitos que emergem na ação dos indivíduos. Rabardel, por sua vez associa o conceito de esquema com o conceito de artefato para definir a noção de instrumento.

Para responder a pergunta sobre o desenvolvimento conceitual consecutivo a introdução de uma nova tecnologia na atividade dos indivíduos é necessário realizar uma análise da organização das ações com os novos instrumentos ao mesmo tempo que analisamos o conteúdo epistemológico subjacente à ação com instrumentos. A análise desses dois aspectos é possível quando combinamos o modelo de instrumento definido por Rabardel (1995) com o modelo de esquema definido por Vergnaud (1980, 1985). Propomos então um modelo da ação instrumental que toma com elemento de base a definição de instrumento proposta por Rabardel (*op. cit.*). No entanto, substituímos o esquema usado na sua definição original, que ainda era a versão de esquema definida por Piaget e adotamos o esquema definido por Vergnaud (1985), com sua estrutura e dinâmica internas, na constituição de um novo conceito de instrumento. A partir desse modelo, a análise do desenvolvimento conceitual consecutivo ao uso de instrumentos divide-se em duas partes. Por um lado, os indivíduos desenvolvem competências para manipular os instrumentos, ocorre um desenvolvimento ou *gênese instrumental*[3]. O desenvolvimento instrumental pode ser decorrente de transformações do artefato ou do esquema de ação com o artefato. Por outro lado, e em conseqüência desse processo de desenvolvimento instrumental, os sujeitos evoluem em termos de conhecimento sobre o conteúdo veiculado pelos artefatos, matemática, por exemplo. Em outras palavras, os indivíduos aprendem matemática na medida em que aprendem a usar um sistema de artefatos. Por exemplo, na medida em que alunos aprendem a lidar com um software educativo, ele aprendem acerca de conceitos matemáticos. Analisamos os desenvolvimentos conceptuais consecutivos à aprendizagem no uso de instrumentos particulares a partir do conceito definido por Vergnaud.

A SEPARAÇÃO DE VARIÁVEIS NO CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA COM O SUPORTE DE BANCOS DE DADOS NO COMPUTADOR

Ana Karina Morais de Lira
Faculdade de Educação, UFC

Piaget e o grupo de Vygotsky, Leontyev e Luria formularam teorias sobre os mecanismos através dos quais o desenvolvimento cognitivo é processado. Devido ao seu foco na gênese das estruturas cognitivas, e não no uso dessas estruturas depois do seu desenvolvimento, Piaget não investiga as conseqüências da aprendizagem de objetos sócio-culturais. Em contraste, Vygotsky, ainda que levando em conta o desenvolvimento psicológico que precede a aprendizagem de objetos sociais, tomou como objeto de seus estudos o desenvolvimento que acontece a partir dessa aprendizagem. Em sua visão, a aprendizagem de sistemas de signos, tais como a linguagem, modifica completamente a natureza das funções psicológicas como conseqüência do papel mediador desses sistemas.

De acordo com Leontyev (1981), apropriação é o principal processo que caracteriza o desenvolvimento psíquico infantil, o processo através do qual as funções e capacidades humanas são formadas. Essa formação das funções e capacidades na criança ocorre ao mesmo tempo em que ela é o sujeito ativo da transmissão de avanços culturais ou da experiência sócio-histórica acumulada pela humanidade através dos tempos. Essa experiência, assim como as atitudes mentais moldadas por ela, está incorporada nos produtos objetivos da atividade coletiva humana, o mundo dos objetos e fenômenos humanos ao redor da criança.

O presente estudo focaliza uma experiência educacional na qual estudantes são encorajados a trabalhar com bancos de dados. Essa experiência pode ser concebida como uma zona de construção, a qual oferece um meio para avaliar o nível de desenvolvimento potencial desses estudantes no que se refere a compreensão que apresentam sobre a noção de variável e a separação de variáveis, ao mesmo tempo em que se apropriam de um banco de dados. Eu tomo as perspectivas do desenvolvimento e da aprendizagem onde elas estão interconectadas com abordagens de métodos e teorias de ensino que possam ser relevantes para os domínios explorados pela pesquisa. A minha preocupação central vincula-se ao debate sobre como as

[3] Rabardel, 1995.

escolas podem ser mais efetivas no trabalho em harmonia com pressupostos teóricos sobre o desenvolvimento cognitivo humano, e como bancos de dados podem ser usados de acordo com esses pressupostos.

Antes do advento das tecnologias da informação, bancos de dados eram simplesmente coleções de informações organizadas em formas específicas. Com as tecnologias da informação, bancos de dados são também concebidos como um ambiente computacional onde conjuntos de dados podem ser organizados e manipulados de formas particulares. Nessa pesquisa, o termo *banco de dados* é utilizado em ambos os significados.

Estudos têm demonstrado que o uso de bancos de dados tem efeitos benéficos para o desenvolvimento de habilidades classificatórias por crianças (Underwood, 1986; Hoyles et al., 1994). Uma vez que essas habilidades representam uma forma elementar da compreensão de variáveis, eu levantei a hipótese de que o uso de bancos de dados pode também beneficiar a compreensão que estudantes têm da noção de variáveis e sua aquisição da separação de variáveis. A compreensão de variáveis é entendida como a competência para identificar propriedades dos objetos e considerar as variações dessas propriedades. A separação de variáveis é concebida como o esquema em que todos os fatores são mantidos constantes, exceto aquele cujo efeito sobre o fenômeno estudado vem sendo analisado. Acerca do método científico, Inhelder e Piaget (1958) associam a separação de variáveis com a organização de um experimento válido, o teste ou verificação de hipóteses, e também a sua prova ou demonstração.

A presente pesquisa investiga a compreensão que sujeitos de 10 a 13 anos de idade têm sobre a noção de variáveis e a separação de variáveis, e particularmente como isso se desenvolve com e ao mesmo tempo afeta a apropriação de um banco de dados usado no contexto da investigação científica. As duas principais questões levantadas pela pesquisa podem ser expressas como se segue: (1) o uso de bancos de dados para testar hipóteses cria uma oportunidade para os sujeitos dominarem a noção de variáveis e a separação de variáveis, ou esse uso depende da compreensão que os estudantes têm de tais noções? e (2) o engajamento em diferentes modos de investigação científica influencia a competência do sujeito para identificar e separar variáveis?

A literatura contemporânea tem evidenciado o processo de modelagem, manipulação ou manejo de dados, que é um tipo de investigação científica cuja especificidade é exatamente o suporte do uso de bancos de dados computacionais. De acordo com a terminologia adotada nessa pesquisa, esse processo é nomeado Investigação Científica com o suporte de Bancos de Dados, ou ICBD. Ele é caracterizado por atividades como nomear variáveis, levantar hipóteses, planejar e desenvolver experimentos - o que envolve a observação de fenômenos naturais ou reproduzidos, e a mensuração, descrição e registro de dados sobre esses fenômenos - testar hipóteses, levantar e testar novas hipóteses, e finalmente tirar conclusões. O uso de bancos de dados nesse processo oferece, dentre outras facilidades, uma estrutura sob a qual informações podem ser manuseadas nas fases de previsão, planejamento e desenvolvimento de uma experiência, análise e conclusão, e um meio para desenvolver a investigação passo a passo.

O estudo elaborado para essa pesquisa combinou os métodos quase-experimental e estudo de caso. Vinte e cinco pares de estudantes de 5ª e 6ª séries de três escolas paulistanas - Oswald de Andrade, Caravelas e Pueri Domus - foram solicitados a desenvolver investigações sobre a flutuação de objetos e sobre a distância percorrida por ônibus descendo ladeiras, as quais incorporavam o uso do software Tabletop. Um pré-teste e dois pós-testes foram administrados a esses e outros 24 pares de estudantes em um grupo de referência, usando-se o teste da

Flexibilidade das Hastes antes, imediatamente depois e quatro semanas depois das atividades de ICBD.

O teste da Flexibilidade das Hastes (Bredderman, 1973, adaptado por Lira, 2000) mede a competência dos sujeitos para separarem variáveis. Dados um aparato de 16 hastes e pesos específicos (dois de 1.100g e um de 2.200g), solicita-se aos sujeitos que expliquem o que causa a flexibilidade das hastes, através de 10 questões pré-formuladas. As hastes são fixadas em um suporte de tal forma que os sujeitos podem pendurar os pesos dados em uma de suas extremidades e comparar suas flexibilidades.

Tabela 1. Composição do aparato das hastes

Variável independente	Dezesseis hastes, nomeadas															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Posição	V	V	V	H	V	H	H	H	V	H	H	V	V	H	V	V
Metal	A	L	L	L	A	A	A	A	L	L	L	A	L	A	L	A
Comprimento	46	46	46	46	61	46	46	61	61	61	46	61	61	61	61	46
Grossura	4.8	3.2	4.8	3.2	4.8	4.8	3.2	4.8	4.8	3.2	4.8	3.2	3.2	3.2	4.8	3.2
Peso	1.100 gramas (02 pesos com gancho); 2.200 gramas															

*Posição: V = vertical e H = horizontal; Metal: A = aço e L = latão.

Questões:

1. Sobre a grossura das hastes: vocês acham que a grossura das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que mostre ou prove se a grossura das hastes causa diferença na inclinação delas.
2. Coloquem, por favor, um peso na haste E e um na haste J. Essa comparação demonstra ou prova se a grossura das hastes afeta a inclinação delas?
3. Vocês acham que o comprimento das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparacão que demonstre ou prove se o comprimento das hastes afeta a inclinacão delas.
4. Que haste vocês podem comparar com a haste B para demonstrar se o comprimento das hastes afeta a inclinação delas?
5. Vocês acham que o metal de que as hastes são feitas causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que demonstre se o metal de que as hastes são feitas afeta a inclinação delas.
6. Que haste vocês podem comparar com a haste H para demonstrar se o metal de que as hastes são feitas afeta a inclinação delas?
7. Vocês acham que a posição vertical ou horizontal das hastes causa a inclinação delas? Façam, por favor, uma comparação que demonstre se a posição das hastes afeta a inclinação delas.
8. Que haste vocês podem comparar com a haste O para demonstrar se a posição das hastes afeta a inclinação delas?
9. Como vocês podem me mostrar ou provar se o peso pendurado nas hastes afeta a inclinacão delas?
10. Coloquem, por favor, um peso na haste A e um peso maior na haste L. Essa comparação demonstra se o peso pendurado nas hastes afeta a inclinação delas?

O teste foi administrado para cada par de estudantes, individualmente, cada aplicação durando aproximadamente 25 minutos. O pesquisador perguntava oralmente as 10 questões pré-formuladas, uma a uma. Depois que os sujeitos tinham discutido cada questão entre si, dando uma resposta e fazendo a demonstração solicitada, eles tinham uma chance para confirmar se a demonstração feita por eles provava que a variável independente focalizada afetava a flexibilidade das hastes. Se eles dissessem que não, o pesquisador pedia-lhes que fizessem outra comparação que servisse pudesse servir à demonstração. Mesmo se eles falhassem na segunda oportunidade, o pesquisador passava para a próxima questão.

Os escores no teste foram medidos pelo número de itens corretos e o número de variáveis controladas, e as questões de julgamento, duas em cada versão do teste, não eram consideradas para esses escores. O escore máximo seria então 8-32, i.e., oito questões respondidas corretamente, e trinta e duas variáveis controladas.

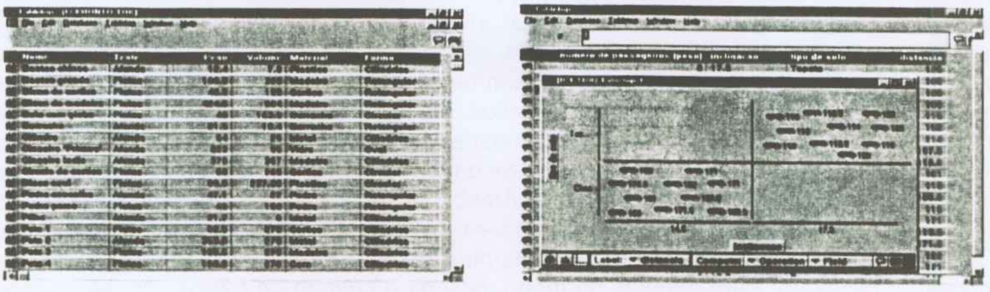
Tabletop™ (TERC, 1989-1995), o software escolhido para esse estudo, é uma ferramenta para construir, explorar e analisar pequenos bancos de dados. Sua estrutura é a tradicional, com uma visão de linhas-colunas, usada para a criação de bancos de dados, associada com uma janela com dados prontos somente, para a análise de dados. Nessa janela, há a possibilidade de abrir e definir uma variedade de representações gráficas como diagramas de Venn, histogramas e outros gráficos, e operações de medidas como contagem, total, média, etc.

Esse estudo foi desenvolvido durante 10 encontros de aproximadamente 2 horas com cada par de estudantes. As tarefas usadas foram a Flutuação de Objetos e Planos Inclinados. Cada uma foi desenvolvida segundo dois modos de ICBD: *incluída a criação de bancos de dados, e fornecidos bancos de dados pré-preparados*. Os estudantes no modo *incluída a criação de bancos de dados* desenvolviam o seu próprio experimento, coletando e registrando informações enquanto construíam o seu próprio banco de dados. Aqueles no modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados* assistiam a um vídeo mostrando outras crianças desenvolvendo as experiências, coletando dados e criando bancos de dados. Eles trabalhavam com um banco de dados pré-construído, e um folheto de suporte. Ambos os grupos passavam por uma fase de previsão, nomeando variáveis e levantando hipóteses. No entanto, o progresso da atividade de definir as variáveis relevantes também era determinado pelo modo de ICBD aos quais os estudantes se engajavam. Para aqueles no modo *incluída a criação de bancos de dados*, isso significava nomear as variáveis, determinar um critério para medir ou descrevê-las e classificar os objetos de acordo, enquanto que para aqueles no modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados* a atividade consistia em checar se eles concordavam ou não com a relevância das variáveis já nomeadas e descritas no banco de dados apresentado. Finalmente, os dois grupos desenvolviam atividades de interrogação e análise de dados durante o trabalho de manejo de dados.
Para cada tarefa, perguntas-chaves foram formuladas como se segue. Na Flutuação de Objetos: (1) *Quais objetos irão flutuar, e quais irão afundar quando colocados na água?* e (2) *Por que alguns objetos flutuam e alguns afundam?* Na tarefa Planos Inclinados: (1) *Qual é a maior distância percorrida? E qual é a menor?* e (2) *Por que os ônibus percorrem diferentes distâncias?*

Para os sujeitos trabalhando no ***modo incluída a criação de bancos de dados***, o seguinte material foi usado:
Na Flutuação de Objetos: um número significativo de objetos, sendo de contrastante material, cor, forma, tamanho, comprimento, peso, etc., um depósito de água, um conjunto de instrumentos de medida para manuseio de dados - régua, balança, e beckers de diferentes tamanhos. No contexto de apresentação da tarefa esse material ficava espalhado no chão ou em cima de uma mesa, e um banco de dados no Tabletop mostrava a lista de objetos em uma coluna intitulada '*nome*'.
Na tarefa Planos Inclinados: duas rampas de aproximadamente 25cm de largura e 40cm de comprimento, a qual era acoplada a um suporte que permitia ajustar a altura das rampas, ônibus, bonecos representando passageiros, um tapete, instrumentos de medida tais como uma fita métrica e uma balança. O contexto de apresentação da tarefa incluía dois ônibus carregando diferentes números de passageiros, no topo de duas rampas em diferentes alturas, uma no chão e outra em um tapete.
Um computador laptop com o Tabletop software, e um formulário protocolar específico - que os sujeitos preenchiam enquanto nomeavam variáveis, faziam previsões, planejavam o experimento e tiravam conclusões - foram utilizados nas duas tarefas.

Para os sujeitos trabalhando no **modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados***, o seguinte material foi usado, **nas duas tarefas**: televisão e vídeo, uma fita de vídeo apresentando estudantes desenvolvendo a tarefa em foco, um folheto de suporte contendo fotografias e textos sobre o processo de Investigação científica e a tarefa, um laptop com um banco de dados pré-construído no Tabletop software e o formulário protocolar, que os sujeitos preenchiam enquanto nomeavam variáveis, faziam previsões, planejavam o experimento e tiravam conclusões. No contexto de apresentação da tarefa, a televisão e o vídeo estavam prontos para começar a mostrar a fita de vídeo, e o banco de dados pré-preparado ficava aberto no Tabletop.

Figura 1 - Bancos de dados pré-construídos para a Flutuação de Objetos e Planos Inclinados



Para que o progresso da tarefa Planos Inclinados para o modo *fornecidos bancos de dados pré-preparados*, fosse o mais próximo possível da sua versão para o modo *incluída a criação de bancos de dados*, o banco de dados apresentado aos estudantes continha, a princípio, somente os dados referentes a duas de quatro possíveis combinações das variáveis *superfície* e *inclinação*, i.e., metade dos dados necessários para uma análise formal do problema colocado. Tão logo os sujeitos apontavam a necessidade de mais combinações, outro banco, com dados completos, era fornecido a eles.
Análises de covariância na performance dos grupos experimentais e controle no teste da Flexibilidade das hastes mostrou que os escores dos estudantes nos dois pós-testes variaram em conjunto com os escores deles no pré-teste ($F = 36.19$; $p = .0001$ e $F = 25.44$; $p = .0001$, para os pós-testes 1 e 2, respectivamente). Essas covariações indicam que tanto para os usuários de bancos de dados quanto para os não usuários houve um efeito significativo dos escores no pré-teste sobre os escores em ambos os pós-testes.

Essas ANOVAs mostraram também um efeito do uso de bancos de dados na performance dos estudantes nos dois pós-testes ($F = 15.82$; $p = .0001$ e $F = 12.66$; $p = .001$, para os pós-testes 1 e 2, respectivamente). Desde que os escores dos estudantes no teste da Flexibilidade das hastes diferiu significativamente de acordo com se eles usaram bancos de dados ou não, nossa hipótese nula foi rejeitada. Então, conclui-se que o uso de bancos de dados afeta a compreensão que os estudantes têm da separação de variáveis.

Tais resultados comprovam que a compreensão que os estudantes têm da separação de variáveis é influenciada tanto pelas estruturas de raciocínio que eles construíram antes da experiência educacional quanto pelo uso que eles fazem de bancos de dados, em atividades de ICBD.

Análises qualitativas da performance dos estudantes mostraram que em geral eles não tiveram dificuldade em raciocinar em termos de variáveis durante as atividades de ICBD. No entanto, *volume* apresentou-se como uma variável conceitualmente difícil para eles, sendo frequentemente associada com *forma*, ou tratada em termos bi-dimensionais. Nessas análises também foi encontrado que o progresso dos estudantes para testar hipóteses sobre os problemas da *flutuacão* e da *distância percorrida* durante a experiência estava associado com o nível de progresso na compreensão do controle de variáveis, como medido pelos testes de raciocínio antes e depois da experiência.

Não houve um efeito significativo do modo de ICBD sobre o desempenho dos estudantes no teste da Flexibilidade das hastes. Apesar da dificuldade de se tirar conclusões a partir de resultados negativos, pode-se sugerir para as escolas que as decisões para o desenvolvimento de atividades envolvendo a coleta de dados e criação de bancos de dados devem ser baseadas em considerações pragmáticas - tais como currículo, organização da sala-de-aula, e motivação dos estudantes - mais do que na antecipação de efeitos dessas atividades no desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Bredderman, T. A. (1973). The effects of training on the development of the ability to control variables. Journal of Research in Science Teaching, 10, (3), 189-200.

Hoyles, C., Healy, L. & Pozzi, S. (1994). Homing in on data handling: A case study. Computers in New Zealand Schools, 6, (3), 5-13.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1958). The growth of logical thinking from childhood to adolescence. London: Routledge & Kegan Paul.

Leontyev, A. N. (1981). Problems of the development of the mind. Moscow: Progress.

Lira, A. K. M. de (2000). Separating variables in the context of data handling. Unpublished doctoral dissertation, IOE, University of London.

TERC - Technology Research Center (1989-1995) Tabletop™ [Computer Software]. Cambridge, MA: Author & Broderbund Software for Education.

Underwood, J. (1986). The role of the computer in developing children's classificatory abilities. Computers and Education, 10, (1), 175-180.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1993). Thought and language (Rev. Ed.). Cambridge, MA: The MIT Press.

NOVAS FERRAMENTAS, NOVOS OBJETOS, NOVAS RELAÇÕES COM O SABER: O CASO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NUM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Ana Paula Jahn
PROEM, PUC/SP

Introdução

A integração de ambientes informáticos no ensino conduz naturalmente ao questionamento das potencialidades reais dos softwares utilizados e às características das atividades que estes permitem propor aos alunos. A análise dos objetos de saber associados a esses ambientes, os conhecimentos que são susceptíveis de serem construídos, a modelização do funcionamento do aluno e a identificação dos processos de aprendizagem específicos são algumas das questões continuamente abertas nessa problemática.

Nosso trabalho se insere nessa direção de pesquisa na medida em que tenta buscar elementos de resposta a essas questões, no contexto específico das transformações geométricas e da utilização do software Cabri-géomètre.

O estudo

Neste resumo, apresentamos alguns resultados parciais da pesquisa realizada no quadro do nosso doutorado. Tal pesquisa objetivou estudar a aquisição da noção de transformação enquanto aplicação pontual, assim como as especificidades que um ambiente do tipo Cabri-géomètre traz ao "*milieu*" (Brousseau, 1986) onde essas transformações operam e com o qual o aluno interage.

O quadro teórico da pesquisa é o da didática francesa, utilizando noções da teoria das situações didáticas (ibid.) e considerando aspectos do processo da transposição didática dos saberes em jogo (Chevallard, 1985).

Em termos metodológicos, uma engenharia didática foi elaborada e aplicada em 33 alunos da 1ª série do Ensino Médio (15-16 anos) de uma escola no sudeste da França[4]. A seqüência completa compreende quatro situações que foram realizadas durante 8 sessões de aproximadamente 75 minutos cada uma. Durante suas interações com as atividades propostas, os alunos trabalhavam em duplas, na sala de informática. Cinco duplas foram selecionadas para estudo de caso, sendo observadas (um observador para cada dupla) e registradas (áudio-gravações). Esses estudantes já estavam familiarizados com o uso do software (seja no computador, seja na calculadora). As considerações a seguir referem-se à análise das estratégias das duplas selecionadas na resolução da situação 3 da seqüência intitulada "Simetria oblíqua" e sub-dividida em 3 atividades[5].

É importante citar que no Cabri-géomètre, as transformações aparecem como ferramentas de construção. A caixa de ferramentas "*Transformações*" contém simetria axial (reflexão), simetria central, rotação, translação, homotetia e inversão. Essas ferramentas permitem obter a imagem de um ponto e de outros objetos tais como segmento, polígono, circunferência, cônica etc. Por meio desses operadores, as transformações são abordadas sob o ponto de vista global: elas agem sobre um objeto. Essas transformações são assim *primitivas*

---

[4] Muitas das idéias e atividades desta seqüência foram adaptadas e estão sendo aplicadas num grupo de 24 professores, a maioria em exercício na rede pública da cidade de São Paulo e com Licenciatura Curta em Ciências (habilitação em Matemática), realizando uma complementação na PUC/SP.

[5] Para mais detalhes da seqüência didática, ver Jahn (1998).

geométricas, ou seja, ferramentas de construção que, assim como "Ponto médio", "Reta paralela", "Bissetriz" etc., exprimem propriedades geométricas (Laborde & Capponi, 1994). Essa funcionalidade é específica do software não tendo equivalente no ambiente papel&lápis, que para uma construção efetiva de imagens de figuras deve fazer apelo a máquinas ou sistemas articulados (simetrizadores, pantógrafos, máquina de Sylvester,...). Algumas experiências e estudos (Capponi, 1993) levam-nos a supor que o fato dessas ferramentas estarem a disposição dos alunos em tal ambiente, pode provocar um uso mais sistemático das transformações nas atividades de construção ou no estudo de configurações, .

Nosso estudo centrou-se no caráter *objeto* da transformação. Entretanto, é As primeiras transformações estudadas no Ensino Fundamental são isometrias, seguidas da homotetia. Todas essas transformações preservam a colinearidade e os ângulos, logo as formas. Neste nível da escolaridade, essas transformações podem ser consideradas satisfatórias, elas são ao mesmo tempo simples e fundamentais. No entanto, é preciso estar atento às generalizações por parte dos alunos, que podem imaginar, por exemplo, que a propriedade "*a imagem de uma reta é ume reta*" é válida para todas as transformações. O estudo sistemático e das isometrias pode estar na origem de um obstáculo didático relativo ao conceito de transformação a saber: uma transformação nunca deforma, ela simplesmente desloca (ou faz girar) os objetos. Como conseqüência, a relação entre figura-objeto e figura-imagem não se estabelece e a noção de transformação é reduzida à idéia de que a mesma figura ocupa duas posições diferentes. Esta é a razão pela qual nós nos interessamos em estudar alguns exemplos simples de transformações não preservando algumas propriedades (colinearidade, distâncias,...). Em outras palavras, pretendia-se levar os alunos a questionar a validade dos teoremas de conservação, que para eles eram óbvios e evidentes. Nesse caso, as transformações "deformantes" representam uma escolha imprescindível.

O Cabri-géomètre mostra-se particularmente conveniente para esse propósito, dadas as notáveis abordagens possíveis:

- a caracterização de uma transformação a partir de seus efeitos. No Cabri, uma transformação pode ser apresentada com uma caixa preta, a ser explorada pela movimentação dos objetos de base e pelas experimentações com as demais ferramentas (enriquecimento da figura). Nessa abordagem, o ponto de partida não é uma definição textual da transformação, ao contrário, essa definição e sua caracterização devem ser construídas pelos alunos a partir do estudo dos efeitos da caixa preta sobre pontos e outras figuras, buscando evidenciar os invariantes da transformação. Certamente, esse tipo de situação, essencialmente dinâmica (baseada na movimentação e interpretação geométrica dos comportamentos espaciais-gráficos), não é possível de ser realizada no ambiente papel&lápis. As características desse tipo de situação releva da dialética ação-formulação-validação descrita por Margolinas (1989).
- a motivação de uma concepção pontual de uma transformação (principalmente por meio das ferramentas "Rastro" e "Lugar geométrico"), o que pode favorecer uma visão do objeto transformação como mais que uma operação global sobre uma figura.

Algumas conclusões

Nossas análises mostram que o Cabri-geomètre permitiu renovar a dialética global/pontual, colocando em evidência relações entre concepções estáticas e dinâmicas nos problemas de construção de imagens de figuras.

O trabalho com transformações "*exóticas*" no Cabri (dentro das abordagens "caixa preta" e "concepção pontual") permitiu explorar a possibilidade que este software oferece de criar novas representações dos objetos, tornando significativa a noção de propriedade invariante de uma transformação e favorecendo o raciocínio pontual/funcional.

O ambiente informático possibilitou ainda observar que ferramentas específicas (como por exemplo "Rastro") podem ajudar os alunos a construírem significado para uma variedade de noções matemáticas – neste caso, figuras como conjunto de pontos, transformação como uma relação funcional entre pontos, variável em Geometria etc. Esse tipo de funcionalidade suporta o desenvolvimento de novas estratégias, enriquecendo a exploração de fenômenos espaciais-gráficos e, em muitos casos, motivando uma interpretação em termos geométricos.

Bibliografia

BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches em didactique dês mathématiques – RDM*, vol. 7. 2, pp. 33-115. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

CAPPONI, B. (1993) Modifications dês menus dans Cabri-géomètre, dês symértries comme outils de construcitons. *Petit x*, n° 33, pp. 37-68. IREM de Grenoble.

CHEVALLARD, Y. (1985), La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

JAHN, A. P. (1998) *Des transformations des figures aux applications ponctuelles: étude d'une séquence d'eseignement avec Cabri-géomètre. Relations entre aspects géométriques et fonctionnels en classe de Seconde.* Thèse de Doctorat de l'Université Jospeh Fourier (Grenoble 1).

LABORDE, C. & Capponi, B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'um milieu pour l'apprentissage da la notion de figure géométrique. *Recherches em didactique dês mathématiques – RDM*, vol. 14 (1.2), pp. 165-210. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

MARGOLINAS, C. (1989) *Le point de vue de la validation: essay d'analyse et de synthèse en didactique des mathématiques.* Thèse de Doctorat de l'Université Jospeh Fourier (Grenoble 1).

O USO DA CALCULADORA NAS SÉRIES INICIAIS[6]

Fátima Lúcia Soares Ribeiro[7]
UFPE

Introdução

As orientações curriculares, em nível mundial, têm dado ênfase a inclusão da calculadora como uma ferramenta que auxilia o pensar matematico dos alunos. No entanto, a literatura apresenta poucos estudos em que são trabalhadas seqüências didáticas com esse instrumento. A maioria dos estudos desenvolvidos tiveram como objetivo investigar as representações que alunos e professores possuem acerca da calculadora. Por este motivo, pretendemos desenvolver um estudo que terá como objetivo principal analisar situações didáticas envolvendo o uso da calculadora com alunos e professores do Ensino Fundamental. Para tal, escolhemos o campo conceitual multiplicativo, pois estudos demonstram que alunos e professores apresentam dificuldades nesse campo conceitual.

1.1- A Formação dos Professores

[6] Projeto de Tese de Doutorado em Psicologia Cognitiva (UFPE)
[7] Professora do CEDU/UFAL. E-MAIL: ricafat@uol.com.br

O ensino-aprendizagem da matemática tem sido foco de diversos estudos. Nos últimos 20 anos houve um aumento considerável de pesquisas que buscam investigar esse fenômeno. Muitos progressos puderam ser observados. No entanto, a aprendizagem da matemática ainda continua necessitando ser investigada, principalmente quando se leva em consideração os baixos índices de aprendizagem dos alunos.

Dados recentes do Programa Nacional de Avaliação de Rede (SAEB, 1996), nas avaliações de matemática, mostram que os alunos da 4ª série obtiveram um índice de 29,5% de acertos nas avaliações; e que os alunos da 8ª série obtiveram 38,5% de acertos. Essa tendência foi observada em todas as cidades do país. Especificamente em Maceió, o índice de acertos dos alunos da 4ª série, nas avaliações de matemática, foi de 34,08%; ou seja, menos de 40%(Ribeiro, 1997).

Este baixo índice na aprendizagem dos alunos pode ser reflexo da dificuldade dos professores. Estudos mostram que o desempenho dos professores apresenta pouca variação em relação ao desempenho dos alunos. Canôas et all. (1998) investigaram questões referentes ao campo conceitual multiplicativo numa amostra de alunos de 4ª série e professores das séries iniciais. Os resultados obtidos indicaram que, de uma maneira geral, os alunos apresentaram um desempenho melhor que os professores em quase todas as questões, bem como uma tendência ao sucesso e fracasso dos dois grupos nas mesmas questões.

Corroborando com os achados anteriores, Oliveira, Santos e Borba (1999) investigaram a compreensão de problemas de divisão com resto em alunos do curso de Pedagogia e encontraram como resultado que os futuros professores têm dificuldade em lidar com o resto da divisão; dificuldades estas também encontradas por Saiz (1996) em sua investigação com crianças.

A literatura também aponta resultados em que os professores apresentaram um melhor desempenho que os alunos. Koch (1998), em seu estudo, aplicou a avaliação do SAEB/93 em professores de 5ª a 8ª séries. Os resultados dessa avaliação foram comparados aos obtidos com os alunos. O índice de acertos dos professores foi de 78%, enquanto os dos alunos foi de 29%. Apesar de tais resultados, a análise qualitativa demonstrou que os professores acertaram mais as questões referentes aos algoritmos escolares e os alunos acertaram mais as questões referentes à resolução de problemas. Vale ressaltar que muitas questões foram deixadas em branco, o que pode indicar o desconhecimento de alguns conteúdos. A autora analisa essa diferença de desempenho entre professores e alunos, afirmando que revela a distância que existe entre ambos quanto à aquisição do conhecimento matemático; ou seja, entre o saber e o saber fazer (ensinar).

Relacionando este estudo aos anteriormente citados, vemos que a dificuldade dos professores apresenta-se em dois pólos: a falta de conhecimento dos conteúdos por um lado e a dificuldade metodológica por outro. Ambos os pólos remetem novamente para a questão da formação docente.

Sadovsky (1997), discutindo a formação dos professores, levanta as seguintes questões: "Como são supridas as carências matemáticas que possuem os futuros professores quando ingressam no ensino? Não há por acaso um privilégio da didática sobre os conteúdos? É impossível pensar a problemática do ensino quando não se tem uma sólida formação em matemática?" (p.7).

A autora parte das discussões da Didática da Matemática para refletir sobre a formação dos professores. A idéia básica seria utilizar como apoio a relação entre a didática e a didática da matemática, abandonando a tradicional linearidade e dando lugar a uma relação dialética. Nesta dialética é possível apoiar-se na matemática para melhorar a qualidade do conhecimento dos professores em formação. Esta dialética permite remover uma concepção reduzida à procura de recursos alheios à matemática e promover uma concepção da matemática que coloque para si o problema do ensino.

A teoria das situações didáticas de Brousseau (1997) parece ser um caminho na formação mais específica dos professores. Nessa teoria o papel do professor se situa essencialmente em três níveis: escolha de um problema e de uma situação "a-didática", com determinação das variáveis didáticas, de modo a se por em jogo o conhecimento pretendido; devolução desta situação aos alunos e institucionalização dos conhecimentos.

Segundo Lerner (1997), trabalhar dentro dessa perspectiva não é tarefa fácil. O professor passa a assumir um lugar que é muito difícil, não só pelas condições de trabalho, mas pelas condições didáticas que precisam ser cumpridas. Pois, ao professor, de acordo com o contrato didático vigente na maioria das instituições escolares, corresponderia agora não mais o papel de transmitir diretamente o conhecimento, mas o de fazer um ato de devolução, autorizando as crianças a tomarem esse direito para si e construírem o conhecimento. É imprescindível que o professor abra mão desse direito porque as crianças não podem tomá-lo por si mesmas, porque isso não faz parte do contrato didático vigente.

Se a dificuldade dos professores nos conceitos matemáticos é refletida na aprendizagem dos alunos, como discutido anteriormente, suas crenças e pouco conhecimento do uso das ferramentas tecnológicas também serão refletidas nas crenças e possibilidades de uso que os alunos desenvolverão. Este é o ponto principal do nosso estudo.

1.2. O Uso da Calculadora

Mocrosy (1998) realizou um estudo com o objetivo de investigar o entendimento do professor de matemática do ensino fundamental e médio sobre o uso das calculadoras na sala de aula. Os resultados obtidos indicaram que os professores mostram-se intimidados pela calculadora por não saber conciliar o trabalho de sala de aula com a utilização da máquina e os conteúdos programáticos, estabelecendo assim limitações para o uso da calculadora nas aulas. Tal fato revela o desconhecimento das possibilidades pedagógicas desse instrumento de cálculo, bem como as necessidades de determinados trabalhos realizados nas escolas. Assim, os professores discutem muito mais o ensino da calculadora do que o ensino pela calculadora.

Em um estudo realizado em Portugal, por Nunes e Guimarães (1994), podemos também observar essa dificuldade na utilização de calculadoras para o ensino da matemática, principalmente para os professores do Ensino Fundamental (1° ciclo) onde 78% dos professores disseram utilizá-la raramente ou nunca. Entretanto, os autores afirmam que existe uma aceitação e integração crescente desse instrumento no trabalho em sala de aula, uma vez que 60% dos professores do ensino secundário fazem uso da calculadora em suas salas de aula.

Dos estudos anteriores podemos perceber que há pouco uso da calculadora por parte dos professores das séries iniciais e que este uso está restrito a concepção de calculadora como ferramenta de cálculo. Nesse momento, nos interessa saber quais as representações que as crianças possuem acerca da calculadora.

Ruthveen (1994), desenvolveu um estudo com o objetivo de avaliar as atitudes e crenças sobre números, calculadoras e cálculos em crianças que estão entrando na escola secundária. A autora partiu da premissa que as crenças influenciam o comportamento e o pensamento, *principalmente na maneira pela qual a representação da experiência e a disposição em relação a ela parece combinar com a nossa atividade mental (p.161).* Como resultado foi observado que os alunos, para a resolução de cálculos, percebem a calculadora como facilitadora, o uso do procedimento escrito como intermediário e a resolução por cálculo mental como dificultador.

Dentre outras análises, a autora investigou a visão geral das crianças sobre o trabalho com a calculadora buscando investigar a distinção entre entender usando a calculadora e aprender usando a calculadora. Foi observado um maior ceticismo em relação a visão do uso da calculadora promovendo a aprendizagem sobre os números (13% aceitaram e 22% negaram), comparado com a visão da calculadora promovendo compreensão (24% aceitaram e

15% negaram). Para a autora esses resultados indicam uma grande aceitação da calculadora como uma ferramenta "procedural" mais do que como um "objeto" de aprendizagem . As crianças admitem o uso da calculadora, mas não admitem que ela por si só promova a aprendizagem.

Ainda buscando investigar a representação das crianças sobre o uso da calculadora, Ruthveen (1999), desenvolveu um estudo que envolveu uma amostra de 56 alunos cursando o final da 4ª série. Cada criança foi entrevistada individualmente na resolução de diversos problemas e tinham à sua disposição calculadora, lápis e papel e foi dito que podiam resolver as questões utilizando esses materiais ou através de cálculo mental.

As estratégias encontradas foram classificadas em função do procedimento de cálculo. A calculadora foi utilizada em 46,5% das tentativas de resolução de problemas. Por outro lado, a maioria das crianças (36) utilizou divisão direta, sendo que 70% das crianças que utilizaram a calculadora, conseguiram resolver a conta, enquanto, sem a calculadora, nenhuma criança acertou. Como a resposta dos problemas era expressa em números decimais, apenas 5 crianças conseguiram interpretar a resposta do problema, independente do uso ou não da calculadora. Desta forma, para nós, a calculadora ajudou na computação e não na compreensão da lógica das respostas.

As crenças sobre o que é matemática, assim como no uso das ferramentas tecnológicas são discutidas por McLaughlin (1998). Ele afirma que uma das dificuldades de integração das tecnologias na sala de aula são as falhas na preparação de professores para incorporarem as novas tecnologias. Muitos professores são formados sem acesso aos recursos. Por isso, eles não sabem como usar a tecnologia de forma eficiente e nem que estas podem contribuir no potencial de aprendizagem dos alunos.

Sampson (1998) também é partidária da idéia da necessidade de um trabalho mais globalizado na formação do professor no uso das ferramentas tecnológicas. Ela salienta que nas últimas décadas estudos descobriram que o efetivo uso de tecnologia não significa desempenhar velhas tarefas de forma eficiente. Significa trabalhar de forma diferente. E afirma que existe uma lição para os educadores nessa experiência. A escolha das escolas pelo uso das ferramentas tecnológicas deu margem a muitas questões, incluindo a reflexão de como a aprendizagem ocorre, como se organiza o tempo do professor e o dia escolar. Para a autora, a tecnologia pode ser um ferramenta que possibilita investigação. Ela é uma ferramenta que ajuda professores e estudantes a aprender a aprender, oferecendo, assim, um potencial para combinar as habilidades de investigação e as capacidades técnicas que o futuro demanda.

Tal posição também é sustentada por Da Ponte (1995). Para ele, as novas tecnologias permitem automatizar os processos de rotina e concentrar a nossa atenção no pensamento criativo. Os computadores e as calculadoras podem ser usados com uma variedade de propósitos educacionais, ou seja, para apoiar a aprendizagem de tópicos específicos; à execução do algoritmo; como meio auxiliar para arquivo, análise e apresentação de informações; como ferramenta para a realização de explorações e investigações. Essas tecnologias permitem: a relativização da importância do cálculo e da manipulação simbólica; o reforço ao papel da linguagem gráfica e as novas forma de representação que permitem novas estratégias de abordagem; a possibilidade de uma nova forma de relação professor-aluno marcada por uma maior interação e colaboração e uma nova visão do professor como uma pessoa em constante formação.

O que os estudos apresentados anteriormente indicam é que há uma necessidade de incluir as ferramentas tecnológicas nas escolas, mas, principalmente, que isso aconteça dentro de um contexto de mudança de enfoque curricular; ou mais especificamente a concepção de ensino/aprendizagem da matemática.

A literatura consultada mostra uma tendência dos órgãos governamentais, tanto no exterior, quanto no Brasil, de incluírem nos currículos o uso das ferramentas tecnológicas, que no nosso caso específico é a calculadora. Apesar dos parâmetros sinalizarem o uso da calculadora, não encontramos no documento uma discussão efetiva sobre o seu uso. Além disso, das pesquisas levantadas até este momento, apenas duas discutem situações de uso em sala de aula da calculadora por professores e alunos.

A primeira a ser apresentada, foi desenvolvida por Lerner e Sadovsky (1997). Elas propuseram uma atividade com o uso da calculadora para crianças da 2ª série com o objetivo de ajudá-las na compreensão do sistema numérico, particularmente na questão da posicionalidade. As crianças teriam que a partir de um número ditado, dar um comando na calculadora para transformá-lo em outro número. Por exemplo, foi pedido que a partir da escrita do numeral 9354 as crianças produzissem 9054. Em geral, numa primeira tentativa subtraíam 3, depois subtraíram 30, depois 300. As autoras afirmam que esta atividade foi muito interessante porque as crianças operaram muito por ensaio e erro. Para as autoras a vantagem dessa situação é que ela é auto-verificadora, já que as crianças podem saber como obter o resultado na calculadora e saber também se a operação que fizeram é ou não correta na medida em que lhes permite conferir o resultado.

A segunda pesquisa faz parte de um programa mais amplo de formação do professor. Grooves desenvolveu um estudo longitudinal, no período de 1991 a 1993, em 6 escolas, com o objetivo de formar os professores para o trabalho com a calculadora. Este projeto envolveu um total de 60 professores e 1000 crianças do jardim a quarta série. Em uma primeira análise dos dados Grooves (1993a, em Grooves, 1994) concluiu que as crianças com mais tempo de experiência no uso da calculadora foram melhores e mais hábeis em resolver problemas do que as crianças sem experiência e que esse conhecimento levou-as a posteriormente serem mais capazes de entender a lógica do problema e interpretar suas respostas.

Num segundo estudo, Groves (1994), investigou o efeito do uso da calculadora na computação e na escolha de procedimentos de cálculo em crianças de 3ª e 4ª séries que participaram do projeto. Neste estudo, as crianças foram avaliadas na compreensão do sistema numérico; suas escolhas de procedimentos de cálculo numa vasta quantidade de tarefas de computação (24 itens); e na habilidade de resolver problemas do mundo real envolvendo a multiplicação e divisão com ou sem calculadora. As crianças com experiência no uso da calculadora tiveram um melhor desempenho, nos 24 itens; enquanto uma análise item a item revelou uma melhor performance nos 5 itens que exigiam um conhecimento de valor de lugar em números grandes, subtração com números negativos, divisão com resto e multiplicação e divisão com dinheiro. As crianças também fizeram uma escolha mais apropriada da estratégia de cálculo e foram mais capazes de interpretar suas respostas usando a calculadora, particularmente quando os números decimais estavam envolvidos.

Em um terceiro estudo, Groves (1995) investigou os efeitos do uso da calculadora na aprendizagem da construção do conceito de número. Esta análise partiu da premissa de que a calculadora é uma ferramenta que pode transformar a aprendizagem de matemática. Os professores estavam investigando como a calculadora poderia ser usada na sala de aula uma vez que o trabalho com calculadora com crianças pequenas leva a estas, desde cedo, a conviverem com números grandes, negativos, decimais, enfim possibilita as crianças a discutirem sobre números.

Em situações como a exploração livre da calculadora o professor pôde observar o que cada criança dizia sobre os números ou o que elas conversavam sobre eles. A autora descreve uma situação onde uma professora argumentou que não havia ensinado a adição para seus alunos mas eles já sabiam fazer. Tal fato, a levou a reformular o seu currículo em função das explorações que as crianças foram fazendo, provocando uma mudança na sua postura de professora diante da possibilidade de uma transformação na forma de aprender conceitos matemáticos em função do uso da calculadora. Nesse estudo as professoras tinham, em média, 20 anos de trabalho e o uso da calculadora provocou mudanças rápidas nas suas concepções sobre o que era matemática, o que ensinar para os alunos, além da aprendizagem mais efetiva dos mesmos. É importante ressaltar que não é o uso da calculadora só, mas a possibilidade de mudanças muito mais profundas a partir de um instrumento diferente. Mudança de uma postura de transmissão de conhecimento para atividades construtivas.

2- Estudo proposto: Pontos centrais e questionamentos

A partir dos estudos apresentados anteriormente podemos salientar duas importantes considerações:

- Em primeiro lugar, no que se refere à formação dos professores a literatura consultada apresenta estudos que demonstram a fragilidade dos conhecimentos matemáticos destes, principalmente no campo conceitual multiplicativo, como observado nos estudos de Canôas et all. (1998) e Oliveira Borba e Santos (1999). Por outro lado, a literatura também aponta estudos que indicam um bom desempenho dos professores nas questões matemáticas, porém revelam dificuldades no campo metodológico (Koch, 1998). O que nos aponta a necessidade de trabalhar com seqüências didáticas no campo conceitual multiplicativo;
- Em segundo lugar, os estudos que investigaram o uso da calculadora, podemos observar que: (1) os professores não a utilizam pelo desconhecimento das possibilidades de uso desse instrumento (Moscrosy, 1998); (2) o uso mais efetivo se dá em nível de 2° grau (Nunes e Guimarães, 1994); (3) quando a calculadora é utilizada em sala sua função é apenas de instrumento de cálculo; e (4) tais fatores têm influência direta nas representações que as crianças desenvolvem acerca da calculadora, ou seja, os estudos demonstraram que as crianças percebem a calculadora como um instrumento de cálculo, não como uma ferramenta que possibilita a aprendizagem (Ruthveen, 1994). Além disso, que usar a calculadora seria uma espécie de "trapaça". Tais considerações nos levam a optar por elaborar um estudo envolvendo professores do 1° segmento do Ensino Fundamental; assim como trabalhar com situações de uso efetivo da calculadora.

Bibliografia

Brasil. Secretaria do Ensino Fundamental (1997). Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF.

Brousseau, G. (1997) Em que diferentes enfoques da didática da matemática podem contribuir para aqueles que ensinam? I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp. 23-35.

Canôas, S.; Cunha, Mª.C.; Magina, S. & Campos, T. (1998) Similaridades no Pensamento Multiplicativo: Professores e Alunos. Anais do VI ENEM, vol. 2, pp277 - 279, São Leopoldo - RS.

Da Ponte, J.P. (1995). Novas tecnologias na aula de matemática. Educação Matemática, n° 34, 2° trim., Lisboa, Portugal,pp2-5.

Groves, S. (1994). The effect of calculator use on third and fourth graders computation and choise of calculating device. PME 18, vol.3, pp 33-41, Lisboa - Portugal.

Groves, S. (1995). The Tension Between Curriculum Goals and yuong children's construction of number: one teacher's experience in the calculators in primary mathematics project. PME 19, vol. 3, pp 288-295, Recife - Brasil.

Koch, N.T.O. (1998) Um Teste de Rendimento de Matemática do 1° grau: no caso, os professores. Anais do VI ENEM, vol.2, pp428 - 430, São Leopoldo - RS.

Lerner, D. (1997). Aprendizado e o Ensino da Matemática: planos atuais. I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp.44-60.

McLaughlin, R.T. (1998). Infusing TechnologY in to teacher education. Hands On! Vol.21, n° 2.

Mocrosy, L.F. (1998). Uso de Calculadora em Aulas de Matemática: O que os professores pensam. Anais do VI ENEM, vol. 2, pp 147-149, São Leopoldo - RS.
Nunes, F. e Guimarães, H.M (1994). Como vamos com os novos programas? O que dizem os professores. Educação Matemática, nº 31, 3º trim., Lisboa: Portugal, pp.27-33.
Oliveira, I.A.F.G.; Santos, C.A.; Borba, R.E.S.R. (1999). A Construção do significado de problemas de divisão. XIV EPEN – GE - 19, Salvador, 16/18 de jun. (em CD ROOM).
Ribeiro, F.L.S. Análise dos resultados das avaliações de matemática do SAEB. Relatório da Avaliação de Rede do Município de Maceió. Maceió, 1997, pp
Ruthven, K. (1994) Pupil's Views of calculators and Calculation. Anais do PME, vol. IV, Lisboa: Portugal, pp. 161 - 169.
Ruthven, K. (1999) Calculator use by upper-primary pupils tackling a realistic number problem. Anais do PME, vol. IV, Lahti: Finland, pp. 96 - 103.
Sadovsky, P. (1997). Diferentes Dimensões da análise didática. I Seminário Internacional sobre O conhecimento Didático e a tarefa do professor, Recife, PE, pp. 7-22.
Saiz, I. & Parra, C. Orgs. (1996). Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir, in: Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Artes Médicas, Porto Alegre.
Sampson, B.C. (1998). Tecnology for Education, why bother. Hands On!, vol 21, nº 2.

A TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA NA ENGENHARIA DE SOFTWARES EDUCATIVOS

Franck Bellemain
UFPE - Recife

Há um consenso entre os profissionais das várias áreas envolvidas na criação de tecnologias para a aprendizagem, quanto à necessidade de uma interação estreita entre educação, didática, psicologia cognitiva, ciência da computação etc. Apesar disso, a engenharia de softwares educativos não chegou ainda a ser considerada como uma disciplina tendo seus métodos e conceitos específicos. Nossa posição epistemológica é defender a necessidade de engajar uma ampla reflexão sobre a especificidade da engenharia de softwares educativos, compartilhando e integrando os métodos e conceitos das várias áreas citadas e criando seus próprios métodos e conceitos.

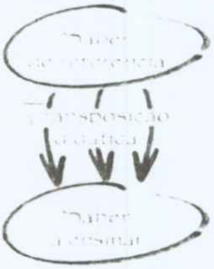
A necessidade dessa reflexão aparece, por exemplo, com a questão da interação entre o aluno e o software que não pode ser resolvida apenas com os métodos da interface homem-máquina. O aluno é um usuário particular que precisa não somente utilizar o software, mas sobretudo construir conhecimentos por meio desse uso. Os conceitos e métodos de interface homem-máquina são específicos quando consideram a interface de um software educativo.

Da mesma forma, a transposição didática (Chevallard, 1991) deve ser adaptada e estendida com a introdução da dimensão informática nesse processo. Essas adaptações e extensões deram origem ao conceito de transposição informática (Balacheff, 1994) que consideramos fundamental na engenharia de software educativos. A transposição didática analisa os fenômenos de transformação do saber de referência em saber a ensinar. A introdução da dimensão informática no estudo destes processos não pode preocupar-se apenas com a encenação do saber a ensinar, uma vez que a introdução do computador participa dessa transformação do saber de referência. Portanto, consideramos primordial investigar a questão da transposição informática, não só do ponto de visto da integração das novas tecnologias no ensino (questão que já vem sendo analisada), mas também do ponto de vista da produção dessas novas tecnologias.

Propomos a abordagem de algumas questões fundamentais no processo de transposição informática para integrar e aproveitar os métodos e conceitos da ciência da computação. Uma delas concerne as representações e as manipulações dos objetos de saber pelo computador e a disponibilização desses elementos para o sujeito. Nessa apresentação discutimos algumas propriedades das representações gráficas com o computador e suas conseqüências sobre o processo de transposição. A criação da geometria dinâmica (Laborde, 1999) é um exemplo da transposição informática no caso da geometria. A existência da geometria dinâmica através, entre outros, de Cabri-géomètre (Baulac, Laborde & Bellemain, 1988 e Bellemain & Laborde, 1997), participou da introdução de mais geometria nos currículos e de novas situações de aprendizagem.

Transposição didática

Não pretendemos fazer nesse texto mais uma descrição do processo de transposição didática, amplamente abordado nas referências clássicas sobre essa noção (Chevallard, 1985, Arsac, Develay e Tiberghien, 1991, Arsac, Chevallard, Martinand e Tiberghien, 1994). Contudo, destacaremos alguns elementos da transposição didática que parecem, do nosso ponto de vista, particularmente relevantes e discutiremos a integração da dimensão informática neste processo.



A transposição didática apoia-se sobre o postulado enunciando que qualquer comunicação de um saber precisa que ele seja transformado em função da comunidade alvo dessa comunicação. A transposição didática estuda esse processo de adaptação no caso da aprendizagem e, portanto, investiga a transformação de saberes de referência para produzir saberes a ensinar. Esse postulado mostra a importância que os aspectos sociais e a epistemologia do saber têm na transposição didática. Além disso, essa transposição deve também adaptar-se a exigências próprias da aprendizagem, ou seja às condições materiais de ensino e hipóteses de aprendizagem.

Essas exigências, sociais, epistemológicas, materiais, didáticas combinam-se na transposição e têm influências recíprocas entre elas. Do ponto de vista social, o processo de transposição integra as exigências da sociedade[8] sobre a escola e particularmente sobre o papel dela de formação e integração dos indivíduos nas estruturas socio-econômicas. Por exemplo, a determinação dos conteúdos a ensinar: objetos de saber, saber-fazer, técnicas, ferramentas, etc., depende fortemente de um equilíbrio entre a necessidade de preparar indivíduos cada vez mais operacionais, pragmáticos e especializados e a necessidade de uma formação geral dando os conhecimentos necessários, permitindo uma compreensão e uma capacidade de adaptação para as mudanças da sociedade.

A dimensão epistemológica do processo de transposição aparece naturalmente quando trata-se de determinar os objetos do saber a ensinar. Esses objetos são os conceitos com suas interligações, os sistemas de representação, os problemas fundamentais de emergência dos conceitos e também, os meta-conhecimentos, os métodos, etc. que constituem o saber e que devem ser reorganizados para poder seguir a progressão linear do ensino. Além disso, a reflexão epistemológica sobre o saber traz elementos sobre a razão de ser, os objetivos, a utilidade do saber que influencia a determinação e organização dos conteúdos. Por exemplo, a reforma da matemática moderna, reorganizando os conteúdos ensinados em torno de uma estrutura exclusivamente hierárquica e lógica é a aplicação de uma certa visão epistemológica da matemática.

---

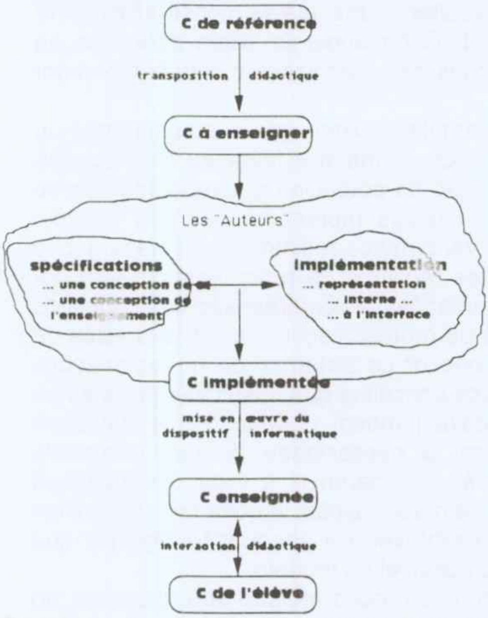
[8] A sociedade é representada pela noosfera (Chevallard, 1985), constituída das pessoas que pensam sobre a educação: cientistas, educadores, psicólogos, sociólogos, etc.

As reflexões e pesquisas sobre a aprendizagem influenciam a determinação do saber a ensinar, mas, em geral, a integração dessas reflexões no processo de transposição encontra dificuldades. Integrar os resultados de pesquisas sobre a aprendizagem exige em geral uma reformulação do ensino, novos papéis do professor e a necessidade de outras condições materiais de ensino. As condições habituais de ensino ainda são muito mais favoráveis à realização de um ensino tradicional que a qualquer outro tipo de ensino mais inovador. Inclusive o professor, que em geral foi formado por um ensino tradicional, favorece a repetição desse ensino. As vantagens de um ensino tradicional são relativas à gestão coletiva do tempo: o professor tem um melhor controle sobre o desenvolvimento do ensino para todos alunos. Contudo, esse controle não garante que os alunos construam conhecimentos sobre os conteúdos expostos pelo professor e existe uma certa distância entre tempo de ensino e tempo de aprendizagem (Arsac, Develay e Tiberghien, 1990). Uma transposição didática integrando as reflexões sobre a aprendizagem, além de determinar novos conteúdos e novas formas de ensinar esses conteúdos deve considerar a questão da preparação dos professores para essas novas formas de ensino[9].

Com a introdução da informática no ensino as condições do processo de transposição didática mudam, consequentemente as exigências e preocupações da transposição didática vão ter respostas diferentes.

[9] Consideramos os fenômenos de indução em física (Arsac, Develay e Tiberghien, 1990) e os efeitos Topaze ou Jourdain (Brousseau, 1998) como exemplos de controle do desenvolvimento do ensino pelo professor para garantir que os conhecimentos visados apareçam dentro de situações de resolução de problema, atividade considerada como central para a construção de conhecimentos do ponto de vista da didática. O fenômeno de indução ocorre quando o processo de modelização é completamente guiado para garantir a chegada ao resultado: a fórmula. Essa garantia do resultado se faz quase sempre em prejuízo da compreensão e da construção de um significado dos conceitos em jogo.

Transposição informática



Esquema da transposição informática proposto por Balacheff (1991).

Balacheff (1991) introduz o conceito de transposição informática para caracterizar as modificações do saber a ensinar com sua mediatização através do computador. Ele considera essa transposição informática como um complemento da transposição didática. Mesmo se o trabalho do engenheiro de softwares educativos é quase sempre restrito a esta parte de adaptação e mediatização pelo computador do saber a ensinar[10], acreditamos que existe um forte influência da dimensão informática sobre o processo de determinação do saber a ensinar. Nós acreditamos que as maiores contribuições do computador na educação aparece quando o processo de transposição didática considera a introdução do computador desde do seu início. Por isso, nós consideramos a transposição informática não só como um complemento da transposição didática mas como um processo de transposição didática integrando explicitamente a dimensão informática desde o início.

A introdução da informática na determinação do saber a ensinar tem obviamente uma forte dimensão social. O computador é uma ferramenta inevitável em todos níveis profissionais e a escola deve usá-lo no ensino e prever atividades adaptadas. De um modo geral, a informática favorece a introdução em outras disciplinas de novos objetos a ensinar, é o caso por exemplo, na matemática com a introdução de conceitos de matemática discreta. Além disso, como o computador resolve problemas, dá acesso a muito mais informações e saberes, muito mais rapidamente (internet, CD-ROM) que os canais habituais (livros, TV, etc.), a introdução da dimensão informática na transposição didática exige repensar a estrutura de ensino, os tipos de atividade, os conteúdos ensinados e o papel do professor. Essa nova organização do ensino com a introdução do computador pode apoiar-se sobre uma gestão do tempo diferente, a possibilidade de organizar mais fases individuais e favorecer, de um modo geral, a aproximação entre o tempo de aprendizagem e o tempo de ensino. Na medida que o computador executa algumas tarefas práticas tais como cálculo, construção de figuras, de gráficos, etc., ele permite a organização de mais atividades conceituais. Por exemplo, no ensino da geometria, os softwares de geometria dinâmica cuidam da parte de representação dos objetos, permitindo ao aluno concentrar-se sobre as questões conceituais.

O engenheiro de softwares educativos tem a possibilidade de integrar nos seus desenvolvimentos as reflexões sobre a aprendizagem, supondo possíveis não só as organizações habituais da sala de aula mas também novas maneiras de estruturar o processo

[10] Inúmeros softwares utilizam as potencialidades do computador só para dar uma aparência "multimediática" a aulas sobre um conteúdo. Essa contribuição do computador para a aprendizagem é aquém da reais possibilidades ofertas, porem tem aspectos positivos. Particularmente, ela favorece:
- uma individualização do ensino que permite uma melhor adaptação do ritmo de ensino ao ritmo do aluno. O tempo de ensino aproxima-se do tempo de aprendizagem.
- o acesso aos conteúdos para quem não tem acesso à escola ou a outras formas institucionais de ensino.

de ensino-aprendizagem. Essa oportunidade para a criação de ambiente de aprendizagem já foi explorada em várias ocasiões: as máquinas de instruir (máquina de Pressey, de Skinner) apoiam-se sobre idéias behavioristas, LOGO é o resultado das idéias construtivistas (e construcionistas) de S. Papert (1980), aluno de Piaget, Cabri apoia-se sobre conceitos da didática. A preparação para administrar as novas situações de aprendizagem com computador é uma passagem obrigatória para o professor.

O computador, com sua potência calculadora, permite a exploração e a construção de conhecimentos sobre novos objetos do saber (fractais, por exemplo) e favorece a introdução desses objetos no ensino. Um outro aspecto da exploração da potência do computador pouco aproveitado é a possibilidade que ele oferece de criar novas representações dos objetos. Balacheff (1999) fala da criação com o computador de verdadeiros registros de representação semiótica no sentido de Duval (1995). A criação desses registros de representação tem por objetivo facilitar, através da manipulação dessas representações, a compreensão dos conceitos representados. A determinação desses novos registros de representação semiótica precisa de um estudo epistemológico aprofundado para poder conhecer os sistemas de representações dos conceitos, suas propriedades e as características dos conceitos que esses vários sistemas destacam. A criação de novos registros semióticos deve também garantir o que Balacheff (1999) chama de vigilância epistemológica, quer dizer a necessidade de que o modelo representado por esse registro seja coerente. A questão da coerência é vista por Balacheff como tendo pelo menos duas dimensões: a completude e a adequação. A completude significa que qualquer objeto construtível com o modelo é representável e a adequação significa que qualquer representação é a representação de um objeto possível do modelo.

A geometria dinâmica é um exemplo de criação de um novo registro de representação semiótico no caso da geometria.

O caso da geometria dinâmica

Apesar de já existirem manifestações antigas de geometria dinâmica, esse conceito foi explicitado com a criação de softwares como o Cabri-géomètre ou Geometer Sketchpad. A geometria dinâmica tem por objetivo fornecer representações dos objetos e relações geométricos que permitem ultrapassar as limitações dos desenhos geométricos[11] no ambiente papel-lápis e facilitam a visualização de propriedades geométricas. «Dynamic geometry deals explicitly with configurations, where configurations is a set of figures in the common sense, all sharing the same properties ... » (Laborde, 1999).

Não se trata de discutir aqui a importância da geometria dinâmica para a exploração e a aprendizagem da geometria. Para mais informações sobre a formalização da geometria dinâmica, propomos os trabalhos de Bouhineau (1997), Laborde (1999), Kortenkamp (1999), Channac (1999). Sobre as questões de aprendizagem, os softwares de geometria dinâmica são sempre acompanhados de inúmeras referências. Contudo, queremos ilustrar alguns elementos relativos à coerência das novas representações usando dois softwares que não respeitam da mesma forma os critérios de coerência: Cabri-géomètre e Geometer Sketchpad.

A completude

Na geometria dinâmica, a completude é atingida quando qualquer objeto que pode ser definido com as especificações pode ser representado com o registro de representação da geometria dinâmica.

Por exemplo, a circunferência circunscrita a três pontos não alinhados existe na geometria euclidiana. No caso do Cabri, quando os três pontos são quase alinhados (Fig. 1), a

[11] Distinguem-se desenho e figura. A figura é um objeto teórico que representa um conjunto de objetos e relações geométricas, ou seja as especificações da figura. O desenho é uma representação gráfica particular de uma figura. O desenho é limitado para visualizar o caractere geral das propriedades geométricas que são na verdade propriedades de conjunto de desenhos cumprindo as mesma especificações.

circunferência existe como é especificado no modelo. No caso do Sketchpad, há pelo menos uma posição de não alinhamento dos três pontos tal que a circunferência circunscrita não pode mais ser representada (Fig. 2).

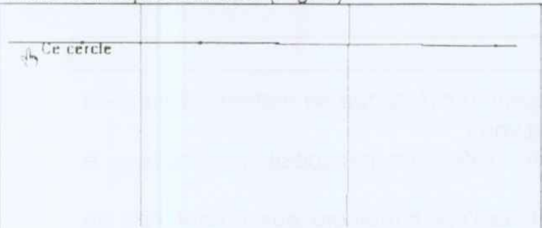


Fig. 1

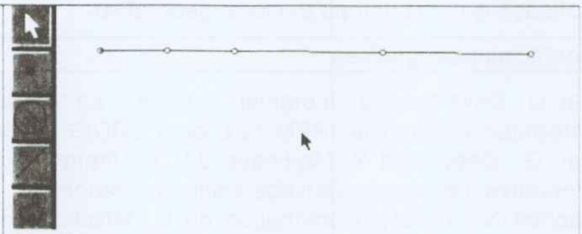


Fig. 2

A situação acima mostra que a implementação da geometria dinâmica do Geometer Sketchpad não é completa.

A adequação

Um registro de representação é adequado se ele não permite a representação de objetos geométricos que não podem ser definidos no modelo. No exemplo seguinte, é construída uma circunferência circunscrita a três pontos sobre uma outra circunferência. Essas duas circunferências, quando existem, são confundidas (Fig. 4).

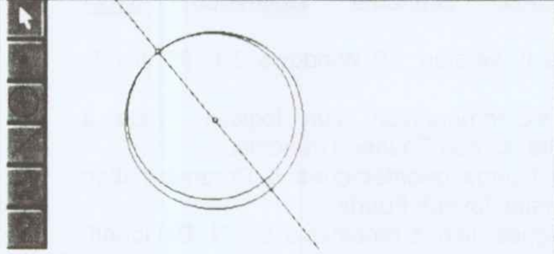


Fig. 3

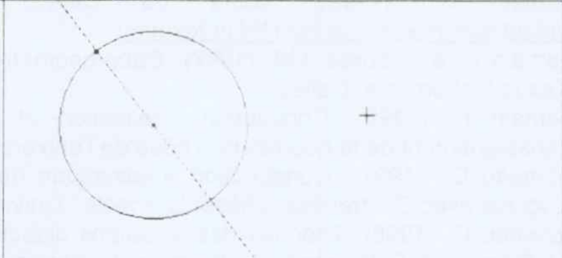


Fig. 4

Porém não é o caso do Geometer Sketchpad com o qual é possível obter uma figura com duas circunferências distintas (Fig. 3).

O exemplo seguinte mostra uma outra diferença entre os dois softwares: no Cabri-géomètre a representação de um segmento construído com as extremidades sobre um outro segmento aparece incluído nesse segmento (Fig. 6) porém no Geometer Sketchpad aparece distinto (Fig. 5).

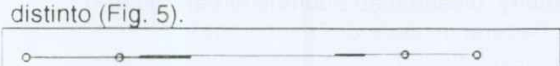


Fig. 5

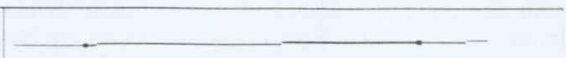


Fig. 6

Na verdade, problemas deste tipo não são simples. A representação de objetos na tela de um computador utiliza funções básicas de livrarias gráficas reservadas mais para usos gerais que para o uso especifico da matemática. Para que um software de geometria dinâmica satisfaça às exigências de coerência do registro de representação semiótica, é necessário (re)escrever parte dessas funções básicas. Nesse exemplo da geometria dinâmica, podemos ver a especificidade da transposição informática em relação a transposição didática como integrando os métodos da informática e as reflexões epistemológicas sobre o saber. Essa integração precisa ser feita com cuidado respeitando as exigências dos conteúdos em jogo.

A transposição informática é um dos elementos fundamentais da engenharia de softwares educativos. Do nosso ponto de vista, é nesse processo que as contribuições maiores do computador à educação podem ser determinadas. Consideramos mesmo que o sucesso de ambientes como Logo ou Cabri é em parte o resultado de uma reflexão sobre como o computador pode participar na transposição do saber em saber a ensinar criando novos registros de representação semióticos. Na diferença dos ambientes que adaptam ou mediatizam o saber a ensinar e que vão ser dependentes da transposição didática e suas modificações com o tempo e o local geográfico.

Referências bibliográficas

Arsac G., Develay M. e Tiberghien A. (1990), *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*, IREM de Lyon e LIRDIS, UCB Lyon I.

Arsac G., Chevallard Y. Martinand J.L. e Tiberghien A. (1994), La transposition didactique à l'épreuve, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

Balacheff N. (1991), Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO, actes des 13ème Journées Francophones sur l'Informatique, Formation Intelligemment Assitée par Ordinateur, Genève, paginas 9-38.

Balacheff N. (1994), La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, La pensée sauvage éditions, Grenoble. 364-370.

Baulac Y., Laborde J.M. & Bellemain F. (1988), *Cabri-Géomètre, un logiciel d'aide à* l'enseignement de la géométrie, Logiciel et manuel d'utilisation, version 1.0, Macintosh de Apple, Nathan-Logiciels, Paris.

Balacheff N. (1999), cours de DEA EIAH, Grenoble 1999-2000, www-didactique.imag.fr/CoursEIAH/index.html

Bellemain F. & Laborde J.M. (1997), Cabri-géomètre II, version 1.0 Windows 3.1, 95 et NT, Texas-Instruments, Dallas.

Bellemain F. (1992), Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie. Thèse de l'université Joseph Fourier. Grenoble.

Bouhineau D., (1997), Construction automatique de figures géométriques & Programmation Logique avec Contraintes, Thèse, Grenoble : Université Joseph Fourier

Brousseau G. (1998), Théories des situations didactiques, textos recolhidos por N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

Channac S., (1999), Conception et mise en œuvre d'un système déclaratif de géométrie dynamique, Thèse, Grenoble : Université Joseph Fourier

Chevallard Y. (1985), La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

Jackiw N., Geometer Sketchpad, Key Curriculum Press,

Kortenkamp U., (1999), Foundations of Dynamic Geometry, dissertação submetida para obter o grau de Doutor de ciências técnicas, Zurich : Swiss Federal Institute of Technology.

Laborde J.M., (1999), Some issues raised by the development of implemented Dynamic Geometry as with Cabri-géomètre, 13th European Conference on Computational Geometry, 15-17 Mars 1999, Antibes-France : INRIA

Papert S. (1980), *Mindstorms: children, computers and powerful ideas*. Basic Books, New York.

TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Janete Bolite Frant
CEDERJ- Centro Universitário de Educação a Distância[12]

Abstract

The introduction of computer technology in school mathematics, particularly in Geometry, brought back a discussion about proofs. Many topics are related to this issue: student's conceptions of proof; intuitive proof; axiomatic proof; usage of technology to enhance proof skills in Geometry, among others. In this paper, I focus on the idea of using CABRI as a media for promoting student's proof skill and, I also discuss the difference between teachers and students needs of proofing. Based on cognitive science findings, semantic field model and argumentative strategy model, I argue against the idea of using geometry software to promote a smooth passage from intuitive, pictorical or informal proof to axiomatic proof because, in Geometry, there are two radically different fields of meaning production for proof: one deals with movement and the other is static. Since they are not always consistent there is, if exists any, rather a complex path than a simple path relating both approaches.

Resumo

A introdução de computadores na sala de aula, em particular na geometria, traz a tona a velha discussão sobre provas e demonstrações. Alguns tópicos são elencados tais como: concepções dos estudantes, provas intuitivas, prova axiomática, o uso de tecnologia para desenvolver a habilidade de provar em geometria. Nesta apresentação quero discutir a idéia de provas com o uso do CABRI e a diferença entre o significado de provar para o aluno e para o professor. Fundamentada teoricamente nas pesquisas em ciência cognitiva, no modelo dos campos semânticos e no modelo de estratégia argumentativa defendo a tese de que em geometria existem duas formas, radicalmente distintas de produzir significado para prova, uma lida com movimento (intuitiva) e outra é estática (formal). Afirmo que se existe alguma relação entre elas, essa relação é extremamente complexa e não uma simples passagem do intuitivo para o formal.

A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O USO DE NOVAS TECNOLOGIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

José Castro Filho
UFC

Introdução

Pesquisas recentes em Informática Educativa e Educação Matemática têm mostrado a relevância de software educativo para aprendizagem de conceitos matemáticos (Confrey, 1992). No entanto, maioria das escolas, a utilização de programas educativos é superficial e aquém das possibilidades dos programas. Essa realidade é causada em parte pela falta de experiência do professor na utilização dos programas, aliada à complexidade de manipulação dos programas, o que tem levado muitos cursos de formação de professores a optarem somente pela formação no uso do computador (Hurst, 1994). Um problema com essa abordagem é que o desenvolvimento conceitual e o desenvolvimento de habilidades com tecnologia são tratados em separados. Um outro obstáculo que reforça o uso do computador em atividades desvinculadas de sala de aula é a preparação dos professores com relação ao

[12] Parte deste trabalho foi apresentado no ICME 9-Tokyo no TSG de Proofs coordenado por Paolo Boero. Contando com financiamento parcial da FAPERJ sob número

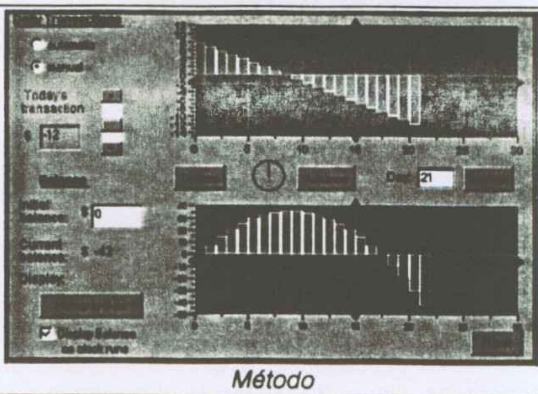
conteúdo matemático, considerada aquém do desejado (Even, 1993). Portanto, novas tecnologias para o ensino da matemática também devem possibilitar o desenvolvimento conceitual por parte do professor.

O presente trabalho discute um trabalho desenvolvido com professores no uso de uma ferramenta computacional chamada de Diagramas Interativos, um conjunto de aplicativos em Java (Java applets) projetados para permitirem a investigação de conceitos em matemática e ciências (Confrey, Castro-Filho and Maloney, 1997). Os Diagramas Interativos são simples de instalar e de usar, não requerendo nenhum treino extensivo em tecnologia. Portanto, ao utilizá-los, os professores podem concentrar-se nos aspectos pedagógicos e do conteúdo, ao invés de aspectos tecnológicos. Mais detalhes sobre os métodos e resultados serão fornecidos após a descrição do Diagrama Interativo.

O Diagrama Interativo Conta Bancária

O Diagrama Interativo Conta Bancária (doravante chamado apenas de Conta Bancária) objetiva a exploração dos conceitos de taxa de variação e acumulação no contexto de operações bancárias comuns como depósitos e retiradas. O conceito de taxa de variação representa a razão entre duas quantidades, mais especificamente a relação entre a variação de uma medida e a variação do intervalo de tempo passado durante a variação da medida (Gomes, 1995). As idéias de taxa de variação e acumulação são fundamentais para a compreensão de problemas mais complexos envolvendo o cálculo diferencial e integral (Wilhelm, Confrey, Castro-Filho, & Maloney, 1999). No caso do Conta bancária, a taxa de variação é representada por operações diárias (depósitos ou retiradas), que podem ser atualizados interativamente através de botões. A taxa de variação pode ser acumulada para gerar gráficos de saldo vs tempo. A Tela do Conta Bancária mostrada na figura 1 apresenta dois gráficos, um de operações diárias e outro do saldo por dia. O gráfico de saldo por dia não pode ser produzido diretamente. Um gráfico de operações diárias vs. tempo tem de ser produzido a fim de que o gráfico de saldo vs. tempo possa ser atualizado. Isso permite o estudo da relação entre dois gráficos. O usuário pode investigar idéias intuitivas sobre integral ao acumular quantidades para produzir gráficos de saldo por dia, ou pode analisar gráficos de saldo por dia para produzir gráficos de operações diárias.

Figura 1 – Tela do Diagram Interativo Conta Bancária.



Método

Participantes

O estudo foi realizado em uma escola urbana de ensino médio (high school) de Austin, Texas, EUA. Oito professores de matemática estavam implementando um currículo introdutório sobre funções e sistemas de equações na disciplina Álgebra I. A abordagem diferia do método tradicional uma vez que os alunos eram introduzidos ao estudo de funções a partir de situações-problema e o estudo de gráficos e só posteriormente eram introduzidos na manipulação de equações (Castro-Filho, 2000). O presente estudo reporta resultados relativos a quatro desses professores, Roberto, Rosa, Teresa e Felipe, durante uma lição com o Conta Bancária. Todos os quatro professores já haviam ensinado Álgebra I anteriormente e já haviam explorando o Diagrama Interativo em duas ocasiões durante um treinamento com todos os professores da escola. No entanto, essa era a primeira vez que eles estavam trabalhando com essa abordagem e com essa tecnologia para ensinar. Anterior ao uso do Conta Bancária, os professores e alunos haviam trabalhado com gráficos qualitativos usando sensores de movimentos e calculadoras gráficas programáveis para desenvolver noções intuitivas sobre o coeficiente de inclinação de uma reta. Conta Bancária foi usado como transição entre uma noção qualitativa de inclinação para uma noção mais quantitativa.

Procedimento e análise dos resultados

Por se tratar de uma investigação exploratória, métodos qualitativos de pesquisa foram utilizados. Os dados foram coletados por meio de entrevistas e observações. Todos os quatro professores participaram de entrevistas antes e após o término da lição com o Conta Bancária. Essas entrevistas tiveram como base, uma variação do método clínico-piagetiano denominado *voice and perspective* (Confrey, 1994). Os pesquisadores também realizaram observações e anotações durante a aulas com o uso do Conta Bancária pelos professores e alunos. Foi observado como a atividade foi introduzida, que conceitos e representações foram enfatizados e quais as dificuldades os professores apresentaram no uso do programa bem como na explicação dos conceitos matemáticos envolvidos. Além das observações, as aulas também foram filmadas e posteriormente transcritas para análise.

A análise também baseiou-se em métodos qualitativos. Utilizou-se um processo de codificação e construção de categorias denominado método da comparação constante (Strauss & Corbin, 1998). Através desses esquema, uma série de códigos para categorizar os dados são criados. Usando esses códigos, todos os dados foram classificados em códigos semelhantes quando se relacionavam com o mesmo tema. Esses códigos iniciais sofreram modificações para acomodar novos dados e temas que apareceram durante a análise. Ao final, chegou-se a um sistema para descrever e representar as principais idéias encontradas nos dados. Algumas dessas idéias serão apresentadas abaixo.

Resultados

No processo de análise de dados, diversas temas foram encontrados. A seguir apresentamos aqueles relacionadas ao conhecimento matemático dos professores demonstrado durante a implementação da lição com o Conta Bancária[13].

Relacionando Conta Bancária com o o conhecimento sobre funções do 1º grau

Um aspecto encontrado na análise de dados foi como os professores relacionaram o uso do Conta Bancária com o estudo de funções lineares. Em entrevistas anteriores os professores já haviam demonstrado um sólido conhecimento a respeito do uso de equações para modelar os tipos mais comuns de problemas envolvendo funções do 1o. grau. Isso também foi evidenciado durante o uso do conta bancária para modelar problemas com depósitos ou retiradas constantes. Durante as lições, os professores constantemente relacionaram os depósitos ou retiradas constantes com o coeficiente de inclinação da reta, conforme é ilustrado no segmento abaixo:

[13] Para uma descrição mais completa dos resultados, consultar Castro-Filho (2000).

Rosa[14]: [discutindo um gráfico de saldo vs. tempo que foi produzido a partir de um gráfico de depósitos contantes] Ok, vocês vêem algum...
E1: Padrão? [falando ao mesmo tempo que Rosa]
Rosa: Padrão?
Es: Sim. Está aumentando diariamente. [referindo-se ao gráfico de saldo]
Rosa: Sim, está aumentando. Esse aumento é constante?
Es: Sim.
Rosa: E o que significa essa constante aqui?
[Após alguma discussão, os alunos afirmam:]
Es: A inclinação [Slope, no original].
Rosa: Sim, a inclinação. Ela é constante. Nunca muda. Sua inclinação terá uma taxa constante. Para cada dia que você se move, seu saldo aumenta dez [dólares]. No segundo dia, mais dez [dólares] e assim por diante.

O segmento acima revela que Rosa procurou guiar os alunos para estabelecerem conexões entre os depósitos constantes e a idéia de inclinação de uma reta (slope). Discussões semelhantes foram observadas com todos os professores tanto em entrevistas quanto durante as aulas. A última sentença mostra um outro aspecto interessante que foi observado em todos os quatro professores. A conexão entre o contexto de operações bancárias e o contexto de movimentos retilíneos com velocidade constante. Embora sutil no segmento acima, essa conexão foi usada por todos os professores em várias ocasiões durante as entrevistas e aulas. Os segmentos abaixo ilustram esses usos:

Roberto: Eu achei muito interessante o fato do currículo abordar inclinação de uma reta [slope] de muitas maneiras diferentes. Como os problemas de velocidade [versus tempo] e posição [versus tempo]. Ou como no Conta Bancária.
Teresa: Conta Bancária é a mesma coisa [que sensores de movimento] só que com dinheiro. Então o gráfico do saldo é como o da posição e o gráfico de operações é como o de velocidade.
Felipe: [durante uma discussão com outros professores] Para cada movimento, há um ponto final. Por exemplo, você adiciona ou retira do banco, você tem um saldo total. Portanto, independente de como você se movimenta, sempre irá haver uma posição, um saldo.

Esses exemplos mostram como os professores interpretaram gráficos de taxas em função do tempo como gráficos de velocidade vs. tempo ou operações diárias vs. tempo. O mesmo foi observado com gráficos de acumulação em função do tempo, os quais foram tratados simultaneamente como gráficos de distância vs. tempo ou gráficos de saldo vs. tempo. Esses resultados sugerem que os professores tinham um bom conhecimento dos casos envolvendo depósitos ou retiradas constantes e foram capazes de fazer conexões importantes entre o conhecimento na lição específica com o Conta Bancária e os objetivos do currículo. Sempre que os problemas envolviam esse tipo de transação, os professores descreveram ou desenharam de forma bastante precisa os gráficos de transações diárias vs. tempo e saldo vs. tempo. Os professores também escreveram equações para modelar as situações.

Apesar dessas importantes conexões, os professores apresentaram dificuldades ao interpretar situações envolvendo taxas de variação não constantes. Ao mesmo tempo, essas dificuldades conceituais apresentaram oportunidades ímpares de reflexão e aprendizagem para esses professores. Esse tema será discutido a seguir.

[14] Os segmentos foram editados por motivo de espaço, mas o sentido deles não foi alterado. E1 refere-se a um estudante enquanto Es refere-se a varios estudantes.

Dificuldades e oportunidades de aprendizagem

Durante as observações e entrevistas foram encontrados evidências de algumas dificuldades acerca de taxa de variação quando as situações não envolviam taxas (depósitos ou retiradas) constantes. Em algumas classes, os professores tiveram dificuldades em relacionar essa atividade com o estudo de funções, particularmente como utilizar a noção de inclinação (slope) positivo, negativo ou zero para analisar funções não-lineares. Essa dificuldade foi sendo superada ao longo do trabalho, principalmente durante as reflexões com os pesquisadores e outros professores.

Uma outra dificuldade apresentada pelos professores foi a concepção errônea de prever um saldo decrescente (uma acumulação decrescente) quando há uma transação decrescente (taxa decrescente) mas que permanece positiva. Em outras palavras, os professores confundiram depósitos decrescentes e positivos, com retiradas. Essas dificuldades produziram importantes oportunidades de aprendizagem para os professores. Em geral, nas entrevistas após a lição com o Conta Bancária, os professores discutiram as dificuldades sentidas durante a resolução de problemas envolvendo taxas não constante. Essa discussão em geral conduziu os professores a refletirem sobre a sua própria compreensão. Em geral, a sequência de prever o gráfico no papel, testar a previsão no computador e refletir sobre possíveis inconsistências parece ter sido fundamental para o desenvolvimento de importantes iinsights sobre idéias matemáticas.

Discussão

Os resultados apresentados mostram que mesmo professores com um sólido conhecimento formal de matemática podem não ter tido a chance de explorar essas idéias a um nível mais conceitual (Bowers & Doerr, 1998). As dificuldades apresentadas pelos professores mostram como o currículo escolar em geral direciona os professores e alunos a lidar com uma gama limitada de gráficos e situações. Ao invés de analisar gráficos com relação à taxa de variação, os diferentes tipos de gráficos são estudados de maneira isolada (funções lineares, quadrática, etc.) e sem estabelecer relações entre gráficos. Isso limita o desenvolvimento conceitual não só de alunos mas também de professores.

Os resultados também sugerem que o Conta Bancária pode ser um catalisador para um maior desenvolvimento conceitual dos professores e um maior uso de computadores e tecnologia integrada ao currículo escolar. O fato de que o Conta Bancária é uma ferramenta de fácil utilização possibilitou que os professores o integrassem em seu uso cotidiano. Mesmo sendo simples, ele permitiu a investigação de importantes idéias matemáticas, e criou oportunidades para que os professores refletissem sobre sua compreensão e aprendizagem de idéias matemáticas. Portanto, aplicações como o Conta Bancária podem se constituir numa estratégia de transição para um posterior uso de ferramentas computacionais mais complexas.

Referências

Bowers, S. B., and Doerr, H.M. (1998). Investigating teachers' insight into the mathematics of change. In Berenson, S., et al. (Eds.) Proceeding of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. (pp. 789-795). Columbus, OH: The ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Castro-Filho, J. (2000). Teachers, Math and Reform: An investigation of Learning in Practice. Unpublished doctoral dissertation. University of Texas at Austin.

Confrey, J. (1992). Using computers to promote students' inventions on the function concept. In S. Malcom, L. Roberts, & K. Sheingold (eds.). The year in school science 1991. (pp. 141-174). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Confrey, J. (1994). Voice and perspective: hearing epistemological innovation in students' words. Revue des Sciences de L'education, 20(1), pp. 115-133.

Confrey, J. , Castro-Filho, J., and Maloney, A. (1997). Interactive diagrams: A new learning tool. In Dossie, J. A. , Swafford, J. O. , Parmantie, M. , and Dossey, A. E. (Eds.) Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. Journal of Research in Mathematics Education, 24(2), 94-116.

Gomes, A. S. (1995). Concepções e Representações de Relações entre Quantidades. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

Hurst, D.S. (1994). Teaching technology to teachers. Educational Leadership, 51(7),74-76.

Strauss, A. and Corbin, J. (1998). Basics of Qualitative Research: Techniques and procedures for developing grounded theory. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Wilhelm, J. Confrey, J., Castro-Filho, J., and Maloney, A. (1999). Interactive diagrams to address key student conceptions in mathematics. In D. Thomas (Ed.). Proceedings of M/SET 99 [CD-ROM]. San Antonio, Texas: Association for the Advancement of Computing in Education.

JOGOS DE ESTRATÉGIA VIA COMPUTADOR NA INTRODUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA

Josinalva Estacio Menezes
UFRPE

Resumo

O presente trabalho corresponde a uma proposta de roteiro de atividade para a introdução de conceitos em aulas de matemática, utilizando os jogos constantes em revistas de CD ROM, amplamente divulgadas e largamente adquiridas pelos estudantes. Assim, serão apresentados objetivos e regras para os estudantes no momento da apresentação do jogo, juntamente com perguntas sobre o mesmo, direcionadas para a introdução daquele conceito, a partir de um roteiro de trabalho a ser elaborado pelo professor. Um modelo poderá ser apresentado para cada um dos jogos selecionados, bastante conhecidos.

ABSTRACT

The present work corresponds to a proposal of activity route for the introduction of concepts in mathematics classes, using the constant games in magazines of CD ROM, thoroughly disclosed and broadly acquired by the students. Thus, objectives and rules will be presented for the students in the moment of the presentation of the game, together with questions on the same addressed for the introduction of that concept, starting from a work route to be elaborated by the teacher. A model can be presented for each one of the selected games, plenty known.

Com a utilização cada vez mais constante da informática no nosso dia-a-dia, torna-se urgente e necessário incorporar o uso do computador, nos processos de formação do indivíduo. Vários esforços em diversas direções têm sido feitos e testemunhados, e amplas discussões sobre o assunto têm sido desenvolvidas.

Já podemos verificar uma série de trabalhos sobre experiências com o uso do computador em sala de aula, apresentadas principalmente em encontros a nível local, nacional ou internacional a respeito. Uma das direções é a criação e difusão de softwares e CD-ROMs sobre educação em geral, e sobre jogos em particular. Observa-se, no entanto, que a maioria das publicações sobre jogos, incluindo os de estratégia (ou raciocínio), limita a orientação quanto ao seu uso puramente para diversão.

Este trabalho surgiu, a partir de uma pesquisa, feita para investigar como alunos de 3° grau, cursando Licenciatura em Matemática mobilizavam conceitos matemáticos em jogos de estratégia via computador.

Inicialmente, listamos os conceitos mobilizados pelos citados alunos e, a estes, acrescemos outros conceitos conhecidamente presentes na estrutura de tais jogos. Em seguida, estudamos cuidadosamente as transcrições de cada sessão de jogo, a fim de fazer um levantamento das estratégias utilizadas, juntamente com as possibilidades de utilização em seqüência didática; depois, elaboramos um conjunto de atividades para serem desenvolvidas pelos alunos.

Finalmente, elaboramos um roteiro de trabalho, para ser desenvolvido em sala de aula com computadores, ou laboratório de computação, sob a coordenação/supervisão/apoio do professor. Seguem, alguns dos modelos das atividades que foram elaborados.

Apenas para contextualizar o trabalho, definimos jogo de uma pessoa aquele no qual o jogador tem um objetivo a atigir, e ganhará o jogo quando o fizer; no jogo de duas pessoas, jogam dois, ou uma pessoa contra o computador, este último com jogadas programadas.

1. OX – Jogo de duas pessoas

Configuração inicial: um tabuleiro quadriculado onde cada jogador, na sua vez de jogar, imprimirá sua marca, sendo um "X" para um e um "O" para outro.

Objetivo: alinhar cinco símbolos iguais no sentido horizontal, vertical ou diagonal antes do oponente.

Regras: Joga um jogador de cada vez; na sua vez de jogar, o jogador imprime no quadrinho escolhido a sua marca, e passa a vez para o outro jogador. Ganha o jogo quem primeiro atingir o objetivo.

Encaminhamentos: A partir de que configuração é possível afirmar que o próximo a jogar vencerá o jogo?

Até que configuração é possível impedir que o adversário vença?

Você descobriu alguma estratégia de vitória?

Qual o número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo?

Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual?

Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

2. QUADOMINO – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: Tabuleiros quadrados formados por quadradinhos menores. Peças quadradas do tamanho dos quadradinhos divididas nas diagonais em quatro triângulos dentro de cada qual haverá um número distinto dos seus vizinhos.

Objetivo: Dispor as peças no tabuleiro de modo que dois triângulos de lado comum tenham o mesmo número.

Regras: É possível mudar as peças de lugar após coloca-las no tabuleiro; após retirar uma peça no tabuleiro, é possível recolocá-la no mesmo lugar.

Encaminhamentos: É possível montar o quadomino sem trocar peças? Em caso afirmativo, como é feito?

É possível montar o mesmo quadomino de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quantas e quais são? Em caso negativo, por que?

Cada peça do quadomino tem um local fixo? Explique.
Existe alguma peça ou local por onde necessariamente se deve começar a montagem do quadomino? Por que?
Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual?
Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

3. CONNECT 4 – jogo de duas pessoas

Configuração inicial: Um tabuleiro com espaços circulares formando linhas e colunas onde, a partir da linha inferior, os espaços serão preenchidos de baixo para cima com as peças, que são discos a serem inseridos nos espaços circulares em duas cores, uma para cada jogador.
Objetivo: alinhar quatro discos de mesma cor em seqüência vertical, diagonal ou horizontal, antes do oponente.
Regras: joga um jogador de cada vez; na sua vez de jogar, o jogador escolhe uma coluna, onde vai localizar o seu disco, que vai preencher o último espaço vazio que houver na coluna escolhida, a partir de baixo, e passa a vez para o outro jogador.
Encaminhamentos: Até que configuração é possível impedir que o adversário vença?
Existe alguma situação a partir da qual é impossível evitar que o adversário vença? Em caso afirmativo, qual? Em caso negativo, por que?
Existe uma estratégia a partir da qual, desde o início do jogo, a vitória esteja garantida para algum dos jogadores?
Existe algum número mínimo de jogadas necessárias para vencer o jogo?
Você utiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual? Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

4. PENTOMINO – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: um tabuleiro composto por um retângulo formado por sessenta quadradinhos, nas opções 4X15, 3X20, 5X12 ou 6X10.
Objetivo: Cobrir o tabuleiro como 12 peças diferentes (os pentominos) formadas por 5 quadradinhos cada.
Regras: uma peça não poderá se sobrepor à outra; é possível mudar a posição da peça, retira-la do tabuleiro para recoloca-la, ou girar a peça para encaixe.
Encaminhamentos: É possível montar o pentamino sem trocar ou girar peças? Em caso afirmativo, como é feito?
É possível montar o mesmo pentomino de maneiras diferentes? Em caso afirmativo, quantas e quais são? Em caso negativo, por que?
Cada peça do pentomino tem um local fixo? Em caso negativo, qual seria outra forma de montar o pentomino?
Existe alguma peça ou local por onde necessariamente se deve começar a montagem do pentomino? Por que?
Você mobiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual, ou quais? Como essas idéias são mobilizadas durante o jogo?
Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

5. GOLD HUNT – jogo de uma pessoa

Configuração inicial: um campo totalmente verde dividido em quadradinhos delimitados por pontos nos seus vértices. Os níveis de dificuldade, que ao três, aumentam à medida que os quadradinhos diminuem de tamanho, aumentando de quantidade.

Objetivo: Descobrir, no mínimo de palpites possível, onde está escondido o ouro, que consiste em um disco dourado, o qual aparece quando é localizado o quadrado que o cobre.
Regras: O jogador tem vinte palpites para descobrir debaixo de qual quadrado está escondido o ouro. Cada vez que o palpite estiver errado, o jogador receberá uma informação que dirá a quantos passos (quadradinhos) o jogador está do ouro, em qualquer direção – vertical, horizontal, diagonal, ou combinação da última com uma das outras duas - e aparecerá no local apontado um disco vermelho. Se o jogador não encontrar o ouro após os vinte palpites, receberá a informação de onde estava o ouro, aparecendo um disco amarelo no quadradinho correspondente.
Encaminhamentos: Existe um número mínimo de palpites necessários para se encontrar o ouro? Em caso afirmativo, qual? Como chegou a essa conclusão?
Você utiliza alguma idéia matemática para escolher seus palpites? Em caso afirmativo, qual (is)? Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

6. TORRE DE HANÓI – jogo de uma pessoa
Configuração inicial: Um base retangular sobre a qual estão três pinos, e em um destes encaixadas sete peças de tamanhos diferentes, dispostas da maior para a menor a partir da base.
Objetivo: transportar a torre de um pino para outro no menor número possível de movimentos possível.
Regras: deve-se transportar uma peça de cada vez; uma peça maior não deve ficar sobre a menor.
Encaminhamentos: Qual o número mínimo de movimentos para transportar essa torre? O número de movimentos é alterado quando a torre é transportada para o outro pino?
Acrescentando uma peça à torre, em quanto aumentaria o número de movimentos?
Existe alguma relação matemática entre o número mínimo de jogadas necessárias para transportar uma torre, e o número necessário para transportar a torre acrescida de uma peça?
Existe alguma relação entre estes números e o que ocorre no jogo? Em caso afirmativo, qual?
Você utiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual ou quais?
Como você mobiliza essas idéias?
Que relação existe entre essas idéias e o que está acontecendo no jogo?

7. AZTEC CURSE - jogo de uma pessoa
Configuração Inicial: Um tabuleiro em forma de flor tendo o miolo e cada uma das seis pétalas a forma de um hexágono regular, onde vão ser colocados sete hexágonos divididos em seis triângulos equiláteros, cada um com um algarismo de um a seis, ou uma cor diferente.
Objetivo: Montar a figura em forma de flor, colocando nos espaços (as pétalas e o miolo) os hexágonos ;
Regras: É possível girar a posição dos hexágonos ou retirá-los do tabuleiro para mudar a posição; cada giro corresponde a 60 graus.
Encaminhamentos: Algum hexágono em particular deve ser colocado primeiro?
Deve existir algum lugar especial para onde deve ir o primeiro hexágono?
Como escolher e posicionar os hexágonos seguintes a partir do primeiro?
Existe algum processo de montar direto a figura, sem mudar nenhum hexágono de lugar?
Que idéias matemáticas você mobilizou para jogar?
De que maneira você mobilizou essas idéias?
Que relação existe entre cada conceito ou idéia mobilizada e o que está acontecendo no jogo?

8. CUBIC - jogo de uma pessoa

Configuração Inicial: Cubo tridimensional, sendo cada face dividida em 9 cubos dispostos em três linhas e três colunas, que giram nos sentidos ortogonais, ou seja, cada linha ou coluna gira mudando de face.
Objetivo: Deixar cada face do cubo inteiramente com uma só cor.
Regras: Após dar vários giros de modo que as faces do cubo fiquem com várias cores cada uma, o jogador movimenta o cubo em qualquer direção em torno de uma face escolhida;
É possível desmanchar a jogada feita.
Encaminhamentos: Existe um número mínimo de movimentos necessários para tornar cada face do cubo inteiramente de uma só cor?
Existe alguma sistemática para escolher a seqüência da face que se quer uniformizar?
Partindo do início, é possível encontrar um procedimento para atingir o objetivo, sem desmanchar jogadas?
Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual? Qual a relação entre essas idéias, e o que está ocorrendo no jogo?

9. KNIGHT - jogo de uma pessoa
Configuração Inicial: Um tabuleiro de jogo da velha, isto é dividido em três colunas e três linhas formando quadrados. Quatro peças, que podem ser cavalos ou fichas, duas (dois) de cada cor.
Objetivo: Trocar as duas peças de uma mesma cor com as outras duas.
Regras: Usar o movimento do cavalo do jogo de xadrez para movimentar cada peça, ou seja, a peça será deslocada dois quadrados numa direção, e um quadrado na perpendicular.
Cada quadrado só pode ser ocupado por uma peça de cada vez, o que significa que quando o jogador quiser por uma peça num quadrado ocupado, primeiramente desocupa o quadrado, para depois colocar a peça desejada.
Encaminhamentos: Existe algum número mínimo de jogadas necessárias para alcançar o objetivo? Em caso afirmativo, qual? Qual o caminho percorrido?
A posição que a primeira peça vai ocupar é importante?
Existe outra maneira de atringir o objetivo com o mesmo número de jogadas?
Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, qual(os)? Qual a relação entre cada idéia e o que ocorre no jogo?

10/11 .PUZZLE/SLIDE - jogo de uma pessoa
Configuração Inicial: Uma figura dividida em 15quadrados, formando quatro linhas por quatro colunas/ Um tabuleiro dividido em 16 quadrados com quatro linhas e quatro colunas, contendo os numerais de uma a 15, ficando sempre um quadrado vazio.
Objetivo: Após desarrumar as peças da figura/desordenar os números, deve-se recolocá-las/los no local inicial.
Regras: Para remontar a figura inicial, desloca-se cada peça fazendo-as ocupar o quadradinho vazio, o qual será, a cada jogada, ocupado por um quadradinho que será deslocado.
Encaminhamentos:
Qualquer configuração inicial dada pode ser recolocada na inicial? Por que?
Existe um número mínimo de deslocamentos necessários para atingir o objetivo? Em caso afirmativo, qual?
Você mobiliza alguma idéia matemática para jogar? Em caso afirmativo, quais? Qual a relação entre cada idéia e o que acntece no jogo?

12. QUEENS - jogo de uma pessoa
Configuração Inicial: Um tabuleiro quadrado dividido em 16 quadrados. Quatro peças correspondendo a rainhas de jogo de xadrez.

Objetivo: Dispor quatro rainhas no tabuleiro quadrado, de modo que duas rainhas não ocupem uma mesma linha, coluna ou diagonal.
Regras: É possível tirar uma rainha do local onde for posta, e recolocá-la no mesmo local ou noutro qualquer; isso conta como um movimento.
Encaminhamentos : É possível fazer a distribuição de modo que nenhuma rainha precise ser remanejada? Em caso afirmativo, como? Em caso negativo, por que?
Existe outra maneira de dispor as rainhas no tabuleiro? Em caso afirmativo, quais são? Em caso negativo, por que?
Você mobiliza alguma idéia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, quais? Qual a relação entre cada idéia e o que ocorre no jogo?

Realizando essas atividades com estudantes de todos os níveis, observamos a associação entre mobilizar conceitos matemáticos e o desenvolvimento do jogo, onde se interpreta o que acontece no mesmo á luz do raciocínio matemático que é desenvolvido. Assim esperamos, com este trabalho, que os professores possam lançar mão de mais um recurso de ensino, recurso esse que possa vir a ser um facilitador da introdução de novos conceitos matemáticos. Esperamos também que possa levar ao aluno novas idéias em matemática de maneira mais leve, sem formalidade, mais inserida no contexto atual das tendências em Educação Matemática, utilizando talvez uma linguagem tal mais próxima do mesmo, portanto mais fácil de assimilar.

Acreditamos que um aprofundamento nas pesquisas referentes a essas idéias poderão nos fornecer maiores e mais seguros elementos para solidificar um trabalho mais amplo numa área de trabalhos dentro da Educação que desperta tanto interesse atualmente, como esta em questão.

UMA ANÁLISE DA ADAPTAÇÃO DOS PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UM NOVO CONTEXTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Lulu Healy
Ana Paula Jahn
Tania Maria Mendonça Campos
PROEM, PUC/São Paulo

Introdução

Este artigo considera o uso de um software de geometria dinâmica, o Cabri-Géomètre, na Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental. Nossas preocupações centram-se na análise de como as diferentes características deste software são incorporadas (ou não) na prática dos professores e como estes lidam com as mudanças na sala de aula, decorrentes dessa incorporação.

Espera-se que a adicão de qualquer artefato novo para uma situação de ensino possa perturbar o equilíbrio existente. No caso dos computadores, a modificação da prática routineira provavelmente será especialmente grande – somente a introducação das máquinas pode mudar radicalmente a dinâmica de sala de aula em termos, por exemplo, de utilização do espaço, do papel de professor e dos padrões de trabalho dos alunos. Quando, além disso, são também consideradas novas abordagens e novas representações para objetos geométricos fornecidos por um software como Cabri-géomètre, fica claro que a integração desta nova e poderosa ferramenta na sala de aula de matemática requerirá, necessariamente, um processo complexo de adaptação por parte dos professores que escolhem introduzi-la. Talvez seja exatamente esta complexidade que impeça muitos professores de tentarem inicar este processo de integração e explique o fato de que, apesar de o acesso a esta tecnologia estar continuamente aumentando, o seu uso atualmente em matemática não cresce com a mesma velocidade (Andrew, 1997; Artigue, 1998).

Para os professores que realmente aceitam este desafio, Laborde (1998) sugere que as noções Piagetianas de assimilação e acomodação podem ser úteis como metáforas para analisar como a sua prática de ensino é afetada. Ela descreve três possíveis reações para perturbações associadas à introdução de novas tecnologias. Primeiramente, essas perturbações podem ser ignoradas (reações tipo *alpha*) e, neste caso, o mesmo conteúdo é desenvolvido usando a mesma abordagem e exercícios meramente transferido para o computador. O segundo tipo de reação, *beta*, envolve uma reorganização parcial do sistema didático e as novas possibilidades trazidas pelo software são assimiladas nas práticas existentes de forma local. Laborde considera que é apenas por intermédio do terceiro tipo de reação *gamma*, que a verdadeira integração é alcançada e um novo estado de eqüilíbrio é alcançado. No caso de Cabri-géomètre, a reação tipo gamma implica o reconhecimento e a acomodação para todas as mudanças que a geometria e sua aprendizagem sofrem com o uso do software.

Neste artigo, pretendemos descrever um projeto de pesquisa em que trabalhamos com um grupo de nove professores das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola de São Paulo, e suas tentativas de desenvolver e avaliar atividades Cabri para o uso em sua sala de matemática. O embasamento citado acima é usado para a análise do processo de adaptação dos professores deste grupo ao uso de Cabri-géomètre.

2. O Projeto, a Escola e os Professores

O trabalho relatado neste artigo faz parte do projeto de pesquisa *Espaço e Forma*. Com duração de três anos, o projeto uniu um grupo de pesquisadores da PUC-São Paulo e professores das séries iniciais do Ensino Fundamental da cidade de São Paulo para colaborar na construção de uma nova abordagem no ensino da geometria de 1ª a 4ª séries. O principal objetivo do projeto foi tranformar a maneira que a geometria era vista e ensinada nos primeiros quatro anos escolares. Nos segundo e terceiro anos do projeto, um subconjunto de professores e pesquisadores formaram um grupo para aprender a usar o software e para desenvolver atividades a serem aplicadas em suas salas de aula. Esperávamos que a interação dos professores com seus próprios alunos ao usar Cabri-géomètre apoiaria ambos na construção das noções geométricas.

Consideramos que há sempre conhecimento nas acões de um professor (mesmo nas ações usuais ou mecânicas) e que deve existir reflexão sobre estas ações, de maneira a entender, transformar e fazer delas bases para futuras ações. A metodologia a dotada nesses diferentes passosdo projeto foi "ação-reflexão-ação". Neste processo, o ponto de partida é a prática do professor, a teoria emerge de reflecções sobre esta prática, o professor se torna seu ator, reorientando e construindo novos conhecimentos (Schön, 1997).

3. A Experimentação Cabri: Parte Um, introdução

No primeiro ano da Experimentação Cabri, a idéia era de que nós, os pesquisadores, desenvolveríamos as atividades para que os professores pudessem se apropriar de todas as ferramentas Cabri e, ao mesmo tempo, ampliar seus entendimentos relacionados a conceitos geométricos. Uma vez que os professores se sentiam confiantes para manipular o software, esperávamos que eles modificassem nossas atividades para usar com seus próprios alunos.

Na pratica, esta abordagem se tornou menos eficiente do que imaginávamos. A preocupação dos professores, desde o inicio, era o uso em sala de aula, enquanto o nosso era o conteúdo geométrico. Esta falta de encadeamento fez com que os professores não se apropriassem verdadeiramente das atividade como se elas fossem suas próprias, e a primeira reação ao pensamento de integração em sala de aula foi de grande resistência.

4. A Experimentação Cabri: Parte 2, na sala de aula

Vimos que foi necessário mudar nossa abordagem para dar maior importância à integração em sala de aula. Em vez de os pesquisadores agirem como " engenheiros de tarefas", este papel foi delegado aos professores e, toda semana, duas atividades Cabri (uma para estudantes de 7 e 8 anos, e outra para estudantes entre 9 e 11 anos) foram criadas para complementar sua própria sala de aula. Toda semana, as respostas dos alunos para as atividades eram também discutidas e se tornavam considerações importantes para confecção de novas tarefas.

Ao longo do projeto, observamos as mudanças no tipo de atividades criadas pelos professores. Essas mudanças ilustravam o processo de adaptação pelo qual cada professor passou e as transições representativas na sua visão de ensino e aprendizagem de geometria, que foram portanto examinadas em alguns detalhes.

Fase 1: Cabri como "reforço"

No primeiro conjunto de atividades criadas pelos professores, sua reação à inclusão do computador em situações de ensino podem ser classificadas como *tipo alpha* e as atividades desenvolvidas encorporaram as seguintes caracteristicas:

- ênfase em respostas uniformes;
- uso de roteiros bem detalhados;
- reaplicacão de atividades estáticas com papel e lápis;
- reforço de idéias já estudadas no contexto papel e lápis.

Fase 2: Assimilando Cabri

A natureza das atividades criadas pelos professores gradualmente se desenvolveram de modo a incluir as seguintes caracteristicas:

- considera as definições geradas pelos estudantes;
- encoraja os estudantes a tomarem decisões sobre as estratégias de resolução do problema;
- exploram os processos dinâmicos possibilitados por Cabri;
- introduzem e investigam novas idéias geometricas.

A maioria dos professores, apesar de nem todos, passaram do tipo alpha para reações do tipo beta.

6. Considerações finais

Em resumo, a evolução das atividades e consistente com a passagem da visão da aprendizagem em geometria como reprodução e memorização para uma visão de ensino de geometria como devolução de situações de aprendizagem para o estudante. Entretanto, ao final do projeto, nenhum dos professores usava Cabri de maneira completamente integrada, como visava Laborde (1998).

Referências

Andrews, T. (1997). Information technology in the mathematics national curriculum: policy begets practice? In *British Journal of Educational Technology*, n. 28 (4), pp. 244-256.

Artigue, M. (1998) Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies. In Tinsley, D. & Johnson, D. (eds.) *Information and Communication Technologies in School Mathematics*. London: Chapman & Hall, pp. 121-129.

Laborde, C. (1998) Vers un Usage Banalisé de Cabri-Géomètre avec la TI 92 en Classe de Seconde: Analyse des facteurs de l'intégration. In Guin, D. (ed.) *Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement de Mathématiques*. IREM de Montpellier, France, pp. 79-94.

Schön, D. A. (1997) Formar professores como profissionais reflexivos. In Nóvoa, A. (coord.) *Os professores e a sua formação*. Lisbon: Dom Quixote, 3a ed., pp. 77-91.

Valente (1999) *O computador na Sociedade do Conhecimento*. São Paulo: NIED.

ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA PESQUISA DO GPIMEM

Marcelo de Carvalho Borba[15]
UNESP, Rio Claro-SP

Introdução

Desde 1993 o GPIMEM[16] -Grupo de Pesquisas em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - tem se dedicado a pesquisar questões relativas à presença da informática em diversos domínios da Educação Matemática. Temos pesquisado como se dá tal uso em múltiplas investigações, utilizando diferentes metodologias, perguntas, e ambientes de pesquisa. Neste artigo eu esboçarei considerações sobre a relação entre esses vários componentes da pesquisa e como que eles se articulam e ganham corpo dentro das concepções teóricas que usamos para lidar com as perguntas relativas ao nosso tema de investigação. As noções de redes de ação, "ressonância" e seres-humanos-com-mídias serão explicitadas ao longo do artigo com o intuito de articular as pesquisas desenvolvidas pelo GPIMEM. Esse grupo tem, ultimamente, tem ultimamente centrado esforços na area de Educação a Distância via Internet. Exemplos ligados às diversas facetas desse movimento realizado pelo grupo serão brevemente relatados.

As pesquisas do GPIMEM

Ao longo desses anos o GPIMEM tem se colocado diversas perguntas. Souza (1996) indaga sobre a forma como os alunos utilizam a calculadora gráfica para estudar funções do 2° grau. Borba (1997) mostra como que alunos em sala de aula utilizam essas calculadoras para expressar gráfica e algebricamente as relações entre germinação de sementes e temperaturas. Esse grupo de alunos mostrava como um trabalho na linha da modelagem, pedagogia onde os

[15] Professor do Departamento de Matemática, Coordenador da Pós-Graduação em Educação Matemática e do GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matematica, UNESP, Rio Claro - SP. E-mail: mborba@rc.unesp.br.
[16] O GPIMEM estuda a relevância de computadores, calculadoras gráficas ou outros tipos de mídia na Educação Matemática. Home-page: http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html

problemas a serem investigados são escolhidos fundamentalmente pelos alunos, ganha novos contornos quando tecnologias informáticas são utilizadas. Tal exemplo, dentre outros, serve para que perguntas envolvendo a relação entre tecnologias e pedagogias sejam tematizadas. Zanin (1997) discute como que um software, como o LOGO, pode ser usado em uma escola que disponibiliza recursos informáticos mas é rígida em relação ao cumprimento da grade curricular. Em nível especulativo, já que não há evidências em seu estudo, Zanin (1997) atribui parte dessa rigidez à pressão dos pais. Da Silva (2000) tematiza a posição dos pais sobre o uso de informática em sua pesquisa. Ela entrevista diversos pais cujos filhos fizeram parte da turma de alunos estudada por Zanin. Já Penteado Silva (1997) desenvolveu longo trabalho de campo em uma escola voltada para Educação infantil e as quatro primeiras séries do ensino fundamental em um momento bastante particular: era introduzida a informática nessa escola. A autora discute como que os diversos atores da escola, administradores, professores e alunos se rearranjam com a chegada dos "atores informáticos". Finalmente, Villarreal (1999) estuda de forma detalhada como um tipo desses atores, os estudantes, pensa sobre conceitos do cálculo ao usar o software Derive. Mais recentemente Borba e Gracias (2000) e Penteado[17] têm estudado diferentes facetas da Educação a Distância. Borba e Gracias (2000), a partir de uma disciplina de pós-graduação em Educação Matemática oferecida através da Internet, e Penteado, através de um projeto que envolve uma rede de professores trabalhando colaborativamente com pesquisadores e futuros professores na organização e elaboração de atividades didático-pedagógicas. Nesse tipo de trabalho, cujo objetivo é expandir o uso da Informática na sala de aula, Penteado tem construído, através de relações presenciais e via internet, um modo de interagir com professores que desejem utilizar as novas tecnologias em sua prática profissional, sem ser através dos usuais cursos.

As perguntas e temas estudados pelo GPIMEM, parcialmente sumarizadas acima, fazem parte de uma concepção de pesquisa integrada. Entendo que para que se compreenda um fenômeno como a presença da informática na Educação (Matemática) é necessário que se desenvolva uma rede de ações de pesquisa como a que desenvolvemos, entrelaçando-a com outros nós de uma rede mais abrangente de pesquisas desenvolvidas por grupos ou indivíduos. Entendo que um seminário como esse, organizado pela SBEM, tem exatamente a função de conectar as teias, tecidas por grupos como o que pertenço, com outras, para que possamos realizar novos pró-jetos. É necessário também que discutamos como podem ser essas redes, já que uma rede de pesquisas como a nossa não é caracterizada apenas por um agrupamento de pesquisas sobre o mesmo tema, é necessário que a integração se dê também sobre o tipo de pergunta escolhida e a metodologia de pesquisa.

Pergunta de Pesquisa e Metodologia

Acredito que perguntas de pesquisa e metodologia escolhidas andam juntas. Em outras palavras, não creio que o pesquisador pense em uma pergunta, em uma dada manhã, e pela tarde vá à estante onde estão as diversas metodologias de pesquisa e escolha a mais adequada à sua pergunta. Creio que tal asserção é ainda mais válida se metodologia for tomada no sentido mais restrito de procedimentos de pesquisa, como fazem alguns autores. No sentido mais amplo, englobam os procedimentos e visão do que é conhecimento.

Aqui é importante realçar a noção de ressonância posta por Lincoln e Guba (1990). Esses autores enfatizam a necessidade de haver uma coerência entre a visão de conhecimento e os procedimentos adotados. Citam como exemplo, que uma visão behaviorista de conhecimento é consistente com procedimentos de pesquisa que enfatizam o uso de teste e análise estatística dos mesmos, assim como visões epistemológicas que enfatizem a compreensão estarão em harmonia com procedimentos qualitativos que enfatizam as formas como os estudantes pensam e não os resultados obtidos. Tal "sintonia", entre os diversos

[17] http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/interlk/interlink.htm

elementos de uma pesquisa é estendida por mim para a própria natureza das perguntas feitas e, como sugerido por eles, para a própria pedagogia que escolhemos para pesquisar.

Assim creio que, nas pesquisas do GPIMEM, as perguntas e metodologia surgem de forma integradas sem ser possível a detecção de uma ordem cronológica. Há entretanto uma busca pela coerência. Se tivéssemos perguntas que girassem em torno da sentença "a informática melhora o ensino e a aprendizagem da matemática" teríamos que buscar outros tipos de metodologia de pesquisa, evidenciando formas de medir tal melhora, mesmo que no limite pudéssemos utilizar métodos qualitativos. Ao privilegiarmos uma noção de conhecimento baseada na compreensão, as perguntas e os métodos - baseados em filmagem, entrevistas gravadas, experimentos de ensino, onde o pensamento dos estudantes é modelado por pesquisadores que agem como "professores particulares" - se harmonizam e interagem, permitindo que façamos pesquisas de cunho marcadamente epistemológico e outras de cunho tipicamente pedagógico.

Assim, realizamos experimentos de ensino onde é possível se pensar como o conhecimento é desenvolvido quando diferentes mídias são utilizadas. Em tais pesquisas as propostas pedagógicas que são desenvolvidas para esses experimentos e/ou para a sala de aula são postas também como objeto de investigação e são reformuladas de forma constante. Por outro lado, essas propostas são investigadas em sala de aula, ao lado de propostas mais abertas, como aquela da modelagem, onde uma seqüência didática é substituída por uma ordem que tem forte influência do interesse dos alunos. Em ambos os casos, o papel das diversas tecnologias é discutido. Como será visto mais adiante, as próprias concepções teóricas sobre tecnologia interagem com a parte de procedimentos, apontando caminhos de como ver transformações associadas à tecnologia. Antes que seja discutida, de forma mais precisa, a metodologia de pesquisa no sentido mais amplo, ou seja, epistemológico e político, apontarei como que as pedagogias estão em ressonância com o tipo de pesquisa que fazemos e com nossa visão de tecnologia.

Pesquisa e Pedagogia

Assim como uma pergunta não determina uma metodologia, mas a condiciona, não há uma relação biunívoca entre pesquisa e pedagogia a ser investigada. Dessa forma, eu investigo modelagem (Borba et al., 1999), dentre outros motivos, porque é uma metodologia que pessoalmente abraço e sobre a qual quero ver limites e possibilidades. Um outro motivo é que ela me possibilita tornar algumas de minhas atividades de ensino na UNESP como parte de minhas atividades de pesquisa. Mas há também a questão da ressonância entre a pedagogia e a metodologia de pesquisa.

A modelagem pode ser vista como uma pedagogia essencialmente aberta, onde alunos trabalham com temas diversos, escolhidos por eles e negociados com o professor. Em tal enfoque, os alunos chegam a pontos diferentes, experimentam partes diferentes da vida em geral, e da matemática em particular, sendo um pressuposto que pessoas diferentes chegarão a pontos diferentes. A socialização do que foi aprendido pelos grupos é feita somente através da apresentação dos trabalhos deles e através do papel de "comentarista" do professor, que busca então relacionar a diversidade dos grupos com os temas centrais da ementa de um dado curso. Tal aspecto da modelagem fica em ressonância com uma metodologia de pesquisa, baseada na compreensão de processos, como a praticada pelo GPIMEM. É dessa forma que estudo a relação entre informática e modelagem (Borba et al., 1999; Borba, 1999).

Essa característica da modelagem praticamente impede que se adote uma metodologia de pesquisa marcada pela quantificação de resultados de testes, uma tradição ainda de vulto na psicologia da Educação (Matemática) e que ganha novo fôlego na Educação (Matemática) com a importância política que tem sido dada aos testes no debate educacional: SAEB, ENEM e Provão. Como era de se esperar, esses testes passam a influenciar as pesquisas feitas e também as pedagogias.

Também temos investigado como que a natureza do que é um problema aberto se modifica quando uma nova interface tecnológica como o CBR é acoplada a outra como a calculadora gráfica (Borba, 1999). O sensor eletrônico permite que o corpo daquele que investiga explicite o seu papel de destaque no coletivo que investiga. Assim tenho visto como que alunos do curso de Biologia relacionam o movimento do próprio corpo com gráficos cartesianos, abrindo caminho para que a pesquisa sobre representações múltiplas na área de funções se transforme. Nilce Fátima Scheffer (vide esses anais), membro desse grupo, tem agora desenvolvido pesquisas com alunos de 8ª série utilizando parte das atividades pedagógicas desenvolvidas nesse estudo anterior. Ao reconhecermos o realce da questão do corpo, novos caminhos metodológicos, tanto na parte referente à noção de conhecimento como a de procedimentos, têm sido desenvolvidos dentro de nosso grupo de pesquisa.

Esses exemplos, creio, ilustram como que pedagogia e metodologia de pesquisa interagem, ao mesmo tempo em que interagem com as perguntas que direcionam nossas pesquisas.

Um outro aspecto dessa relação é abordado indiretamente por Skovmose e Borba (2000), onde é realçada a importância de pesquisar o que não existe. Nesse artigo é apresentado a importância de se pensar em designs de pesquisa onde a situação que não está dada pode ser estudada. Assim, não basta apenas a estudar o "retrato de como está a sala de aula", mas sim, pensar em estudar possíveis cenários de mudança. Em particular, no artigo citado, é enfatizado um outro nó dessa rede entre pesquisa, pergunta e pedagogia que aqui é tecida: a ideologia do pesquisador. Esse tema, entretanto, não será aqui aprofundado. Ao invés disso, para finalizar o artigo discutiremos a ressonância entre referencial teórico, pergunta, metodologia e pedagogia.

Seres-humanos-com-mídias

Ao longo dos 7 anos de existência do GPIMEM nossas pesquisas têm levado alguns de nós a, baseado em autores como Lévy (1993, 1999) e Tikhomirov (1981), desenvolver a noção de seres-humanos-com-mídias como "sujeito epistêmico". Esse construto visa enfatizar o papel da mídia na construção do conhecimento. Dessa forma, o sujeito que constrói conhecimento tem sempre, além de outros humanos, uma dada mídia moldando o conhecimento. A oralidade, a escrita e as diversas faces da informática têm sido o centro de nossas análises, na medida em que buscamos ver que problemas podem ser propostos para que sejam desenvolvidos por sistemas coletivos formados por seres-humanos e diversas mídias.

Assim ao pensarmos pedagogia pensamos nesse construto teórico, da mesma forma que tal construto se constituiu na medida em que descobríamos a informática educativa e a relacionávamos com práticas educativas anteriores fundamentadas estritamente na escrita e na oralidade. Desse modo, trabalhamos a modelagem enfatizando o aspecto comunicacional das mídias informáticas e pensamos o enfoque experimental-com-tecnologia como uma proposta pedagógica que enfatiza o gerar de conjecturas matemáticas feitas a partir de dois aspectos fundamentais de mídias informatizadas como as calculadoras gráficas: a experimentação e a visualização.

Dessa forma, o cerne da questão teórica está articulado com a pedagogia e está também articulado com a metodologia de pesquisa. Como foi colocado no início desse artigo, nossas perguntas podem ser agrupadas em torno da preocupação do papel das novas tecnologias nesses coletivos pensantes formados por humanos e mídias. O construto teórico seres-humanos-com-mídias serve também de norte para a parte metodológica, na medida em que parte da análise dos dados consistem em identificar o que está sendo possível ser feito a partir das possibilidades oferecidas pela disponibilidade dessa nova mídia. Mostramos em vários exemplos (Borba et al, 1999; Gracias e Borba, 2000) como as calculadoras gráficas desempenharam papéis relevantes nos dados analisados. Na medida em que tal possibilidade de articulação entre metodologia de pesquisa e teoria se mostrava clara, as perguntas também começavam a ser moldadas por tal relação, como pode ser visto em Penteado e Borba (2000).

Considerações Finais: a Educação a Distância como objeto de investigação

Nesse artigo busquei ilustrar como que um problema tão complexo, como uso de informática na Educação Matemática, pode ser investigado a partir de diversas pesquisas que se completam e se instigam. Essas pesquisas podem ser vistas como uma rede de ações nas quais, ao mesmo tempo que compreendemos a partir de nossa subjetividade como se dá a inserção das novas tecnologias na escola, buscamos estudar o que *não havia*, a informática presente na Educação, e com isso contribuímos, enquanto grupo, para que tal presença se afirme nas escolas e universidade onde atuamos.

Para que essa rede de ações se constitua enquanto tal, sugiro que seja necessário não só um aglutinado de pesquisas, mas uma articulação entre elas e dentro de cada uma delas, envolvendo perguntas, metodologias de pesquisa e referencial teórico.

Tal rede de ações é extremamente dinâmica, na medida em que os projetos que nos envolvemos e as demandas que nos são colocadas modificam nossas perspectivas teóricas e nossas perguntas. Em Penteado e Borba (2000) ilustramos como isso se deu a partir de um projeto que desenvolvemos em um dado momento do grupo. Esse projeto de extensão, associado às pesquisas feitas, deu um grande impulso para que, por exemplo, Borba e Gracias (2000) passassem a investigar as possibilidades de um curso via Internet de Educação Matemática, baseado em relações síncronas e assíncronas. Nesse curso - mediado por chat, lista e home-page utilizada como mural - buscamos continuar tecendo essa rede de ações, pensando que variações temos que adotar em termos de foco da pergunta, metodologia de pesquisa e referencial teórico, ao adotarmos como objeto de pesquisa a "Educação Matemática a Distância". No momento estamos em uma relação inicial com essas questões e ainda não é possível escrever de forma sintética e específica sobre esse tema, embora já pareça razoável afirmar que estamos mais próximos de vivenciar um "novo tipo de linguagem" que viria a ser o correlato da linguagem escrita para essa nova mídia informática.

É possível dizer, entretanto, em nível mais geral, que temos observado relações semelhantes às já tematizadas por outros autores. Por exemplo tem sido argumentado que nesse tipo de interação a distância há um certo tipo de engajamento social e cognitivo. Social no sentido de que as idéias e conjecturas são formuladas e compartilhadas com outras pessoas. Essas pessoas, por sua vez, enviam comentários, sugestões e opiniões, atividades que auxiliam na elaboração e redação de suas próprias idéias e conjecturas. Esse trabalho de criticar e lidar com as críticas , de organizar suas idéias e conjecturas e colocá-las de modo coerente na forma escrita ajuda na compreensão e exige um trabalho intelectual. Neste sentido, esta interação ativa o processo intelectual (Harasim et al., 1997). Por outro lado, não é possível que se deixe de considerar a possibilidade de engajamento de todos ao mesmo tempo, no caso do *chat*, por exemplo. Não há uma regra onde cada um só pode falar na sua vez, e sua fala deve estar voltada para o foca da discussão. Há uma nova forma de comunicação interativa, onde diversos temas sobre o assunto central vão surgindo ao mesmo tempo, pois as idéias e discussões seguem com certa rapidez. Tenho também, me inspirado na noção desenvolvida por Penteado (in Penteado e Borba, 2000) de *Zona de Risco*, na qual ela discute os riscos que os professores se expoem ao trabalhar com as novas tecnologias. Assim, em uma reflexão inicial sobre os dados, sugiro que há modificações no risco que os alunos-professores se permitem correr em um curso a distância, como o ministrado por mim. A própria constituição desse novo sujeito se modifica nesse tipo de interação.

O engajamento social e cognitivo se dá de modo interativo e dinâmico, com pouca ou quase nenhuma linearidade. Assim, ilustramos as idéias de Lévy (1993), que entende a integração do computador às tecnologias intelectuais como uma nova tecnologia da inteligência, na medida em que se abrem novas opções de engajamento social e cognitivo através de interações dinâmicas e não lineares, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, consequentemente, um novo tipo de pensamento.

Baseados em Lévy (1999), entendemos que um coletivo pensante pode se formar a partir deste tipo de interação, criando comunidades que podem superar questões relativas ao espaço, na medida em que houver interesses comuns. No nosso caso, é a Educação Matemática quem age como veículo para a formação de uma comunidade virtual formada por pesquisadores e professores, livres dos constrangimentos colocados, ou limites impostos, pelo espaço.

É assim que a Educação a Distância também inspira novas mudanças em nossa rede de ação provocando novas configurações no GPIMEM, seja em sua estrutura, nas perguntas de pesquisa que persegue, em suas metodologias de pesquisa e nas pedagogias e interfaces tecnológicas utilizadas.

Bibliografia

BORBA, M.C. Graphing Calculator, Functions and Reorganization of the Classroom. In: BORBA, M.C. et al. (Ed.). *Proceedings of Working Group 16 at 8th International Congress of Mathematical Education (Sevilla, Espanha, 1996) - The role of technology in the Mathematics classroom.* Rio Claro:Unesp, 1997. p. 53-60.

BORBA, M.C. Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones. *UNO - Revista de Didáctiva de las Matemáticas*, n. 22, p. 45-54, out. 1999.

BORBA, M.C.; GRACIAS, T.A.S. *Informática e Educação Matemática.* In: Anais da 23ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação [CD] 2000.

BORBA, M.C.; MENEGHETTI, R.C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica, Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. In: BORBA, M.C. *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática* (Ed.). Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula: Mestrado em Educação Matemática, vol 6, Série Reflexão em Educação Matemática. 134 p. 1999.

DA SILVA, H. *A Informática em aulas de Matemática: a visão das mães.* Rio Claro, 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.

GRACIAS, T.A.S.; BORBA, M.C.. Explorando possibilidades e potenciais limitações de calculadoras gráficas. *Revista Educação e Matemática*, n.56, p. 35-9, jan./fev. 2000.

HARASIM, L.; HILTZ, S.R.; TELES, L.; TUROFF, M. *Learning Networks* (3ª ed). Massachusetts: The MIT Press, 1997.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência:* o futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva*: por uma antropologia do ciberespaço (2ª ed.). São Paulo: Edições Loyola, 1999.

LINCOLN, Y. S. e GUBA, E.G. *Naturalistic inquiry.* Newburg Park: Sage Publications, 1990.

PENTEADO, M.G. Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: PENTADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org). *A Informática em Ação:* formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

PENTADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org). *A Informática em Ação:* formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

PENTEADO SILVA, M.G. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. Campinas, 1997. 127p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.
SKOVSMOSE, O.; BORBA, M.C. Research methodology and critical mathematics education. Centre for Research in Learning Mathematics at the Royal Danish School of Educational Studies, Roskilde University Centre and Aalborg Universisity, Denmark, *Pre-Print Series*, n. 18, 2000.
SOUZA, T.A. *Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas*. Rio Claro, 1996. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.
TIKHOMIROV, O.K. The Psychological consequences of computerization. In? WERTSCH, J.V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M.E.Sharpe. Inc, 1981, p. 256-278.
VILLARREAL, M. *O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. Rio Claro, 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.
ZANIN, A.C. *O Logo na sala de aula de Matemática da 6ª Série do 1° grau*. Rio Claro, 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO DE PROFESSOR NO BRASIL

Marilena Bittar
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Neste artigo nos propomos a discutir como a formação de professores de Matemática no Brasil está (ou não) trabalhando a introdução das novas tecnologias no ensino. Nossa pesquisa mostra que, de modo geral, cabe aos professores e diretores de escolas a tarefa de se atualizarem e se prepararem para o uso desta nova ferramenta. Mostramos também que, sem um trabalho adequado com os professores, o uso do computador pode ser feito de modo automático, não provocando nos alunos mudanças que possam permitir evolução na construção do conhecimento. Terminamos o artigo discutindo dispositivos de formação (inicial e continuada) de professores que possam sensibilizá-los para o uso consciente do computador auxiliando no processo de ensino e aprendizagem

Para se pesquisar como os futuros professores estão sendo preparados para o uso do computador em sala de aula, começamos estudando a composição dos cursos de licenciatura em Matemática. Estes cursos são compostos de 4 anos, nos quais o aluno (futuro professor) deve habilitar-se nos conteúdos relativos à Matemática e nos conteúdos específicos de preparação para o magistério, diferentemente do que acontece em alguns países europeus nos quais, primeiro, forma-se na disciplina específica, no caso a Matemática e, em seguida, faz-se 2 anos de preparação para o magistério.

Foram tomados como exemplos currículos de algumas licenciaturas de universidades brasileiras. A grande maioria destes currículos não contempla uma disciplina que enfoque o uso do computador com fins pedagógicos. Aparece, neste momento, a primeira dificuldade que encontramos neste tipo de pesquisa sobre currículos, que é o acesso aos mesmos, e, mais ainda, aos detalhes destes currículos (tais como o conteúdo e o enfoque específico de cada disciplina), pois não existe uma diretriz única para estas licenciaturas, nem mesmo recomendações oficiais sobre a formação do futuro professor[18]. Entretanto, percebe-se que de

[18] Esta pesquisa foi realizada em 1999, antes da publicação dos Novos Parâmetros Curriculares.

modo geral não há diferenças significativas entre as diversas licenciaturas em matemática existentes no Brasil.

A abertura existente nos currículos permite que uma licenciatura não tenha uma disciplina inteira dedicada ao uso da informática na educação, o que não significa que este tema não seja tratado em outra disciplina. Por outro lado, o fato de haver uma disciplina cujo título mostra uma preocupação com o tema não garante um trabalho real sobre a informática aplicada à educação. Citamos o exemplo de uma licenciatura na qual consta no currículo obrigatório a disciplina "informática aplicada à educação". Esta disciplina é de responsabilidade do departamento de computação, o que leva a formular a hipótese de que o enfoque dado ao curso deve ser mais voltado às questões técnicas (de programação, por exemplo ou até de conhecimento do funcionamento da máquina) do que às questões teóricas sobre como se dá o processo de ensino e aprendizagem. Ou seja, perguntas tais como: Qual a ementa destas disciplinas? Como são dadas? Por quem? Qual o tipo de treinamento feito?, são obrigatórias para se falar em possível prática do aluno (futuro professor).

Usar informática em sala de aula para ensinar um conteúdo específico da disciplina é diferente, e requer reflexões diferentes de se discutir com os alunos condições e possibilidades do uso da informática em sua prática pedagógica. Ou seja, se um professor de uma disciplina utiliza, em seu curso universitário, um software para trabalhar com seus alunos (futuros professores) a noção de "integral", podemos dizer que este aluno conhece o software e sabe usá-lo quando indicamos o caminho, sem, porém, significar que ele será capaz de preparar uma aula para seus alunos de Ensino Fundamental e Médio utilizando a informática. Trata-se de conteúdos diferentes, de um público diferente com necessidades que requerem um tratamento diferenciado. Mais adiante mostraremos que para saber usar um software em uma sala de aula não basta saber utilizá-lo para resolver um problema.

Para melhor entender a formação do futuro professor de matemática, tomamos como exemplo o currículo de um curso "standard". Nesse curso em um total de 2584 horas de curso, 68 horas são dedicadas ao estudos de "Fundamentos em didática" e 204 à "Prática de Ensino", que compreende aulas teóricas na Universidade e aulas de estágio. Assim, em um quadro curricular como esse, a possibilidade de discutir a tecnologia voltada para o ensino (bem como outros tópicos) fica sob a responsabilidade do professor da disciplina "Prática de Ensino". Ou seja, trata-se de uma escolha do professor e não de uma orientação oficial do programa. Vale a pena lembrar que em algumas universidades esta disciplina pertence ao departamento de educação, sendo ministrada muitas vezes por um professor que não tem formação específica em matemática.

Após estudar vários currículos de licenciatura em matemática, chega-se à conclusão de que à formação do futuro professor para o uso de novas tecnologias educacionais resta uma *possibilidade* - muitas vezes nem mesmo mencionada nos textos oficiais das licenciaturas – no interior de disciplinas didáticas tais como "Prática de Ensino de Matemática", "Metodologia do Ensino da Matemática" e "Tópicos Específicos da Educação". Isto restringe o tempo que pode ser dedicado a este tópico, tornando quase inviável um trabalho conseqüente que forneça subsídios aos futuros professores do Ensino Fundamental e Médio. Esta ausência de um tempo exclusivo dedicado a estudar este novo instrumento pode estar relacionada à falta de conhecimento das capacidades oferecidas: é comum encontrarmos professores universitários que não sabem como usar informática para tratar conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, assim como professores desses níveis que dizem utilizar a informática em sala de aula, este uso estando mais restrito ao uso de Internet ou de aplicativos como Word e Excel. Não se trata aqui de negar a importância do uso destes meios, mas o fato é que existem software educacionais criados para o ensino da matemática que podem efetivamente contribuir para a construção do conhecimento e que exigem um tempo de dedicação maior para se poder explorá-los convenientemente, unindo tecnologia e conhecimento matemático.

Projetos sobre Informática e Educação

Alguns centros universitários sensíveis à introdução de novas tecnologias em sala de aula e respondendo a um apelo de parte de órgãos oficiais de constituição de grupos de trabalho nessa linha, criaram núcleos de pesquisa em informática na educação com objetivos de pesquisar e de fornecer apoio aos professores. Este tipo de ação pode ter uma influência maior na formação continuada do professor visto que a participação do licenciando em um destes centros (caso sua universidade o tenha) é optativa. Alguns pólos tradicionais ligados à problemática da informática na educação e que constituíram grupos de estudo são os da PUC-SP, UNESP de Rio Claro e UNICAMP[19]. Nestes centros, o curso de Matemática acaba tendo uma influência mais forte da informática aplicada à educação, entretanto faltam dados sobre como se dá a discussão nestes cursos sobre a informática e também sobre a prática dos professores que participaram de cursos de formação continuada oferecidos por esses centros.

O Ministério da Educação lançou um projeto sobre a informatização das escolas públicas, o PRO INFO. Trata-se de fornecer em média 10 máquinas para cada escola e de prestar apoio na formação do professor para o uso das novas tecnologias. Este apoio dá-se através da formação de um grupo de professores treinados que se transformarão em formadores de professores, trabalhando com formação continuada. Nesta etapa do projeto era previsto treinar o professor para que ele utilize aplicativos tais como Word, ou Excel. O uso de software educacionais específicos não é objetivo desta fase do projeto. Efetivamente não se pensava, nesse momento, em um uso da informática que possa provocar mudanças no sistema didático, ou que aja diretamente no processo de ensino e aprendizagem. O PRO INFO está atualmente (2000) oferecendo novos cursos de formação continuada nos quais se discute entre outros, o uso de software educacionais.

Condições materiais das escolas

A maioria das escolas públicas brasileiras não está equipada com computadores, porém, como já relatado, o MEC, através do projeto PRO INFO tem equipado várias destas escolas. A situação nos estabelecimentos privados de ensino é bastante diferente da situação nas escolas públicas. Muitas escolas particulares contam hoje com um laboratório de informática que utilizam, inclusive, como atrativo para atrair alunos (e pais de alunos). Assim, os professores destas escolas devem incorporar à sua prática pedagógica o uso da informática, o que leva a questionamentos tais como: uma vez que eles não receberam formação que abarcasse este uso, de que maneira poderão apropriar-se destes meios? *Que* material é utilizado e *como* é utilizado?

Objetivos e metodologia de pesquisa

Com base nos pressupostos teóricos e nas questões levantadas acima, definimos dois objetivos centrais para esta pesquisa, resumidos a seguir :

1) Verificar se os professores utilizam ou não a informática com seus alunos, e, em caso afirmativo, oferecer elementos de respostas às seguintes questões: a) como e que material é utilizado? b) que dificuldades são encontradas pelos professores no uso de novas tecnologias no ensino?

2) Estudar práticas de formação (inicial e continuada) de professores que possam contribuir efetivamente para a incorporação consciente e crítica das novas tecnologias na educação.

[19] Esta lista não é exaustiva, visa somente fornecer alguns exemplos ao leitor.

Com relação à questão 1 foi passado um questionário aos professores de algumas escolas, públicas e privadas, de Campo Grande que possuem laboratório de informática. Este questionário permitiu dividir os professores em 4 grupos:

1 - os que não receberam formação para utilizar tecnologia em sala de aula e não a utilizam em sua prática pedagógica;

2 - os que não tiveram formação especifica, mas utilizam informática com seus alunos;

3 - os que receberam formação sobre uso de novas tecnologias, mas em sua prática pedagógica não utilizam o computador;

4 – finalmente, os que receberam formação ao uso das novas tecnologias e utilizam o laboratório de informática em suas aulas.

Relativamente à questão 2, alguns dispositivos de formação de professores foram elaborados, aplicados e analisados, estando atualmente sendo (re) aplicados.

Resultados obtidos no questionário

Para o questionário elaboramos perguntas que pudessem fornecer dados sobre o tipo de formação inicial do professor, se neste momento houve formação sobre o uso da informática na educação, e sobre a participação ou não em cursos de formação continuada voltados para o tema "informática e educação". Os professores foram também convidados a classificar as dificuldades encontradas por eles no contato com a informática no momento de sua aprendizagem, assim como no momento de utilizá-la em sala de aula.

No quadro abaixo listamos, na primeira coluna, os professores que receberam formação inicial ou continuada quanto ao uso do computador em sala de aula e, na segunda coluna, registramos os professores que praticam informática com seus alunos.

Inicial + continuada	Prática pedagógica	
SIM	SIM	23
SIM	NÃO	2
NÃO	SIM	9
NÃO	NÃO	3

Tabela 2 - Formação do professor x Uso de tecnologia educacional

Os professores não são claros em suas respostas quanto ao tipo de formação recebida, com relação ao uso da informática na educação. Por vezes o material estudado não é explicitamente citado por eles, que utilizam argumentos do tipo: "eu não lembro mais..."

Com relação à formação inicial, 7 professores afirmam terem tido contato com a informática, sendo que somente 2 afirmam terem trabalhado com software educacionais. Isto significa que a preparação para o uso da informática foi feita, mais no sentido de familiarizar o futuro professor com as novas tecnologias, do que no sentido de discutir questões relativas ao conteúdo matemático a ser ensinado e o uso do computador no tratamento desse conteúdo. Este dados confirmam a hipótese de que os cursos de formação de professores não assumem a responsabilidade de formação para o uso das novas tecnologias. Esta função recai então sob a responsabilidade dos estabelecimentos escolares, ou, ainda, dos próprios professores que deverão participar de cursos de formação continuada ou ser autodidatas.

Vemos também que os professores que usam o laboratório de informática com seus alunos utilizam software do tipo Excel, Word,... ou ainda a Internet. Relativamente ao uso de software educativos trata-se de usar "jogos educativos", nos quais o aluno treina noções estudadas em sala de aula, resolvendo alguns exercícios no computador[20]. Este tipo de software enquadra-se na perspectiva "estímulo-resposta", que não se identifica com o construtivismo.

Dificuldades dos professores usuários da informática

De modo geral, os professores dizem não ter dificuldades com a informática, mas eles procedem a uma classificação das dificuldades encontradas.

Relativamente às dificuldades encontradas durante a **formação inicial**, 17 professores afirmaram não ter tido dificuldades, 4 acharam um pouco difícil, 3 acharam difícil e 2 professores não explicitaram o grau de dificuldade encontrado. Relativamente à **prática pedagógica**, 24 professores responderam que não é difícil usar a informática, 6 reconheceram ter um pouco de dificuldade, 2 acharam difícil e finalmente 2 professores não se posicionaram.

Um dado importante, merecedor de análise, é que os professores identificaram como dificuldade no uso da informática o fato de que não existe uma máquina para cada aluno, o que implica (para estes professores) que não se pode fazer uma avaliação dos trabalhos dos alunos. Ora, a inserção de um novo instrumento implica em mudanças no planejamento das aulas. É preciso reavaliar todo o processo de ensino e aprendizagem, passando por discussões do tipo reestruturação dos objetivos da disciplina, como e quando inserir atividades com o computador, por que fazê-las com computador e não com o papel e lápis, quais o ganhos ao se usar esta ferramenta, e, finalmente, é preciso reavaliar o processo de avaliação. Será verdade que um aluno deve ser sempre avaliado de maneira individual ? O uso do computador como recurso didático pode ser um grande aliado para a realização de uma aprendizagem cooperativa, por exemplo. Podemos ainda citar experiências já realizadas de situações de comunicação nas quais um aluno deve transmitir os passos de uma resolução (de um caminho a seguir) para seu colega, de modo que este segundo atinja o objetivo. Por exemplo, se pensamos no caso do cabri-géomètre, pode-se imaginar uma situação na qual um aluno deve transmitir a seu colega os passos para que este consiga reproduzir uma construção geométrica. Avalia-se, deste modo, os dois alunos: como se comunicam, como devem escrever para evitar que o colega cometa certos erros, etc..

Os dispositivos de formação de professores

Paralelamente ao andamento da análise de respostas dos professores ao questionário, começamos a desenvolver ações no sentido de instrumentalizar o professor (ou futuro professor) à utilização da informática em sala de aula. Com objetivo de discutir os tipos de dificuldades que apareceram neste momento, descreveremos e analisaremos aqui duas destas ações por terem caráter diferente. A primeira delas refere-se ao trabalho com a formação inicial do futuro professor, ou seja, enquanto ele está freqüentando a universidade, e, a segunda, relata uma experiência com formação continuada, que se deu em forma de curso de extensão.

Formação inicial

Tendo em vista que o futuro professor deve sair da universidade preparado para lecionar o conteúdo e utilizar os materiais disponíveis, acreditamos que a preparação para o uso da informática como instrumento para aprendizagem deve ser objeto de estudo durante a graduação deste futuro professor. Neste sentido, como professora de Prática de Ensino, dentro do conteúdo habitual a ser trabalhado, iniciamos um trabalho sobre a informática. Este trabalho visava familiarizar o aluno com, pelo menos, um software e torná-lo um cidadão crítico quanto às formas de uso desta nova tecnologia. Não se trata de passar um receituário de como ensinar

[20] Para o leitor interessado em aprofundar a leitura sobre diferentes tipos de software indicamos a leitura de Valente, 1997.

um determinado conceito, mas sim de torná-lo autônomo no uso deste instrumento, ou pelo menos no uso do software estudado. O objetivo central era discutir formas de introduzir um novo instrumento na rotina da aula e estratégias para preparar um curso, analisando mudanças que ocorrem com a introdução deste novo instrumento e condições que devem existir para a incorporação crítica das novas tecnologias no ensino.

Com estes objetivos a metodologia que adotamos foi a seguinte : num primeiro momento, dedicamos 4 horas à familiarização com o software; em seguida, propusemos atividades prontas a serem trabalhadas com o software em torno da noção de área e perímetro de uma figura plana. As atividades que propusemos são oriundas de uma pesquisa de doutorado de Moreira-Baltar (1996), na qual a autora propõe, testa e analisa uma engenharia didática sobre o conceito de área e perímetro de figuras planas. Finalmente, sugerimos aos alunos a criação de uma atividade que pudesse propiciar ao professor trabalhar as relações de conservação de área e de perímetro de uma figura plana. Propusemos assim, a devolução (Brousseau, 1986) de uma "tarefa" aos alunos visando favorecer a autonomia desses futuros professores. Paralelamente ao trabalho no laboratório de ensino, estes alunos estavam realizando uma análise de livros didático das 8 séries do Ensino Fundamental, visando identificar como e em que momentos aparece a noção de área de uma figura plana.

Era esperado que o trabalho realizado até então fosse suficiente para que os alunos efetivassem a devolução da taxa proposta. No entanto nenhum aluno conseguiu realizar a tarefa pedida. Passamos então a avaliar por que isto ocorreu, pois eles estavam familiarizados com o software já haviam feito alguns exercícios sobre área com cabri, além de conhecerem bem o conteúdo a ser ensinado no Ensino Fundamental[21].

Acreditamos que o bloqueio ocorrido com os licenciandos deste curso pode ser devido ao fato de que, como eles não têm grande prática em sala de aula, as questões que levantamos, como sendo pontos de difícil compreensão por parte dos alunos, podem parecer sem sentido para eles. A busca de uma situação que pudesse ajudar os alunos a superarem suas dificuldades talvez represente uma necessidade para professores acostumados a encontrar este tipo de dificuldade, enquanto que para professores em início de carreira estas questões não representam ainda uma verdadeira dificuldade. Assim, acreditamos que com professores mais experientes poderemos obter resultados diferentes, pois eles seriam mais sensíveis às dificuldades dos alunos. Deste modo pode-se sensibilizá-los também quanto ao ganho de usarmos um meio, no caso o Cabri-géomètre, que funcione como elemento facilitador da aprendizagem.

Por outro lado, acreditamos que o trabalho com informática educativa deve permear toda a formação do futuro professor, e não estar presente somente um uma disciplina, o que significa que todo o corpo docente deve estar preparado para trabalhar com software educacionais, tanto para discutir conteúdos de matemática quanto para discutir seu uso no ensino.

Formação continuada

Com objetivo de comparar resultados obtidos em diferentes experiências, relatamos aqui um curso rápido de Cabri-géomètre oferecido para professores e alunos de licenciatura. Antes, porém, convém acentuar o fato de que este tipo de curso tem se mostrado como o modo mais freqüente pelo qual os professores em exercício têm se atualizado, pois trata-se de um tempo curto, que não interfere muito em suas atividades rotineiras e que permite conhecer novos avanços no que tange à educação. Os professores vêm para estes cursos buscando respostas aos problemas encontrados em sala de aula, o que tem seu lado positivo e negativo. Por um lado ele está mais apto a identificar o que pode significar uma dificuldade para o aluno e, consequentemente, a reconhecer uma possível saída para lidar com estas dificuldades. Por

[21] A análise de livros didáticos havia sido feita de modo a levantar possíveis dificuldades na aprendizagem do tema "área e perímetro".

outro lado, o fato de não terem muito tempo disponível e de participarem, em geral, de cursos rápidos não lhes possibilita autonomia suficiente para empregarem o conhecimento visto. E foi justamente isso que ocorreu nesse curso.

O professor precisa "reprogramar" suas aulas e para tanto a escola deve oferecer apoio, fornecendo tempo livre aos professores, possibilidades de discussão em grupos e inter-escolas, participação em cursos de atualização etc. Na verdade, precisamos de ações que alterem o sistema tradicional, onde o professor precisa dar 40 aulas semanais para sobreviver...

Conclusão

Trabalhar com ambientes informatizados de aprendizagem exige um trabalho diferente por parte do professor, trabalho este que deve repousar sobre as condições de (re)equilíbrio do sistema didático. O processo de ensino e aprendizagem sofrerá mudanças devido à introdução do novo instrumento, especialmente se quisermos que existam mudanças do ponto de vista da aprendizagem. Aqui o papel do pesquisador em didática torna-se essencial no sentido de fornecer subsídios para a prática do professor que, por sua posição de agente ativo do sistema didático, não tem como fazer uma análise de sua própria atuação.

Faz-se necessário também continuar o estudo sobre dispositivos de formação de professores visando obter resultados mais efetivos, e é nesse sentido que estamos dando continuidade a essa pesquisa.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n°3, pp. 281-307, La pensée sauvage, Grenoble, 1990.BELLEMAIN Franck. **Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide a l'enseignement de la géométrie: Cabri-géomètre**, Tese de doutorado, Universidade Joseph Fourier,Grenoble 1, 1992.

BROUSSEAU Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 7, n°2, pp. 33-115, La pensée sauvage, Grenoble, 1986.

MOREIRA-BALTAR, Paula. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes : une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1996.

VALENTE José Armando. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. In O computador na sociedade do conhecimento. **Coleção Informática na Educação**. MEC, 1997.

INTRODUÇÃO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: O PAPEL DO CABRI

Nielce Lobo da Costa
PUC/SP

Resumo

Este artigo aborda parte de uma seqüência de ensino feita para introduzir as funções seno e cosseno para alunos do ensino médio. Especificamente discutimos o papel desempenhado pelo software Cabri-géomètre II nesta pesquisa e os resultados obtidos, resultados estes que fizeram parte de nossa dissertação de Mestrado.. O objetivo da pesquisa foi investigar se a aprendizagem das funções trigonométricas sofre a influência

da ordem de aplicação dos contextos (entendidos aqui como ambientes de aprendizagem) e, ainda, identificar qual ordem de introdução se apresenta mais eficaz.
Preparamos uma seqüência didática em dois contextos: computador e "mundo experimental". Ela foi aplicada em dois grupos de alunos, sendo que para um deles iniciamos o assunto por atividades no computador, utilizando dois softwares: o Cabri géomètre II e o Graphmática for Windows, e demos continuidade por tarefas e manipulações no "mundo experimental". Para o outro grupo a ordem de introdução foi invertida.
Neste artigo concentramos nossa atenção no papel desempenhado pelo Cabri e como integramos o software na seqüência didática, uma vez que nossas análises nos levaram a concluir que a ordem de apresentação das atividades, por contextos, interferiu no processo de aprendizagem.

Introdução

Neste artigo relatamos a utilização do software Cabri géomètre II para a introdução e estudo das funções trigonométricas seno e cosseno, com alunos do ensino médio, em uma pesquisa que resultou em dissertação de mestrado.

O estudo incluiu uma seqüência de ensino cujo objetivo foi introduzir as funções seno e cosseno e suas transformações, isto é, estudar funções do tipo: $f(x)=a.sen(\omega x+x_o)+b$, ou $f(x)=a.cos(\omega x+x_o)+b$ com a, b, ω e x_o reais, $\omega > 0$ e $a \neq 0$, por meio de uma abordagem e metodologia que levassem a uma aprendizagem significativa. Neste sentido nosso interesse em considerar os conhecimentos prévios do aluno e em valorizar características dessas funções tais como periodicidade, limitação do conjunto imagem, etc. A seqüência didática foi dividida em duas partes: uma a ser desenvolvida no computador, com os softwares Cabri géomètre II e Graphmatica for Windows e outra com atividades experimentais nas quais os estudantes deveriam resolver problemas a partir da manipulações de equipamentos e materiais concretos. As atividades foram independentes e complementares.

A pesquisa foi fundamentada nas teorias de Piaget, Vygotsky e Vergnaud. De Piaget consideramos a função simbólica, o conhecimento figurativo e operativo e o processo de equilibração como ponto central para desenvolver os conceitos. De Vygotsky consideramos a zona de desenvolvimento proximal e o papel do professor como mediador e de Vergnaud a teoria dos campos conceituais e a resolução de problemas na formação de conceitos.

Em nosso estudo demos grande importância ao contexto. Esta palavra tem sido usada na Educação Matemática com diferentes significados e, aqui, estará sendo entendido como settings, isto é, os lugares físicos das atividades humanas, no mesmo sentido dado por Saxe, 1991. Dois contextos - computador e "mundo experimental" - foram os ambientes mediadores no processo de aprendizagem.

Partimos da suposição que ambos os contextos seriam necessários para dar significado às funções trigonométricas. Acreditamos que os contextos se complementariam mas não podíamos, à priori, prever se a ordem interferia e se seria melhor explorar atividades no mundo virtual para em seguida desenvolver as do mundo experimental ou vice versa. Assim, a questão de pesquisa foi identificar se a ordem de introdução, por contextos, interferia e, em caso afirmativo, qual a ordem mais eficiente no processo de aprendizagem.

No contexto que denominamos "mundo experimental" os estudantes participaram de atividades de resolução de problemas a partir de manipulações com materiais concretos tais como madeira, areia, metal, etc. e no contexto do computador desenvolveram atividades com apoio dos softwares, Cabri géomètre II e Graphmatica.

Salientamos que não temos pesquisas em Educação Matemática sobre a introdução dos conceitos funcionais em trigonometria utilizando modelagens e a seguir computadores. A exceção refere-se às pesquisas de Wenzelburger (1992) mas esta comparou o contexto computacional com o do papel e lápis.

O Desenho da Pesquisa

Trabalhamos com 32 estudantes do ensino médio, divididos da seguinte forma:

Grupo A -16 alunos	**Grupo B** - 8 alunos	**Grupo C** - 8 alunos
Grupo de referência	Grupo de Pesquisa	Grupo de Pesquisa
Aulas (sala de aula)	Atividades no "Mundo Experimental" seguidas das atividades no Computador	Atividades no Computador seguidas das atividades no "Mundo Experimental"

Os alunos dos grupos experimentais realizaram as atividades em dupla e em horário extra classe. Todos os sujeitos eram do ensino médio e não haviam estudado trigonometria no ciclo.

Atividades do "Mundo Experimental"

Procuramos simulações para auxiliar o aluno a "descobrir" as funções seno e coseno. Escolhemos fenômenos da Física, como o movimento circular uniforme, uma composição de movimentos com um circular e um retilíneo e o movimento de um pêndulo simples. O que motivou a escolha desses fenômenos foi a facilidade de visualização, principalmente, do movimento periódico.

Criamos três atividades, cada uma ligada a um dos equipamentos mostrados abaixo:

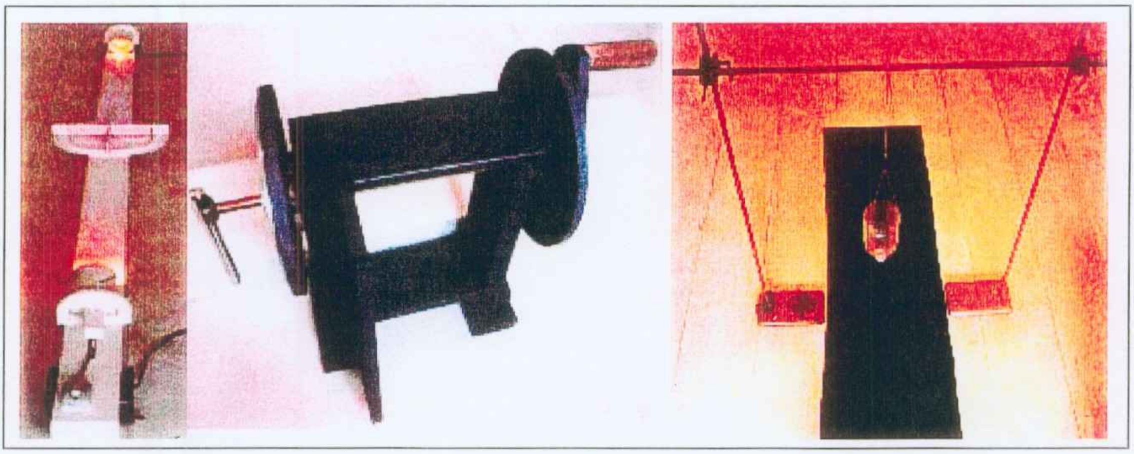


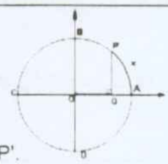
Fig. 1 -Simulador de Alarme Óptico, Roda com a Caneta a Laser e Pêndulo de Areia

A primeira atividade (Simulador de Alarme Óptico) foi de resolução de um problema e por meio dele introduzimos o ciclo trigonométrico e as funções seno e cosseno. O segundo experimento (Roda com a Caneta à Laser) objetivou estabelecer a ligação entre o ciclo trigonométrico e as funções seno e cosseno. O último experimento (Pêndulo de Areia) foi uma atividade de previsão, levantamento de hipóteses e validação para levar os alunos a estabelecerem uma ligação entre fenômeno periódico e sua forma matemática.

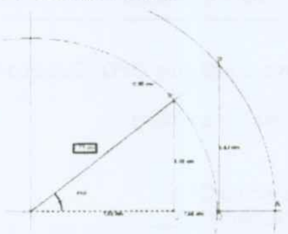
As atividades do Contexto do Computador

Os alunos utilizaram arquivos previamente preparados por nós. Como neste artigo o objetivo principal é descrever o papel desempenhado pelo Cabri, acrescentamos, a seguir, as atividades

Atividade 1



Seja x a medida do ângulo central correspondente ao arco AP.
No triângulo OPQ o ângulo PÔQ x pode assumir valores tais que $0 < x < 90°$.
PQ é o cateto oposto a PÔQ, OQ é o cateto adjacente a PÔQ
OP é a hipotenusa



1. Abra o arquivo **Ni 1.** Você pode movimentar os pontos P e P'. Desloque P' em direção a O, tal que **OP'=5cm**. A seguir desloque P, tal que **x** assuma os valores abaixo e complete a tabela, com exceção das 3ª e 6ª colunas:

x(°)	$\frac{PQ}{OP}$	$\frac{P'Q'}{OP'}$	$\frac{P'Q'}{OP'}$	$\frac{OQ}{OP}$	$\frac{OQ'}{OP'}$	$\frac{OQ'}{OP'}$

2. *** Movimente P' até que OP' = 7 cm e então termine de preencher a tabela. O que você pode concluir, comparando as razões calculadas nos triângulos?____ Explique por que isso ocorre.____________

Discussão Conclusões desta atividade : ____________________
Para finalizar... Relembremos:
1. O comprimento da circunferência é $2\pi r$. Então se retificarmos a circunferência de raio r = 1, seu comprimento será 2π. Represente-a, localizando os pontos A, B. C e D.
2. Existe outra unidade de medida de ângulo além do grau, que é o radiano.

Conversão de unidades:

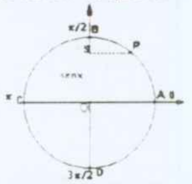
x(°)	0	90	180	270	360
x(rad.)	0				2π

Na próxima atividade você trabalhará os ângulos com a medida em radiano.

Após a aplicação fizemos a institucionalização, fora do computador e discutimos a passagem da trigonometria do triângulo retângulo para o ciclo. Aqui usamos a função de Euler para estabelecer com os alunos as definições de seno e o cosseno no ciclo.
A próxima etapa foi analisar, em função do arco x, em quais quadrantes o seno (ou cosseno) é positivo e em quais é negativo e os valores assumidos em alguns arcos.
Acrescentamos a seguir um resumo das atividades.

Atividade 2

1) Abra o arquivo **Trigo 1**. Seja AP = **x**, Deslocando o ponto P, no sentido anti- horário, ao longo dos quadrantes, de tal forma que **AP = x** esteja nas posições I a IV abaixo, complete a tabela 1.



Conforme P se aproxima	AP = x	valor de sen x (aumenta ou diminui)	sinal de sen x (positivo ou negativo)
I - de B	$0 < AP < \pi/2$		
II - de C	$\pi/2 < AP < \pi$,		
III - de D	$\pi < AP < 3\pi/2$		
IV - de A	$3\pi/2 < AP < 2\pi$		

Complete: Pondo P sobre A temos:	AP = x = 0	sen 0 = 0

Pondo P sobre B temos:	AP = x = $\pi/2$	sen =
Pondo P sobre C temos:	AP = x = π	sen =
Pondo P sobre D temos:	AP = x = $3\pi/2$	sen =
Pondo P sobre A temos:	AP = x = 2π	sen =

Observando os dados acima, responda:

1. Qual o valor máximo assumido pelo seno ? ____________e qual o valor mínimo?
2. Se você continuar a movimentar o ponto P de tal forma que AP > 2π, o que você pode prever em relação aos sinais e ao crescimento ou decrescimento do seno?

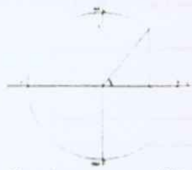
2) Abra o arquivo **Trigo 2**

Supondo que o ponto P se desloque, no sentido anti-horário, ao longo dos quadrantes, de tal forma que 0 arco **AP = x** esteja nas posições I a IV abaixo, faça uma *previsão* do que ocorrerá, sem deslocar o ponto P e complete a tabela: (análogas às anteriores)

*Desloque o ponto **P** e confirme no computador suas respostas.*

(questões análogas às anteriores, novamente propostas, para o cosseno)

3) Abra o arquivo **Trigo 3.**



a) Deslocando o ponto P ao longo do 1° quadrante ,observe o triângulo **OPQ.** Que tipo de triângulo é este?

b) Identifique o que cada segmento colorido representa, em relação ao triângulo:
OP vermelho _____ **OQ** azul _______ **PQ** verde_______

c) Qual a relação importante entre os lados desse triângulo?

d) Movendo P ao longo do ciclo, o que acontece com o tamanho de OP?__
Este segmento representa, em relação ao ciclo, o ______e seu valor é ____.

Sendo o arco **AP** de medida **x** ,o que representam: **OQ** =________ e **PQ** =_______. Substituindo estes dados no item c conclui-se que: *(Relação Fundamental da Trigonometria)*

e) Deslocando o ponto **P** ao longo do 1º Q , compare os segmentos **OQ** e **PQ** e explique o que acontece com os seus tamanhos. ________________________________

f) Existe algum ponto em que esses segmentos são iguais ?___________ Se sim, quais os arcos correspondentes? _________________Justifique porque isso ocorre.

Foram feitas as discussões e na próxima sessão coletados os dados no ciclo trigonométrico para a confecção do gráfico do seno e cosseno. Optamos por levar o aluno a traçar os gráficos das funções em papel e lápis. Não usamos os recursos do software para estes surgirem no computador. Como a pesquisa envolveu dois contextos, nosso interesse era que os alunos, por caminhos totalmente diversos (no mundo experimental ou no computador) construíssem por seus próprios meios os gráficos das funções.

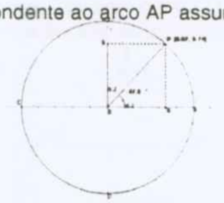
O Cabri não foi usado para replicar uma situação modelada no mundo experimental, isto é, as atividades não foram reproduções dos equipamentos e das situações problema apresentadas no contexto anterior.

Apresentamos abaixo a próxima atividade.

Atividade 3

Abra o arquivo **NI.2** :

Desloque o ponto P ao longo dos quadrantes, de tal forma que o ângulo central correspondente ao arco AP assuma os valores assinalados abaixo e complete a tabela



x (°)	x (rad.)	OQ = cos x	OS = sen x
0	0		
30	$\pi/6$		
45	$\pi/4$		
60	$\pi/3$		
Mais alguns valores, até 180°			

2) Existem valores de x, entre os dados que você coletou, que possuem o mesmo seno? _______Se sim, cite alguns____________________ E quanto ao cosseno? ___________________________

3) Compare sen 20° com o sen 160°. O que ocorre com seus valores?___ Justifique o porquê
4) Faça uma previsão do **cos** x e do **sen** x para os seguintes valores de x:

x (°)	x (rad.)	OQ = cos x	OS = sen x
210	$7\pi/6$		
(Mais alguns valores até 390^0)			

5) Confira no computador se você acertou.
Cite dois valores de x cujos senos sejam números opostos ____________________
6) Dê dois valores de x tais que cos x = - 0,5

Faça um gráfico colocando no eixo horizontal os valores do arco x e no eixo vertical os valores do sen x.
Este gráfico representa uma função?______________________ Justifique sua resposta.___________
8) Repita o procedimento colocando no eixo vertical os valores de cos x.
Conclusões (preencher, após discussão):

Feita a discussão e institucionalização passamos ao estudo das transformações, tais como f(x) = (sen x) + 1 ou f(x) = sen (2x), isto é, passamos à analise da interferência de parâmetros a, b, x_o, ω ou pelo em funções do tipo *f(x)=a .sen x ; f(x)=a .sen x + b, f(x)=a .sen* $(\omega x + x_o) + b$ ou $f(x)=a.\cos(\omega x + x_o) + b$ *com a, b,* ω *e* x_o *reais,* $\omega > 0$ *e* $a \neq 0$.

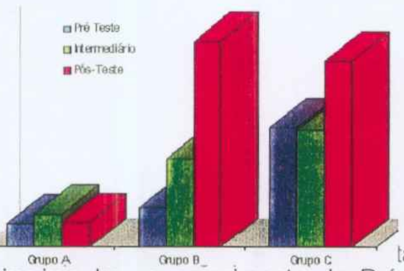
Optamos aqui pela utilização do software Graphmatica for Windows Dada a limitação desse artigo não acrescentamos a continuação da seqüência.

Análise dos Dados Experimentais

Aplicamos três testes sobre conhecimentos gerais do assunto. Optamos por tentar identificar se os alunos resolveriam questões formais de trigonometria e procuramos avaliar se a seqüência produziu conhecimentos que poderiam ser medidos por provas semelhantes às aplicadas após um curso normal de trigonometria. Um dos testes foi aplicado antes do início da seqüência (Pré teste), a seguir um teste Intermediário ao término do primeiro contexto ("mundo experimental" para o grupo B e computador para o C) e um no final do experimento (Pós teste). A partir deles fizemos diversas análises, a saber: geral, por variação de acertos do Pré para o Pós Teste, evolução do primeiro para o segundo contexto, do desempenho dos sujeitos, por objetivos, a partir dos itens e análise de erros e procedimentos.

Escolhemos aqui discutir suscintamente apenas a análise geral e por objetivos

Análise Geral



Testes
Grupo A __ Grupo de Referência (Sala de aula)
Grupo B __ "Mundo Experimental" + Computador
Grupo C __ Computador + "Mundo Experimental"

	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
Grupo A	8,75%	12,50%	9,37%
Grupo B	15,00%	33,30%	77,50%
Grupo C	45,00%	43,75%	70,00%

tais (B e C) com o de referência (A), observamos que nos primeiros houve crescimento do Pré para o Pós-Teste, enquanto no Grupo A houve de crescimento durante o estudo mas, no Pós-Teste, o desempenho foi praticamente o mesmo do Pré-Teste (que correspondia a um momento em que desconheciam o conteúdo).

Análise por Objetivos

Estabelecemos os seguintes objetivos para a seqüência didática:

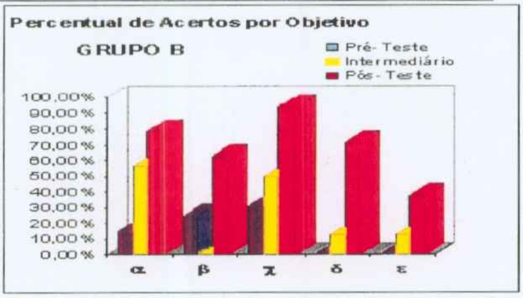
α Associar um número real ao arco correspondente no ciclo e dar seu seno e cosseno;
β Reconhecer e aplicar a Relação Fundamental da Trigonometria;
χ Conectar o gráfico com a expressão algébrica da função com diferentes coeficientes;
δ Interpretar Domínio, Imagem e Período em gráficos e expressões com as funções seno e cosseno;

ε Conectar fenômenos periódicos às funções seno e cosseno

Mundo Experimental → Computador

Grupo B

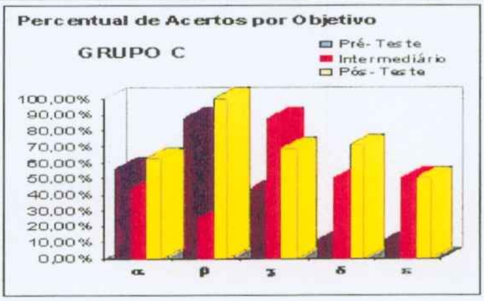
Objetivo	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
α	15,62%	56,25%	78,12%
β	25%	0%	62,50%
χ	31,25%	50%	93,75%
δ	0%	12,50%	70,83%
ε	0%	12,50%	37,50%



Computador → Mundo Experimental

Grupo C

Objetivo	Pré-Teste	Intermediário	Pós-Teste
α	56,25%	43,75%	62,50%
β	87,50%	25%	100,00%
χ	43,75%	87,50%	68,75%
δ	12,50%	50,00%	70,83%
ε	12,50%	50,00%	50,00%



A partir dos gráficos observamos que a evolução do Grupo B foi grande nos objetivos α, χ e δ. Há uma melhora do Pré para o Intermediário e deste para o Pós-Teste, ou seja, o aluno apresenta evolução teste a teste.

Observamos que houve um aumento significativo no percentual de acertos das questões ligadas a cada um dos objetivos, o que nos leva a supor que eles foram alcançados. O de maior sucesso foi o δ, no qual ambos os grupos partiram de índices muito baixos de acertos (0% no Grupo B e 12,5% no C) e chegaram a mais de 70% de sucesso.

Conclusões

O software Cabri géomètreII mostrou-se um ambiente extremamente fértil para as atividades de exploração do ciclo trigonométrico tais como os valores e sinais assumidos por seno e coseno em cada quadrante e observação de simetrias.

Em nosso estudo a ordem de introdução do assunto, por contextos, interferiu na aprendizagem. O grupo de alunos que obteve maior sucesso foi o que trabalhou primeiro com as atividades no Mundo Experimental e depois as no Computador.

Foi vantajoso trabalhar em dois contextos: os estudantes foram capazes de estabelecer correspondências entre as tarefas de cada contexto e concluímos que ambos os contextos, em nossa seqüência, foram necessários e complementares.

Referências

Balacheff, N. & Kaput, J. *"Computers Based Learning Environments"* Bishop International Handbook, 1997.

Lobo da Costa, N.M.–*"Funções Seno e Cosseno: Uma Sequência de Ensino a Partir dos Contextos do 'Mundo Experimental' e do Computador"*– Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 1997.

Piaget,J. -*"A Formação do Símbolo na Criança"* - Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 1978.

Saxe, G.B. - *"Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematics Understanding"* - Hilsdale, N. J. Lawrence Erlb Associates Inc., New Jersey, U.S.A. ,1991.

Vergnaud, G. - *"Problem Solving and Concept Development in Learning of Mathematics"* E. A.R.L.I., Second Meeting, Tübigen, September, 1987.

________*"La Théorie des Champs Conceptuels"* RDM, vol. 10 / **2.3.**, pp 133-170, 1990.

Vygotsky, L.S. -"*Formação Social da Mente-O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores*", Editora Martins Fontes, 4ª Edição, São Paulo, 1991.

Wenzelburger, E. - "*The Learning of Trigonometric Functions in a Graphical Computer Environment*" - Proceedings of PME 16, Vol. III, pp. 106-113, 1992.

SENSORES, INFORMÁTICA E O CORPO: A NOÇÃO DE MOVIMENTO[22]

Nilce Fátima Scheffer[23]
UNESP – Rio Claro – SP

1.0 Introdução

Apresentarei neste artigo um estudo a respeito da presença dos recursos tecnológicos no ensino, mais especificamente de matemática e ciências, e sua utilização como ferramenta auxiliar ao estudo e representação gráfica de movimentos.

A representação matemática dos movimentos apresenta-se de maneiras diferentes: através do plano cartesiano na calculadora e no computador, das manifestações orais, gestos, registros escritos, ou seja, das narrativas dos estudantes entrevistados. E o corpo passa a ser uma fonte de expressão nesse cenário.

Embora já tenha resultados da pesquisa, neste artigo me deterei em aspectos teóricos e metodológicos do estudo, considerando o reduzido número de páginas para abordar o assunto.

2.0 Os recursos tecnológicos utilizados

A pesquisa que realizo se volta para a análise da representação gráfica cartesiana de movimentos corporais, considerando as narrativas matemáticas dos estudantes, as quais envolvem os gestos, a fala, o registro escrito e o estudante como um todo, quando da interação com o CBR[24] e o LBM[25] como interfaces.

2.1 As calculadoras gráficas acopladas aos sensores

As calculadoras gráficas possuem dispositivos que desempenham funções importantes para a produção de movimentos e representação gráfica, quando acopladas ao detector sônico de movimentos CBR.

Esse detector sônico possibilita aos estudantes a exploração das relações matemáticas e científicas entre distância, velocidade, aceleração e tempo, a partir de dados coletados de atividades desempenhadas por eles.

O CBR é um dispositivo que, quando acoplado à calculadora, mede distância a objetos de 0,5m a 6m. Tem opções integrais para a construção de gráficos de tempo x distância, velocidade x tempo e aceleração x tempo, além de possuir um intervalo de tempo que varia de 5 a 15 segundos; tanto distância, quanto velocidade e aceleração podem ser detectadas em tempo real.

Ele possibilita a exploração de atividades livres para movimentos executados, que resultarão em representação gráfica no plano cartesiano. E leva o estudante a prestar atenção ao movimento que está fazendo, porque os gráficos cartesianos podem ser representados em tempo real, na tela da calculadora, através de linhas verticais, inclinadas e horizontais, que têm um significado em relação aos movimentos executados.

[22] Pesquisa orientada pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, UNESP – Rio Claro - SP

[23] Doutoranda da Pós-Graduação em Educação Matematica, IGCE e membro do GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informatica, outras Mídias e Educação Matematica do Departamento de Matematica da UNESP. Rio Claro – SP e Professora da URI, Câmpus de Erechim, RS. e-mail nilcefs@ rc.unesp.br

[24] CBR: Calculator Based Ranger, detector sônico de movimentos, sensor acoplável a uma calculadora gráfica.

[25] LBM: Line Became Motion, *software* utilizado na pesquisa

2.2 O software LBM

O software LBM é uma das contribuições de Nemirovsky à área de educação matemática, que tem como função principal explorar mais concretamente temas físicos e sua representação matemática em sala de aula. Em seu conjunto, envolve carrinhos construídos com peças coloridas, acoplados a um sistema de engrenagem, que deslizam ao longo de uma barra de metal, produzindo movimentos de aproximação e afastamento de um alvo. Possui um detector de movimento que através de uma interface transmite ao computador a ação, ou seja, o movimento produzido com um dos carrinhos, e o computador, por sua vez, representa graficamente o movimento no plano cartesiano.

Esse software não registra distâncias superiores a 60cm, porque este é o comprimento da barra de metal na qual os carrinhos deslizam. Os dados coletados, além de serem representados graficamente no plano cartesiano, podem também aparecer em forma de tabelas.

Com esse software, Nemirovsky propõe a investigação da representação gráfica cartesiana de movimentos, envolvendo variáveis como distância, velocidade e aceleração. É possível, portanto, desenvolver atividades práticas com estudantes executando movimentos com os carrinhos.

Os aspectos relacionados à utilização das interfaces aqui destacadas, podem ser assim descritos: 1) possibilitam a experiência do movimento corporal; 2) ilustram e representam através de gráficos cartesianos esses movimentos; 3) permitem que o estudante visualize em tempo real a construção de um gráfico cartesiano para o movimento; 4) apresentam imagens que, sem esses recursos, não estariam disponíveis para o estudante.

Observar como o estudante caracteriza e interpreta a representação gráfica cartesiana de movimentos, utilizando sensores que detectam movimentos corporais, é o objetivo principal da pesquisa, além de analisar as representações atribuídas pelos estudantes ao movimento produzido por eles nas atividades realizadas.

3.0 O Estudo

Esse tipo de investigação implica um contato entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa, envolvendo diálogo e observação direta e contínua ao longo do seu desenvolvimento. Para a viabilização do trabalho de campo, optei pela pesquisa qualitativa como perspectiva metodológica. A coleta de dados utilizou-se de experimentos de ensino, que envolveram um grupo de estudantes do nível fundamental.

4.0 A sala de aula e o tema "Movimento"

No ensino fundamental o "movimento" é trabalhado na 8ª série. Se a escola possui laboratórios ou equipamentos, realizam-se algumas experiências práticas.

A sala de aula às vezes transforma-se em laboratório para executar experimentos, principalmente para discutir questões como o movimento. Em geral, o tema movimento é abordado a partir da definição de alguns elementos principais como: corpo, ponto de referência, trajetória, espaço, posição, velocidade e aceleração, passando-se posteriormente aos tipos de movimento. Esse trabalho assemelha-se muito à seqüência apresentada pelos livros didáticos, principalmente os mais antigos, que têm sido o maior amparo dos professores de ensino fundamental.

Com a chegada das tecnologias na escola há três décadas, vários estudos relacionados ao ensino de ciências no Brasil tiveram impulso. Mesmo assim, com a preocupação voltada principalmente para as inovações e concepções dos alunos, as mudanças na prática da sala de aula têm ocorrido ainda muito lentamente.

Hoje, o tema movimento pode ser tratado na escola, a partir da utilização de ferramentas como os sensores. Eles detectam com precisão os mais simples movimentos que venham a ser executados pelos estudantes, servindo de interface entre o estudante e o recurso tecnológico para a representação gráfica no plano cartesiano.

5. 0 A Corporeidade

O envolvimento direto com o LBM proporciona uma situação de movimento, sem estar necessariamente vinculado ao corpo, esse movimento é obtido empurrando-se um minicarro ao longo de um trilho de metal; e com o CBR junto ao corpo em movimento abre possibilidades de relacionar o próprio movimento corporal com a representação gráfica no plano cartesiano. Tais tecnologias tornam possível a representação cartesiana do movimento corporal, além da observação do movimento de outros corpos físicos presentes no mundo, motivando um estudo da corporeidade.

A corporeidade leva a considerar a linguagem e o corporal cinestésico como fontes de expressão humana, uma vez que o corpo se posiciona, cria, se expressa, sofre, vibra e se movimenta.

Algumas das possibilidades para a questão da corporeidade são a *concepção de corpo* para Merleau-Ponty e a *linguagem do corpo.*

A *concepção de corpo*, permite a expressão, o olhar e a percepção, o que pode revelar as possibilidades do sensível, que fazem parte do corpo. Para este estudo da corporeidade, o corpo será tomado como fundo dessas possibilidades.

Já a *linguagem do corpo* considero como a expressão corporal através do gesto, da expressão da fala e do olhar do indivíduo, quando se manifesta no mundo. Veremos que a expressão corporal está sempre presente quando o indivíduo externaliza suas concepções e manifesta-se oralmente; o que desempenha um importante papel nas situações de aprendizagem em sala de aula, porque o aluno se faz mais bem entendido através da expressão corporal.

Assim, a corporeidade está intimamente relacionada com a experiência do ser humano e prevê um conjunto de idéias e ações que são organizadas e fundadas na realidade vivida.

Segundo Merleau-Ponty, o corpo-vivido é o corpo com movimento intencional. É o corpo que se expressa, que percebe, que se expõe, que é a presença e que se estende ao outro na ação e na manifestação, destacando a consciência como um ato de comunicar-se interiormente com o mundo, com o corpo e com os outros. Ao considerar o corpo em movimento, mesmo que em repouso, pois movimento é muito mais que movimento físico, Merleau-Ponty afirma que todo movimento é indissoluvelmente movimento e consciência de movimento. Segundo ele, tenho consciência do meu corpo através do mundo e, como o corpo é para o filósofo, o pivô do mundo, tenho consciência do mundo através do meu corpo. Assim, a organização corporal envolve espaço, tempo e uma percepção global que vai muito além dos órgãos dos sentidos.

No entanto, quando o autor se refere ao corpo como meio de nossa comunicação com o mundo, está dando um enfoque especial à expressão corporal, colocando o corpo como horizonte latente de nossa experiência presente, um objeto afetivo, ou seja, "afetado por", porque é situado e observável. Por outro lado, o autor quer desmistificar as concepções que dizem do corpo apenas como veículo de materialização de um pensamento a comunicar.

Outros autores como Nemirovsky por exemplo, ao fazer um trabalho que envolve movimento corporal, sensores e recursos tecnológicos, destaca o corpo nessa interação, atribuindo-lhe a função de contribuir em vários sentidos com a atribuição de significados, principalmente matemáticos, para situações físicas, por exemplo, a representação gráfica cartesiana, considerando as variáveis distância e tempo, para um movimento corporal. Esse pesquisador, além de ver o corpo como fonte de expressão e manifestação do ser, também o vê como fonte de ação para que tal movimento aconteça na interação com as mídias, como é o caso desta pesquisa, quando os estudantes praticam movimentos corporais tendo os recursos tecnológicos como interfaces na produção de representação matemática.

Então, o diálogo corporal deverá contemplar a liberação de expressões e gestos, criando situações de comunicação completas e envolventes. Esta parte do estudo vem apresentar o quanto a valorização do corpo como fonte de expressão para entender as significações matemáticas atribuídas pelos estudantes é importante, principalmente numa situação que envolve a representação matemática de movimentos corporais e destaca as narrativas dos estudantes, também como forma de manifestação e expressão.

6.0 As Narrativas Matemáticas

Esta pesquisa envolve a análise das narrativas dos estudantes quando da realização dos experimentos de ensino, motivo que leva ao estudo do tema narrativas e narrativas matemáticas.

Uma narrativa expressa algo, representa um pensamento, descreve uma ação, na medida que apresenta uma seqüência repleta de significados com uma certa ordem temporal.

A atividade de narrativa não consiste simplesmente em adicionar episódios um após o outro, mas na constituição de significados para os eventos. A arte da narração funda-se na construção de uma história, requerendo habilidade para descrever detalhadamente a sucessão. Alunos e professores usam narrativas para expor as diferentes representações de uma mesma história e situações de ensino e aprendizagem.

A narrativa possibilita exercitar a capacidade de dialogar, refletir e questionar, o que implica o desenvolvimento do ouvir o outro e lidar com conflitos e divergências, do saber contar e saber descrever.

O ambiente informatizado oferece várias oportunidades à construção de narrativas, especialmente as narrativas matemáticas, que podem envolver desde a interpretação da representação dada pelo computador e pela calculadora gráfica para determinado fenômeno, até a construção elaborada pelo aluno. As narrativas matemáticas encorajam o uso de funções definidas com diferentes expressões, proporcionam a observação de atividades realizadas num contexto e possibilitam experienciar as variáveis como tempo ou distância como uma mudança contínua.

Segundo Nemirovsky (1993), a construção de uma narrativa matemática envolve diferentes situações a serem refletidas, como as expectativas que um gráfico possa mostrar e o que os estudantes imaginam, tal qual em toda história.

Para ele, os estudantes elaboram e interpretam narrativas matemáticas em qualquer idade; eles criam e discutem representações para diferentes situações, principalmente para os gráficos que descrevem fenômenos contínuos como o movimento.

Uma narrativa matemática é articulada com símbolos matemáticos, integrando eventos com características simbólicas. Nemirovsky coloca como exemplo que há muitas possibilidades no gráfico para descrever a mesma narrativa, e também há muitas narrativas para o mesmo gráfico. Para ele uma narrativa matemática pode ser a interpretação de um gráfico, sendo que cada narrativa expressa um caminho específico.

As narrativas centralizam regras e expressões simbólicas que emergem e são usadas pelos estudantes. E a fluência das idéias matemáticas passa a ser refletida na elaboração de narrativas matemáticas. Os estudantes fazem suas narrativas matemáticas através da descrição de eventos, da descrição de um gráfico, tabela, ou uma lista de números; para isso segundo Nemirovsky, o estudante pensa uma história.

O que não podemos esquecer é que, ao recorrer à narrativa como forma de relatar a situação vivenciada, é necessário levar em consideração a interação com o outro, a capacidade de ouvir e de descrever as experiências realizadas e analisadas, aspectos que são considerados na análise dos dados desta pesquisa.

7.0 Considerações finais

Quando a ferramenta informática passa a integrar o ambiente escolar num processo de interação que envolve aluno, professor e tecnologias, ela passa a despertar a sensibilidade principalmente dos professores, quanto à existência de diferentes opções de representação para aspectos matemáticos, fundamentais para que construções, análises e estabelecimento de relações ocorram, principalmente através da discussão e reflexão.

Hoje, com a utilização de sensores é possível coletar dados relativos a movimentos corporais experienciados em tempo real, os quais são representados no plano cartesiano em calculadoras gráficas ou softwares, possibilitando um estudo mais apurado dessa representação matemática, abrindo assim, um caminho para se valorizar a corporeidade e as narrativas matemáticas na escola.

A corporeidade e idéia de corpo em movimento é decisiva neste estudo, porque o movimento corporal produz significação matemática quando da interação dos estudantes com os sensores, na vivência de uma situação de movimento.

E as narrativas matemáticas também assumem seu papel, porque elas representam a oportunidade da palavra dada ao estudante para que ele fale, expresse e registre o que entendeu, compreendeu e produziu através da ação com os sensores e software, participando dos movimentos corporais e observando-os acontecerem.

8.0 Referências Bibliográficas

BORBA, M.C., *Students'understanding of transformations of functions using multirepresentational software.* Cornell: Cornell Univfersity, 1993. 377p Tese de doutorado.

BORBA, M.C., *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática, Série Reflexão e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: MEM/USU, Ed. Art. Bureau, vol. 6, 1999.

___________, *Informática trará mudanças na Educação Brasileira*, in Zetetiké, Campinas, SP, v.4, n°6, pp. 123-134, jul./dez. 1996.

___________, *Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones*, Revista Uno – Revista de Didática de las Matemáticas – N.22, Ano VI, Octobre 1999, ps. 45-54.

___________, *O livro didático e as novas tecnologias: o conhecimento que se transforma como uma nova mídia*, in Bicudo, M.A.V. e Junior, C. A., Formação do Educador e Avaliação Educacional, V.4, São Paulo: Editora da Unesp: 1999, p.119 – 137.

COBB, P. & STEFFE, L. P., *The Construtctivist Researcher as Teacher and Model Builder*, in Journal for Research in Mathematics Education, 14 (2), p.83-94, 1983

CONFREY, J. *A Review of the Research on Student Conceptions in Mathematics, Science, and Programming* in Review of Research on Education, America Educational Research Association, Cazden, Courtney (ed.), 16, pp. 3-56, 1990.

KAPUT, J.J., *Technology and Mathematics Education* - Handbook of research on mathematics teaching and learning, Douglas A Grovws - Editor, Macmillan Library Reference USA - Simon (Schuster Macmillan, New York, 1992, p.515-556.

NEMIROVSKY, R., *Mathematical Narratives I*, International Colloquiun on the Introduction to Algebra - University of Quebec at Montreal, Montreal, May 12-16, 1993.

NEMIROVSKY, R., KAPUT, J., ROSCHELLE, J., *Enlarging Mathematical Activity from Modeling Phenomena to Generating Phenomena*, PME-20, July, Spain: 1996.

___________, R., *Mathematical Narratives, Modeling, and Algebra* in N. BEDNARZ et al (eds) Approaches to Algebra: Kluwer Academic publishers, netherlands, 197-220, 1996.

PONTY, M.M., *O primado da Percepção e suas conseqüências filosóficas*, Campinas, Papirus, 1990.

_______, M.M., *Fenomenologia da Percepção*, São Paulo, Martins Fontes, 1996.

SCHEFFER, N.F., BORBA, M.C., *Explorando o Conceito de Movimento com o Auxílio da Informática no Ensino Fundamental*, Anais III EBRAPEM, RJ, 1999.

SCHEFFER, N.F., BORBA, M.C., *A Narrativa para um "Movimento" realizado com o Auxílio de Tecnologias no Ensino Fundamental*, Anais IV EBRAPEM, Rio Claro - SP, 2000.

VILLARREAL, M.*O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. Rio Claro SP, 1999, Tese de doutorado

FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES COMUNICADORES DE MATEMÁTICA: DA SALA DE AULA À INTERNET

Ruth Ribas Itacarambi
CAEM – IME / USP

A tecnologia vem evoluindo com tanta rapidez e as informações sendo renovadas a cada momento que torna difícil prever que profissional formar para desenvolver o trabalho em sala de aula, em termos de conhecimentos específicos na área de matemática e na utilização de mídias. O acréscimo de computadores, periféricos e softwares nas escolas gerou para os profissionais da educação uma nova complexidade para aprender e gerenciar. Os professores da rede pública com excesso de trabalho e estressados têm que buscar novas estratégias para utilizar a tecnologia. A possibilidade desta evolução está intimamente ligada aos conhecimentos dos professores sobre a aprendizagem, sobre o papel do professor na relação ensino–aprendizagem e sobre a prática pedagógica.

Esta pesquisa foi elaborada a partir do trabalho cooperativo de um grupo de professores da rede pública estadual de São Paulo, envolvidos nas oficinas programadas pelo professores do CAEM- IME (Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática- Instituto de Matemática) para o PEC (Projeto de Educação Continuada), da Secretaria de Educação do Estado. Utilizou-se uma abordagem qualitativa (a pesquisa—ação), e dentro desta, a abordagem dialética para analisar os avanços e retrocessos e as contradições e mediações dos professores da rede pública da sala de aula para uma visão mais ampla da realidade sócio-econômica cultural. Foi feito um trabalho de investigação a partir dos questionários iniciais dos professores da rede estadual no PEC, dos relatórios de avaliação dos trabalhos dos professores universitários que ministraram as oficinas em 1997, da troca de correspondência entre os professores e também dos registros do pesquisador, durante o desenvolvimento da produção do conteúdo para a comunicação via Internet. O referencial teórico pautou-se na discussão sobre a qualidade de ensino e sua interferência nas propostas de formação de professor e nas implicações da cultura das mídias na sociedade contemporânea. O outro elemento que subsidia o trabalho é o da tecnologia e nela a idéia de cidade virtual.

O presente estudo mostra que a criação e o uso das redes comunicacionais, mediadas ou não por computadores, contribuem para o processo de desenvolvimento profissional e para a produção do conhecimento pessoal e coletivo de professores de matemática do ensino público. Tendo coletado os dados, este foram analisados e discutidos à luz do referencial teórico e foi possível elaborar o site : Professores de Matemática da Rede Pública em Rede.

O projeto no provedor da Escola do Futuro mostra que é possível criar redes comunicacionais de cooperação e formação mútua. E, com esta rede, gerar novas práticas pedagógicas. O professor saiu da sala de aula para o mundo da Internet.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS TECNOLOGIAS E ENSINO A DISTÂNCIA

Telma A. Souza Gracias26
UNESP, Rio Claro - SP

O constante avanço dos recursos tecnológicos e o crescente acesso das pessoas às redes de comunicação informatizada são fatores que têm aberto novas possibilidades do campo da educação. Dentre elas, está a Educação a Distância (EaD), agora repensada em função das novas tecnologias de informação e comunicação (NTICs) disponíveis.

A EaD tem se apresentado como uma das maneiras de se resolver o problema de concentração de determinadas potencialidades em alguns centros. Os programas EaD vêm se intensificando e se tornando uma forte tendência da atualidade, inovando a forma de interação entre alunos e professores.

Atualmente, dentre as diversas formas de organizar a EaD, uma que tem ganhado destaque tem sido aquela que procura utilizar os recursos das NTICs para ministrar cursos sobre os mais diferentes assuntos. Neste sentido tecemos algumas considerações gerais sobre o tema EaD e sobre os aspectos que determinam um modelo comunicacional de um processo educacional a distância. Isto nos permitirá caracterizar e apresentar um modelo de curso a distância elaborado com inspiração no trabalho de Lévy (1993, 1999). A elaboração e análise deste curso faz parte de minha pesquisa de Doutorado, onde discutirei o papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento. Espero que este trabalho, somado a outros existentes em diversas partes do mundo, contribua para a compreensão da natureza do processo educacional resultante da EaD possibilitada pelas NTICs.

As Novas Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação a Distância

A Educação a Distância é uma prática bem antiga, e tem sido entendida e definida ao longo do tempo em função de diversos fatores, principalmente os contextos sociais, culturais e políticos vividos pela sociedade da época. Atualmente, as definições de EaD incorporam o potencial das NTICs, em função de seu avanço e popularização.

Um passeio pelas diversas definições de EaD apontam que, em geral, ela é definida por aquilo que não é, isto é, a partir de processos organizacionais do ensino convencional da sala de aula (Alonso, 1999; Belloni, 1999). Analisando as definições podemos identificar os diversos parâmetros envolvidos neste tipo de contexto. O parâmetro comum, presente em todas as definições, é a distância, entendida em termos de espaço. Os parâmetros não comuns dizem respeito à sincronia/assincronia das interações, às tecnologias de informação e comunicação utilizadas, aos modelos comunicacionais, aos processos organizativos da aprendizagem, e aos modelos pedagógicos.

Vários destes aspectos são abordados na definição de Moore e Kearsley, por exemplo: "[Educação a Distância é] *uma aprendizagem planejada que normalmente ocorre em um local diferente do tradicional e como resultado requer projeto de curso e técnicas instrucionais especiais, métodos especiais de comunicação eletrônica e outra tecnologia, bem como sistemas organizacionais e administrativos especiais*" (Moore e Kearsley, 1996).

Muitos cursos, em diversos níveis, estão sendo oferecidos a distância. O treinamento de funcionários das empresas é feito muitas vezes através de cursos deste tipo, sob a visão de que na era da informação não são os alunos que devem ir a escola para aprender, a sala de aula é que deve ir até eles.

---

[26] Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE, e membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - GPIMEM - do Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro - SP. e-mail: tasouza@rc.unesp.br

No mundo acadêmico, várias instituições do mundo estão oferecendo cursos de graduação, mestrado e até doutorado à distância. Tem se intensificado o número de alunos que estão se graduando nestas instituições, chamadas de Universidades Virtuais, sem precisar sair de casa para estudar, tendo apenas um computador conectado à Universidade Virtual que está oferecendo o curso. Os alunos fazem seu próprio trabalho com materiais fornecidos pelo curso, materiais impressos e comunicação postal, alguma forma de teleconferência e/ou rede eletrônica, e possuem suporte dos professores presentes (instrutores ou tutores) e professores distantes (mentores) via telefone ou e-mail.

Neste contexto educacional a interação entre professor e alunos tem que ser mediatizada por alguma tecnologia de comunicação. Logo, a educação depende muito da mediatização e, portanto, é importante a escolha da tecnologia utilizada como mediadora (Belloni, 1999). O mediador deve ter o potencial de contribuir com que a pessoa tenha mais responsabilidade para com a aprendizagem independente. A educação passa a ser mais centralizada no aluno que no professor, mais baseada em caso que no conteúdo, mais contextualizada que abstrata e mais democrática que ética (Saba, 1996). Várias já foram as tecnologias utilizadas nos programas de EDA, como correio, TV e vídeo, todas com tendências para um ensino com pouca interação. Atualmente a Internet, através de recursos World-Wide Web (WWW), tecnologia que permite o uso dos benefícios da hipermídia, permitindo a "navegação" e a interação com hiperdocumentos, começou a ser utilizada nos programas de EaD.

A tecnologia utilizada como mediadora permite a troca de informações entre professor e alunos. Cada vez mais colégios, universidades, escolas, empresas e particulares têm se conectado à Internet, o que abre novas possibilidades para que professores distantes superem o tempo e a distância para chegar aos alunos. Diversas vantagens proporcionadas por este tipo de interação que, de acordo com Porter (1997), poderá vir a ser um dos principais métodos de educação, são:

- permite escrita colaborativa;
- a universidade pode distribuir informação em larga escala para todos os usuários da rede e para locais onde o acesso às informações é restrito;
- há *software* cliente/servidor de domínio público e ferramentas de edição de fácil acesso;
- os materiais instrucionais podem ser corrigidos e atualizados em um único servidor WWW e distribuídos a todos os alunos;
- permite distribuição de páginas sem custos de impressão e transporte, reduzindo, por exemplo, custos de correio;
- possibilita o *feedback* dos alunos mais constante e facilmente;
- favorece a interatividade entre professores, alunos e entre alunos.

A interatividade é um aspecto que tem se destacado em função dos potenciais das NTICs. Antigamente, os mediadores não favoreciam este tipo de relação entre professor e alunos. E-mails, listas de discussão e web sites, por exemplo, proporcionam interatividade.

A literatura apresenta discussões sobre os aspectos relacionados à EaD via Internet, usando as tecnologias WWW, e-mail, *chat* e *newsgroup* (Baran, 1996, e.g.). Os resultados inicias apontam que este tipo de interação produz bons resultados, no entanto, reconhece-se (Magalhães, 1997) a necessidade de realização de maior quantidade de pesquisa nesta área a fim de, principalmente, isolar o valor diferencial de cada tecnologia utilizado no curso. Neste sentido, com o intuito de contrubuir com o preenchimento da lacuna ainda existente nesta área, nos propomos a elaborar, ministrar e analisar um curso de extensão a distância usando as NTICs como mediadoras das interações. A partir de agora passamos à apresentação e caracterização do modelo comunicacional do curso intitulado "Tendências em Educação Matemática".

Um curso de extensão à distância

O curso de extensão à distância intitulado "Tendências em Educação Matemática", foi oferecido junto ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro. O curso, ministrado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, abordou algumas das principais tendências em Educação Matemática. Tinha como objetivo capacitar os estudantes a discutir criticamente algumas das tendências em Educação Matemática, e habilitá-los a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática. Participaram do curso 20 graduados em Matemática ou áreas afins.

As atividades educacionais do curso foram realizadas por meio de recursos informáticos. As redes de computadores foram utilizadas como mediadoras no processo educacional, sendo que estudantes e professores se comunicaram via *chat*, lista de discussão e e-mail.

A organização temporal do curso envolveu interações síncronas e assíncronas. As interações síncronas se deram semanalmente durante três horas em horários pré-determinados, quando professor e estudantes discutiam os textos *on-line*, em tempo real, via *chat*. As interações assíncronas aconteciam através de discussões via lista e e-mail. Houve também uma home-page que desempenhou o papel de mural do curso, onde sínteses das aulas, referências bibliográficas, fotos e outras informações sobre os participantes do curso foram expostas.

Em relação à avaliação, pelas normas da UNESP, para um curso de extensão o aluno é "Aprovado" ou "Reprovado", sendo o critério apenas a freqüência. Assim, quem esteve presente nos *chats* 70% das horas foi aprovado e recebeu certificado. Alguns estudantes optaram por receber uma nota do professor. Para tanto foi necessário que elaborassem um projeto de pesquisa baseado na bibliografia discutida, ou um capítulo de tese/dissertação, ou um artigo sobre o tema do curso para ser submetido à publicação em periódico escolhido pelo autor. A síntese e análise crítica de uma dissertação ou tese ainda não lida foi uma atividade desenvolvida por cada participante do curso.

O modelo comunicacional do curso

O curso de extensão a distância "Tendências em Educação Matemática" que acabamos de caracterizar nos permite mostrar que este curso possui uma proposta semelhante a do curso presencial em nível de Pós-Graduação, no que diz respeito a objetivos, conteúdos, participantes e bibliografia. O que diferencia o modelo apresentado da disciplina presencial é o tipo de avaliação e de interação. A discussão sobre a avaliação no curso a distância nos remete a um aspecto de cunho burocrático, pois o regulamento sobre cursos de extensão não exige a atribuição de notas aos alunos, sendo considerado que apenas o fator freqüência nas aulas é o determinante de aprovação ou reprovação. A maior diferença, no entanto, reside no novo tipo de interação e comunicação entre professor estudante e estudante/estudante. Este é o aspecto que passaremos a discutir.

Com relação ao aspecto temporalidade, o curso envolveu tanto as interações síncronas, como as assíncronas. As interações síncronas, corresponderam a aulas semanais com duração de 3 horas cada, com horários fixos. Nestas aulas aconteciam as discussões centrais sobre os artigos agendados para aquele dia. Apesar de haver críticas sobre este tipo de interação, na qual não há flexibilidade de horário, consideramos este tipo de atividade relevante na medida em que ela permite que os estudantes tenham um retorno imediato vindo de uma interação regular com o professor e com outros estudantes, tornando-os mais aptos à reflexão, à discussão ou ao questionamento sobre os textos.

As interações assíncronas aconteciam através da lista de discussão e e-mails, onde outras questões, relativas aos textos ou não, eram colocadas pelos participantes. Este tipo de interação em cursos a distância permite que cada um trabalhe de acordo com sua disponibilidade de horário, utilizando o tempo que quiser para ler, refletir, escrever e revisar antes de compartilhar suas questões, informações ou *insights* com outras pessoas.

A combinação destes dois tipos de interação, juntamente com o *design* das tarefas propostas aos estudantes, permitiu, portanto, o estabelecimento de uma relação interativa e dialógica entre professor/estudante e entre estudante/estudante. Esta é a caracterização do modelo comunicacional utilizado.

Considerações Finais: as inspirações

Neste artigo, baseados no modelo de um curso de extensão a distância, discutimos as oportunidades oferecidas por um determinado modelo comunicacional. O modelo utilizou-se de tecnologias de informação e comunicação (*chat*, lista de discussão e e-mail) como mediadoras das interações, as quais foram síncronas e assíncronas. A comunicação dialógica foi bidirecional e permitiu interatividade entre professor/estudantes e entre estudante/estudante.

Este modelo me inspira a discutir questões concernentes à este tipo de interação à distância, tendo como foco uma nova forma de estruturação cognitiva. Embora esteja fora do escopo deste artigo abordar a estruturação cognitiva decorrente deste tipo de interação, finalizamos o artigo tecendo algumas considerações sobre nosso entendimento a respeito do papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento. O modelo comunicacional apresentado ilustra as idéias de Lévy (1993), que entende a integração do computador às tecnologias intelectuais como uma nova tecnologia da inteligência, na medida em que abre novas opções de engajamento social e cognitivo através de interações dinâmicas e não lineares, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, consequentemente, um novo tipo de pensamento. Entendemos, como Lévy (1999), que um coletivo pensante pode se formar a partir de modelos comunicacionais como este, criando comunidades que podem superar questões relativas ao espaço, na medida em que houver interesses comuns.

O modelo apresentado neste artigo foi utilizado em um curso de extensão a distância sobre "Tendências em Educação Matemática". Assim, no nosso caso, a Educação Matemática age como veículo para a formação de uma comunidade virtual formada por pesquisadores e professores. Tal modelo pode, portanto, permitir que "novas culturas" surjam sem os constrangimentos colocados, ou limites impostos, pelo espaço.

BIBLIOGRAFIA

Alonso, K.M. *A Educação à Distância e o Programa de Formação de Professores em Exercício na UFMT.* Mato Grosso: Universidade Federal do Mato Grosso, 1999 (Mimeogr.).

BARAN, N. *Desvendando a superestrada da Informação.* Rio de Janeiro: Campus, 1995.

Belloni, M.L. *Educação a Distância.* Campinas: Editores Associados, 1999.

Lévy, P. *As tecnologias da inteligência:* o futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva*: por uma antropologia do ciberespaço (2a ed.). São Paulo: Edições Loyola, 1999.

MAGALHÃES, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância utilizando a tecnologia WWW.* São Carlos, 1997. Tese (Mestrado), Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Moore, M.G., Kearsley, G. *Distance education: a systems view.* Belmont: Wadsworth Publishing, 1996. Apud Magalhães, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância* *utilizando a tecnologia WWW*. São Carlos, 1997. Tese (Mestrado) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PORTER, L.R. *Creating the virtual classroom: distance learning with the Internet*. New York: Wiley Computer Publishing, 1997.

SABA, F. Introduction to distance learning. *The Distance Educator*, v.2, n.3, 1996. http://www.distance-educator.com/intro.htm

EXPLORANDO UM MICROMUNDO DINÂMICO PARA FUNÇÃO AFIM EM SALA DE AULA

João Dehon (In Memorian)
Professor do Centro Federal de Educação Tecnológica
Orientadora: Verônica Gitirana
Mestrado em Educação da UFPE

O presente trabalho discute os resultados de uma investigação sobre a aplicabilidade de alguns resultados da pesquisa de doutoramento de Gomes Ferreira (1997), *Explorando Funções Matemáticas através de Ambientes Dinâmicos*, em sala de aula. A presente pesquisa foca o uso do software DG Paralelo para a exploração de funções afim. Além de restringir o campo conceitual de estudo, a investigação tentou mapear os tipos de habilidades que poderiam ser desenvolvidas pelos alunos quando interagindo com um ambiente em torno do DG Paralelo, no que concerne com a sua conexão com a representação algébrica.

Uma seqüência de atividades, com 4 h/a, em torno do DG Paralelo foi adaptada para a exploração de conexões com a representação algébrica em função afim. A seqüência foi trabalhada em uma turma composta de 12 alunos da 2ª série do ensino médio do curso de Tecnologia Ambiental do Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba (CEFET-PB), com rendimento baixo em matemática e domínio do instrumento computacional. A intervenção foi precedida de um pré-teste e seguida de um teste similar (o pós-teste) contendo questões que exigiam do aluno o trabalho entre representações, focada na representação algébrica.

Uma análise comparativa entre pré e pós testes mostra ser a atividade a partir de diferentes representações para a algébrica as mais facilitadas. Enquanto que nenhum efeito foi observado quanto a manipulação algébrica, além de uma grande dificuldade aritmética ter sido apresentada pelos alunos. Os resultados também nos aponta uma necessidade de distinguir as situações dos problemas segundo seu contexto em termos de dificuldade ou facilidade para a modelagem.

INICIAÇÃO À DEMONSTRAÇÃO COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR

Saddo Ag Almouloud
PUC/SP

Nosso trabalho tem por intuito uma reflexão didática sobre os problemas de ensino/aprendizagem dos conceitos e habilidades geométricos no ensino fundamental e uma análise de que forma o computador pode atuar na formação e desenvolvimento de conceitos geométricos.

Nossas reflexões apontam diversos fatores geradores de dificuldades no que diz respeito à compreensão e à aquisição dos conceitos e habilidades em Geometria;

No que diz respeito à demonstração em Geometria é imprescindível:

- separar a atividade de resolução de problema de geometria apoiando-se sobre a figura daquela da estruturação da demonstração.
- integrar, nesta resolução de problema, um trabalho de natureza heurística sobre a figura; reagir instantaneamente aos erros de tipo lógico.
- neutralizar ao máximo as variáveis de natureza lingüística.
- fazer as escolhas limitando as variáveis didáticas em interação, por exemplo, trabalhar a demonstração a partir de um número limitado de propriedades matemáticas (de sétima e oitava séries).
- fazer o aluno refletir sobre sua própria atividade.
- trabalhar mais no nível da representação do conhecimento em jogo do que sobre as estratégias mais ou menos algorítmicas da solução.

EXPLORANDO FUNÇÕES MATEMÁTICAS ATRAVÉS DE MICROMUNDOS DINÂMICOS

Verônica Gitirana Gomes Ferreira
Orientadora: Prof. Celia Hoyles
Tese de Doutoramento: Institute of Education, University of London

O objetivo desta pesquisa foi investigar a percepção dos estudantes de função quando interagiam com diferentes representações de função disponibilizadas em ambientes computacionais. Micromundos foram elaborados compondo-se de uma sequência de atividades em torno dos sortwares, Function Probe, e duas adaptações do DynaGraph, DG Paralelo (com eixos paralelos) e DG Cartesiano (com eixos Cartesianos). Estudos de casos com quatro pares de estudantes foram realizados no Brasil a fim de traçar a evolução da percepção dos estudantes sobre uma seleção de propriedades de função; a saber vértice, variação, imagem, simetria e periodicidade. Essa diversidade de propriedades foi escolhida para examinar diferentes formas dos estudantes analisarem funções: pontual, variacional, global e pictorial.

Iniciando por uma análise do curriculum e abordagem que os sujeitos do estudo de caso tiveram de função, como meio de descrever as origens de suas percepções, uma investigação longitudinal foi realizada para identificar os principais características de cada micromundo que parecem contribuir com o progresso dos estudantes. As percepções dos estudantes foram analisadas focando a atenção em suas origens, seu campo de uso e validade e suas limitações potenciais (a partir de uma visão matemática). Uma metodologia para este estudo longitudinal foi desenvolvido com a incorporação de uma apresentação visual para capturar os principais aspectos da percepção dos estudantes.

Os resultados mostram que DG Paralelo, uma "nova" representação, possibilitou o desenvolvimento das percepções livres de limitações prévias e robusta o suficiente para promover revisão. Contudo, propriedades previamente percebidas pictoriamente foram raramente identificadas com o DG Paralelo. Juntamente com DG Cartesiano, interações com esse micromundo impeliram os estudantes a desenvolver uma visão variacional de algumas propriedades de função. Além disso, DG Cartesiano serviu como uma ponte de mão-dupla entre as visões pictórica e variacional. Em contraste, o uso as ferramentas do FP para

Grupo de Trabalho 7

Formação de Professores que Ensinam Matemática

Tânia Maria Mendonça Campos
PUC/SP

Apresentação

Este tema é um dos mais debatidos e analisados por pesquisadores de todo o mundo na área de Educação, nos últimos anos. Internacionalmente, trabalhos como os de Nóvoa, Kilpatrick, Pérrenoud, Schön, Zeichner, Imbernón, Sacristán entre outros, trazem à pauta das discussões, novas e desafiadoras idéias sobre o assunto.

Na origem desse fato está a necessidade de reorientar a formação de professores - inicial e continuada - tendo em vista as demandas colocadas por novas finalidades da educação e por papéis a serem desempenhados pela escola e por professores nas sociedades contemporâneas. Desse modo, além de enfrentar problemas historicamente detectados, novos desafios se destacam na formação de professores, em função das mudanças sociais, culturais e econômicas, que configuram um novo perfil profissional de professor.

Para Tânia Campos, coordenadora do Grupo de Trabalho da SBEM, a

No campo da Educação Matemática as investigações específicas sobre formação de professores de Matemática tem se constituído como linha de pesquisa em diversas instituições. A busca de novos caminhos justifica-se pelo fato de que os modelos convencionais de formação inicial e continuada de professores de Matemática vem sendo bastante questionado nos últimos anos pela sua ineficácia.

Os problemas a serem superados estão mapeados. Entre eles, destacam-se:

- forte academicismo que ainda é a marca dos cursos de formação: a concepção que orienta a formação é predominantemente teórica, desprezando-se o papel da prática na formação;
- papel passivo de receptor de informações e executor de propostas, imposto ao professor em formação (prevalência das práticas de formação que preparam o professor para ser um aplicador e um técnico e não um profissional com domínio sobre sua prática e com autonomia para a tomada de decisões);
- a transmissão de informação é praticamente a única estratégia usada no processo de formação de professores; assim, falta coerência entre o modelo de formação dos professores em formação e o modelo de ensino e aprendizagem que, nas disciplinas de formação pedagógica, lhe sugerem como necessário e bom para seus alunos – práticas orientadas para o desenvolvimento do pensamento crítico, da aprendizagem ativa, da criatividade, da autonomia, de valores democráticos, do exercício de cidadania;
- a restrição da formação ao exercício da docência da disciplina, não tratando das demais dimensões da atuação profissional (participação no projeto educativo da escola, seu relacionamento com alunos e com a comunidade).

Para enfrentar esses e outros problemas diagnosticados, é fundamental que as ações empreendidas tenham como sustentação as investigações de educadores que abordam questões mais gerais relativas à formação de professores mas também que considerem pesquisas mais específicas de cada área de conhecimento, sobre esse tema.

Daí, a importância do trabalho deste GT, no sentido de oferecer à comunidade de pesquisadores e aos responsáveis por ações de formação de professores de Matemática resultados das investigações sobre o tema.

A análise de um grupo de pesquisas sobre o tema na área de formação de professores de Matemática mostra que:

- parte das investigações refere-se à formação continuada e discute aspectos diversos como a atuação interdisciplinar, a dimensão sócio pedagógica da prática pedagógica; descrevem projetos especiais de formação continuada de professores de Matemática sob perspectivas de trabalho coletivo, ou colaborativo, ou pesquisa-ação; incluem também estudos sobre o desenvolvimento profissional de formadores de professores de matemática.
- outro grupo refere-se à formação continuada e discute processos de formação acadêmica do professor de matemática, a formação do professor de matemática universitário
- há ainda estudos analíticos de revisão/avaliação da produção científica e pedagógica relacionada à Formação de Professores, relacionando-a às pesquisas sobre a sala de aula da educação básica.

Em que pese o crescimento dos estudos e pesquisas sobre o tema, seria desejável que tivéssemos respostas mais amplas para questões que estão sendo postas na pauta das discussões sobre o assunto como por exemplo:

- Quais são os processos pelos quais os professores em formação constróem seus conhecimentos e deles se apropriam?
- Que formas de organização curricular permitem uma verdadeira articulação entre teoria e prática, na formação de professores?
- Que significa dizer que o futuro professor precisa trabalhar com situações-problema contextualizadas?
- Como desenvolver uma postura de investigação do professor, usando-a em sua prática?
- Que conhecimentos são necessários a um professor de Matemática para que ele possa de fato atravessar fronteiras interdisciplinares?
- Como diversificar as atividades de formação e incluir práticas de "imersão cultural" dos futuros professores?
- De que modo organizar os estágios e a articulação dos professores em formação com os professores que os recebem nas escolas de educação básica?
- Como transformar a avaliação num componente intrínseco do processo de formação de professores?

AS PESQUISAS SOBRE FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: levantamento de alguns estudos

Maria Auxiliadora Vilela Paiva[1]

O presente trabalho é fruto de minha trajetória com formação de professores. Partindo do ano de 1986 na UFPE, onde participei de um curso de especialização de professores e da criação de um Laboratório de Ensino com ações dirigidas à alunos da Licenciatura e aos professores do curso de especialização; minha volta à UFES, em 1988, participando de um grupo de estudos sobre questões de ensino-aprendizagem; e a coordenação do Projeto Rede Interdisciplinar[2] . Uma das ações desse projeto foi a formação de professores multiplicadores para atuarem em cursos de formação em todo o Estado de Espírito Santo. Várias questões surgiram durante essa formação que me levaram a iniciar a pesquisa sobre as concepções que esses professores tinham da Matemática e de seu ensino-aprendizagem, culminando na minha tese de doutorado (1999, PUC-RIO) na qual pesquisei professores de 7ª e 8ª séries e suas concepções sobre o ensino de Geometria a partir da prática de sala de aula desses professores. Esse estudo levantou várias questões sobre a formação desses professores e sobre os saberes construídos durante sua formação universitária e durante suas experiências como professores e alunos, sendo objeto de minha pesquisa atual trabalhando na formação continuada com professores do ensino fundamental de duas escolas de Vitória.

Durante esses estudos fiz um levantamento das pesquisas que enfocam a formação de professores e seus saberes a partir da década de 80, culminando com as últimas pesquisas desenvolvidas no Brasil sobre a formação do professor de matemática, que originou o artigo intitulado: ***Pesquisas sobre Formação do professor: de onde vêm e para onde vão***[3].

Esclareço que enfoco pesquisas que tenham como objetivo entender o processo de pensamento do professor, sua prática docente e a construção de seus saberes, por entender que estas questões estão diretamente ligadas à Formação do professor e ao seu desenvolvimento profissional.

Partindo dos trabalhos de Thompsom (1984), Clark e Peterson (1986), Fennema e Frank Loef(1992), Ernest(1989), Wilcox(1989), Wheatley(1997), Sztajn(1995) e muitos outros, traço um caminho de como as pesquisas sobre o pensamento do professor se modificaram até chegarmos hoje na concepção de Fiorentini, Ponte, sobre o desenvolvimento profissional do professor. No entanto, volto um pouco no tempo e relato uma parte desse trabalho.

Numa fase que se inicia em 1992, as investigações passam a enfocar o estudo das práticas com o objetivo se ter uma melhor compreensão do que embasa a ação docente. Ponte (1992) colocava a necessidade de se conhecer e compreender as realidades do professores. *"Não cabe aos investigadores traçar as linhas normativas do que deverá ser a função docente ou a nova cultura profissional dos professores. Mas seu esforço de compreensão, desenvolvido de forma cooperativa e articulada com os próprios interessados, e projetado de forma mais ampla na sociedade, poderá ter importantes conseqüências na evolução do sistema educativo."* [p.234]. Em 1994 Ponte afirma que as concepções têm grande influência sobre as práticas, mas questiona: *"De onde vem essas concepções? Da experiência?"*

Entre as teses de pesquisadoras brasileiras que estão dentro dos enfoques retratados, faço referência à tese de mestrado de Carvalho,1989, cujo estudo tem como objetivo explicitar

---

[1] Professora da: Faculdades Integradas de Vitória e Centro de Ensino Superior Anísio Teixeira. Consultora do MEC e das Escolas: Monteiro Lobato-CEMS e Florescer: Diretora da SBEM-ES

[2] O PROJETO REDE INTERDISCIPLINAR foi desenvolvido de 1991 à 1997 numa ação integrada com PMV, SEDU e UFES dentro de um programa do SPEC/CAPES, envolvendo professores das Escolas públicas da área de Ciências(15) e Matemática(10), além de 7 pesquisadores da Universidade.

[3] Artigo no prelo.

uma concepção de Matemática numa perspectiva crítica-social que possa embasar propostas de ensino transformadoras e analisar a concepção de Matemática de professores polivalentes das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. Entre as teses de doutorado refiro-me às de Santos, 1993; Misukami, 1993; Silva, 1993; Cury,1994; Sztajn, 1995; Polettini, 1995; Machado, 1996, Garnica, 1998; Paiva, 1999. Um estudo mais completo das teses brasileiras podemos ver no trabalho de Ferreira4 sobre o Estado da Arte de pesquisas em Formação de Professor.

Polettini (1995), que desenvolveu seus estudos em Athens, Georgia, tem como objetivo identificar a percepção que os professores têm das mudanças que sofreram ao longo de suas experiências de vida em relação à sua forma de pensar e à sua prática e que tipos de vivências influenciaram seu desenvolvimento pessoal. Parte do princípio que as crenças e o conhecimento adquiridos pelos professores ao longo de suas vidas têm uma forte influência em suas ações de sala de aula. A metodologia utilizada foi "história de vida" e o objeto da pesquisa foram quatro professoras de Matemática. Ela enfatiza que durante o estudo os participantes da pesquisa tiveram a oportunidade de refletir sobre as mudanças em suas crenças e conhecimento sobre a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem. A metodologia utilizada ajudou a responder mais objetivamente às questões propostas e desvendar os obstáculos e possíveis apoios necessários para que mudanças efetivas da sala de aula do professor ocorram.

Já Cury (1994) concentrou seus estudos na análise das relações entre as concepções de Matemática assumidas por professores universitários e suas formas de considerar os erros dos alunos. Após a análise das respostas de questionários e entrevistas ela conclui que esses professores possuem uma visão absolutista da matemática e propõe mudanças substanciais para os cursos de Licenciatura.

Todas essas ênfases de pesquisas aqui relatadas contribuem para nos mostrar a importância do estudo de crenças e concepções na formação do professor e na melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática.

Em 1991 Tardif, Lessard e Layale iniciam uma nova discussão, colocando em foco os saberes dos professores. Classificam os saberes como: disciplinares, curricular, profissional e da experiência. Afirmam que o conhecimento que o professor adquire durante sua formação profissional , nas disciplinas Matemáticas e Pedagógicas, parece não ter nenhuma relação com sua prática. Esses conhecimentos "*se incorporam efetivamente à prática docente sem serem, porém, produzidos ou legitimados por ela.*" (Tardif, 1991, p.221). Por um lado o professor é simplesmente um "agente de transmissão" dos conteúdos matemáticos culturalmente impostos por grupos (os matemáticos) produtores de saberes sociais. Não é visto e não se sente como aquele que produz e controla o conhecimento em sua prática. É como se os conhecimentos adquiridos nos cursos de licenciatura fossem algo externo à sua prática. Esses conteúdos precedem e dominam sua prática mas não são provenientes dela. Por outro lado, a partir de experiências profissionais, os professores adquirem conhecimentos e crenças sobre a Matemática que passam a dominar sua prática. Passam então a se distanciar dos conhecimentos e crenças adquiridos durante sua formação.

Tardif, Lessard e Lahaye(1992) denominam de "saberes de experiência" o conjunto de conhecimentos que não são sistematizados por teorias. Diz ele: "*Eles são saberes práticos e não da prática: eles não se aplicam à prática para melhor conhecê-la, eles se integram a ela e são partes constituintes dela enquanto prática docente*" (p.228).

É a partir desses conhecimentos e crenças que o professor interpreta, compreende e conduz sua prática docente em relação à Matemática, constituindo o que poderíamos chamar de "*concepções docentes em ação*" (Paiva,1999).

---

[4] O estudo da Arte da Pesquisa Brasileira sobre Formação de professores que ensinam Matemática: uma primeira aproximação foi elaborado por Ana Cristina Ferreira em conjunto com: Lopes, C. A . E., Fiorentini, D., Jaramillo, D. Melo, G. A . de M., Carvalho, V.de, Santos-Wagner, V.

Zeichner(1998) critica a falta de respeito ao saber dos professores e propõe o trabalho docente como um processo reflexivo, enfatizando a necessidade de um profissional que constrói em sua prática os saberes que a irão conduzir, tendo pois uma atitude ativa tanto no planejamento de suas funções como na execução de suas ações em sala de aula. Destaca Zeichner que este professor precisa de reconhecimento e como diz Nóvoa (1992): "Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projetos próprios, com vista a construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional" (p.25).

Um outro aspecto a ser enfatizado, a meu ver, são as ideologias que embasam a ação docente. O professor deve ter clareza de seus objetivos educacionais e dos valores morais que o guiam numa sociedade democrática. No modelo ideológico para a Educação Matemática, Ernest (1991), além de destacar a teoria da criança e da sociedade como centrais para a educação, realça que os objetivos educacionais são os que dão o aspecto intencional da ideologia com respeito à educação, trazendo junto elementos de base epistemológica, sistemas de valores, teoria da criança e teoria da sociedade. "É por meio dos objetivos educacionais que os interesses de grupos ideológicos são expressos e postos em prática." (p.132). Saber por que ensina, para que ensina, para quem e como ensina, é essencial ao fazer em sala de aula.

O professor precisa estar em constante formação e durante este processo, deve ter a oportunidade de refletir sobre seus objetivos educacionais e sua prática de sala de aula. Nesta formação o professor é o principal protagonista, assumindo a responsabilidade de seu próprio desenvolvimento profissional, da construção de seus "saberes práticos" (Tardif,1991) e não saberes da prática ou saberes sobre a prática. "A esse conjunto de saberes produzidos pela ação reflexiva/investigativa dos professores sobre seu fazer pedagógico, Gauthier(1998) o tem chamado de saber da ação pedagógica" (Fiorentini, 1999, p.3).

A valorização da produção dos professores, por meio da reflexão e da proposta de pesquisa--ação é enfatizada por Elliot (1993, 1995), salientando a prática como lugar de produção e redefinição de critérios a partir dos quais seriam validados os saberes produzidos. Elliot parte das idéias de Kurt Levin da espiral auto-reflexiva, onde há: Planejamento seguido da Ação; Observação; Avaliação e Planejamento de novas ações. Zeichner (1993, 1998) enfatiza a importância da prática da pesquisa-ação ao propiciar que os professores se reunam para realizar estudos e trabalhos na escola, tornando-os mais fortes como grupo, contribuindo para a diminuição de ações individualistas na escola. É no grupo, também, que experiências e angústias são compartilhadas e os professores podem contribuir para o crescimento uns dos outros.

Na Segunda metade da década de 90, João Ponte debruça-se sobre a noção de desenvolvimento profissional dos professores de Matemática, ressaltando a importância de se trabalhar nesta perspectiva por estarmos inseridos numa sociedade em constante mudanças que impõe à escola responsabilidades cada vez maiores e complexas. Além disso os conhecimentos e competências adquiridos pelos professores durante sua escolarização tornam-se insuficientes para o exercício de suas funções. A noção de desenvolvimento profissional é uma noção próxima da noção de formação, não sendo equivalente. Para ele na formação o movimento é de fora para dentro cabendo ao professor absorver os conhecimentos que lhe são transmitidos, enquanto que no desenvolvimento profissional o movimento é de dentro para fora na medida em que os professores tomam as decisões em relação às questões que quer considerar e aos projetos que quer desenvolver. Dessa forma o professor é objeto na formação mas é sujeito no desenvolvimento profissional. Na formação preocupa-se com o que o professor não sabe, partindo de teorias e não avançando na maioria das vezes para outros aspectos, enquanto que no desenvolvimento profissional procura-se em desenvolver aspectos que ele já tenha mas que pode aperfeiçoar, aliando teoria e prática. Trabalhar na perspectiva do desenvolvimento profissional é ver o professor com potencialidades próprias, como um profissional autônomo e responsável pela construção de seus saberes. Ponte juntamente com outros profissionais tem desenvolvido há alguns anos, estudos com este enfoque em Portugal.

Paola Sztajn, atualmente professora da Universidade da Georgia, pesquisa o saber de professores que ensinam Matemática, visando entender como a construção desses saberes pode ser considerada em atividades de formação continuada, partindo do conhecimento de que parte da formação do professor se desenvolve na prática do dia-a-dia da sala de aula. Fiorentini tem desenvolvido desde seu doutorado em 1994 diversas pesquisas as quais enfatizam a "Prática Pedagógica em Matemática" e a "Formação de Professores de Matemática". Atualmente esta trabalhando em projetos, cujos estudos são em torno dos temas: Educação continuada de professores sob a perspectiva da pesquisa-ação; a didática e a Prática de ensino de Matemática; produção de saberes numa perspectiva pós-moderna e o estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação de professores que ensinam Matemática.

Considerando que ações para melhoria do ensino da Matemática requerem um conhecimento maior do processo de pensamento do professor durante o desenvolvimento de seus saberes e que esses saberes se desenvolvem em grande parte na própria prática trabalhei no meu doutorado na pesquisa: ***Concepções do Ensino de Geometria: um estudo a partir da prática docente.*** No momento estou desenvolvendo uma pesquisa que tem como objetivo investigar as concepções que alguns professores do Ensino Fundamental de Vitória possuem da Matemática, de seu ensino-aprendizagem e a relação com a prática de sala de aula a partir de um entendimento maior de seus saberes da experiência. Pretendo portanto, estudar como se dá o desenvolvimento profissional desses professores a partir da reflexão e investigação sobre suas trajetórias profissionais e práticas pedagógicas durante encontros regulares de formação.

Faço a seguir um levantamento das pesquisas brasileiras que vêm sendo desenvolvidas nos últimos anos em nossas Universidades, utilizando em parte a classificação usada por Ferreira (2000) no trabalho já citado do Estado da Arte.

1. Licenciaturas em Matemática

1.1. A disciplina de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado na formação do professor de Matemática

Sobre este tema a professora Zaíra da Cunha Melo da Universidade de Goiás, coordena, desde 1999, a pesquisa "Para um resignificação das disciplinas pedagógico-matemáticas do curso de Licenciatura em Matemática da UFG". Esta pesquisa indicou a forte influência da disciplina de Didática e Prática de Ensino da Matemática no fazer dos ex-alunos e, no momento elabora um projeto de pesquisa avaliativa sobre o impacto deste trabalho no fazer pedagógico do professor da rede Municipal de Ensino.

1.2. Reestruturação das licenciaturas

Dentro desse tema temos o trabalho de Vicente Garnica que fez um acompanhamento e análise das mudanças substanciais ocorridas no curso de Licenciatura da UNESP de Bauru. Citamos, também, o trabalho das professoras Nilza Bertoni e Terezinha Gaspar da UNB que procura a integração da História da Matemática num curso de Formação de Professores. Segundo as autoras, "*A idéia de integrar a história a um curso de formação de professores fundamenta-se nas relações entre professor, matemática, curso de formação e exercício da profissão.*"

1.3. Questões Específicas dentro da Licenciatura

O trabalho desenvolvido pela Dra. Maria do Carmo Vila é no sentido de [...] *"promover a compreensão de como o «ensino orientado para a pesquisa» e a «pesquisa», ela mesma, são percebidos por aqueles que são mais perceptíveis de se tornarem pesquisadores e/ou professores em nossa sociedade".*

O professor Arlindo José de Souza Junior da Universidade Federal de Uberlândia desenvolveu um estudo descritivo das concepções dos professores universitários sobre o ensino de matemática. A pesquisa foi conduzida na Universidade Estadual Paulista - UNESP. Os resultados mostraram que os professores em geral possuem o hábito de ler pouco sobre ensino. A sua prática pedagógica é baseada quase que exclusivamente na vivência e no cotidiano. A pesquisa revelou que a maioria dos professores acredita que a matemática deve ser ensinada através de aplicações. Encontramos também duas práticas distintas sobre o ensino de conceitos: a priorização do raciocínio espontâneo do aluno e a organização formal pelo professor no processo de aprendizagem.

A Formação Inicial e o Processo de Profissionalização de Professores de Matemática é a pesquisa desenvolvida pela Profa. Dra. Vera Clotilde Carneiro da UFRGS, na qual os principais resultados estão o reconhecimento de professores de Matemática com características que os identificam como profissionais, de acordo com a Sociologia das Profissões, assim como de uma Licenciatura Renovada que investe na formação desse profissional. A pesquisa, também, aponta para uma formação profissional do professor de Matemática com uma precoce identificação com a prática docente e com uma constante identificação com as pesquisas em educação matemática.

2. Projetos especiais de formação continuada de professores: estudos colaborativos pesquisador-professor

Esse subfoco, como afirma Ferreira (2000), "*surge para caracterizar uma tendência atual nas pesquisas em formação de professores de Matemática: o trabalho colaborativo e/ou coletivo como estratégia de formação ou de desenvolvimento profissional. Incluem-se, neste subfoco, principalmente, os projetos denominados de pesquisa-ação*"

Dentre os trabalhos apresentados temos o do Prof°. Dr. Dario Fiorentini, cujos estudos são em torno dos temas: Educação continuada de professores sob a perspectiva da pesquisa-ação; a didática e a Prática de ensino de Matemática; produção de saberes numa perspectiva pós-moderna.

O estudo da Profa. Rosa Mazo Reis da UERJ: Crenças de Professores e suas Transformações, tem como uma das contribuições descrever o que acontece na sala de aula, através da observação da prática pedagógica dos professores., como diz Reis: "*Muitas vezes essa prática é bastante dissociada da teoria, aquela verbalizada pelos professores e aquela na qual o currículo se baseou". [...] O fato de o professor examinar sua própria prática nos mostra como, de certa forma, poderia ser trabalhada a conscientização por parte dos professores de como idéias matemáticas são produzidas e compartilhadas por seus alunos.*"

Ana Maria Abraão, da SMERJ, coordena um trabalho de atualização interdisciplinar dirigida a professores dos Pólos de Ciências e Matemática da Rede Municipal de Ensino do Rio de Janeiro, no qual analisa e intensifica essa dinâmica junto aos professores regentes dos Pólos. Organizou um programa de atualização e capacitação desses professores, visando uma reflexão sobre o papel do ensino de Ciências e Matemática na formação de um cidadão capaz de dominar os códigos básicos que estruturam a ciência e a tecnologia na nossa sociedade.

Algumas teses têm tratado atualmente da formação continuada do professor numa perspectiva do *desenvolvimento profissional* (Ponte, 1999), teses essas já constantes do estudo do Estado da Arte já citado.

3. Estudos diagnósticos e descritivos relativos à formação do professor

Os trabalhos de Edda Cury (PUC-SP) e de Iracema Campos Cusati têm por objetivo fazer um levantamento das dificuldades apresentadas por professores em formação trazendo novos elementos para serem incorporados à formação continuada e à formação dos formadores de futuros professores. Essas pesquisas permitiram delinear o perfil do grupo, suas concepções sobre Matemática e seu ensino e suas competências profissionais.

Os estudos feitos por Paulo Figueiredo e Paula Baltar Bellemain partem de uma experiência de formação continuada, testando uma seqüência didática com situações referentes ao ensino do conceito de área. A análise crítica dos resultados obtidos abre novas questões sobre a concepção de novos experimentos sobre ensino-aprendizagem e sobre a formação do professor de matemática, relativo a conteúdos específicos.

Miguel Ángel Riggio, em seu estudos de Pós-Graduação em Educação, no Centro de Ciências da Educação da FURB, trabalha a Geometria tridimensional com professores do Ensino Médio. Enfoca os motivos porque a Geometria é pouco trabalhada em sala de aula, mostrando como principal argumento o fato deles não terem uma ***visão*** geométrica nem espacial adequada. Como origem desse problema coloca: *1) durante a sua formação não foi oferecida nenhuma geometria espacial; 2) foi oferecida sem muita ênfase e inserida em outra disciplina; 3) ela foi desenvolvida com uma abordagem algébrica.* Dentre as múltiplas experiências que realizou, descreve neste trabalho uma, feita na Bolívia, com trinta e um professores/alunos de segundo grau num curso de formação.

4. Formação de professores em contextos de mudança/inovação curricular e/ou metodológica

Dentro deste enfoque podemos citar a pesquisa de Samira Saidan, doutoranda da UFMG, sob a orientação de Profa. Dra. Manuela Soares David. A pesquisa procurou identificar as características do movimento de renovação pedagógica na educação básica, na experiência da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte, observando as práticas cotidianas de professores de matemática do 3° ciclo do ensino fundamental, durante um ano letivo de 1.999, de maneira a perceber como elas enfrentaram a nova proposta na sala de aula; destacar e sistematizar novos conhecimentos produzidos no novo contexto e a existência de novos traços de identidade profissional destes docentes e sistematizar novos elementos que possam estar sendo colocados para a formação dos professores de matemática.

5. Cognições dos professores acerca de sua própria formação

Esse subfoco representa uma tendência dentro da pesquisa em formação de professor, o estudo do pensamento do professor. Essas pesquisas voltaram seu interesse em identificar e entender a composição e a estrutura do sistema de crenças e concepções, as ações do professor e as teorias implícitas que estão subjacentes a seus pensamentos e decisões.

O trabalho de Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira, em sua tese de mestrado, investigou junto a professores da rede municipal do Rio de Janeiro a presença de uma metodologia integradora da Álgebra com a Geometria ao ensinarem a seus alunos a equação do 2° grau e suas aplicações. O objetivo é subsidiar a formação de professores no que diz respeito a novas metodologias de ensino da Matemática.

O estudo de Celi Aparecida Espasandin Lopes, orientado por Anna Regina Lanner Moura tem como base a reflexão metodológica e epistemológica do professor sobre as idéias estocásticas no curso de Educação Infantil, vivenciando situações nas quais o professor possa refletir sobre a estatística e a probabilidade, métodos de ensino e a partir daí buscar alterações em sua prática pedagógica e contribuir para sua formação.

Ainda sobre este tema podemos citar as pesquisas de Célia Margutti do Amaral Gurgel da UNIMEP, SP, que relata vários estudos que procuram entender a prática de sala de aula. No final de seu relato afirma: "*A linha condutora de minhas investigações tem revelado resultados significativos para a formação de professores, sobretudo porque todos os sujeitos envolvidos com as pesquisas (alunos, pesquisadores, professores, diretores, coordenadores pedagógicos* *e orientadora) têm refletido sobre seus resultados, procurando retorná-los às fontes/universo de onde os dados foram obtidos e disponibilizá-los pedagogicamente.*

Espero ter contribuído para o estudo do Estado da Arte das Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, deixando claro que este é um primeiro levantamento que poderá ser aperfeiçoado principalmente com ações como esta, de um Seminário que nos coloca em posição de troca com os diversos pesquisadores do país, onde teremos a oportunidade de refletir sobre esses diversos estudos e ações futuras.

Referências Bibliográficas

ABRAHÃO, Ana M. C. (Coord.). *Análise da atualização interdisciplinar dirigidas a professores regentes dos pólos de Ciências e Matemática da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro.* Rio de Janeiro: SMERJ, 1999.

BELLEMAIN, Paula M. B. *Elaboração e Experimentação de uma Engenharia de formação continuada de professores de Matemática relativa ao ensino-aprendizagem do conceito de Área.* Pernambuco: UFPE, 2000.

BERTONI, N. E., GASPAR, M. T. *Integração da história a um curso de formação de professores.* In: História e Educação Matemática. Portugal, 1996. Actas, volume II, pp.445 a 448.

CARNEIRO, Vera C. *A formação inicial e o processo de profissionalização de professores de Matemática.* Rio Grande do Sul: UFRGS, 2000.

CURI, Edda. *Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras.* São Paulo: PUC-SP, 1998.

CUSATI, Iracema C. *Compreendendo como se constrói o saber docente do professor de Matemática.* Belo Horizonte: DMTE/FAE/UEMG, 2000.

FIORENTINI, Dario. *Formação de professores de Matemática e saberes docentes: uma agenda de pesquisa.* São Paulo: UNICAMP, 2000.

GARNICA, A. V., MARTINS, R., M. *Avaliação de um projeto para a Formação de professores de Matemática: um estudo de caso.* Bauru-SP: FAPESP, 1999.

GURGEL, Célia M.A. *A dimensão sócio-cultural da prática pedagógica em Matemática: Subsídios para a formação de professores.* São Paulo: UNIMEP, 2000.

LIMA, Paulo F. *Formação continuada de professores: Uma experiência tratando do conceito de área.* Pernambuco: UFPE,2000.

LOPES, Celi A.E. *Probabilidade e Estatística na Educação Infantil: Um Estudo sobre a formação e a Prática do Professor.* Campinas, SP: UNICAMP, 2000.

OLIVEIRA, A. T. C. C. *A relação Álgebra/Geometria no estudo da equação do 2° grau.* Rio de Janeiro, PUC/RJ, 1998.

PAIVA, M. A. V. *As pesquisas sobre formação do professor de Matemática: de onde vêm e para onde vão.*(No prelo). Vitória, ES, 2000.

PAIVA, M. A. V. *Concepções do Ensino de Geometria: Um estudo a partir da prática docente.* Tese de Doutorado, PUC/RJ. Rio de Janeiro, 1999.

REIS, Rosa M. M. *Crenças de Professores e suas transformações.* EUA, New Jersey: Rutgers, the State University of New Jersey , Pesquisa de Doutorado, 2000.

SAMIRA, Zaidan. *As demandas das reformas da educação básica para a formação do professor de Matemática.* Belo Horizonte: UFMG, 1999.

SOUZA Jr., Arlindo J.de. Concepções do professor universitário sobre o Ensino de Matemática. Rio Claro, SP: UNESP, 1993.

SZTAJN, Paola. *Utilizando narrativas para estudar o saber do professor de matemática: Buscando subsídios para cursos de Formação continuada.* EUA, Georgea, 2000.

VILA, Maria do Carmo. *A natureza da pesquisa: a visão de estudantes de Licenciatura em Matemática.* Minas Gerais: UFOP, 2000.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E SABERES DOCENTES: UMA AGENDA DE PESQUISA

Dario Fiorentini

Grupo PRAPEM – FE/UNICAMP

Introdução e histórico inicial

Após ter concluído meu doutorado, em agosto de 1994, no qual desenvolvi um estudo histórico-analítico das tendências da pesquisa brasileira em Educação Matemática, passei, a partir de então, a atuar no Programa de Mestrado e Doutorado em Educação da FE/UNICAMP – Área de Educação Matemática - e a desenvolver estudos/ pesquisas e orientações em torno de duas linhas de investigação: formação de professores e saberes docentes. O foco privilegiado desses estudos tem sido a prática pedagógica em matemática.

Meus estudos, ações e produções realizados nos últimos 5 anos poderiam ser resumidos no seguinte:

1) **Formei e organizei, em 1995, o Grupo de Pesquisa PRAPEM** (Prática Pedagógica em Matemática). Este Grupo, atualmente, encontra-se cadastrado no CNPQ, via "Plataforma Lattes". A partir de 1997, o grupo foi ampliado e passou a contar com a bolaboração das professoras Anna Regina L. de Moura e Dione L. de Carvalho. Atualmente fazem parte do grupo cerca 50 professores-pesquisadores, sendo:

- 8 doutores na Área de Educaçãoo Matemática (Adair Mendes Nacarato(USF); Anna Regina L. Moura(UNICAMP); Arlindo de Souza Jr(UFU); Carmen Passos (UNICAMP); Dario Fiorentini (UNICAMP); Dione Lucchesi de Carvalho (UNICAMP); Rosana Miskulin (UNICAMP); Tadeu Oliver Gonçalvez (UFPA)).
- 14 doutorandos da FE/UNICAMP (Alfonso Jiménez, Ana Cristina Ferreira, Celi Lopes, Conceição Xavier, Diana Jaramillo, Ettiene de Domênico, Fredeiro Reis, Gilberto Melo, Gilvan Costa, Maria da Conceição Ferreira, Maria do Carmo Zouza, Paulo César Oliveira, Renata A.Pinto, Valéria Carvalho).
- 8 mestrandos e 10 professores do Ensino Fundamental e Médio.

As duas principais linhas de pesquisa do grupo são: "Prática Pedagógica em Matemática" e "Formação de Professores de Matemática". Estas linhas apresentam-se muito articuladas, não havendo uma independência clara entre as mesmas.

A linha "Prática Pedagógica em matemática" apresenta duas sub-linhas: Educação Matemática de Jovens e Adultos (sob a coordenação de Dione Lucchesi de Carvalho) e "Educação Matemática Conceitual e as novas tecnologias" (sob a coordenação de Anna Regina nner de Moura).

A linha **"Formação de Professores de Matemática"** (coordenada por Dario Fiorentini) desenvolve estudos em torno das Temáticas: Processos de Formação Acadêmica do Professor de Matemática (sobretudo nas disciplinas de Prática e Estágio Supervisionado - Dario, Diana e Franciana e do Ensino de Cálculo/Análise - Frederico); A formação do professor de matemática universitário (Arlindo e Tadeu); Projetos Especiais de Formação Continuada de Professores de Matemática sob a perspectiva do Trabalho Colaborativo ou Pesquisa-Ação (Adair, Alfonso, Ana Cristina, Arlindo, Celi, Dario, Ettiene, Gilberto, Paulo, Renata); estudos analíticos de revisão/avaliação da produção científica e pedagógica relacionada à Formação de Professores (Estado da Arte) e à pesquisa de sala de aula (Ana Cristina, Celi, Dario, Diana, Gilberto, Patrícia, Valéria).

A seguir passamos a descrever alguns estudos/porjetos realizados e/ou em andamento, dos quais tenho tido parte, seja como coordenador/responsável, seja como participante ativo.

2) Projeto: **Estudo de uma experiência inovadora de formação continuada de professores de matemática** (Projeto coletivo, sob minha coordenação, em conjunto com Adair Nacarato, Renata Anastácio Pinto e Juliana F. Castro. Iniciado em fevereiro/97 e concluído em dez/1998. Como resultado dessa pesquisa, foi publicado na Revista Quadrante [APM, Lisboa, Vol 8 (1-2): 33-59, 1999], um artigo intitulado "**SABERES DA EXPERIÊNCIA DOCENTE EM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO CONTINUADA**". Neste estudo são analisados os saberes experienciais que professores de matemática trazem/narram e sobre os quais refletem durante um curso de educação continuada. Após discutir teoricamente o problema da educação continuada de professores face aos saberes profissionais e, em particular, aos saberes da experiência docente, são analisadas três narrativas de experiências de aulas apresentadas durante um curso de educação continuada na cidade de Itu, SP, Brasil. A análise das narrativas mostra que os saberes "em ação" que os professores produzem ao refletir sobre seu trabalho docente, são complexos e apresentam multiplicidade de sentidos. Mostra também que as leituras oriundas das ciências da educação, quando bem exploradas, são fundamentais para problematizar estes saberes e trazer um novo olhar sobre os mesmos.

3) Projeto: **Produzindo e vivenciando reflexivamente a inovação do ensino da matemática em sala de aula: uma experiência de formação continuada de professores**. (Projeto realizado conjuntamente com a Profa. Dra. Maria Angela Miorim do CEMPEM-HIFEM junto a 5 professores de matemática de 5a a 8a série do ensino fundamental. (Projeto de pesquisa iniciado em 1997 e concluído em julho/2000). Desta pesquisa resultou um livro (que está no prelo), intitulado "**POR TRÁS DA PORTA: QUE MATEMÁTICA ACONTECE**?" O livro consiste na sistematização e publicação de 5 cinco experiências de inovação curricular devolvidas por professores do Ensino Fundamental durante a realização do Projeto de formação continuada. Este trabalho vem sendo organizado/coordenado conjuntamente com minha colega Maria Angela Miorim. No primeiro capítulo do livro tentamos sistematizar e teorizar o processo de educação continuada desenvolvido com os 5 professores. Processo esse que teve como eixo de formação a pesquisa sobre a prática pedagógica dos professores. A metodologia de investigação desenvolvida foi a pesquisa-ação. Este trabalho foi, em todo o seu percurso, mediado por leituras, reflexões, discussões, planejamentos e avaliações de todos os sete membros do grupo. Durante o processo, os professores produziram narrativas reflexivas sobre (1) a trajetória estudantil e profissional de cada um e sobre (2) a produção/desenvolvimento de uma experiência de inovação curricular de ensino da matemática. Estas narrativas, num segundo momento, passaram a ser objeto de sistematização, análise e discussão de todos, tendo em vista a produção coletiva de um livro. Considerando que o ato de escrever não constitui uma prática corrente entre os professores de matemática, esta foi uma experiência interessante e fecunda de produção de saberes e sobretudo de desenvolvimento profissional. Embora singular, esta pode ser considerada uma experiência similar àquelas relatadas por Ponte, Conelly & Clandinin e Schifter. Nos demais capítulos são narradas reflexivamente as experiências inovadoras de cada um dos professores.

4) Projeto: **Práticas pedagógicas em matemática e saberes profissionais** (Projeto individual, Concluído em julho1998 - Projeto contemplado com Bolsa Produtividade em Pesquisa - 2C - pelo CNPq). Este estudo realiza primeiramente uma ampla revisão bibliográfica em torno da questão: quais são os saberes docentes e como estes se caracterizam e são apropriados/produzidos pelo professor através de uma prática pedagógica reflexiva e investigativa? Tomando como eixo de estudo a relação teoria/prática, são discutidas as contribuições de Lee Shulman, Britt-Mari Barth, Carr &

Kemmis e Paulo Freire. Em segundo lugar, as contribuições destes autores são exploradas resignificadas frente aos resultados de alguns projetos de pesquisa que temos realizado (formação do professor pesquisador nas disciplinas de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I e II; formação continuada de professores a partir de um processo investigação sobre sua prática curricular) e/ou orientado (três dissertações de Mestrado). Os resultados obtidos permitem afirmar que o saber docente é complexo, evolutivo, situado, contextualizado, cultural, afetivo, plural, formado pelo amálgama de saberes científicos e de saberes da experiênciaPráticas pedagógicas em matemática e saberes profissionais. Desse Projeto resultou a publicação do Artigo "**Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos**" (Escrito em colaboração com Souza Jr. e Melo) e publicado no livro **Cartografias do trabalho docente: Professor(a) Pesquisador(a)**. Organizado por GERALDI,C.G.; FIORENTINI, D. & PEREIRA, E.M. (Orgs.). Campinas: Mercado de Letras e ALB, 1998. (pp.307-335).

5) **Atualmente estou trabalhando em torno de quatro projetos de pesquisa, a saber**:

a) Educação continuada de professores sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação no ensino de álgebra elementar (Projeto de Pesquisa Colaborativa entre professores do ensino fundamental e médio e professores universitários - coordenado por mim). Projeto iniciado em março/99;
b) A Didática e a Prática de Ensino em Matemática: a experiência da FE/UNICAMP na formação do professor pesquisador (Projeto coletivo de pesquisa coordenado por mim e iniciado em março/99;
c) Produção de saberes sob uma perspectiva pós-moderna. Projeto coletivo de pesquisa desenvolvido desde agosto/99 junto ao GEPEC-FE/UNICAMP;
d) O Estado da Arte da pesquisa brasileira sobre a formação de professores que ensinam Matemática. Projeto encomendado pela SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), coordenado por mim e desenvolvido por Ana Cristina Ferrira, Celi Lopes, Diana Jaramillo, Gilberto Alves e Valéria Carvalho.

6) **Dissertações de Mestrado concluídas sob minha orientação:**

6.1- **Erros e Dificuldades no ensino da álgebra: o tratamento dado por professores de 7a série em aula.** (Concluída na FE/UNICAMP por Renata Anastácio Pinto, em 1997. Bolsa CAPES). A partir do estudo de casos de duas professoras, este estudo procura responder, com apoio em BAKHTIN, BACHELARD, BROUSSEAU, LUCKESI e VYGOTSKY, à pergunta: como o professor trata/enfrenta os erros e as dificuldades que surgem em situações de aula envolvendo atividades algébricas?

6.2- **Ensino da álgebra elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história**. (Concluída na FE/UNICAMP por Marco Antonio G. de Oliveira, em 1997. Bolsa CNPq). Utilizando a história oral como técnica de coleta e tratamento de depoimentos de professores que deram aulas de álgebra elementar, ao longo de suas trajetórias profissionais, este estudo procura identificar, através das percepções e reflexões destes professores, os momentos marcantes e os fatores que provocaram mudanças em suas práticas e concepções.

6.3- **A reflexão dos licenciandos e licenciados-professores da UNIMEP sobre sua formação profissional em matemática e Ciências: subsídios para um novo projeto de Licenciatura.** (Concluída na UNIMEP de Piracicaba por Maria Paulina D´Abronzo Vieira de Camargo, em 30/06/98). O estudo investiga, de um lado, a trajetória (história) do Curso de Ciências-Matemática da UNIMEP e, de outro, o ponto de vista (reflexões ao longo de um ano) de seus alunos (6 licenciandos e 2 licenciados-professores) sobre como vendo sendo sua formação profissional. Os resultados trazem subsídios importantes para a reestruturação dos cursos de licenciatura na UNIMEP, especialmente no que diz respeito à relação teoria e prática, parte específica e parte pedagógica e pesquisa-ensino.

6.4- **Transformações vividas e percebidas por professores de matemática num processo de mudança curricular**. (Concluída na FE/UNICAMP por Gilberto Francisco Alves de Melo, em 14/10/98 – Bolsa PICD/CAPES). A pesquisa relata estudos de casos envolvendo três professores de matemática de 5a a 8a série do Ensino Fundamental do Município de Rio Branco (Acre) que vivenciaram, no período de 1993 a 1996, um processo de mudança curricular. A análise das mudanças foram examinadas sob três categorias: fatores e fatos que contribuíram/dificultaram o seu desenvolvimento profissional; os saberes docentes produzidos e em construção e; as mudanças de concepções, crenças e da prática pedagógica dos professores.

6.5- **Ensino Técnico e Educação Matemática: um estudo histórico-pedagógico.** De Ana Cristina Possapp Cesa. Defendida em maio de 2000.

7) Teses de Doutorado concluídas sob minha orientação

7.1 - **Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria.** De Adair Mendes Nacarato. Defendida em 14/02/00, na FE/UNICAMP. O estudo relata um processo de educação continuada de cinco professoras das séries iniciais do Ensino Fundamental, de uma escola da rede privada de Campinas. Para responder à questão "Que saberes curriculares, reflexões e conflitos são produzidos por um grupo de professoras das séries iniciais envolvidas num processo simultâneo de aprender geometria e de tentar ensiná-la", adotou a pesquisa-ação como metodologia de pesquisa. A anállise do estudo foi realizada sob três eixos: (1) currículo de geometria vivenciado pelas professoras; currículo apresentado às professoras; currículo em ação: produção de sentidos para uma possível geometria escolar e a incorporação da Geometria no currículo das séries iniciais.

7.2 - **Formação e desenvolvimento profissional de formadores de professores**: o caso de professores de matemática da UFPa. De Tadeu Oliver Gonçalves. Defendida em 21/02/00 na FE/UNICAMP.. Este estudo investigou a forma como vem acontecendo a formação e o desenvolvimento profissional de professores formadores de professores. O caso selecionado para estudo envolve oito professores do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Pará. A hipótese de trabalho que norteou a pesquisa assenta-se na idéia de que os indícios sobre o desenvolvimento profissional do formador podem ser encontrados no próprio processo de realização do trabalho docente, sobretudo quando reflete sobre o mesmo, produz e participa de projetos de melhoria do ensino e busca soluções para os problemas que encontra. O estudo: (1) descreve e contextualiza historicamente o UFPa e sua Licenciatura em Matemática; (2) analisa a experiência como formadora dos docentes e os saberes profissionais com base em quatro eixos fundamentais de formação do professor de matemática. Os resultados mostram que a experiência discente e docente dos formadores configura-se como a principal responsável pela formação dos saberes da prática profissional

8) Orientações em andamento:

8.1- A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros-didáticos. **Frederico da Silva Reis. Doutorado FE/UNICAMP.**

8.2- Desenvolvimento profissional de professores de matemática: o caso do Laboratório de Ensino-Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da UFPR. **Ettiene G. De Domenico. Doutorado FE/UNICAMP.**

8.3- Quando professores de matemática constituem-se também escritores e divulgadores de suas experiências e saberes. **Renata Anastácio Pinto. Doutorado FE/UNICAMP**
8.4- A ressignificação dos saberes dos professores de matemática em um contexto de pesquisa colaborativa. **Alfonso Jimenez Espinosa. Doutorado FE/UNICAMP.**
8.5- (Re)constituição do ideário de futuros professores de matemática num contexto de investigação sobre a prática pedagógica. **Diana Jaramillo Quiceno. Doutorado FE/UNICAMP.**
8.6- Trabalho colaborativo com professores de matemática num contexto de inovação mediado por computadores. **Gilvan Luis Machado Costa. Doutorado FE/UNICAMP**
8.7- A ressignificação de saberes da profissão docente: a formação inicial do professor de matemática num contexto de prática. **Franciana Carneiro de Castro. Mestrado, FE/UNICAMP.**

ESTADO DA ARTE DA PESQUISA BRASILEIRA SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: UMA PRIMEIRA APROXIMAÇÃO

Ana Cristina Ferreira, Celi A. Espasandin Lopes, Dario Fiorentini,
Diana Jaramillo, Gilberto F. Alves de Melo,
Valéria de Carvalho, Vânia M. Santos–Wagner[5]

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é fruto de diversas motivações. Quando em 1999 criou-se o Grupo de Estudo e Pesquisa em Formação de Professores de Matemática (GEPFPM) junto ao Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), seus integrantes dedicaram-se intensamente ao estudo das principais tendências na formação de professores no Brasil e no mundo. Cada participante procurava focalizar um aspecto desta área e um dos artigos produzidos realizou um levantamento dos trabalhos acadêmicos (teses e dissertações) defendidas no Brasil[6]. Dessa forma, procurava-se atender ao interesse do grupo de conhecer, descrever e sistematizar o processo de formação de professores de Matemática no país, acompanhando as várias transformações e tendências que se vêm delineando nesta área. O presente estudo insere-se nesse contexto. Seu objetivo central é realizar uma primeira aproximação ao Estado da Arte da Formação de Professores de Matemática no Brasil, a partir do estudo e análise de 89 dissertações e teses produzidas nas décadas de 70, 80 e 90. Não se pode afirmar que todas as pesquisas defendidas nesta área no Brasil estejam aqui representadas (devido às dificuldades encontradas no levantamento), contudo, uma parte significativa é considerada. Neste primeiro momento, devido às limitações de tempo, optou-se por mapear de modo mais detalhado apenas as pesquisas cujo foco principal fosse a formação de professores que lecionam Matemática. Não queremos com isso desconsiderar todas as relevantes contribuições de pesquisas cujo foco é o pensamento (crenças, concepções, representações etc.), ou a prática pedagógica do professor. Entretanto, não seria possível trabalhar com todas as pesquisas relacionadas à formação neste momento. Este estudo pretende ser melhorado, ampliado e desenvolvido pelo GEPFPM no período de 2000 e 2001, de modo a incluir outras pesquisas relacionadas à área. A longo prazo, pretendemos procurar compreender melhor as mudanças

[5] Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE-UNICAMP), Campinas, São Paulo, Brasil. Correios eletrônicos: anacfer@hotmail.com; celilopes@uol.com.br; dariof@unicamp.br; diana_jaramillo@hotmail.com; gfam@obelix.unicamp.br; val.carvalho@uol.com.br; santos_wagner@hotmail.com (Vânia M. P. Santos–Wagner, UFRJ).
[6] Ferreira, A. Formação de Professores de Matemática: uma revisão dos trabalhos acadêmicos (teses e dissertações) produzidos a partir de 1970 (no prelo).

experimentadas através das últimas décadas na pesquisa sobre a formação de professores visando apontar perspectivas para o aprimoramento destes processos formativos.

Do total de pesquisas localizadas 47,2% investigam a formação inicial e 50,6% estudam a formação continuada de professores de Matemática. Enquanto as primeiras concentram-se na formação de professores dos níveis fundamental e médio, as últimas priorizam o estudo da formação de professores do ensino fundamental e médio. Observa-se, então, que as investigações sobre a formação de professores de Matemática que desenvolvem sua prática no nível de ensino infantil e superior são incipientes, tendo surgido apenas nos últimos anos. As duas pesquisas restantes (2,2%) foram desenvolvidas por Zacaron (1997) e Curi (2000) e, infelizmente, não conseguimos localizar seus resumos. A maior parte das pesquisas localizadas está concentrada em duas universidades, a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) com 31 pesquisas e a Universidade Estadual de São Paulo (UNESP), campus Rio Claro com 19 pesquisas. O restante da produção de dissertações e teses está distribuído em outras universidades brasileiras (36); 2 teses de doutorado (Santos, 1993 e Polettini, 1995), produzidas em "Indiana University" e "University of Georgia", respectivamente; e a pesquisa de Miotto (1998), não tem dados suficiente para ser classificada. Vale ressaltar que esses números são apenas indicativos, pois não foi possível cobrir toda a produção acadêmica de todas as universidades brasileiras com cursos de pós-graduação em Educação, Matemática e Educação Matemática. Como todo o texto, essa coleta deverá ser ampliada e revista.

METODOLOGIA DO ESTUDO

O levantamento bibliográfico realizado neste trabalho foi desenvolvido a partir das dissertações e teses produzidas nas décadas de 70, 80 e 90 sobre formação de professores de Matemática. As principais fontes foram: a tese de doutorado de Fiorentini (1994); o banco de teses do CEMPEM; a revista Zetetiké, a biblioteca da Faculdade de Educação da UNICAMP e de algumas universidades acessadas através da internet; o CD da Anped; a base de dados Unibibli; bem como algumas publicações da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP-Rio Claro): BOLEMA e o Catálogo de Resumos de Dissertações do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp - Rio Claro (1987-1994). Deles foram extraídos as 89 referências que serviram de base para este estudo. Partindo dessa seleção, iniciamos o fichamento de cada trabalho procurando identificar aspectos relevantes como: título, autor, orientador, instituição, ano, grau correspondente, foco da pesquisa, problema/questão, objetivos, metodologia, resultados, tipo de formação (inicial ou continuada), nível de influência (infantil, fundamental, médio, superior, outros) sujeitos da pesquisa e palavras chaves. É importante ressaltar que nem todas as fichas foram preenchidas integralmente devido a pouca informação que constava em vários resumos obtidos. De algumas poucas, não possuímos nem o resumo. Uma vez elaboradas as fichas, as pesquisas dividiram-se em dois grupos de acordo com sua data de defesa: o primeiro, abrangendo as pesquisas das décadas de 70 e 80 e, o segundo, abrangendo as pesquisa da década de 90. Parece haver duas concepções marcantes em relação ao conceito de formação e aos processos metodológicos e/ou metodologia. Nas décadas de 70 e 80 (34 pesquisas) o conceito fundamental era o "treinamento", entendendo-se fundamentalmente a formação como um estudo experimental que discutia sobre a eficácia de diferentes métodos para treinar professores em tarefas específicas. Também neste grupo a sistematização dos processos metodológicos não era um aspecto de fundamental importância. Na década de 90 (55 pesquisas) supera-se o termo "treinamento" e sua concepção subjacente. Inicia-se uma nova etapa na pesquisa sobre formação de professores, cujo objetivo é proporcionar uma visão mais abrangente do termo. Busca-se compreender o pensamento do professor; suas crenças, concepções, representações acerca do ensino-aprendizagem de Matemática, bem como de seu papel enquanto professor e de sua formação e desenvolvimento profissional. Sobretudo na última metade da década de 90 se dá especial importância aos processos metodológicos e/ou metodologia, tentando desenvolvê-la de forma mais sistemática. As pesquisas buscam uma maior consistência teórico-metodológica.

Após organizar as pesquisas, realizamos uma categorização inicial que se centrava nos focos temáticos das pesquisas, ou seja, a partir da questão, objetivos, metodologia e resultados apresentados, procurou-se identificar a preocupação central de cada pesquisador. Desta forma, cada foco temático procura expressar o objetivo maior da pesquisa, ou seja, dentro da formação de professores, qual foi o recorte escolhido pelo(a) pesquisador(a). Emergiram desta análise sete focos de pesquisa e alguns deles, dadas suas especificidades, foram divididas em subfocos para melhor representar as tendências apresentadas.

MAPEAMENTO INICIAL DAS TESES E DISSERTAÇÕES DEFENDIDAS A PARTIR DA DÉCADA DE 70 CUJO FOCO PRINCIPAL É A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Após a realização de todas as etapas citadas anteriormente, passou-se à descrição das pesquisas considerando se pertenciam ou não a uma ou várias categorias. Nesse mapeamento, apenas iniciado, procurou-se evidenciar informações relevantes tais como: objetivos, metodologia e resultados, com o objetivo de proporcionar ao leitor/pesquisador um reflexo das tendências na área. Todavia, ainda não nos foi possível desenvolver uma análise de cada foco e subfoco apontados. Esperamos avançar nesse sentido com a continuidade do estudo. Por questões de espaço, limitamo-nos nesse resumo a apresentar as referências das pesquisas de acordo com seu foco:

FOCO TEMÁTICO	PESQUISAS	N
O processo de formação acadêmica de professores que ensinam matemática		
1.1. Pedagogia e Magistério	Letelier (1979), Gonçalves (1991), Fabro (1993), Abdelnur (1994), Costa (1996), Cyrino (1997), Floriani (1997), Araújo (1998)	
1.2. Licenciatura em Matemática		
1.2.1. Estudo geral de programas e cursos:	Araújo (1990), Gonçalves (1992), Zaidan (1993), Tancredi (1995), Faria (1996), Ribeiro (1999), Carneiro (1999), Costa (1999), Pinotti (1999), Viel (1999)	3
1.2.2. A disciplina de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado	Taglieber (1978), Araújo (1979), Ferreira (1980), Tavarez (1982), Cerquiera (1988), Lourenço (1989), Brasil (1998), Cunha (1999), Pohlenz (1999)	
1.2.3. Questões específicas	Bérgamo (1990), Táboas (1993), Garnica (1995), Camargo (1998), Koga (1998), Gomes (1999), Silva (1999), Bonete (2000)	
1.2.4. Reestruturação das Licenciaturas:	Tanus (1995)	
1.3. Formação do professor universitário	Gonçalves, Tadeu (2000), Rodrigues (2000), Souza Júnior (2000)	
Projetos especiais de formação continuada de professores		
2.1. Projetos de parceria formador-professor	León (1980), Moura (1984), Borges (1988), Pontes (1986), Almeida (1992), Morgado (1997), Chiummo (1998)	1
2.2. Estudos colaborativos pesquisador-professor	Toledo (1990), Chaves (2000), Itacarambi (2000), Nacarato (2000), Sousa Júnior (2000)	

Formação de professores frente aos recursos/materiais didáticos e às inovações tecnológicas	Noronha (1980), Gannam (1981), Alcure (1982), Lima (1982), Silva (1982)	9
3.1.O computador na formação do professor	Guimarães Filho (1992), Morgado (1997), Silva (1997), Silva (1999)	
Estudos diagnósticos e descritivos relativos á formação ou à prática docente	Santos (1979), Melo (1982), Oliveira (1983), Vila (1982), Sousa (1984), Lamparelli (1984), Cocenza (1990)	7
Formação de professores em contextos de mudança/inovação curricular e ou metodológica	Gazzeta (1989), Moura (1983), Santos (1993), Damico (1997), Freitas (1997), Caldeira (1998), Darsie (1998), Silva (1998), Carvalho (1999), Gonçalvez (2000), López Bello (2000)	11
Cognição de professores acerca de sua própria formação	Araújo Pinheiro (1979), Domingues (1985), Silva (1987), Azevedo (1988), Klusener (1988), Floriani (1989), Santos (1993), Passos (1995), Poletini (1995), Camargo (1998), Melo (1998), Silva (1999), Sousa (1999)	13
Outras não categorizadas	Zacaron (1997), Carvalho (1998), Miotto (1998), Curi (2000)	4

Obs: Importante lembrar que algumas pesquisas aparecem em mais de um foco devido a seus objetivos e/ou metodologia.

À TÍTULO DE CONCLUSÃO

Diversas possibilidades se abrem ao iniciarmos um trabalho como esse. Informar a comunidade de pesquisadores em Educação Matemática acerca do que tem sido desenvolvido na área de formação de professores é uma delas. Envolver pesquisadores interessados na área em uma proposta colaborativa - iniciada com o mapeamento - que rompe barreiras para tornar-se um espaço de discussão e produção de conhecimentos é outra. O passo inicial foi dado. Cabe a todos contribuir para o avanço de nossa área.

ANEXO: Referências das dissertações e teses estudadas

Abdelnur, Mirtes. *Formação de professores: o poder, a Matemática e a interdisciplinaridade.* (UNESP - RC, 1994, Mestrado).

Alcure, Leila P.P. *Audio-visual: meio auxiliar no treinamento de professores?* (UNICAMP, 1982, Mestrado).

Almeida, Nilze S. de. *Uma experiência didática de formação matemática-epistemológica com professores de segundo grau.* (PUC-SP, 1992, Mestrado).

Araújo, Antônio Pinheiro de. *A formação pedagógica na licenciatura plena em Matemática: um estudo avaliativo na Universidade Federal de Rio Grande do Norte.* (UFRGS, 1979, Mestrado)

Araújo, Antônio Pinheiro de. *Formação do professor de Matemática: realidade e tendências.* (USP, 1990, Doutorado).

Araújo, Elaine S. *Matemática e Formação em Educação Infantil: biografia de um projeto.* (USP, 1998, Mestrado).

Araújo, Maria Auxiliadora Sampaio. *Um levantamento das condições atuais para a realização do estágio de Matemática.* (UFBA, 1979, Mestrado).

Azevedo, Angela Maria G. de. *Dificuldades no ensino de Matemática: um estudo da concepção do professor.* (UFSCar, 1988, Mestrado).

Bergamo, Geraldo Antônio. *Ideologia e contra-ideologia na formação do professor de Matemática.* (UNESP-RC, 1990, Mestrado).

Bonete, Izabel passos. *As Geometrias não-euclidianas em cursos de licenciatura: algumas experiências.* (UNICENTRO, 2000, Mestrado).

Borges, Pedro Augusto Pereira. *Uma experiência de produção de currículos de Matemática junto a professores de 1° grau e universidade.* (UNICAMP, 1988, Mestrado).

Brasil, Benedito R. *A prática de ensino de Matemática: alternativas e desafios na formação do professor.* (UNESP-RC, 1998, Mestrado).

Caldeira, Ademir Donizete. *Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança.* (UNICAMP, 1998, Doutorado).

Camargo, Mª Paulina Aábronzo V. *A reflexão de estudantes a professores da UNIMEP sobre sua formação profissional em Matemática e Ciências: subsídios para um novo projeto de licenciatura.* (UNIMEP, 1998, Mestrado).

Carneiro, Vera C. Garcia. *Profissionalização do professor de Matemática: limites e possibilidades para a formação inicial.* (PUC-RS, 1999, Doutorado).

Carvalho, Francini Garcia Mandolesi. *Avaliação em Matemática e implicações na formação docente.* (PUC-CAMPINAS, 1998, Mestrado).

Carvalho, Valéria de. *Educação Matemática: Matemática & educação para o consumo.* (UNICAMP, 1999, Mestrado).

Cerqueira, Maria de Lourdes Carvalho Borges. *Programa de reforço do ensino de Matemática para a 5ª série do 1° grau: uma proposta de estágio supervisionado.* (PUC-SP, 1988, Mestrado).

Chaves, Rodolfo. *Caminhos percorridos para a implantação do Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática junto ao Núcleo de Ensino Integrado de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa.* (UNESP-RC, 2000, Mestrado).

Chiummo, Ana. *O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental.* (PUC-SP, 1998, Mestrado).

Cocenza, Iaracilda de Andrade. *Sobre o perfil pedagógico e a formação do professor no estado de São Paulo.* (UNESP-RC, 1990, Mestrado).

Costa, Gilvan L. Machado. *A Formação do Professor de Matemática na perspectiva do desenvolvimento Profissional: O caso do Programa Magister de Santa Catarina.* (UNESP - RC, 1999, Mestrado).

Costa, Valéria Amed das C. *Caracterização dos(as) professores (as) de 4ª série d o 1° grau da cidade de Manaus: um estudo a partir da visão dos docentes sobre sua formação e atuação no ensino de Matemática.* (UFSCar, 1996, Mestrado).

Cunha, Wilson Santana. *O papel da prática de ensino na formação do professorando do curso de Matemática do campus de Sino/MT.* (PUCCAMP, 1999, Mestrado).

Curi, Edda. *Formação de professores de Matemática: realidade de presente e perspectivas futuras.* (PUC-SP, 2000, Mestrado).

Cyrino, Márcia C. de Costa T. *Levantamento e Análise de material bibliográfico de referência na formação do professor de Matemática de 1ª à 4ª série do ensino fundamental.* (UNESP - RC, 1997, Mestrado).

Damico, Alécio. *Alternativa de mudança didática para ensino de Matemática no segundo grau.* (USP, 1997, Mestrado).

Darsie, Marta M. Pontin. *A reflexão distanciada na construção dos conhecimentos profissionais do professor em curso de formação.* (USP, 1998, Doutorado).

Domingues, Cilce Agne. *Atitude dos professores de Matemática das escolas de 1° e 2° graus de Santa Maria (RS) em relação ao método de ensino individualizado.* (UFSM, 1985, Mestrado).

Fabro, Silvia G. Vieira. *Formação Matemática do professor de primeira a quarta série no oeste do Paraná.* (UFPR, 1993, Mestrado).

Faria, Paulo Cézar de. *A formação do professor de Matemática: problemas e perspectivas.* (UFPR, 1996, Mestrado).

Ferreira, Dirce Almeida. *A prática de ensino na formação de professores de Matemática pela Universidade de Amazonas diante da realidade manauara.* (UNICAMP, 1980, Mestrado).

Floriani, Ivaristo Antônio. *A Educação Matemática no processo de formação do professor das séries iniciais.* (UNIVERSIDADE REGIONAL DE BLUMENAU, 1997, Mestrado).

Floriani, José Valdir. *Da prática à teoria: reflexões de um professor de Matemática.* (UFSC, 1989, Mestrado).

Freitas, Franceli F. de. *A Formação de professores da Ilha de Maré-Bahia.* (UNICAMP, 1997, Mestrado).

Gannam, Abdala. *Uma proposta metodológica para treinamento de professores de Matemática do 2° grau, em serviço.* (UNICAMP, 1981, Mestrado).

Garnica, Antonio V. M. *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática.*

Gazzeta, Marineusa. *A modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores.* (UNESP-RC, 1989, Mestrado).

Gomes, Carmen H. Peixoto. *A questão da leitura no curso de formação de professores de Matemática da Universidade de Passo Fundo.* (UNIJUÍ, 1999, Mestrado).

Gonçalves, José Lafayette de O. *Questionando a "Habilitação em Matemática".* (PUC-PR, 1992, Mestrado).

Gonçalves, Marilene R. Resende. *O ensino de Matemática na escola normal: uma busca de compreensão.* (UNESP - RC - 1991, Mestrado).

Gonçalves, Tadeu O. *Formação e Desenvolvimento Profissional de Formadores de professores: o caso dos professores de Matemática da UFPa.* (UNICAMP, 2000, Doutorado).

Gonçalves, Terezinha V. Oliveira. *Ensino de Ciências e Matemática e formação de professores: marcas da diferença.* (UNICAMP, 2000, Doutorado).

Guimarães Filho, Charles. *Informática na Educação Matemática brasileira: ensino de radiciação em cursos de reciclagem de professores do Estado do Rio de Janeiro.* (UFRJ, 1992, Doutorado).

Itacarambi, Ruth Ribas. *Formação contínua de professores comunicadores de Matemática: da sala de aula à internet.* (USP, 2000, Doutorado).

Klusener, Renita. *Uma reflexão sobre a prática dos professores e o compromisso pedagógico-social com o ensino de Matemática.* (UFRGS, 1988, Mestrado).

Koga, Miguel Tadayuki. *Uma análise do discurso de alguns professores de Cálculo Diferencial e Integral do curso de licenciatura em Matemática.* (UNESP-RC, 1998, Mestrado).

Lamparelli, Lydia Conde. *Um estudo sobre a qualidade do conhecimento específico dos candidatos ao cargo de professor efetivo de Matemática da rede estadual de ensino público do estado de São Paulo.* (USP, 1984, Mestrado).

León, Francisco Mauricio Figeac. *Programa de adiestramento para profesores de Matemática a nivel bachillerato, en la República de El Salvador.* (UNICAMP, 1980, Mestrado).

Letelier, Alvaro P. Poblete. *Adecuación de un programa de Metodologia de la Enseñanza en la formación de profesores de Educación Matemática).* (UNICAMP, 1979, Mestrado).

Lima, Reginaldo Naves de Souza. *Trabalho de construção de material instrucional de Matemática elementar com vistas a um programa de treinamento à distância para professores de 1° grau.* (UNICAMP, 1982, Mestrado).

Lopez Bello, Samuel E. *Etnomatemática: relações e tensões entre as distintas formas de explicar e conhecer.* (UNICAMP, 2000, Doutorado).

Lourenço, Marcos Luiz. *A prática de ensino de Matemática na universidade: sua influência e sugestões.* (UNESP-RC, 1989. Mestrado).

Melo, Gilberto F. Alves de. *Transformações vividas e percebidas por professores de Matemática num processo de mudança curricular.* (UNICAMP, 1998, Mestrado).

Melo, Sebastião Barbalho de. *Estudo preliminar sobre avaliação dos Cursos de Licenciatura de curta duração em Ciências e Matemática realizados na UFPE em regime intensivo nos anos de 1971 a 1976*. (UNICAMP, 1982, Mestrado).

Miotto, Wanda D. *Formar o formador de conceitos matemáticos*. (1998). (Faltam todos os outros dados!).

Morgado, Maria José L. *Logo no ensino-aprendizagem de Matemática: avaliação do desempenho de professores da rede estadual, após um curso de formação*. (UNESP-RC, 1997, Mestrado).

Moura, Anna Regina Lanner de. *Ensino de Matemática, uma proposta para orientação de área*. (UNICAMP, 1984, Mestrado).

Moura, Manoel Oriosvaldo de. *Uma proposta para uma Matemática vivencial*. (UNICAMP, 1983, Mestrado).

Nacarato, Adair Mendes. *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria*. (UNICAMP, 2000, Doutorado).

Noronha, Diva Maria Britas de. *Proposta de solução para atualização dos professores da rede estadual de ensino do Rio de Janeiro em Matemática, utilizando vídeo-tape*. (UNICAMP, 1980, Mestrado).

Oliveira, Ana Maria Nauiack de. *Laboratório de ensino e aprendizagem em Matemática: as razões de sua necessidade*. (UFPr, 1983, Mestrado).

Passos, Carmen L. Brancaglion. *As representações matemáticas dos alunos do curso de magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica*. (UNICAMP, 1995, Mestrado).

Pinotti, Eloísa Ramos. *A formação pedagógica do professor de Matemática: contribuições para um programa competente a partir do caso PUC-PR*. (PUC-PR, 1999, Mestrado).

Pohlenz, Vílson. *O Estágio no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Contestado-Campus Caçador: um estudo de caso*. (UNICENTRO, 1999, Mestrado).

Poletini, Altair de Fátima F. *Teachers' perceptions of change: na examination of mathematics teaching life histories*. (University of. Georgia, 1995, Doutorado).

Pontes, Maria Gilvanise de Oliveira. *O ensino da Matemática da 1ª série: uma experiência de treinamento de professores*. (UFC, 1986, Mestrado).

Ribeiro, Flávia Dias. *A Formação do professor-educador matemático em cursos de licenciatura em Matemática*. (PUC-PR, 1999, Mestrado).

Rodrigues, Luly. *Professor de Matemática: influência das pesquisas e propostas do campo da Educação Matemática sobre as representações sociais de seus formadores*. (UFMG, 2000, Mestrado).

Santos, Sônia Muniz. *Subsídios para levantamento de indicadores objetivando o planejamento e a avaliação de uma intervenção no processo de ensino-aprendizagem de Matemática*. (UFBa, 1979, Mestrado).

Santos, Vânia M. Pereira dos. *Metacognitive awareness of prospective elementary teachers in mathematics content course and a look at their knowledge, beliefs and metacognitive awareness about fractions*. (University. Indiana, 1993, Doutorado).

Silva, Beatriz H.A. *Efeitos de uma revisão de Matemática através de módulos instrucionais no desempenho das alunas de cursos de formação de professores de 1ª a 4ª série*. (UERJ, 1982, Mestrado).

Silva, José Geraldo Acioly M. *O ensino da Matemática: da aparência à essência*. (UNESP-RC, 1987, Mestrado).

Silva, Maria Deusa. *O computador na formação inicial do professor de Matemática: um estudo a partir das perspectivas de alunos-professores*. (UNESP - RC, 1999, Mestrado).

Silva, Mauro Domingos da. *O papel de um curso de formação na mudança do discurso e da postura do professor*. (UNICAMP, 1998, Mestrado).

Silva, Míriam G. Penteado da. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor.* (UNICAMP, 1997, Mestrado). Orientador: Lucila S. Arouca.

Souza, Eliza A. de. *Os cursos de formação de professores a nível de 2º grau: uma avaliação da eficiência do ensino da língua portuguesa e da Matemática.* (UFRJ, 1984,Mestrado).

Souza Júnior, Arlindo José de. *Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral.* (UNICAMP, 2000, Doutorado).

Sousa, Maria do Carmo de. *A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual.* (UNICAMP, 1999, Mestrado).

Táboas, Carmen M. Guacelli. *O número e sua história cultural: fundamentos necessários na formação do professor.* (UNICAMP, 1993, Doutorado).

Taglieber, José Erno. *Preparação de professores de Ciências e Matemática para o ensino de 1º grau.* (UNICAMP, 1978, Mestrado).

Tancredi, Regina M.S.P. *A formação do professor nos cursos de licenciatura da área de Ciências na UFSCar: uma análise da questão sob a ótica dos licenciandos.* (USRCar, 1995, Doutorado).

Tanus, Sarah. *Reestruturação dos cursos de licenciatura em Matemática: Teoria e Prática.* (UNESP - RC, 1995, Mestrado).

Tavares, Sued Teixeira. *Uma experiência no Estágio Supervisionado das Licenciaturas de Matemática, Física e Química da Universidade Federal do Maranhão.* (UNICAMP, 1982, Mestrado).

Toledo, Marília Barros de A. *Prática docente de Matemática: uma proposta de construção solidária.* (UNESP-RC, 1990, Mestrado).

Viel, Sílvia Regina. *Formação do licenciando em Matemática da UNESP, Câmpus de Rio Claro: um estudo de caso.* (UNESP - RC, 1999, Mestrado).

Vila, Maria do Carmo. *Um modelo de metodologia operatória como alternativa para melhoria do ensino de Matemática nas séries iniciais do 1º grau.* (UNICAMP, 1982, Mestrado).

Zaidan, Samira. *A formação do professor de Matemática: uma discussão do curso de licenciatura da UFMG.* (UFMG, 1993, Mestrado).

Zacaron, Carlos R. Araújo. *A influência norte-americana no desenvolvimento acadêmico brasileiro através do PABAEE: área de Matemática.* (USU, 1997, Mestrado).

A NÁLISE DA ATUALIZAÇÃO INTERDISCIPLINAR DIRIGIDA A PROFESSORES REGENTES DOS PÓLOS DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO DO RIO DE JANEIRO DURANTE O ANO DE 1999

Ana Maria Carneiro Abrahão (coordenação)
Cristina Arruda Dias da Costa
Elisabete Bravo Valente
SMERJ - Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro

(INTRODUÇÃO) Vários educadores têm citado a necessidade de que os professores desenvolvam atividades interdisciplinares em sala de aula. Pensando em intensificar essa dinâmica junto aos professores regentes do Pólos de Ciências e Matemática da Rede Municipal do Rio de Janeiro, organizamos um programa de atualização e capacitação desses professores, visando uma reflexão sobre o papel do ensino de Ciências e Matemática na formação de um cidadão capaz de dominar os códigos básicos que estruturam a ciência e a tecnologia na nossa sociedade. Os pólos são em número de onze, estão distribuídos por dez Coordenadorias Regionais de Educação e contam com a atuação de professores nas duas áreas de conhecimento, no primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Nós, da equipe responsável por coordenar tais pólos, observamos que a maioria desses professores conduziam suas oficinas sempre tendo em vista sua área de atuação. O presente estudo teve como objetivo fortalecer o desempenho desses professores na elaboração de oficinas de caráter interdisciplinar nas áreas de Ciências e Matemática. (METODOLOGIA) Uma vez por mês esses professores participaram de atividades de atualização que incluíram palestras e oficinas visando um trabalho interdisciplinar nas áreas de atuação de ensino de Ciências e Matemática. Serviram como fontes de dados as informações que nós já possuíamos dos trabalhos anteriores realizados por esses professores, bem como as ementas das oficinas que eles costumavam desenvolver nos pólos. Após cada encontro analisávamos tanto o trabalho realizado quanto as avaliações por eles elaboradas. Acompanhamos também como eles aplicavam seus novos conhecimentos no trabalho que continuavam a realizar nos pólos. (RESULTADOS) Constatou-se, com base nos dados obtidos, que os professores regentes dos Pólos de Ciências e Matemática, com algumas exceções, necessitavam uma atualização periódica de assuntos que facilitassem a articulação dessas duas áreas de conhecimento. Verificou-se, também, através dos relatórios elaborados por eles, que poucos professores regentes dos pólos passaram a montar suas oficinas articulando conteúdos de Ciências e Matemática. (CONCLUSÃO) Apesar de todos os professores terem relatado que apreciaram muito as atualizações pedagógicas oferecidas, pode-se observar, por parte deles, uma certa resistência a mudanças, visto que a grande maioria continuou realizando seu trabalho de forma isolada, sem articulação interdisciplinar. Dessa forma, para esse ano, solicitamos que os mesmos organizassem oficinas específicas para professores de 5ª série, tentando articular conhecimentos de Ciências e Matemática. Paralelamente, planejamos organizar palestras interdisciplinares, para esses professores regentes dos pólos e professores regentes de turma de 5ª série, nessas disciplinas. Reconhecemos a necessidade de atualizações freqüentes dos professores regentes dos pólos, para que eles possam desenvolver estratégias para um bom desempenho não só na elaboração de oficinas interdisciplinares, assim como na efetivação das mesmas.

A DIMENSÃO SÓCIO-CULTURAL DA PRÁTICA PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA: SUBSÍDIOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Célia Margutti do Amaral Gurgel
Universidade Metodista de Piracicaba – UNIMEP

Licenciada em Ciências Sociais e professora-pesquisadora em Educação em Ciências e Matemática a partir de 1983, com a implementação do Subprograma Educação para a Ciência (SPEC-PACDT-CAPES) no Brasil, tenho procurado aprofundar investigações sobre formação docente no âmbito dos fundamentos epistemológicos e sócio-culturais que norteiam crenças e valores sobre a prática pedagógica nessas áreas. Nos cursos de Graduação em Ciências (habilitação Matemática, Biologia e Química) e do Programa de Pós-Graduação em Educação, minhas pesquisas vem se desenvolvendo através de Projetos de Iniciação Científica e Dissertações de Mestrado, com ênfase nos aspectos interativos do processo de ensino-aprendizagem, conhecimento e currículo no ensino das Ciências, na perspectiva Ciência-Tecnologia-Sociedade-Ambiente, histórias de vida e ação docente e diversidade cultural.

Em Educação Matemática, também venho seguindo estas linhas, e as referências teóricas têm se orientado, sobretudo, pela literatura espanhola, americana, francesa e portuguesa. Estas têm procurado aprofundar questões sobre a diversidade cultural, linguagem, gênero, atitudes afetivas e emocionais nas interações professor-aluno, escola, entorno social, valores e crenças sócio-culturais sobre ensinar e aprender. Dentre estes estudos citaria Núria Gorgorió, Núria Planas, Xavier Vilelle, Steve Stoer, Luiza Cortesão, Isabel Alarcão, Duschl, Perrenoud, Bourdieu. No âmbito nacional, tenho me apoiado em temas sobre formação de professores e saberes docentes, em estudos que buscam analisar as tendências pedagógicas da formação do professor de Matemática e suas práticas docentes (Dario Fiorentini, Antonio Miguel, Ubiratan D'Ambrósio, Catarina M. Vitti, Maria A.V. Bicudo, Terezinha e David Carraher, A. Schliemann, dentre outros). Contudo, tais referências se fazem acompanhar por outros referenciais que apresentam um aporte mais amplo para a compreensão de aspectos relativos às interações simbólicas (Bourdieu, G.H. Mead, Pérez Gomez, Bernstein), linguagem (Connelly e Clandinin, Lemke, Vygotsky, Baktin, Derek Edwards, Coll), conhecimento e ciência (Morin, Chalmers, Matthews, Boaventura Santos), prática docente e epistemologia (Marcelo Garcia, Schön, Zeichner, Shulmann).

Estes autores têm contribuído como marco teórico das análises e interpretações do processo de ensino e de aprendizagem, em geral, voltado para uma visão de escola, prática docente e planejamento curricular, enquanto parte de um contexto sócio-cultural e político-ideológico que organiza e influencia programas e projetos educacionais em níveis nacionais, estaduais e municipais, e que necessitam ser repensados sobre suas responsabilidades sociais. O ensino de Matemática, através de investigações acadêmicas e avaliações oficiais, tem sido questionado, nesse sentido, já que a lógica que tem orientado a formação dos docentes e a base epistemológica de seus conhecimentos, está estimulando, ainda, uma prática pedagógica com ênfase à memorização e repetição de fórmulas, desconectadas de um corpo teórico articulado com a realidade sócio-cultural dos sujeitos que ensinam e aprendem. Além disso, a formação educacional, ao nível do ensino básico, tem buscado preparar os alunos para serem aprovados a partir de testes e questões absolutamente artificiais.

Em dois projetos[7] desenvolvidos por meus alunos, de iniciação científica, entre 1997-1998 e 1998-1999, foi possível detectar evidências neste sentido.

O projeto do período 1997-1998 ouviu primeiramente alunos de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental de escolas públicas e privadas do interior de São Paulo, sobre suas percepções e sentimentos frente à escola, professores, ensino-aprendizagem e o sentido do conhecimento de Matemática para seus cotidianos. Por se tratar de uma abordagem qualitativa-compreensiva, o universo de alunos entrevistado foi de aproximadamente 20, e, sobre o ensino da Matemática a tendência das respostas foi no sentido de que seus conteúdos eram apresentados pelo professor muito "isolados" (sic) da realidade; as incógnitas das equações, em geral, não tinham sentido e significado e eles não sabiam porque aprendiam estas questões; o ensino não apresentava outras formas didático-pedagógicas como pesquisas, estudos do meio e bibliográficos e resolução de problemas com enunciados relacionados a contextos da realidade em que viviam. Sobre o professor, a maioria enfatizou que este precisa explicar bem, ser paciente frente aos alunos quando estes não entendem o conteúdo; deve ser disciplinador sem ser autoritário e não faltar com respeito aos estudantes. Ainda, avaliar e ensinar de maneiras diferentes e não ser preconceituoso durante as aulas em termos econômicos, étnicos e sexuais.

O projeto desenvolvido no período de 1998-1999, entrevistou 14 professores de Matemática de 14 escolas públicas e privadas do interior de São Paulo, com o objetivo de fazer emergir suas idéias sobre ensino-aprendizagem e os parâmetros orientadores de suas práticas frente ao contexto escolar e a sala de aula. Nas entrevistas, foi possível detectar uma tendência de perfil monocultural dos professores, pois estes encaram a diversidade cultural como obstáculo ao processo ensino-aprendizagem na sala de aula, justificando que tal diversidade desvia de uma norma didática padrão; também, os professores apresentaram uma visão

---

[7] "Educação e Diversidade Cultural: contribuição para o estudo e intervenção em problemas de ensino e aprendizagem em Ciências e Matemática" e "Clima de aula e ensino de Matemática: a ação docente em situação real".

"escolacentrista" porque acham que a Escola deve preparar seus alunos para a modernização; quanto à avaliação, os professores reconhecem as diferenças culturais, mas, não se preocupam em conhecê-las. Os alunos devem ser avaliados pelo "mérito". Portanto, a investigação, baseada na análise de discurso, constatou baixa tendência para um perfil docente inter/multicultural (Stoer).

Os projetos desenvolvidos no período 1999-2000 (concluído) contou com dois bolsistas e co-orientação de um professor de Matemática, e buscaram investigar o clima de aula e prática docente em situação real. Os pressupostos teórico-metodológicos desses estudos se pautaram em uma concepção de ensino-aprendizagem cuja mediação do professor seria parte fundamental do processo. Este deveria procurar incentivar uma aprendizagem significativa, coletiva, problematizadora, para despertar interesse e confiança nas interações professor-aluno, aluno-aluno. Um dos aspectos investigados nestes projetos, foram as dificuldades que os alunos apresentavam na aprendizagem de equações. O pesquisador acompanhou e observou, desde o planejamento anual e durante 3 meses, duas professores de 7ª série. As relações/ atitudes reveladas pela professora A, foram de austeridade e atividades tradicionais de prática de ensino. A professora B, embora mais aberta e afetiva, também apoiou-se em uma metodologia tradicional e bancária. Os alunos revelaram grande dificuldade na compreensão e aplicação dos conceitos estudados, em seu dia-a-dia. O outro foco pesquisado foi a própria ação docente do bolsista, que atuou como professor eventual durante 3 meses, em uma escola pública. Esta prática, durante a formação inicial (o aluno vai se formar professor de Matemática em dezembro de 2000) apoiou-se nos procedimentos próprios da investigação em ação, utilizando uma abordagem de ensino participativa, coletiva, fundada em situações-problema. O pesquisador analisou possibilidades e limites de um ensino sobre Sistema de Medidas, na 5ª série, norteado pela História da Matemática, pesquisa bibliográfica, avaliação processual, estudos em grupos e seminários. Estudos de Schön e Zeichner auxiliaram no processo de reflexão na e sobre a ação e Peter Woods e Stenhouse orientaram os procedimentos investigativos.

Em 2000-2001 o Projeto continua, e está envolvendo um bolsista de iniciação científica e uma mestranda que, através de imagens/figuras apresentadas a alunos de 2° ano do curso médio (escola pública e privada) irão verificar/reconhecer a presença da Matemática em diferentes contextos sócio-culturais, e assim, refletirem sobre o ensino da Matemática na perspectiva da multiculturalidade.

No âmbito da Pós-Graduação, duas dissertações foram defendidas, uma investigando dificuldades/ facilidades de professoras das séries iniciais no ensino da Matemática (1998). O objetivo foi descrever e refletir sobre as principais dificuldades/facilidades que professoras de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo encontravam em suas práticas de ensino. Os resultados revelaram que as professoras apresentam dificuldades relacionadas ao saber específico ensinado, à concepção de Ciência Matemática, à mediação/aplicação de materiais concretos na construção de conceitos matemáticos. Estas questões foram analisadas tomando como referência os documentos oficiais do MEC (PCNs) e S.E.E. São Paulo (Proposta Curricular do Ensino de Matemática).

Outra dissertação defendida, em 1999, investigou as percepções, sentimentos e expectativas de alunos do ensino fundamental sobre resolução de problemas, a partir das vozes de 80 alunos de escolas públicas de uma cidade do interior de São Paulo, participantes de um Projeto Educacional de uma empresa de grande porte. As observações e mediações desenvolvidas pela pesquisadora, ocorreram entre 1997 e 1998. Os resultados da pesquisa, indicaram as emoções (alegrias, medos, dúvidas, aborrecimentos) dos alunos frente à situações – problema que, segundo eles, não explicitam dados de contexto. Também incompreensões de enunciados e professores que gritam e/ou comparam os conhecimentos entre alunos foram questionados pelos alunos.

Em 2000, estão sendo qualificadas duas dissertações que abordam a iniciação de docentes de Matemática em suas práticas pedagógicas (inserção contextual e crenças epistemológicas sobre a prática) e interações sociais e discurso no ensino de Matemática no 1° ciclo. Para 2001, será concluída uma dissertação que tem como objetivo investigar alunos do ensino médio, reconhecendo significados matemáticos fora do contexto escolar.

A linha condutora destas investigações tem revelado resultados significativos para a formação de professores, sobretudo porque todos os sujeitos envolvidos com as pesquisas (alunos, pesquisadores, professores, diretores, coordenadores pedagógicos e orientadora) têm refletido sobre seus resultados, procurando retorná-los às fontes/universo de onde os dados foram obtidos e disponibilizá-los pedagogicamente. Além disso, esses resultados têm contribuído para a prática de docentes - formadores das licenciaturas que trabalham sob o enfoque da Educação Matemática e estão repensando suas práticas e inovações curriculares. Quanto às escolas públicas e privadas, a interação dos pesquisadores vem ampliando um trabalho de mais de 15 anos do Núcleo de Educação em Ciências/Matemática da Unimep junto à essas redes, assessorando Projetos Pedagógicos e Cursos de Educação Contínua (Pró-Ciências), porque a dimensão sócio-cultural, das investigações em geral, tem se resumido a leituras sobre o contexto e não ações participativas e propositivas que apontam como, porque e para que é necessário levar em conta indicadores e/ou categorias como afetividade, sensibilidade, crenças, valores culturais e outros, em estudos que envolvem lógica e raciocínio matemático.

AS PERCEPÇÕES DOS ALUNOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DAS UNIVERSIDADES ESTADUAIS PARANAENSES

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino[8]

A despeito da existência de cursos de formação de professores de curta duração, a licenciatura em Matemática, por mais paradoxal que seja, bem ou mal, está formando profissionais para o ensino Fundamental e Médio, apoiando-se nas concepções de seus docentes e nas condições materiais existentes.

Atualmente, estão sendo discutidas as Diretrizes Curriculares para os cursos de licenciatura em Matemática. É necessário verificar em que medida essas diretrizes se ocupam da dinamização e transformação dessas concepções e condições materiais. E, concordando com ERNEST (1989), acreditamos que quaisquer que sejam as reformas pedagógicas, é necessário que estas estejam vinculadas à autonomia pedagógica do professor, dependendo de três fatores:

- da concepção do professor sobre a Matemática e de como se dá a relação entre ensino e aprendizagem;
- dos processos de pensamento e reflexão do professor;
- do contexto social da situação pedagógica.

De acordo com a literatura são poucas as pesquisas que buscam entender o que os futuros professores pensam sobre o fazer pedagógico, ensinar, aprender e avaliar em matemática e como estas concepções podem influenciar na sua decisão de se tornarem professores de Matemática, bem como na sua prática pedagógica.

Diante destes aspectos sentimos a necessidade de investigar:

---

[8] Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina/UEL e doutoranda da Faculdade de Educação/ USP.

- Quais os fatores que motivam os alunos de Licenciatura em Matemática, a se tornarem professores.
- Até que ponto os cursos de licenciatura em Matemática estão contribuindo para a mudança de concepções e atitudes dos futuros professores e para identificar, de acordo com estas concepções, o perfil do futuro professor.

Compreender a dinâmica das concepções, compreender como elas se originam e como se alteram, pode-nos fornecer indicadores dos fatores que influenciam na decisão dos alunos para se tornarem professores. Para isso buscaremos identificar:

- as percepções dos alunos do curso de licenciatura em Matemática acerca da natureza do conhecimento matemático, do processo do ensino e da aprendizagem da Matemática.
- se os alunos do curso de licenciatura em Matemática estabelecem relações da Matemática com as outras áreas do conhecimento: arte, música, religião, dentre outras. E quais são estas relações.
- as percepções dos alunos do curso de licenciatura em Matemática a respeito do "professor de Matemática" como profissão.
- se há influência dos professores da licenciatura nas concepções dos futuros professores.
- se há mudanças destas concepções, nos alunos, futuros professores, durante o processo de formação. E em caso afirmativo, até que ponto os cursos de licenciatura em Matemática influenciam a mudança destas concepções.

As concepções citadas acima têm uma natureza essencialmente cognitiva no sentido de ter um papel organizador do conhecimento revelando a visão que temos do que nos cerca e nos orienta a ação. Além disso, podem atuar como uma espécie de filtro e influenciar as concepções dos alunos.
De acordo com Thompson, citada em PONTE (1992, p.208),

> "...as concepções (conscientes ou inconscientes) acerca da Matemática e do seu ensino desempenham um papel significativo, embora sutil, na determinação do estilo de ensino de cada professor".

Concepções dos professores
Quando nos referimos à concepção de matemática, estamos falando das diferentes formas de caracterizá-la com relação à origem e natureza dos objetos matemáticos. A importância desta característica está no fato de que o modo como um indivíduo vê a constituição dos objetos matemáticos tem implicações no modo como ele compreende a produção de significados, por si próprio e pelos alunos, a verdade e a legitimidade das idéias matemáticas. A concepção de matemática do professor é de fundamental importância porque esta, explícita ou implicitamente, será o fio condutor da sua própria ação pedagógica em sala de aula.
SKOVSMOSE (1992), afirma que a concepção de matemática adotada pelo professor é que colocará o aluno como centro ou não do processo de construção do conhecimento.
Identificar a concepção do processo de ensino e aprendizagem tem como objetivo descrever os eixos em torno dos quais o processo de ensino, o ensino-aprendizagem e a sala de aula são organizados.
Assim, de acordo com FIORENTINI (1995, p.5)

> "... o professor que acredita que o aluno aprende Matemática através da memorização de fatos, regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição exaustiva de exercícios, também terá uma prática diferenciada

daquele que entende que o aluno aprende construindo os conceitos a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações-problema e problematizações do saber matemático."

Toda proposta educacional deve estar baseada numa ética e se executar mediante uma estratégia de ação educativa holística.
A proposta de D'AMBROSIO (1999, p.111) é a ética da diversidade:

" 1- respeito pelo outro com todas as suas diferenças;
2- solidariedade com o outro na satisfação das necessidades de sobrevivência e transcendência;
3- cooperação com o outro na preservação do patrimônio natural e cultural comum."

E para viabilizar esta estratégia de ação educativa holística D'AMBROSIO propõe um currículo dinâmico que:

"... é uma estratégia de ação comum e repousa sobre três etapas que se desenvolvem simultaneamente:

- motivação, resultado de condições emocionais e da interface passado/futuro;
- elaboração de novo conhecimento mediante troca/ construção/ reconstrução de conhecimento;
- socialização mediante a realização de tarefas comuns." (p.113)

Processos de pensamento e reflexão dos professores

O nível de consciência das concepções pelos professores pode contribuir, segundo ERNEST (1989), para o aprimoramento da sua sensibilidade diante do contexto para a escolha e implementação de situações de ensino de modo a integrar suas concepções (estreitando distâncias quando existirem) ou identificar concepções contraditórias.
O êxito do professor depende de sua capacidade prática de reflexão sobre a ação, de reflexão-na-ação e de reflexão sobre a reflexão-na-ação.
Na base dessa visão de reflexão-na-ação do profissional está uma visão construcionista da realidade com a qual ele lida.
Segundo SCHÖN (2000, p.39), na visão construcionista os profissionais:

"... estão em transação com seus mundos práticos, concebendo os problemas que surgem em situações práticas e moldando as situações para que sirvam nas concepções, concebendo seus papéis e construindo situações práticas que tornem operacionais os papéis que lhes cabem na concepção."

É necessário que o professor reflita sobre as concepções que tem e não permita que elas se tornem elemento bloqueador em relação às novas realidades ou problemas, limitando as possibilidades de atuação e compreensão diante de situações diferenciadas.
Freqüentemente o professor, em sua vida profissional, defronta-se com diversas situações para as quais não encontra respostas imediatas constituídas por regras, fatos, teorias e operações disponíveis, ou seja, definidas pelo processo clássico de investigação científica.
O profissional competente, de acordo com GÓMEZ (1992, p.110), "... atua refletindo na ação, criando uma nova realidade, experimentando, corrigindo e inventando através do diálogo que estabelece com essa mesma realidade."

O professor como um profissional reflexivo passa ser um investigador de sua prática e de acordo com SCHÖN (1992) deve:

- permitir-se ser surpreendido pelo aluno;
- refletir sobre o fato, procurar compreender a razão por que foi surpreendido;
- reformular o problema suscitado pela situação e,
- efetuar uma experiência para testar a sua nova hipótese que formulada sobre o modo de pensar do aluno.

Contexto social

A influência do contexto social é resultado das expectativas dos estudantes, pais, professores, supervisores, assim como dos currículos institucionalizados.

Os professores estão sujeitos a constrangimento e contingências do contexto escolar ao tentar transformar sua ação pedagógica.

> "A Educação é objeto de um amplo debate social, graças ao qual se constroem crenças e aspirações que formulam diferentes exigências em relação ao comportamento dos professores. Esta diversidade nota-se muito claramente em momentos de conflito, nomeadamente entre as expectativas familiares e a ação dos professores." (SACRISTÁN, 1995, p.67)

Ressaltaremos neste trabalho a importância do conhecimento das concepções dos professores por considerarmos que elas constituem um elemento que mediatiza a nossa relação com a realidade, funcionando como filtro, ou seja, o professor utiliza critérios para decidir o que é essencial ou para adequar suas concepções a essa realidade. Assim, elas nos ajudam na compreensão do pensamento dos professores, da sua atuação.

Natureza da pesquisa

A pesquisa será desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa cujo foco será o modo de pensar histórico-crítico da realidade socio-educacional investigada no sentido de compreender essa realidade.

Buscaremos uma investigação entre o empirismo e a teoria, dentro de uma visão dinâmica.

Estaremos apresentando a nossa enunciação em face da realidade que, segundo FOUCAULT (1971), está relacionada com a posição que ocupa o sujeito que a efetua em relação ao domínio do objeto de análise.

O presente estudo terá como objeto de investigação os alunos dos cursos de licenciatura em Matemática de algumas universidades estaduais do Paraná (UEL, UEM, UEPG).

Para isso faremos um:

1. Estudo da documentação. Entendemos por documentação projetos de curso das instituições investigadas, planos de ensino, programas e relatório de atividades. Os documentos serão analisados, segundo a perspectiva apontada por ANDRÉ (1995, p.28): "... no sentido de contextualizar o fenômeno, explicitar suas vinculações mais profundas e complementar as informações coletadas através de outras fontes."
2. Entrevista semi-estruturada. O objetivo da entrevista é levantar elementos que ajudem a identificar as percepções dos alunos, e esclarecer fatos observados.
3. Observação participante. Serão filmadas algumas aulas dos cursos de licenciatura, em seu transcurso normal, no sentido de estudar a relação entre a prática pedagógica e as concepções identificadas mediante entrevistas e análise da documentação.

Após uma revisão da literatura, serão definidas as questões que orientarão a coleta de dados e as categorias iniciais de análise.
As categorias finais de análise serão constituídas ao longo do estudo, com base na triangulação dos dados, ou seja, num diálogo intenso das observações com as entrevistas e a documentação.
O estudo não se limitará à descrição de situações, ambientes, pessoas, ou à reprodução de suas falas e de seus depoimentos, mas também a uma análise mais profunda, numa tentativa de leitura crítica e de interpretação, no sentido de uma descrição detalhada.

A NATUREZA DA PESQUISA: A VISÃO DE ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Maria do Carmo Vila
UFOP

Resumo: Nos últimos anos, o Ministério da Educação e as universidades públicas brasileiras vêm investindo esforços e recursos para promover a iniciação à pesquisa entre os estudantes universitários. Contudo, praticamente nenhum estudo havia sido realizado para promover a compreensão de como o «ensino orientado para a pesquisa» e a «pesquisa», ela mesma, são percebidos por aqueles que são mais perceptíveis de se tornarem pesquisadores e/ou professores em nossa sociedade. O objetivo deste estudo foi examinar as representações manifestadas por estudantes do *Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)* relativamente ao termo "pesquisa". A amostra consistiu de 51 participantes que concordaram em participar da investigação. Eles responderam um questionário construído a partir dos itens do "The Inquiry Memories, Views & Pratices" (Aulls, Delcourt, Rejskind & Shore, 1997; Aulls 1998). Deste questionário constava a questão aberta que foi objeto de análise de nosso estudo. Os resultados mostraram que, em geral, as representações de pesquisa manifestadas pelos estudantes podem ser reunidas em quatro categorias: a) pesquisa é vista como um processo que permite a busca de conhecimento e de informação; b) a pesquisa é um meio de estudo; c) a pesquisa é um processo de ensino-aprendizagem; d) a pesquisa é um meio de se resolver problemas.

Palavras-chave: Pesquisa/ Ensino Através da Pesquisa/Representações

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo, natureza qualitativa, insere-se numa pesquisa mais ampla conduzida pelo Grupo Interdisciplinar de Pesquisa (GIP), composto por pesquisadores e monitores dos Departamentos de Matemática e de Educação da UFOP[9], e de pesquisadores da Faculdade de Educação da McGILL University, Canadá[10]. A pesquisa em questão denomina-se "A Natureza e a Função da Educação Orientada para a Pesquisa: A Visão dos Estudantes Universitários".

Em nosso estudo, de caráter exploratório, trabalhamos somente com uma *parte* da amostra de estudantes selecionada para a pesquisa anteriormente citada e nos detivemos na análise de uma das 20 questões que compõem o questionário utilizado na coleta de dados.

---

[9] A equipe de pesquisadores da UFOP é composta pelos professores: Dra. Maria do Carmo Vila Coordenadora da pesquisa no Brasil), Dra. Keila Deslandes, Dr. Francisco Moura e Marger C. Ventura Vianna (doutoranda em Educação).
[10] Da equipe canadense fazem parte o Dr. Mark W. Aulls (Coordenador da pesquisa no Canadá) e o Prof. George Carani (doutorando em Cognitive Psychology).

2. JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, o Ministério da Educação e as universidades públicas vêm investindo esforços e recursos para promover a iniciação à pesquisa entre os estudantes universitários. Contudo, nenhum estudo havia sido realizado até então para promover a compreensão de como o «ensino orientado para a pesquisa» e a «pesquisa», ela mesma, são percebidos por aqueles que são mais perceptíveis de se tornarem pesquisadores na Sociedade (estudantes universitários) e, em particular, por aqueles que irão abraçar a carreira do magistério (estudantes dos cursos de licenciatura).

Neste estudo, investigamos as representações sobre o termo "pesquisa" manifestadas por futuros professores de Matemática. O amplo contexto teórico no qual nosso trabalho está situado é a psicologia do ensino e do aprendizado (cf. Glaser, 1994; Shuell, 1988, 1993, 1996) e sua aplicação em contextos de pesquisa, particularmente em salas de aulas e escolas. Os resultados apresentam importância tanto prática como teórica.

No que se refere a sua contribuição prática, o trabalho oferece uma rica fonte de informação sobre as representações dos estudantes, futuros educadores, que poderão ser comparadas com a disposição dos mesmos de, no exercício de sua profissão, adotarem práticas instrucionais que levem seus alunos a desenvolverem uma atitude de investigação diante de situações-problema defrontados em sua realidade.

Os resultados desse estudo também apresentam importância teórica. Eles poderão contribuir para a "Grounded Theory" do ensino-aprendizagem orientados para a investigação. Poderão, também, ser comparados aos resultados de um estudo recente e semelhante conduzida por Aulls, Shore, & Delcourt (1996-1999). Tais comparações reforçam a validade trans-cultural das interpretações de relatos de ocasiões de pesquisa vivenciadas nos vários níveis de ensino por membros universitários de uma sociedade.

3. OBJETIVOS

O objetivo central desta pesquisa é descrever e analisar as representações de estudantes universitários do curso de Matemática sobre o termo «pesquisa». Em particular, tentaremos responder a seguinte questão: *Quais são as categorias qualitativas de representações usadas pelos estudantes para descrever o que eles entendem por «pesquisa»?*

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 – Pesquisa

Atualmente, nas diversas áreas do conhecimento, a pesquisa é um procedimento sempre presente. Graças a ela, observa-se um crescente desenvolvimento científico e tecnológico. Este reconhecimento de sua importância tem levado agências de fomento e universidades a incentivar o envolvimento de estudantes universitários em programas de iniciação à pesquisa. Como afirma Severino (1980), a pesquisa e a reflexão são os objetivos finais da vida científica universitária. Assim como Gresller (1979), muitos educadores sustentam que o homem cresce intelectualmente quando se defronta com situações-problema de maneira científica. Ainda mais, segundo eles, a habilidade de pensar criticamente pode ser aprendida e o exercício da pesquisa contribui sobremaneira para o pensamento independente e, portanto, para a liberdade intelectual.

Apesar da relevante e significativa produção científica sobre "pesquisa" e "metodologia da pesquisa", os estudiosos ainda não chegaram a um acordo sobre a conceituação de pesquisa. Daí, podermos encontrar uma variedade considerável de definições sobre o termo (Ander-Egg, 1978; Rummel, 1972; Ferrari, 1982; Gay, 1996).

Se os autores e estudiosos divergem com relação à conceituação de pesquisa, observa-se, entretanto, uma certa convergência sobre o "fazer pesquisa". Em geral, os pesquisadores indicam alguns elementos ou passos a serem observados na condução de uma pesquisa:

seleção de tópico ou problema para a investigação; definição e diferenciação do problema e dos termos; levantamento de hipóteses de trabalho; seleção de métodos e técnicas; coleta, sistematização e classificação dos dados; análise e interpretação dos dados; conclusões; relatório do resultado da pesquisa.

Para efeito de nosso estudo, dada a dificuldade de se conceituar pesquisa, estaremos considerando, em nossa análise das representações de nossos participantes, os elementos necessários para a condução de uma pesquisa.

4.2 - Ensino Orientado para a Pesquisa

A análise de estudos de observação de sala de aula, relatados nos últimos 20 anos, mostra mais de 100 estudos descrevendo algum tipo de ensino orientado para a pesquisa. No entanto, o estudo da pesquisa como um processo curricular em salas de aula, durante longos períodos de tempo, constitui uma minoria neste corpo de estudos (Aulls, 1996). Em particular, observa-se uma ausência de descrições por parte de estudantes e de professores de sua própria exposição ao ensino orientado para a pesquisa durante a educação formal. Uma compreensão mais abrangente do ensino e aprendizagem orientados para a pesquisa deve, então, levar em conta uma descrição detalhada da percepção dos estudantes sobre a ocorrência e utilização da pesquisa na educação formal.

Conceituações sobre pesquisa como um processo instrucional através do qual o conteúdo é aprendido e ensinado fornecem indicações de como o conteúdo é construído através da participação nesse processo (Aulls, 1991). Por sua vez, McEwen (1990) argumenta que o conteúdo é a evidência mais direta de que ensinar e aprender estão intimamente relacionados. Por isso, o que os estudantes ou professores dizem ter aprendido através da participação em pesquisa não é uma evidência tão forte quanto a evidência do conteúdo aprendido e as condições de aprendizado descritas como ocasiões para a pesquisa. Ambos os tipos de estudo são necessários para conectar o que acontece como pesquisa ao que os alunos aprendem como conteúdo de disciplina e conhecimento.

Os resultados desses estudos sugerem que as concepções dos educadores sobre a natureza da instrução orientada para a pesquisa estão qualitativamente relacionadas com as suas concepções sobre o processo de pesquisa, mas que não existe informação suficiente sobre a forma como elas estão relacionadas. A presente investigação se propõe a suprir essa lacuna e a promover a compreensão de como a pesquisa é percebida por aqueles que se tornarão professores na Sociedade.

Os resultados de pesquisas recentes realizadas na Universidade McGill, Montreal (Aulls & Luconi, 1997; Aulls, 1998) sugerem que 36% dos estudantes de graduação, inscritos em cursos na área de educação, percebem a si mesmo como tendo procurado oportunidades para fazer pesquisas tais como: fazer uma pesquisa de tese, participar voluntariamente de um projeto de pesquisa, realizar atividades criativas como escrever uma canção ou projetar um produto. Diferenças significativas nas oportunidades de realizar pesquisas durante a escolarização formal estão, também, relacionadas com a interação entre a disciplina e o nível de escolarização formal. Enquanto todos os estudantes relataram ter vivenciado algum tipo de instrução através da pesquisa entre a escola elementar e a secundária, menos de 30% deles relataram ter tido um professor que agisse como um guia introduzindo-os na natureza do processo de

4.3 – Representação Social

Atualmente, representação social é uma expressão que se encontra freqüentemente nas ciências sociais. O conceito de representação social (ou coletiva) aparece pela primeira vez em sociologia, mas a sua teoria vai se delinear em psicologia social com os trabalhos de Moscovici (1961, 1976). Tornou-se histórica a recusa de Moscovici (1988) de definir precisamente os seus termos com receio de cristalizar prematuramente um campo que começava a se desenvolver.

E, até hoje, uma conceituação formal das representações sociais tem sido motivo de debate entre os membros da comunidade acadêmica. Outros pesquisadores (Abric, 1994; Guimelli, 1994), assumem as imprecisões da teoria das representações sociais com real limitação (ainda que provisória) para explicar os fenômenos ou mesmo apreender o significado de certas evidências empíricas inesperadas (Pereira de Sá, 1996).

Apesar das dificuldades, visto que o campo da pesquisa em "representações sociais" está em plena evolução, observam-se alguns esforços no sentido de formalizar e esclarecer conceitos. (Jodelet,1984, 1986). Para efeito prático de nosso estudo, adotaremos a conceituação de representação social proposta por Jodelet (1984) que considera as representações sociais como sendo uma forma de conhecimento, socialmente elaborada e compartilhada, tendo uma visão prática e concorrendo para a construção de uma realidade comum a um conjunto social. Assim como a autora, estaremos entendendo que a representação social é, por um lado, definida por seu conteúdo: informações, imagens, opiniões, atitudes, etc. De outro lado, ela é a representação social de um sujeito (indivíduo, família, grupo, classe, etc.) com relação a outro sujeito. Assim sendo, toda representação social é representação de alguma coisa e de alguém.

5. METODOLOGIA UTILIZADA

O presente estudo foi conduzido com 47 alunos do Curso de Licenciatura Matemática da UFOP. A Tabela 1 mostra as repartições da amostra por sexo e período de curso.

Tabela 1 – Características dos participantes

Participantes	n	%
Sexo		
Masculino	28	59,6
Feminino	19	40,4
Período do Curso		
Segundo	23	48,9
Quarto	24	51,1

Um questionário foi administrado a 47 estudantes que, após prévia consulta, decidiram participar voluntariamente da pesquisa. A aplicação foi feita na sala de aula onde os estudantes recebem os cursos regulares da UFOP. Inicialmente, foi-lhes explicado o objetivo do estudo; em seguida, foi pedido que respondessem, de maneira espontânea, as questões sobre sua história pessoal em ensino através da pesquisa que, necessariamente, faziam recurso à memória.

O questionário foi construído a partir dos itens do "The Inquiry Memories, Views & Pratices" (Aulls, Delcourt, Rejskind & Shore, 1997; Aulls 1998) e aplicado por um dos pesquisadores do GIP. Os participantes concluíram sua tarefa num espaço de tempo que variou de 60 a 100 minutos. O instrumento consta de duas partes. A "Parte I" do questionário apresenta duas perguntas abertas onde o participante é solicitado a exprimir suas idéias sobre «pesquisa». A "Parte II" do questionário usa os princípios de entrevista Spradley's "*grand tour*" para gerar seu formato; apresenta quatorze questões abertas e seis objetivas.

Para o presente estudo, foi considerada somente a primeira questão aberta da PARTE I do mencionado questionário, uma vez que nosso objetivo era analisar as representações de "pesquisa" manifestadas pelos nossos participantes. A pergunta feita aos estudantes foi: "*Para você, o que vem a ser uma pesquisa?*".

6. ANÁLISE DOS DADOS

As respostas foram transcritas num processador de texto, importadas e manipuladas com a ajuda do software QSR NUD*IST, uma ferramenta que possibilita a análise de dados não-estruturados com o objetivo de desenvolver uma compreensão do fenômeno estudado. Na análise das respostas, foram usados, respectivamente, os princípios da "Grounded Theory", onde as categorias emergem dos dados, não sendo, portanto, impostas à priori à coleção de dados (Janessick, 1994).

Inicialmente, realizamos uma categorização "livre" (usando a linguagem do NUD*IST); num segundo momento, procuramos estabelecer um sistema hierárquico de categorias através da identificação e análise das relações entre as categorias. A hierarquização de categorias tem sido descrita como uma técnica potente e universal de organização e relacionamento de conceitos, objetos, pensamentos, etc. (Richards & Richards, 1999).

7. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Pudemos observar três grandes grupos de respostas. Num primeira categoria, encontram-se as representações que consideram "pesquisa" como sendo uma "*busca, uma procura de informações e conhecimentos*". Em geral, esta busca é realizada através de meios; os mais citados são: livros, revistas e jornais. Não há menção sobre pesquisa de campo ou qualquer outro tipo de pesquisa.

Numa segunda categoria, encontram-se as representações que interpretam "pesquisa" como sendo *um processo ou método de estudo.* Aqui, também, são indicados os meios para a realização de tal estudo. Em geral, eles também se resumem aos livros, revistas e jornais. Ou seja, o processo de estudo é realizado através de revisão bibliográfica ou de informações veiculadas pelos meios de comunicação.

Numa terceira categoria, encontram-se as representações que consideram "pesquisa" como um *método ou processo de aprendizagem.* Para os estudantes que manifestam tal representação, a "pesquisa" parece estar associada às suas experiências de aprendizagem vivenciadas em níveis precedentes de escolarização. De fato, a banalização do termo pesquisa tem levado professores à interpretarem como pesquisa, o ato de buscar informações em livros. Esta interpretação é repassada aos alunos desde a escola elementar e cristaliza-se nos níveis subseqüentes.

Os resultados preliminares mostram que, mesmo cursando uma universidade, onde se supõe que os alunos sejam mais expostos a experiências de pesquisa, as suas representações sobre esse tema estão estritamente ligadas às representações de pesquisa encontradas na escola fundamental.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLPORT, G. W. (1968). The historical background of modern social psychology. In G. Lindzey e E. Aronson (Eds.). *The handbook of social psychology.* Reading, Addison-Wesley.

ARMENTO, B. J. (1986). Research on teaching social studies. In M. C. Wittrock (Ed.). *Handbook of Research on Teaching,* 3ª ed. (pp. 942-951).

AULLS, M. W. (1990). *The analysis and coding of teacher-class conversations in naturally occorring classroom and curriculum contexts* (Tech. Rep. No. 3). Montreal: McGill University, Center for the Study of Instruction.

AULLS, M. W. (1998). The contributions of teacher-class discourse and activities to academic learning. Journal of Educational Psychology, 90 (1), 56-69.

AULLS, M. W. (1997). The contributions of classroom discourse to what content students learn during curriculum enactment. *Journal of Educational Psychology.*

AULLS, M. W. & PEETSH, A. (1998). *Student' perceptions of effective teachers: Those who promote inquiry and those who do not.* Unpublished paper presented at NAGC Conference, Montreal, QC, Canadá.

AULLS, M. W., DELCOURT, M. & SHORE, B. B. (1996-99). Relatório de pesquisa enviado ao SSHRC: Inquiry as a Curriculum Imperative.

AULLS, M. W. & LUCONI, F. (1997, junho). *Participation in inquiry instruction: Pre-service teachers' exposure to inquiry instruction and beliefs about the nature of inquiry and who*

can sucessfully participate in it. Artigo não publicado apresentado na "NAGC Conference, Montreal, QC, Canadá.
GAY, L. R. (1996). Educational Research: Competencies for analysis and application, Columbus, Prentice Hall.
JODELET, D. (1984). Répresentations sociales: phénomènes, concept et théorie. In S. Moscovi (Eds.). Psycologie sociale. Paris, Presses Universitaires de France.
JODELET, D. (1989). Répresentations sociales: phénomènes, concept et théorie. In S. Moscovi (Eds.). Psycologie sociale. Paris, Presses Universitaires de France.
MOSCOVICI, S. (1988). Notes towards a description of social representations. *Europe Journal of Social Psychology*, v. 18, p. 211-250.
RICHARDS, T. J. & RICHARDS, L. (1999). *Using hierarchical categories in qualitative data analysis.* Internet: www.qsr.com.au, 17/03/1999, pg.1-10.
STRAUSS, A. L. & CORBIN, J. M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques.* Newbury Park, Sage Publications.

PROFISSIONALIZAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: LIMITES E POSSIBILIDADES PARA A FORMAÇÃO INICIAL

Vera Clotilde Garcia Carneiro
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

O presente trabalho propõe pensar diferente o professor e sua formação, deixando emergir a figura de um novo-profissional, professor de Matemática, que está se produzindo e sendo produzido, no Brasil de hoje, na confluência de uma série de circunstâncias.

Apoiando-se nos conceitos-chave e na metodologia sugeridos pelo pensador francês Michel Foucault (1926-1984), o estudo se desenvolve como uma investigação foucaultiana. Reporta-se a um *corpus* variado e pouco usual de documentos escritos e orais, entre eles pequenos casos e histórias de vida parciais, recolhidos devido à sua conexão estratégica e analisados na perspectiva arqueológica - desentranha-se os saberes e as verdades predominantes ou submetidas - e genealógica - procura-se, nas relações de poder, as razões do aparecimento e das transformações dos saberes -, tendo em vista a questão principal: esquadrinhar os sujeitos instituídos pelas práticas/ discursos em análise.

O trabalho inclui o estudo de caso da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, não considerado pela sua singularidade mas como caso típico, marcante de um momento de mudança. O curso tem como características: um licenciando separado do bacharel, desde o início; um docente-formador da área específica com papel decisivo; o ensino considerado como objeto de investigação, com outro *status* acadêmico; as prioridades deslocadas, do conteúdo para o aluno; o currículo integrado, com eixo nas disciplinas de Educação Matemática; múltiplas oportunidades de prática e de pesquisa oferecidas ao estudante, favorecendo o reconhecimento de si mesmo e a construção de identidades.

Este estudo também discute limites e possibilidades para a formação inicial do professor de Matemática, em especial relativos: às relações entre as diferentes instâncias desta formação; à política universitária do Brasil; à diversidade das concepções de Matemática e de ensino de Matemática, nos cursos formadores; às relações entre Licenciatura e um conceito utópico de interdisciplinaridade; à situação da Educação Matemática, como área de pesquisa no Brasil; ao efeito das expressões "Educação Matemática" e "educador matemático".

Da investigação emergem uma série de circunstâncias que convergem para a subjetivação do novo-professor de Matemática: a) valorização da Educação, relacionada cada vez mais com produção, emprego e progresso econômico; b) crescimento do mercado educativo, que institui a docência com salário; c) percepção social que distingue Matemática e tecnologia, entre os demais saberes; d) constituição de espaços de liberdade para a prática docente em escolas com concepção ética de qualidade; e) movimentação da Educação Matemática, abrindo-se como campo profissional e científico; f) a renovação dos cursos de Licenciatura, em sintonia com a pesquisa e contribuindo para a pesquisa em Educação Matemática.

É possível finalmente, detectar a presença de um novo professor de Matemática: (cri)ativo, com liberdade para criar e se tornar agente de transformação nas escolas de qualidade ética; produzindo-se numa espécie de ética da existência e atualizado em Educação Matemática, conhecimento especializado que o separa dos outros profissionais universitários que também adquiriram saber matemático nos seus cursos de graduação.

PROJETO GPA-MAT-UFRGS
GRUPO PESQUISA-AÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFRGS

RESUMO DO PROJETO

Este projeto propõe a estruturação e organização, no Departamento de Matemática da UFRGS, de um Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática da UFRGS, GPA-MAT-UFRGS, que atue no tripé ensino - extensão - pesquisa.

Na pesquisa, o GPA integra conjunto de projetos, na área de Educação Matemática, com problemática e corpo teórico-metodológico comuns: a ênfase está na pesquisa educativa que tem como alvo, foco e objeto a sala de aula e questões concretas de ensino/aprendizagem de Matemática. No ensino, o GPA toma a sala de aula como campo e foco de experiências e novas propostas, centro de estudo de caso. Em atividades de graduação, na Universidade, o GPA se oferece como lugar de ação, de participação e de construção de identidades, para os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, atuando na formação dos futuros professores. Em atividades de extensão, o GPA se comunica com a comunidade, para operar mudanças nas práticas de ensino de Matemática e divulgar os resultados das pesquisas.

O Projeto GPA foi aprovado pela FAPERGS e recebeu uma Bolsa de Iniciação Científica para o período maio-dezembro de 2000.

Objetivos do Projeto

a) formação de professores de Matemática identificados com pesquisa em Educação Matemática, com potencial para tomar a sala de aula objeto de investigação, tornando-se agente de mudanças no ensino desta disciplina;

b) elaboração e experimentação de propostas concretas, inovadoras, para ensino de Matemática, incluindo produção de material didático, para diferentes níveis e conteúdos, produto de pesquisa;

c) consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa, na UFRGS e no Rio Grande do Sul.

Temas da pesquisa

a) formação de professores de Matemática;

b) prática de ensino da Matemática, em todos os níveis.

Questões norteadoras da pesquisa

a) Qual pode ser o papel da Universidade e dos cursos de Licenciatura na formação de um professor de Matemática pesquisador em sala de aula, reflexivo, agente de transformação das práticas de ensino da Matemática?

b) Como a Universidade pode interferir positivamente no ensino de Matemática, na escola, para provocar mudanças no quadro crítico de fracasso, associado a esta disciplina?

Metodologias de pesquisa

a) Pesquisa-ação: desenvolvida em encontros semanais do GPA, momento para explicitar, delinear, refletir, esclarecer e, planejar caminhos investigativos para questões/problemas que vêem à tona quando os participantes discutem formação do professor, papel do professor e ensino de Matemática;
b) Pesquisa educativa tendo como objeto, campo e alvo, a sala de aula: desenvolvida em sub-grupos de pesquisa, articulados em torno de sub-projetos de pesquisa, voltados para ensino de Matemática, que surgem das reflexões do grupo nos Seminários.
c) Estudo de caso: como opção para descrever as experiências didático-pedagógicas planejadas pelos sub-grupos de pesquisa.

CRENÇAS DE PROFESSORES E SUAS TRANSFORMAÇÕES

Rosa Maria Mazo Reis
UERJ

Foco da Pesquisa

Idéias se relacionam, a cada enfoque num determinado assunto outros assuntos parecem convergir. A escolha deste tema foi resultado de anos de trabalho com professores e da observação de que muitas vezes a prática, a crença e o discurso eram diferentes, diferenciados e até mesmo divergentes. Embora currículo seja assunto de vários trabalhos de pesquisa, assim como sua implementação, da mesma forma que alunos, professores e crenças de professores, a inovação aqui é a videografia e as relações que estamos levantando a hipótese de acontecerem. Em educação muitas idéias se relacionam, estas idéias: currículo, implementação de currículo, professores, crença de professores e aprendizes estão, de fato, relacionadas. Ao se iniciar um trabalho de pesquisa sobre uma delas, acabamos nos aprofundando e as outras naturalmente vão surgindo, a o aprofundamento sobre elas também se faz necessário. Em 1998, no Rio de Janeiro, Brasil, algumas escolas começaram a colocar em prática, ou melhor, tentar redirecionar seus currículos segundo os parâmetros sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Acompanhamos durante duas semanas, num total de seis aulas cada, três professores e seus alunos.

Em particular, o presente estudo focaliza a crença dos professores sobre como alunos aprendem idéias matemáticas, o planejamento da ação pedagógica, a ação pedagógica, a avaliação posterior da ação. Os professores tornam a discutir suas aulas após reflexão sobre um vídeo realizado durante a ação pedagógica. Algumas mudanças foram verificadas em suas crenças depois da análise de vídeos de suas próprias aulas, e no decorrer da realização da pesquisa.

Os PCN não são um currículo imposto, e sim sugestões sobre o currículo, em âmbito nacional, abrangendo todas as disciplinas lecionadas do Ensino Infantil ao Ensino Médio. Os professores, objeto de nosso estudo, estavam trabalhando idéias matemáticas sobre frações, múltiplos e divisores e Geometria. A pesquisadora entrevistou os professores, observou as aulas, e analisou o trabalho dos alunos, assim como o planejamento dos professores, o vídeo de suas aulas e suas análises sobre esses vídeos. Outras entrevistas foram feitas com os professores. Uma das professoras "desistiu" de participar da pesquisa, o que também foi objeto de estudo.

Na fase de análise, os vídeos foram assistidos e analisados por cada professor, por grupos de professores, e/ou alunos de pós-graduação e pela pesquisadora. O objetivo desse estudo é estudar o que professores e alunos estão realizando nas aulas de Matemática, durante a fase de implementação dos PCN. O estudo pretende focalizar especificamente, o efeito nas crenças dos professores, antes e depois das aulas, assim como antes e depois da sessão de vídeo e sua respectiva análise. Esses efeitos necessitam ser apontados, porque precisamos saber mais sobre o que acontece nesse período de transição entre a impressão do currículo e sua real implementação, entre uma teoria, um discurso e uma prática. São esses componentes relevantes para que compreendamos como e porque aprendemos.

Histórico

Por mais de duas décadas trabalho com a comunidade escolar no Rio de Janeiro, desenvolvendo e implementando programas de Matemática baseados em "novos currículos". Em 1976 trabalhei no Laboratório de Currículos, onde pela primeira vez envolvi-me diretamente com esse tipo de trabalho e continuo envolvida até hoje. Nesse período percebi que cada um a seu modo faz uma leitura, uma interpretação, uma acomodação entre suas crenças e valores e as novidades que aparecem no cenário educacional. Esse cenário periodicamente se modifica, uma vez que a política educacional é diretamente influenciada pela governamental, e os governos mudam a cada quatro ou seis anos. Esse estudo investiga três professoras, suas aulas durante um período de tempo, suas crenças, seu trabalho com seus alunos, e o trabalho de seus alunos; e como cada um desses aspectos influencia o outro.

A partir de 1989, com a implementação do NCTM, os Estados Unidos iniciou mais uma vez este processo, e muitas escolas encontram-se em fase de implementação até hoje. Na Europa, acompanhei o processo de implementação na França, na Espanha e em Portugal. Tanto a lei LDB/96 assim como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) tiveram uma forte influência espanhola, em muitos trechos percebemos o mesmo "tom". A rede pública na Espanha apresenta características bem distintas da nossa rede pública, o mesmo não acontecendo com a rede particular. Embora na Espanha toda a "reformulação" tenha sido escrita se pensando na escola pública.

Esse redirecionamento implica em mudanças metodológicas, diria mesmo questões filosóficas. Mais especificamente mudanças nos objetivos, uma preocupação com habilidades e competências que afetam diretamente os conteúdos a serem trabalhados da mesma forma que implicam em mudanças em como os conteúdos, em geral, são ensinados. Aqui o foco é o ensino de Matemática. O professor de Matemática deve acreditar que memorização e modelos a serem seguidos não fazem parte de ensinar Matemática, a orientação é que se enfatize o desenvolvimento de idéias matemáticas, a construção dos conceitos, e a contextualização através da resolução de problemas.

De acordo com o NCTM que procura ser implantado desde 1989, nos Estados Unidos; a palavra aluno foi substituída por aprendizes ativos, aqui estamos tentando o mesmo, mas como transformar alunos em aprendizes ativos? Alguns professores procuram escutar seus alunos. O que se escuta, o explícito, o implícito, o subentendido, o que estão pensando, o que gostaríamos que pensassem; difícil conclusão. Professores percebem que precisam compreender como seus aprendizes ativos pensam para ajudá-los adequadamente a incrementar idéias matemáticas.

A percepção de como melhor se implementa uma reformulação em educação não é única. Alguns se preocupam mais com a implementação do currículo, outros com a formação dos professores, como é o caso do MAPS (Mathematical Project with Schools) desenvolvido pela Rutgers University.

Aqui no Brasil, de acordo com os parâmetros curriculares (1998) propaga-se que o ensino deve ter como ponto de partida os alunos. Em outras palavras, suas bagagens, suas necessidades, suas idéias; o conhecimento produzido pelos alunos deve ser levado em conta. O papel do professor desloca-se de transmissor de conhecimentos e rotinas para um papel de questionador, mediador, um orientador do processo de aprendizagem.

Resultados de Pesquisas

A pesquisa sobre trabalhos relacionados com o problema aqui levantado foi feita em três linhas: pesquisas sobre formação continuada de professores, pesquisas sobre o desenvolvimento de idéias matemáticas em aprendizes, e pesquisas sobre elaboração e implementação de currículos.

Formação Continuada De Professores

Rich, Lubinski, & Otto (1994) desenvolveram um projeto para preparar professores inexperientes através de trabalho colaborativo com professores experientes e membros da universidade. A análise das respostas dadas a um questionário de 12 questões abertas, instrumento utilizado para pesquisar mudança nos professores, mostrou aspectos do conhecimento curricular e pedagógico dos professores assim como suas crenças. O presente estudo tem um objetivo similar, mas usa uma metodologia diferente. No lugar de questionar para investigar o que os professores pensam, vídeos de suas aulas serão apresentados. Da mesma forma que idéias sobre uma dada situação, foram substituídas por observação do vídeo de suas aulas e reflexões sobre suas próprias estratégias.

Lubinski, como membro da equipe de pesquisadores, concluiu que a crença dos professores e sua prática pedagógica mudam ao incorporar um modelo teórico, onde a decisão do que deve ser feito pelos professores baseia-se no que seus alunos estão pensando. Nesse estudo, eles (Lubinski and Jaberg, 1994) analisaram doze aulas, distribuídas num ano letivo. Nossa pergunta é como um modelo teórico pode ser incorporado, que marcas nos mostram esta incorporação, ou esta não incorporação.

Professores, segundo Perrenoud (1999) são os mediadores e intérpretes ativos das culturas, dos valores e dos saberes em transformação. Para tal ele aponta dez competências profissionais ligadas às transformações do ofício de professor: 1. Organizar e animar as situações de aprendizagem; 2. Gerir o progresso das aprendizagens; 3. Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação; 4. Envolver os alunos em suas aprendizagens e no seu trabalho; 5. Trabalhar em equipe; 6. Participar da gestão da escola; 7. Informar e envolver os pais; 8. Servir-se de novas tecnologias; 9. Enfrentar os deveres e dilemas éticos da profissão; 10. Gerir sua própria formação profissional. A análise da ação pedagógica dos professores é feita através dessas competências profissionais.

Pesquisas sobre perguntas dos professores foram desenvolvidas por Dann, Pantozzi & Steencken (1995), e Martino and Maher (1994), e mostram que uma intervenção apropriada do professor estimula os alunos a produzir suas próprias idéias, utilizando justificativas para o que eles fizeram ou o que estavam fazendo. Professores necessitam aprender como formular perguntas para que seu objetivo seja alcançado.

Davis (1994) respondendo a Schofield, Eurich-Fulcer and Britt idéias sobre o desafio de modificar aulas de Matemática, declara que para que o tipo de mudança sugerida pelo NCTM ocorra, as crenças dos professores precisam mudar. Davis aponta três razões para a resistência geral por parte dos professores a mudanças:

"(a) o desejo de manter controle da classe, o que para muitos implica diretamente no papel de dominador a ser exercido pelo professor, e uma quantidade grande de instruções, ou apenas dar questões simples dizendo o que e como eles devem proceder para resolvê-las. (b) a confiança na pedagogia anterior, que postula que esse é o único modo de se proceder (c) uma falta de recursos para obter uma adesão voluntária da maioria dos alunos".

Os vídeos realizados mostram algumas destas razões apontadas por Davis. O próprio professor, ao analisar a fita percebe sua ação divergente da ação planejada, e da ação executada.

Desenvolvimento de Idéias Matemáticas

Pirie and Kieren (1991) caracterizam o crescimento da compreensão como um processo recursivo, dinâmico, multi-direcional e não-linear. O modelo de Pirie & Kieren's representa o crescimento da compreensão através de oito camadas potenciais: saber primitivo, *primitive knowing* (PK), imagem criada, *image making* (IM), imagem apropriada, *image having* (IH), percepção de propriedades, *property noticing* (PN), formalização, *formalizing* (F), observação, *observing* (O), estruturação, *structuring* (S), e invenção, *inventising* (I).

Alguns trechos de vídeo foram selecionados para mostrar algumas das camadas potenciais do modelo de Pirie & Kieren. Os professores tiveram dificuldade em identificar as camadas, especialmente durante a ação pedagógica.

"A pessoa ao entender uma ação, de certa forma, age elaborando fatos prévios e integrando-os no sentido que eles passem a fazer parte da ação conhecida".

Kieren and Pirie (1994) enfatizam a necessidade dos professores escutarem cuidadosamente aos seus alunos, como recurso chave para saber que conhecimento seus alunos estão produzindo. Para esses autores, o conhecimento matemático está sempre em processo de construção, reconsideração e revisão.

O "barulho" de alunos discutindo uma proposta de trabalho muitas vezes impede ou dificulta a escuta do professor, mesmo usando videotapes.

Elaboração e Implementação de Currículos

De acordo com Cuoco, Goldenberg and Mark (1996) muito mais importante que tópicos matemáticos específicos são hábitos da mente, pois através deles cria-se novas idéias matemáticas. Esses autores também sugerem que o currículo precisa ser organizado em torno desses hábitos. Alunos que adquirem esses hábitos serão investigadores de padrões, experimentadores, analisadores, pensadores, visualizadores, conjecturadores, e imaginadores. Provas e explicações podem consolidar investigações. Esses autores também enfatizam que alunos precisarão tomar decisões mais tarde em suas vidas numa realidade social que hoje desconhecemos, pois estão inseridos nesta sociedade em processo de mudanças aceleradas. Mais um motivo para que nossa preocupação maior seja ajudar nossos alunos a desenvolver modos matemáticos de pensar, no sentido de saber como utilizar novas tecnologias, para resolver situações inesperadas, a Matemática adquirida possa ser utilizada como ferramenta poderosa.

Schoenfeld acredita que o currículo deveria basear-se em provas, ele descreve a matemática que alguém conhece, como aquilo que aquela pessoa faça matematicamente, no lugar de listar itens que a pessoa "sabe". Na organização de um currículo, Schoenfeld (1994a) salienta a necessidade de identificar o que realmente importa do conteúdo tradicional, enquanto envolve os alunos significativamente, ativamente, reflexivamente com a Matemática.

Questões a serem investigadas

Qual a expectativa dos professores sobre a aprendizagem de seus alunos, antes da aula?

Que observações são feitas sobre o trabalho dos alunos após a aula dada?

Como a percepção dos professores investigados se modifica depois de analisarem o vídeo de suas próprias aulas?

Metodologia

A pesquisa proposta é um estudo de caso de três professoras, duas delas de uma mesma escola, quarta e quinta série. A terceira professora investigada leciona em outra escola. As duas escolas particulares, na zona sul da cidade do Rio de Janeiro, Brasil. Nosso país vem se empenhando em melhorar a qualidade da educação, dentre as iniciativas neste sentido, os parâmetros curriculares trazem subsídios para educadores. Esse redirecionamento é sugerido do Infantil ao Ensino Médio, para educadores da rede pública e privada de ensino.

Vídeos foram coletados durante duas semanas no início do segundo semestre de 1998. Seis aulas de cada turma, abordando diferentes assuntos, tais como fração, múltiplos e divisores, e Geometria foram planejadas, executadas, observadas, filmadas em vídeos, mais tarde analisados pelos professoras-regentes. Os professores receberam questões norteadoras para análise do vídeo, embora antes de assistirem aos vídeos, já tivessem feito relatórios sobre as aulas dadas.

Professoras com formação diversificada ofereceram-se voluntariamente para participar desse estudo. A análise dos vídeos também foi feita por uma equipe de pesquisadores e, por um grupo de estudo de professores.

A primeira entrevista documenta que T1 fez normal e está terminando Pedagogia. T2 é formada em Biologia, é especialista em Tecnologia da Informação e está fazendo mestrado em Educação Matemática. T3 tem bacharelado em Ciência da Computação e licenciatura em Matemática. As entrevistas foram gravadas, transcritas, e analisadas posteriormente.

A diversidade de formação dessas professoras representa o que ocorre e entre professores, e sinaliza o quanto é impreciso certo tipo de generalização, ao nos referirmos a professores.

As aulas foram planejadas de acordo com o planejamento feito no início do ano letivo. O conteúdo a ser abordado foi escolhido segundo a distribuição de conteúdos pelo calendário. Duas semanas de acompanhamento em turmas que trabalham Matemática três vezes por semana resultou numa coleta referente a seis aulas de cada turma.

Foram utilizadas duas câmaras de vídeo, o trabalho escrito de alunos foi coletado, e "clipes" das aulas foram transcritos para que uma análise mais detalhada e profunda pudesse ser feita.

A validade da análise será obtida pela triangulação, comparando aquela feita pelas professoras, pela pesquisadora, por professores em treinamento, e alunos de pós-graduação.

Depois de cada aula, a professora escreveu suas impressões sobre a mesma. Depois recebeu o vídeo das aulas com questões para serem respondidas depois que o vídeo fosse assistido.

Centralizada no ensino de uma específica idéia matemática, na qual os alunos serão engajados durante a aula, cada aula foi codificada para identificar particulares intervenções dos professores. O esquema de código foi desenvolvido durante o curso dessa investigação.

Fundamentação Teórica

A Fundamentação Teórica é baseada na crença que alunos respondem ao tipo de aula proposto e o processo de aprendizagem é intrinsecamente relacionado com o ambiente criado na sala de aula.

Davis era consciente da necessidade de se desenvolver uma teoria sobre como seres humanos pensam sobre desafios matemáticos. Essa teoria seria centralizada em como representações são construídas nas mentes, sem a preocupação com o fato de que essas representações serem certas ou erradas. (Davis 1997)

Alternativas para o ensino da Matemática não são mutuamente exclusivas; aulas expositivas, individuais, em grupo, experimentais podem ser alternadas ou até mesmo podem dividir o espaço de uma mesma aula.

A conjectura levantada por Speiser é que a linguagem do professor seguindo a mente de seus alunos, não é necessariamente a linguagem dos alunos seguindo suas próprias mentes. Essa conjectura e idéias correlacionadas a ela constituem uma visão emergente sobre aprendizagem matemática.

Uma vez de posse de uma teoria sobre o desenvolvimento cognitivo, essa teoria pode ser a base para o desenvolvimento de um currículo. Hoje em dia, vídeos possibilitam uma melhor observação sobre alunos em ambiente escolar, colaborando para reflexão e desenvolvimento de uma perspectiva teórica sobre como alunos produzem suas idéias.(Duckworth 1997)

Papert, por exemplo, enfatiza a necessidade de existir uma colaboração intelectual entre quem ensina e quem aprende. O mesmo anteriormente dito por Polya que reforçou a compreensão do novo através de uma associação com o velho. Buscam ambos em que condições a aprendizagem se dá e que fatores podem contribuir para que isso ocorra. Davis (1996) chama essa relação com o conhecido anteriormente de paradigma de assimilação.

Significação

Uma das contribuições desse estudo é descrever o que acontece na sala de aula, através da observação da prática pedagógica dos professores. Muitas vezes essa prática é bastante dissociada da teoria, aquela verbalizada pelos professores e aquela na qual o currículo se baseou.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) geraram expectativas nos professores. Novos conteúdos matemáticos, novas abordagens, como estabelecer as conexões para a devida apropriação do sugerido, são questões que rondando as mentes de educadores. É importante que se saiba se professores percebem, e como percebem as idéias matemáticas produzidas pelos seus alunos, e o que essa percepção pode acarretar em suas crenças. Um estudo sobre o que pensa o professor auxilia uma escolha de alternativas provocativas de mudança em suas idéias, e em suas crenças. Esse estudo irá se deter inicialmente em como os alunos pensaram, para depois então analisar a reação dos professores. O fato de o professor examinar sua própria prática nos mostra como, de certa forma, poderia ser trabalhada a conscientização por parte dos professores de como idéias matemáticas são produzidas e compartilhadas por seus alunos.

Essa conscientização pode ser uma ferramenta para o professor centrar suas aulas na produção do aluno, que é uma das vertentes do redirecionamento proposto pelos PCN.

Referências Bibliográficas

Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing Principle for mathematics curricula. Journal of Mathematical Behavior, 15 (4), 375-402.

Dann, E., Pantozzi, R. S. & Steencken, E. (1995). "Unconsciously learning something:" A focus on teacher questioning. In D. T. Owens, M. K. Reed, & G. M. Millsaps (Eds.), Proceedings of the 17th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Davis, R. B. (1994). The task of improving mathematics classrooms: A reply to Schofield, Eurich-Fulcer, and Britt. American Educational Research Journal, 31 (3), 608-618.

Davis, R. B. (1997). Alternative learning environments. Journal of Mathematical Behavior, 16 (2), 87-93.

Duckworth, E. (1997). The having of wonderful ideas & other essays on teaching and learning. New York, NY: Cambridge University Press.

Lubinski, C. A. & Jaberg, P. A. (1994). Changing the mathematics learning environment in relation to beliefs, knowledge, and practices. In D. Kirshner (Ed.), Proceedings of the 16th annual meeting for the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 169-175. Baton Rouge, LA.

Kieren, T. & Pirie, S. (1994). Mathematical understanding: Always under construction. In P. da Ponte & F. Matos (Eds.), Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 4, 49-56. Lisboa, Portugal.

Maher, C. A. & Martino, A. M. (1992). Teacher building on students' thinking. The Arithmetic Teacher, 39 (7) 32-37.

Maher, C. A. (1998). The development of students' mathematical thought: A perspective on the work of Robert B. Davis.

National Council of Teacher of Mathematics (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics (NCTM).

National Council of Teacher of Mathematics (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston. Virginia: NCTM.

Papert, S. (1980). Mindstorms: Children, computers and powerful ideas. New York, NY: Basic Books.
Papert, S. (1993). The children's machine: Rethinking school in the age of computer. New York, NY: Basic Books
Pirie S. E. & Kieren T. (1991). Folding back: Dynamics in the growth of mathematical understanding. In F. Furinguetti (Ed.), Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 169-176, Assis, Itália.
Pirie S. E. & Kieren T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it? Educational Studies in Mathematics 26, (2-3), 165-190.
Pirie, S. E., Kieren, T & Martin, L. (1994). Mathematical images for fractions: help or hindrance? In P. da Ponte & F. Matos (Eds.), Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 247-254. Lisboa, Portugal.
Pirie, S. E., Kieren T. & Martin, L. (1996). Folding back to collect: Knowing you know what you need to know. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education 4, 147-154. Valência, Espanha.
Polya, G. (1957). How to solve it. Garden City, NY: Doubleday Anchor.
Rich, B. S., Lubinsky, C. A. & Otto, A. D. (1994). Pedagogical content knowledge, curricular knowledge and teacher change. In D. Kirshner (Ed.), Proceedings of the 16th annual meeting for the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 324-330. Baton Rouge, LA.
Schoenfeld, A. H. (1994a). What do we know about mathematics curricula? Journal of Mathematical Behavior, 13 (1), 53-80.
Schoenfeld, A. H. (1994b). A Discourse on methods. In Journal for Research in Mathematics Education, 25, (6), 697-710. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: REALIDADE PRESENTE E PERSPECTIVAS FUTURAS

Edda Curi
Pontifícia Universidade de São Paulo - PUC/SP

Este trabalho pretende contribuir para uma reflexão frente ao desafio da formação do professor de Matemática. Esse desafio se apresenta em função de uma trama complexa de problemas a serem enfatizados na formação, tanto institucionais como curriculares e pedagógicos. Uma reflexão sobre esse desafio traz algumas questões, para as quais busco respostas. São elas:

- Com deve ser o currículo de formação de Professores de Matemática para atuar na educação básica hoje? Que competências ele deve desenvolver?
- A estruturação dos Cursos de Licenciatura em Matemática é adequada?
- Qual o perfil e como foi feita a formação anterior do aluno ingressante ?
- Se o professor aprende sua profissão num contexto "de mesma natureza" daquele em que vai atuar, que implicações isto traz aos formadores?

Na tentativa de respondê-las iniciei esta investigação. Para realizá-la, acompanhei a formação de 377 professores que atuavam em escolas públicas paulistas em 1998 e participavam de um curso de complementação de estudos na PUC para portadores de diploma de Licenciatura Curta em Ciências[11].

---

11 Cerca de 35% dos professores de Matemática da rede pública estadual no ano de 1998, tinham como formação um curso de Licenciatura Curta de Ciências, que lhes dava direito de ensinar Matemática no ensino fundamental..

Os formadores tinham experiências em formação inicial e continuada de professores de Matemática e algumas hipóteses sobre as necessidades dessa fromação.

Apesar da minha relativa experiência como formadora nos últimos dez anos, uma revelação apontada foi que o perfil do professor de Matemática de hoje não mais se assemelha ao professor de alguns anos atrás, que dominava muito bem os conteúdos matemáticos e não se preocupava com questões metodológicas. O grupo analisado teve sua formação em escola pública nas décadas de 70 e 80 e o domínio de alguns conteúdos matemáticos elementares me faz crer que os problemas do ensino de Matemática nas escolas públicas de São Paulo vêm existindo há algum tempo.

Com base em pesquisa bibliográfica, fiz uma retrospectiva histórica da formação de professores em alguns países incluindo o Brasil nos últimos 50 anos, o que permitiu reconstruir a trajetória profissional do professor nas últimas décadas incluindo a desvalorização profissional e a formação inadequada.

A retrospectiva histórica mostrou que o funcionamento dos Cursos de Licenciatura como complementação para o Bacharelado não tem dado resultados satisfatórios. Os cursos de formação são, no geral, academicistas, não levam em conta a formação básica dos ingressantes. Além disso, a metodologia usada pelos professores que lecionam as disciplinas matemáticas difere daquela apregoada pelo professores das disciplinas pedagógicas. No geral, as disciplinas matemáticas são tratadas de forma descontextuadas, baseadas na transmissão de conhecimentos, com a mesma conotação dos cursos de bacharelado. O futuro professor aprende de forma passiva. As disciplinas pedagógicas, na maioria das instituições formadoras, são colocadas em segundo plano.

Nesse contexto, procurei discutir, com fundamentação em estudos sobre as competências profissionais do professor, algumas propostas para a formação de professores de Matemática. Autores como Perrenoud (1998), Abrantes (1999) e Pires (1999) destacam que, o desenvolvimento de competências é fundamental para se repensar os cursos de formação de professores pois permite conciliar a teoria e a prática, formando um profissional com responsabilidade e autonomia. Perrenoud define competência como:

> "*capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiado em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles*" (Perrenoud, 1998, p.7).

Uma formação em competências não pode ter um currículo composto por disciplinas desarticuladas, pois as relações existentes entre as diversas competências profissionais do professor a serem desenvolvidas em um curso de formação implicam um relacionamento entre as disciplinas do curso.

A análise de alguns dados coletados na pesquisa de campo, realizada com 240 professores mostrou que este grupo era de um meio socioeconômico desfavorável, com formação geral e profissional insuficientes, oriundo de uma escola pública de má qualidade, sem contato com estudos e pesquisas da área e sem hábito de leitura. Além disso, a maioria do grupo era formada por mulheres que acumulava o trabalho profissional e o de dona de casa. Esse grupo, embora em atuação, revelou-se desatualizado em relação às novas concepções de educação, à profissão e ao seu papel como professor; mostrou pouco interesse pela leitura e uma enorme dependência do livro didático, que escolhia sem muitos critérios. Além disso, as condições de trabalho eram precárias, os professores davam um grande número de aulas em escolas da periferia e atuavam com alunos que também pertenciam a meio social desfavorável. Certamente, esse conjunto de características pode ser estendido a um número maior de professores, e não só, de professores de Matemática.

A análise do teste diagnóstico apontou problemas no domínio de conteúdos que, no geral, os professores trabalham no Ensino Fundamental. Utilizavam procedimentos inadequados, havia problemas com relação a conceitos, ao estabelecimento de relações, ao uso de informações e à compreensão de leituras, entre outros.

A comparação dos conteúdos ensinados/aprendidos por esse grupo, evidenciou que os conteúdos que o professor aprende como estudante tem influência no que ele ensina. Quanto às representações frente ao ensino de Matemática, os professores em formação achavam a Matemática difícil, acreditavam que aprende-se Matemática pela repetição e consideravam como conteúdos importantes, os que aprenderam no seu tempo de estudantes. Em conseqüência disso, selecionavam conteúdos que tinham mais facilidade para trabalhar, julgavam conteúdos essenciais aqueles que lhes permitiam ensinar procedimentos que seus alunos aplicavam mecanicamente e ensinavam com maior freqüência os conteúdos que aprenderam no seu tempo de estudante.

Autores como Veia (1995), Thompson (1997), Garcia (1998) afirmam que as representações dos professores têm um papel importante no pensamento e na ação e que estudos sobre elas podem fornecer informações que permitem ajudar os professores a refletir sobre sua prática.

Outro aspecto fundamental evidenciado em nossa análise foi a necessidade de pensar cuidadosamente na formação do "professor formador", pois ele também teve sua formação orientada por paradigmas que vem sendo substituídos.

Ao lado dos problemas enfrentados, muitos aspectos positivos foram identificados nessa formação e permitiriam tirar algumas lições que poderão servir de reflexões para a reorganização de Cursos de Licenciatura. São elas:

Considerações da formação anterior e dos conhecimentos prévios dos futuros professores: Em geral, os Cursos de Licenciatura acham que o ingressante domina os conteúdos do Ensino Básico[12]. Como parte dos formadores havia identificando uma série de defasagens em relação aos conteúdos matemáticos, a decisão foi partir do conhecimento do grupo. Evidentemente isto não significa "rebaixamento da qualidade" dos Cursos de Licenciatura; ao contrário, deve ser uma forma de resolver problemas de formação anterior para construir um curso consistente.

Preocupação com o domínio dos conteúdos que o futuro docente irá ensinar: como o Curso de Licenciatura é agregado ao de Bacharelado, o futuro professor aprende conteúdos que jamais irá ensinar, em detrimento dos conteúdos do Ensino Básico. Mesmo que o professor dominasse esses conteúdos, é muito diferente conhecê-los como ex-aluno do que na perspectiva de ser um professor que irá ensiná-los. Isto pressupõe que ele saiba identificar os obstáculos didáticos, epistemológicos, a relação dos conteúdos com o mundo real, a aplicação em outras disciplinas, a inserção histórica.

Atribuição de igual importância às diferentes disciplinas do curso: todas as disciplinas de um curso devem ter a mesma importância. A preocupação em mostrar que um bom professor de Matemática não é aquele que apenas domina conteúdos, mas que não pode prescindir deles, trouxe para formadores e professores do curso a clareza quanto ao perfil do profissional que se queira formar: um professor para o Ensino Básico e não um pesquisador dessa área do conhecimento.

Desenvolvimento e Explicitação para os futuros professores dos diferentes âmbitos de conhecimento profissional do professor: o que é mais visível para os professores em formação é a necessidade de se desenvolver competências referentes ao domínio de conteúdos matemáticos; no entanto outros tipos de competências precisam ser discutidas em cursos de formação para que os futuros professores não as considerem menos importantes.

---

[12] Ensino fundamental e médio

Identificação de um novo perfil de professor de matemática especificamente em relação à sua atuação em sala de aula: o curso proporcionou o conhecimento pedagógico do conhecimento matemático. É esse tipo de conhecimento que permite ao professor perceber as dificuldades dos conteúdos, as possíveis relações que podem ser estabelecidas, a sequenciação e ordenação do assunto etc.

Apropriação e uso adequado de novas tecnologias: o professor precisa se apropriar e dominar conhecimentos tecnológicos e utilizar computadores, calculadoras, vídeos e outros. Um curso de formação deve desmistificar e incentivar o uso de recursos tecnológicos e subsidiar o futuro professor na tomada de decisão em sua prática.

Concepção de estágio: o estágio não deve ser burocrático. Há necessidade de flexibilizar atividades, incluindo as observações, a docência e trabalhos de recuperação de alunos. Isto possibilita análise, problematização, reflexão e proposição de soluções.

Postura investigativa: a pesquisa foi incluída no curso com as finalidades: dar oportunidade aos professores de realizar pequenas pesquisas em sala de aula e analisar situações para nelas intervir aprimorando a docência; conhecer e utilizar pesquisas na área de Educação Matemática.

Incorporação de novos paradigmas de avaliação: os professores do curso procuraram considerar a função diagnóstica da avaliação e discutiram a função seletiva que a Matemática costuma exercer. O processo de avaliação vivenciado por esses professores, como alunos, explicitou concepções sobre avaliação que eram nebulosas para eles.

Investimento em sistemas de ensino integrados de formação inicial e continuada: a formação do professor de Matemática não se dá apenas no ensino superior, é construída desde o início da escolarização, portanto é necessário investir nos professores que estão atuando para que não se formem mais gerações com graves defasagens em Matemática.

Ainda é possível fazer algumas reflexões finais...

Para efetivas mudanças nos cursos de formação de professores, é preciso saber quem é o aluno que procura esse curso e para que ele está sendo formado, pois não há clareza quanto às finalidades dos Cursos de Licenciatura.

É necessário criar espaços para uma formação em serviço, para que os professores em atuação reflitam sobre sua prática e adquiram subsídios que os levem a reconstituí-la em direção ao sucesso escolar. A formação continuada não deve ser apenas uma forma de melhorar a formação inicial inadequada, é um direito do professor. O formador também deve participar de intercâmbio com outros formadores onde possa analisar a própria prática e a prática dos professores com os quais atua. Cabe ressaltar a importância da participação das associações científicas de Educação Matemática em programas de formação continuada, definindo a formação como um compromisso político, técnico e ético.

Tão importante como o investimento na formação, é o investimento nas condições de trabalho do professor. É necessário que se redefinam salários, planos de carreira, progressões de acordo com a especialização de sua formação, e melhorias nas condições de trabalho.

Talvez os esforços concentrados das Instituições formadoras, Secretarias de Estado, Associações Científicas, possam, de fato, diminuir a distância entre o professor de Matemática que se tem hoje e aquele que a sociedade gostaria que estivesse em atuação.

Bibliografia

ABRANTES Paulo, SERRAZINA, Lurdes, OLIVEIRA, Isolina. *A matemática na escola básica.* Lisboa: Ministério da Educação/ Departamento de Educação Básica, 1999.
ANDRÉ, Marli Eliza D. A. de. *Etnografia da prática escolar.* Campinas: Papirus, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: 3° e 4° ciclos do ensino fundamental na matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

________________. Secretaria de Educação Fundamental. Referências para a formação do professor. Brasília: MEC/SEF, 1999.BROUSSEAU, G. Fondaments et methods de la didactique des matemátiques. Recherches *in Didactique des Mathematiques*, Grenole, v.7. n. 2, p. 33-115, 1986.

CHEVALLARD, V. Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contract et de situttation. L'IREM, Marseille, v. 4, 1998.

D'AMBROSIO, Beatriz. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. Proposições, v.4, n. 1, p. 35-41, mar. 1993.

________________. *Um embasamento filosófico para as licenciaturas*. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Celestino Alves da Silva Júnior (org.).Formação do educador. São Paulo: UNESP, 1996. v.2.

GARCIA, Carlos Marcelo. *Formação de professores para uma mudança educativa*. Portugal: Porto, 1999.

________________. *Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre o aprender a ensinar*. Tradutor: Lólio Lourenço de Oliveira. Revista Brasileira de Educação (trabalho apresentado na XX reunião anual da ANPED, Caxambu, set. 1997).

PERRENOUD, Philippe. *Avaliação da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas*. Tradutora: Patricia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

________________. *A formação de competências na escola*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997

________________. *Formação contínua e obrigatoriedade de competência na profissão do professor. Revista Idéias*, São Paulo, n.30, 1998.

____________. *Novas competências para ensinar*. Tradução patrícia C. Ramos. Artmed, Porto Alegre, 2000.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de matemática: da organização linear à idéia de rede*. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, abr.1995.

________________. Novos desafios para os cursos de Licenciatura em Matemática. (mimeo) 1999.

THOPSON, Alba Gonçalves. *A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica*. Tradutor: Tadeu Oliver Gonçalves e Gilberto F. de Melo. *Zetetiké*. São Paulo, CEMPEM-FE/UNICAMP, v.5, n.8, jul/dez. 1997.

VEIA, Luciano. *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática no primeiro ciclo do Ensino Básico*. In: João Pedro Ponte et al (org). *Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Que Formação?*. Lisboa, SPCE 1995.

ZEICHNER, Kenneth M. *A formação reflexiva de professor: idéias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.

______________. Novos caminhos para o praticum: uma perspectiva para os anos 90. In: Antonio Nóvoa (org.). Os professores e sua formação. Lisboa: Don Quixote, 1992

COMPREENDENDO COMO SE CONSTRÓI O SABER DOCENTE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Iracema Campos Cusati
DMTE/FAE/UEMG - Belo Horizonte

Este trabalho apresenta de forma sucinta o estudo que venho desenvolvendo nos últimos anos em busca da compreensão dos processos pelos quais passam os professores de Matemática na consolidação da profissão e na aprendizagem para ensinar Matemática a partir do conhecimento por eles adquirido. Este artigo apresenta, inicialmente, uma breve discussão teórica centrada na perspectiva do pensamento e do desenvolvimento do professor enfocando o trabalho docente de professores iniciantes e experientes bem como estudos que contrastam as práticas dos professores iniciantes com as práticas dos professores experientes. O estudo de diferentes estágios da carreira do professor, de iniciante a experiente, mostrou-se importante para entender e sistematizar informações de como a docência vai sendo construída e de como os professores aprendem a ensinar a partir da atuação; além de contribuir para a melhoria do ensino de Matemática e da formação dos futuros professores desta disciplina. A aprendizagem do professor, ou seja, como o professor adquire os conhecimentos de que necessita para o exercício profissional, relaciona-se com contextos institucionais e sociais. Esta aprendizagem no exercício profissional é um processo pouco compreendido e tem evidenciado aspectos que necessitam ser aprofundados pois, sendo a formação um processo contínuo e progressivo, ela se desenvolve ao longo do percurso de vida (pessoal/profissional) em que o professor constrói o seu saber.

A preocupação com os problemas da Educação em geral encontra-se evidenciada na literatura disponível e, especificamente, da Educação Matemática, no contexto de formação e atuação do professor de Matemática, tem sido acentuada nos últimos anos. Os estudos sobre o pensamento do professor têm investigado a prática pedagógica do professor de Matemática considerando como um dos focos centrais a análise de processos de pensamento e de desenvolvimento profissional. Estudos sobre o início da profissão docente têm subsidiado o entendimento do processo pelo qual o professor iniciante vai adquirindo e construindo conhecimento sobre a profissão. Dentre estes estudos destacam-se GARCIA (1987), VEENMAN (1988) e GUARNIERI (1996).

Uma preocupação que se manifesta nos estudos que têm como foco o professor iniciante é a de investigar como se dá o processo de aprender a ensinar. Um destes é o trabalho desenvolvido por CLANDININ (1989) que apresenta a idéia de que o professor aprende a ensinar com base na construção de um conhecimento pessoal e prático que se configura pelos objetivos e valores que o professor se atribui. Constatou-se que no primeiro ano da atividade docente o professor sente-se isolado, não tendo ajuda e não podendo conceber a reflexão como uma forma de conhecer e entender a situação de ensino.

Ao longo dos anos o professor desenvolve formas próprias de elaborar seu trabalho docente, formas estas que se evidenciam na sua atuação em sala de aula e nas suas explanações sobre seu trabalho (HUBERMAN, 1995). Porém a competência e o crescimento profissional não dependem apenas da experiência. É preciso considerar que os conhecimentos construídos ao longo dos anos são provenientes também da capacidade de elaboração e de criação de cada pessoa e de como conduz suas alternativas de atuação apontando ou tolhendo inovações; depende, também, de como ela se atualiza na própria área de conhecimento.

Estudos como os de LAMPERT & CLARK (1990) mostram que a experiência não garante ao professor que ele seja um professor "expert" no ensino. Também CUSHING, SABERS e BERLINER (1992) desenvolveram uma pesquisa com professores "experts" definindo-os como aqueles capazes de diagnosticar comportamentos cognitivos e sociais nos alunos e de monitorar a compreensão, a aprendizagem e o comportamento de sua classe. Estes professores também dominam a matéria e transmitem-na eficientemente, possibilitando que uma aprendizagem de longo prazo se realize; não repetem as mesmas técnicas indefinidamente e refletem sobre o que estão fazendo.

O professor possui, pois, um conjunto de idéias sobre sua prática pedagógica, conjunto este constituído de teorias pedagógicas obtidas nos cursos de licenciatura, do conhecimento do conteúdo específico, de experiências que teve enquanto aluno, de suas reflexões sobre o ensino e sobre suas ações no cotidiano escolar, como também de sua experiência enquanto graduando e professor. Estes elementos se fundem e tomam forma numa elaboração pessoal do professor, que se evidencia no que ele faz em sala de aula.

No caso específico do ensino de Matemática isto tudo tem ainda um significado mais expressivo pois, ao buscar contribuir para que se desenvolva o pensamento crítico dos alunos, os professores necessitam compreender a estrutura do conhecimento lógico-matemático de seus alunos.

Os resultados dos estudos com professores iniciantes e com professores experientes apontam indicadores sobre o processo de aprender a ensinar a partir do exercício da profissão. Tal processo ocorre quando há articulação dos conhecimentos oriundos dos cursos de formação com os saberes elaborados nas situações práticas desencadeando, portanto, um novo saber sobre o fazer do professor. Neste contexto, ele apresenta-se capaz de lidar com os problemas práticos de forma criativa, buscando soluções de acordo com suas especificidades e fins, seguindo uma orientação técnica e um projeto pedagógico.

No início da profissão, os professores encontram dificuldades em saber lidar com os conteúdos, com a relação pedagógica e com o uso do material didático. Há um entusiasmo inicial com a sala de aula, com os seus alunos e com o fazer docente buscando contribuição para atuar apoiando-se nos modelos de bons professores que tiveram e nos livros didáticos.

Contribuem nesse processo de aprendizagem os estudos individuais, os cursos de atualização e o acompanhamento freqüente das publicações na área de Matemática e de Educação Matemática. A participação ativa dos alunos exigindo reflexões e novas estratégias de ação levaram as professoras a refletirem sobre suas práticas.

Nas últimas décadas, a preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática expressou-se em movimentos que ficaram bem definidos. Na década de 60, foi a "matemática moderna" que buscou soluções no formalismo e nas estruturas. Nos anos 70, o "retorno ao básico", foi uma conseqüência ao insucesso da matemática moderna. Agora, nos anos 80 a "resolução de problemas" foi eleita a grande prioridade do ensino de Matemática. Os professores precisam se envolver com o processo de resolução de problemas pois essa prioridade no ensino da Matemática contribui para que os alunos tenham a habilidade de raciocinar cuidadosamente e usar, inteligente e eficientemente, os recursos à disposição quando confrontados com problemas em suas próprias vidas.

Os professores, embora apresentando competência na matéria, não apresentam no início da carreira um domínio do conteúdo pedagógico. Mudanças ocorrem na prática desses professores. Mudanças na forma de ensinar Matemática significam a maneira pela qual os professores passam a dar ênfase a uma aprendizagem mais intuitiva da Matemática, não respaldando seu ensino apenas em algoritmos e propriedades formais. As mudanças se mantêm quando os professores aprendem Matemática e refletem sobre a maneira pela qual aprenderam.

A metodologia de ensino do professor de Matemática (como ele ensina) não pode resumir-se a determinadas técnicas, recursos didáticos, procedimentos de avaliação e teorias de aprendizagem. Ela está atrelada e articulada à concepções de homem, de mundo, de processo de conhecimento e mediada por uma concepção de Matemática. Entendemos que esta concepção de Matemática norteia metodologicamente suas aulas e, portanto, a formação teórica é fundamental para a sua prática pedagógica. Não é o tempo que consolida aprendizagens para lecionar Matemática, ou mesmo, que determina mudanças na prática pedagógica. Porém, o interesse no próprio desenvolvimento e o interesse na própria aprendizagem da Matemática aliados a fatores externos como valorização das mudanças que estão ocorrendo na prática do professor e apoio da escola são aspectos importantes.

O início da profissão, para os professores, constitui uma das fases do "aprender a ensinar" que compreende os primeiros anos de docência. Porém, as dificuldades enfrentadas pela prática conduziram as professoras a uma reflexão sobre a formação recebida, admitindo suas deficiências e limitações e também possibilitando resgatar elementos necessários ao seu próprio trabalho.

O professor possui um corpo de conhecimentos específicos e pedagógicos. O conhecimento da experiência e o conhecimento teórico estão atrelados e contribuindo para a construção de um sólido conhecimento.

Este estudo mostra a necessidade e possibilidades de repensar os cursos de formação inicial. Estes cursos deveriam contemplar outras dimensões no seu programa articulando o conhecimento do conteúdo e o conhecimento de como lecionar o conteúdo com o conhecimento de que conteúdos os professores trabalham no ensino fundamental e médio. Talvez, assim, encontraremos argumentos para justificar a necessidade de manter determinados conteúdos e verificar quais os conteúdos mais adequados e sendo eles adequados, podermos buscar as melhores formas de trabalhá-los. Também fornece subsídios para repensar a Formação Continuada de Professores. Os programas de formação continuada e, especificamente, a capacitação de professores em serviço, seja na forma presencial ou na modalidade a distância, ao mesmo tempo que levam aperfeiçoamento na formação específica tornam possíveis a observação e o tratamento adequado das condições em que se dá a prática dos professores, considerando assim peculiaridades e demandas. Os cursos de capacitação de professores em serviço proporcionam uma continuidade da formação inicial recebida. A capacitação docente assim entendida implica que as instituições que desenvolvem formação inicial deveriam também estar envolvidas com a formação continuada dos profissionais da educação pois, deste modo, receberiam elementos trazidos da experiência dos profissionais egressos para repensarem a formação inicial.

BIBLIOGRAFIA

CLANDININ, D. J. Personal Practical Knowledge Series Developing Rhytim in Teaching: The Narrative Study of a Beginning Teacher's Personal Practical Knowledge Classrooms. ***Curriculum Inquiry.*** V. 19, n. 2, 1989, p. 121-41.

CUSHING, K.; SABERS, D. e BERLINER, D. Olympic Gold. Investigacions of Expertise in Teaching. ***Educacional Horizons.*** V. 70, n.3, Spring, 1992. P. 108-14.

GARCIA, C. M. ***El Pensamiento del professor.*** Barcelona: CEAC (Coleccion Educacion Y Enseñanza), 1987.

GUARNIERI, M. R. ***Tornando-se professor: o início na carreira docente e a consolidação da profissão.*** São Carlos: PPGE/UFSCar, 1996. [Tese de Doutorado].

HUBERMAN, M. O ciclo de vida profissional dos professores. In: NÖVOA, A . ***Vidas de Professores.*** Porto: Editora, 1995, p. 31-61.

LAMPERT, M. & CLARK, C. Expert Knowledge and Expert Thinking in Teaching: a response to Floden and Klinzing. ***Educacional Researcher,*** v.19, n.5, 1990, p. 21-30.

POLETTINI, A . História de vida relacionada ao ensino da Matemática no estudo dos processos de mudança e desenvolvimento de Professores. ***Zetetiké***, Campinas, SP, v.4, n.5, jan.-jun./96, p. 29-48.

SHULMAN, L. S. Those who unsderstand: knowledge growth in teaching. ***Educational Researcher.*** V. 15, n. 2. 1986, p. 4 -14.

VEENMAN, S. El proceso de llegar a ser professor: um análisis de la formación inicial. P. 39-68. In: VILLA, A . (Coord.). ***Perspectivas y problemas de la función docente.*** Madrid, 1988.

INTEGRAÇÃO DA HISTÓRIA A UM CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES[13]

Nilza Eigenheer Bertoni
Maria Terezinha Jesus Gaspar
Universidade de Brasília

A questão da formação do professor tem sido, no Brasil, objeto de estudo constante na última década. Encontros e foruns foram constituídos com o objetivo de aprofundar o tema, artigos e publicações a respeito têm sido freqüentes. Boa parte dessa produção volta-se para a formação do professor de matemática e da área de ciências.

No caso da matemática, os estudos têm apontado para a necessidade de consolidação e reformulação referentes a três eixos que devem compor a formação desse professor: o dos conteúdos específicos à sua atuação (matemática e áreas afins), o dos conteúdos concernentes à formação geral de um educador docente (psicologia, pedagogia e outras) e o dos conteúdos relativos à educação matemática.

Paralelamente a esses estudos, modificações incipientes ou de maior monta têm ocorrido em vários cursos de formação do professor, ou de licenciatura, como são chamados no Brasil. Na Universidade de Brasília tivemos, em 85, alteração no currículo da licenciatura de matemática, com mudanças significativas no eixo de educação matemática. Em 1993, tendo em vista as licenciaturas noturnas a serem implantadas, foi elaborado um projeto orgânico para as mesmas, nas áreas de Língua Portuguesa, Matemática, Educação Artística, Ciências Biológicas, Química e Física. As modificações mais acentuadas ocorreram no eixo da formação geral de um educador docente.

Em 1992 foi autorizada a implantação da Universidade Aberta do Distrito Federal, planejada para ser uma universidade à distância. Em 1995 o novo governo deu início ao processo visando à implantação da mesma, definindo os cursos iniciais a serem oferecidos: licenciaturas nas áreas de ciências e de matemática, devido à carência desses professores, no Distrito Federal. Quatro equipes foram formadas, a convite, as quais elaboraram projeto orgânico, contemplando os cursos de licenciatura em biologia, física e matemática - a quarta equipe ficando responsável pela integração, aos cursos, da parte psico-pedagógica. Esse projeto global foi entregue ao governo em abril de 1996*.

Tendo participado da equipe que elaborou a proposta da matemática, juntamente com mais três colegas, gostaríamos de expor algumas características do mesmo, principalmente no que se refere à integração da história da matemática nesse currículo.

A equipe sentiu, desde o início, que o desafio maior (porque menos contemplado nos estudos atuais) estava em elaborar o componente referente à área específica da matemática, tornando-o adequado à formação do professor, conforme os objetivos amplos do curso. Enquanto nos outros componentes já haviam precedentes de modificações que podiam e foram incorporados à proposta, nesse, entretanto, perdurava uma estrutura tradicional, incluindo, entre outras, disciplinas clássicas como cálculo infinitesimal., álgebra moderna, álgebra linear, física, probabilidade e estatística, da mesma forma como são dadas nos cursos de bacharelado, que visam à formação do especialista em matemática.

Constatamos, de início, uma diferença substancial entre os conteúdos matemáticos e as formas como se apresentam nos cursos universitários de formação do professor e os conteúdos e as formas da matemática que esses cursos propõem que sejam desenvolvidos pelo professor, em sala de aula, no ensino fundamental e médio. De modo geral, os cursos de

---

[13] Este texto foi publicado em: HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Actas, volume II, pp. 445 a 448. Comissão Organizadora do HEM, BRAGA 96 - Portugal, 1996.

formação não têm contribuído para que o futuro professor estabeleça as necessárias conexões entre esses dois tipos de conhecimento. Como exemplos, o professor aprende a formalização dos conjuntos numéricos mas revela-se incapaz de explicações sobre a lógica das operações elementares; ou aprende a definição dos logaritmos, como área sob uma curva, e não consegue relaciona-la com a outra definição, como expoente. Assim, mesmo com estudos relativamente avançados, entre outros em álgebra, análise matemática, geometria, restam ao professor inúmeras indagações: qual a lógica da regra de sinais para as operações entre números inteiros? qual a razão das definições de potências para expoentes nulo, negativo, fracionário? por quê dividindo-se o numerador pelo denominador chega-se à representação decimal da fração? Além de conduzir a essa incapacidade de explicação lógica da matemática elementar, os cursos de formação do professor não têm contribuído para uma visão do processo de criação em matemática. Os alunos defrontam-se, nesses cursos, com o produto final desse processo - uma matemática formal e cristalizada, que esconde suas origens e, em grande parte, suas finalidades. Como resultado, o professor, ao longo dos anos, "especializa-se" na maquinaria da matemática elementar, ficando com uma visão unilateral dessa ciência, não chegando a perceber sua essência, nem podendo transmitir aos alunos uma visão mais consistente da mesma.

Para superar esses hiatos, procuramos integrar no planejamento curricular que estamos realizando do curso de formação de professores, uma fase referente à construção histórica de processos matemáticos e de como muitos desses processos levaram à criação de conceitos. Não se trata só de aprender história da matemática, mas de acompanhar essa construção, aprendendo, portanto, a matemática construída.

Nesse sentido foram introduzidas, no primeiro ano do curso, disciplinas que contemplam tanto a construção histórica como a explicitação da lógica e das relações entre as várias representações dos conceitos elementares da matemática. Foram denominadas Aritmética Revisitada e Álgebra Elementar Revisitada. Na primeira são estudadas, por exemplo, as origens dos números, dos sistemas numéricos e dos algoritmos, abrangendo números naturais, inteiros e racionais, com abertura para a existência de não racionais e não reais. São explorados algoritmos operacionais antigos, com lógica mais explícita, evoluindo, ao longo dos séculos, para outros mais concisos e herméticos. São evidenciadas as motivações históricas para a construção e uso desses números bem como os obstáculos à sua aceitação e generalização. No caso da álgebra um ponto importante será acompanhar a longa trajetória da álgebra não simbólica, os resultados obtidos e a aceleração do processo após o advento do simbolismo algébrico. Relações entre a álgebra e a geometria fazem parte do programa, incluindo o tratamento grego dos problemas algébricos e soluções geométricas de equações por Newton e Descartes. Serão estudados os principais métodos históricos de solução de equações ou de sistemas lineares e o surgimento de determinantes e matrizes. Também será abordada a solução de equações por aproximações sucessivas e alguns métodos históricos para a solução de sistemas lineares (como de Legendre, Gauss e Jacobi).

No segundo ano do curso mais quatro disciplinas dão seqüência à aprendizagem da matemática através de sua evolução histórica: Construção Histórica de Algoritmos, Construção Histórica da Geometria, Gênese do Cálculo Infinitesimal e Gênese da Álgebra Moderna.

Tendo sido vistos, no primeiro ano, algoritmos relativos a operações numéricas e a processos algébricos para solução de equações e sistemas, a disciplina Construção Histórica de Algoritmos, do segundo ano, diz mais respeito a tabelas e processos de interpolação, incluindo interpolação linear, o método das diferenças finitas, polinômios de interpolação de Newton e Lagrange e funções interpolares de Cauchy.

A disciplina Construção Histórica da Geometria parte da geometria experimental dos babilônios e egípcios e inclui a geometria dedutiva e os problemas clássicos dos gregos. A parte de áreas e volumes vai de Arquimedes a elementos do cálculo integral por Newton e Leibniz. Explora-se as origens e a construção da geometria analítica e das geometrias não euclidianas. Um módulo optativo inclui o surgimento e elementos da geometria diferencial e da topologia.

Os primórdios da especulação grega sobre infinitesimais iniciam a disciplina Gênese do Cálculo Infinitesimal, que estuda também métodos variados de quadraturas, problemas de tangente e a relação de inversão existente entre esses dois problemas. São também estudadas a emergência do conceito de aproximação de funções - fórmula de Taylor, resto de Lagrange - e métodos, como o de Euler, para a resolução aproximada de equações diferenciais.

A Gênese da Álgebra Moderna parte da formalização da álgebra elementar no início do século XIX e de três conceitos básicos em direção às estruturas matemáticas: a congruência por Gauss, a teoria das equações algébricas por Galois e o programa de Kronecker relativo ao embasamento da matemática sobre os números naturais. Ela inclui os primórdios da teoria dos grupos e da teoria dos corpos numéricos. São vistos os dois conceitos fundamentais da teoria de Galois: domínio de racionalidade ou corpos e grupos. Ao final, são feitas considerações sobre a álgebra como um sistema matemático puramente formal e sobre a liberdade de criação dentro da matemática.

A idéia de integrar a história a um curso de formação de professores fundamenta-se, como já falamos, nas relações entre professor, matemática, curso de formação e exercício da profissão. Tomando contacto, na maioria da vezes, somente com aspectos formais e lógico-dedutivos da matemática em seu curso de formação, e não sendo um pesquisador da área, o qual teria um aprofundamento constante dessa ciência, necessitando, ao contrário, em seu dia-a-dia, apenas de aspectos elementares da matemática, o professor do ensino fundamental e médio tende a esquecer a matemática aprendida na universidade, ou a conservar na memória apenas alguns métodos e processos. Isso distorce sua representação da matemática, impossibilitando uma interpretação mais profunda dos fatos elementares e dificultando sua capacidade de construir nos alunos uma visão mais global e consistente da área. Nossas experiências em cursos universitários e em formação continuada de professores têm-nos levado a observar que a construção histórica da matemática conduz os alunos, de modo geral, a uma postura diferenciada em relação à mesma, permitindo-lhes, nesse navegar pela gestação das teorias, maior compreensão e atribuição de significado a essas teorias e uma liberdade maior na explicitação de suas dúvidas, já que o terreno propicia a dúvida, a investigação, a produção de idéias.

Temos intenção de fazer confluir essas diversas linhas de desenvolvimento da matemática, exploradas durante o curso, para uma disciplina final, que explore como elas se imbricam para constituir o panorama atual da matemática, em suas múltiplas frentes; procurando-se evidenciar os ramos da matemática essenciais a cada uma dessas frentes e como estas se abrem para novos desenvolvimentos[14].

Bibliografia básica das disciplinas

BEKKEN, O.B. (1994). *Equações de Ahmes até Abel.* Rio de Janeiro, GEPEM. 113 p.

BELL, E. T. (1945) *The development of mathematics.* New York, McGraw-Hill. 637 p.

BOYER, C.B. (1993). *Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. Cálculo.* São Paulo, Atual. 93 p.

CAJORI, F. (1980). *A history of mathematics.* New York, Chelsea. 524 p.

CHABERT, J. L.;BARBIN, E. *et allii* (1994). *Histoire d'algorithmes.* Paris, Belin. 592 p.

[14] *O governo da época não encontrou recursos para implantar a proposta; o governo seguinte não apoiou a continuidade da UNAB.*

DORIER, J. L. A general outline of the genesis of vector space theory. *Historia Mathematica* n° 22, p. 227 - 261.

EVES, H. (1993). *Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. Geometria.* São Paulo, Atual. 77 p.

GREENBERG, M. J. (1974) *Euclidean and non-euclidean geometries. Development and history.* San Francisco, W. H. Freeman. 303 p.

GUNDLACH, B. H. (1993). *Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. Números e numerais.* São Paulo, Atual. 77 p.

KENNEDY, E. S. (1993). *Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. Trigonometria.* São Paulo, Atual. 48 p.

PRADO, E. L. B. (1990). *História da matemática: um estudo de seus significados na educação matemática.* Rio Claro, UNESP. Dissertação d mestrado.

PROJETO ORGÂNICO DOS CURSOS DE LICENCIATURA da UnAB/DF (1996). Secretaria da Educação do Distrito Federal. Brasília.

TIGNOL, J. P. (1988) *Galois' theory of algebraic equations.* London, Longman.

TOEPLITZ, O. (1967) *The calculus. A genetic approach.* Chicago, The University of Chicago Press. 192 p.

YAGLOM, I. M. (1988) Felix Klein and Sophus Lie. *Evolution of the idea of symmetry in the nineteenth century.* Boston, Basel, Birkhäuser. 237 p.

FORMAÇÂO CONTINUADA DE PROFESSORES: UMA EXPERIÊNCIA TRATANDO DO CONCEITO DE ÁREA

Paulo Figueiredo Lima
UFPE

A experiência didática alvo da apresentação no I SIPEM fundamenta-se nos trabalhos de Lima (1995) e Baltar (1996), que, por sua vez, apoiam-se nas investigações de Douady & Perrin-Glorian (1989).O experimento visa ao ensino aprendizagem do conceito de área de uma figura plana no contexto de uma formação continuada para um grupo de professores do ensino fundamental e médio.

Em concordância com a formulação matemática do conceito de área de figuras planas, adota-se um ponto de vista epistemológico–didático, no qual os conceitos relacionados com as grandezas geométricas, a área em particular, podem ser organizados em *quadros* (termo proposto por Douady, 1986). Um **quadro geométrico**, constituído pelas superfícies planas; um **quadro numérico**, consistindo das medidas das superfícies planas, ou seja, o conjunto dos números reais positivos; um **quadro das grandezas**, constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área. Um último quadro, que não aparece no trabalho das pesquisadoras acima, mas é aqui proposto, o **quadro algébrico-funcional** constitui-se das fórmulas que expressam a área em função de comprimentos medidos nas figuras geométricas.

Atualmente, o ensino do conceito de área vem sendo marcado pela ênfase na identificação da área com a medida de área, e, muitas vezes, desta última com a "fórmula de área". Obscurece-se, dessa forma, o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de grandezas e, segundo hipóteses didáticas propostas na literatura indicada acima, estes fatos constituem-se em fontes de erros persistentes entre os alunos. A experiência de formação continuada a ser relatada procura testar uma seqüência didática com situações nas quais os quadros mencionados acima sejam distinguidos e articulados e, além disso, que se inicie pelas situações envolvendo apenas os quadros geométricos e o quadro das grandezas.

Referências bibliográficas

Baltar, P. M. (1996) *Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane: une étude de l'acquisiton des relations entre les longueurs et les aires au còllege*, Tese de Doutoramento, Universidade de Grenoble, França.

Douady, R. & **Perrin-Glorian**, M.-J. (1989), Un Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane, *Educational Studies in Mathematics*, 20, 387-424.

Lima, P. F. (1995) Considerações sobre o Conceito de Área, *Anais da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática*, Recife.

ELABORAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DE UMA ENGENHARIA DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA RELATIVA AO ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE ÁREA[15]

Paula Moreira Baltar Bellemain
UFPE

Neste trabalho investigamos a elaboração e experimentação de uma *engenharia de formação* continuada de professores de matemática relativa ao ensino-aprendizagem do conceito de área de superfícies planas.

O que chamamos de engenharia de formação ?

O termo *engenharia de formação* designa aqui uma metodologia próxima à da engenharia didática (Artigue, 1988) na concepção e experimentação de situações de formação de professores de matemática. Devemos entretanto ressaltar duas especificidades importantes da situação de formação de professor de matemática que nos parecem diferenciar engenharia didática e engenharia de formação. Algumas pesquisas sobre a formação do professor de matemática (Portugais, 1995, Robert, 1996, Houdement & Kuzniak, 1996) evidenciam a complexidade do processo de formação do professor, no qual intervêm diversos tipos de saber - como o cultural, o matemático, o psico-pedagógico, o didático e o profissional - que o formando deve aprender a articular e colocar em prática na situação de sala de aula. Além disso, Portugais (1995) destaca que o professor em formação é ao mesmo tempo um aprendiz (ocupando a posição de aluno da situação de formação) e enquanto profissional em formação ou em exercício, um professor da situação de ensino-aprendizagem da matemática. O contexto da formação do professor de matemática é, neste sentido, um espaço complexo cuja exploração sistemática pelas pesquisas em Didática da Matemática é ainda recente.

Por que o conceito de área de superfície plana ?

A escolha do conceito de área justifica-se, antes de mais nada, por sua importância na matemática do ensino fundamental. Com efeito, é indiscutível a relevância deste conceito para a formação do cidadão pleno, que necessita medir ou estimar medidas de regiões planas - terrenos, pisos, paredes, faces de objetos, etc. - nas suas atividades cotidianas. Podemos destacar também a riqueza deste um conceito, do ponto de vista matemático, por ser um pólo de confluência dos grandes eixos temáticos dos números, da geometria, das grandezas e da álgebra. Finalmente, enquanto conhecimento matemático acumulado e sistematizado, o domínio das grandezas geométricas, no qual insere-se o conceito de área, tem se mostrado um campo fértil para investigações no âmbito da didática da matemática, tanto por sua importância social e conceitual acima referida, quanto pelas freqüentes dificuldades encontradas pelos alunos na construção de conhecimentos relativos a este domínio.

---

[15] Parte de uma pesquisa intitulada "As grandezas geométricas no ensino fundamental, na formação continuada e na formação inicial dos professores de matemática", financiada pelo CNPq, por meio de uma bolsa de Desenvolvimento Científico Regional. Esta pesquisa é desenvolvida em colaboração com o professor Paulo Figueiredo Lima.

Que conclusões tiramos das análises prévias à elaboração da engenharia de formação[16] ?

A fim de subsidiar a elaboração da engenharia de formação, analisamos o papel do domínio das grandezas e medidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o ensino fundamental; fizemos um levantamento de pesquisas sobre o ensino-aprendizagem deste conceito; discutimos uma abordagem do conceito de área enquanto grandeza e apresentamos alguns resultados sobre as representações de professores de matemática do ensino fundamental e médio.

As grandezas e medidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Nas instruções dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs - observamos a indicação das Grandezas e Medidas como um dos quatro grandes blocos de conteúdos de matemática no Ensino Fundamental. Entendemos que esta indicação aponta para a consideração de que as grandezas - físicas, geométricas, etc. - deveriam ocupar, no plano conceitual, uma posição mais clara do que a que lhe tem sido atribuída no ensino da matemática. O bloco das Grandezas e Medidas é caracterizado como um espaço privilegiado para destacar a presença e a utilidade social do conhecimento matemático e para articular os diferentes domínios matemáticos e as grandezas geométricas são abordadas em todos os ciclos do ensino fundamental.

Resultados de pesquisas sobre o ensino-aprendizagem do conceito de área

São muitos as pesquisas sobre o ensino-aprendizagem das grandezas geométricas (Vinh Bang & Lunzer, 1965; Hirstein & al., 1978; Hart, 1981; Rogalski, 1982, Vergnaud & al., 1983; Balacheff, 1988; Douady & Perrin-Glorian, 1989; Perrin-Glorian, 1992a, Baltar & Comiti, 1993, Baltar, 1996) que evidenciam a variedade, a profundidade e a resistência de algumas dificuldades conceituais no processo de construção de conhecimentos neste campo conceitual. Dentre os erros mais freqüentes podemos destacar as confusões entre área e perímetro, a utilização de fórmulas errôneas (tais como, área = perímetro x 2, ou área = soma dos lados), a extensão indevida da validade das fórmulas de área (a área de um paralelogramo é o produto dos lados) e o uso inadequado de unidades (a expressão da medida da área de uma superfície cujos comprimentos dos lados são dados em metros, por exemplo, é dada em metros, metros cúbicos ou mesmo centímetros, ao invés de metros quadrados).

Lima (1995) destaca que o ensino do conceito de área no Brasil vem sendo marcado pela ênfase na identificação da área com a medida de área, e, muitas vezes, desta última com a "fórmula de área", obscurecendo-se, dessa forma, o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de grandezas.

As pesquisas de Schneider (1991) e Perrin-Glorian (1992b) apontam para a existência de obstáculos epistemológicos e didáticos neste domínio. Estudos sobre os conhecimentos de futuros professores de primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental (Tiernay & al.; 1990, Duarte & Santos, 1997) mostram que os professores em formação utilizam teoremas em ação errôneos, segundo os quais área e perímetro variam no mesmo sentido. Resultados como esses confirmam a resistência das dificuldades de aprendizagem nesse domínio e apontam para o seu reforço devido aos conhecimentos insuficientes dos professores.

Um resultado importante das pesquisas sobre o ensino-aprendizagem do conceito de área é a classificação das concepções de área em dois pólos - as concepções geométricas e as concepções numéricas - proposta por Perrin-Glorian & Douady (1988) e por Balacheff (1988). Segundo esta modelização, alguns alunos desenvolvem uma concepção forma (ligada ao quadro[17] geométrico) ou uma concepção número (ligada ao quadro numérico) ou ambas, mas de forma isolada uma da outra. Ora sabe-se que os problemas de área, pela sua própria essência, relacionam os quadros numérico e geométrico e, portanto, é necessário estabelecer uma articulação pertinente entre estes dois quadros, na construção do conceito de área.

[16] Um estudo mais detalhado destas análises prévias pode ser encontrado em (Bellemain & Lima, 2000).

[17] Referência à teoria dos jogos de quadros e dialética ferramenta-objeto desenvolvida por Douady (1987).

Área enquanto grandeza

O ponto de vista adotado por Douady & Perrin-Glorian (1989) com relação ao conceito de área é o de que há três *quadros* a distinguir: quadro geométrico: constituído por superfícies planas; quadro numérico: consistindo nas medidas das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos e o quadro das grandezas: contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área.

Várias pesquisas (Douady & Perrin-Glorian, 1989, Héraud, 1989, Lima, 1995, Baltar, 1996) apontam para a pertinência da conceitualização da área enquanto grandeza, como um processo anterior à aprendizagem da sua medida.

Os resultados de pesquisa em Educação Matemática apontam para a insuficiência da construção matemática tradicional da área enquanto medida da superfície e sugerem uma abordagem alternativa da área enquanto grandeza associada à superfície. No enfrentamento das questões didáticas colocadas no processo de ensino-aprendizagem do conceito de área foi preciso portanto pensar uma estrutura matemática coerente e consistente que dê um sentido matemático ao conceito de área enquanto grandeza[18].

Resultados de pesquisas sobre as representações dos professores de matemática

As pesquisas realizadas por Maia et al. (1998) e Campos (1998) indicam que a maioria dos professores em formação continuada no LEMAT e no PROEM concorda com a posição adotada nos PCNs, de que o bloco de conteúdos das Grandezas e Medidas no ensino fundamental deve se caracterizar pela forte relevância social. Segundo Maia et al. (1998) as noções de medida e de cálculo estão enquadradas numa abordagem da geometria enquanto atividade empírica e os termos área e perímetro se aproximam de uma "modelização geométrica" do real. Além disso, os resultados de Campos (1998) sugerem que os professores pesquisados concordam também com a importância atribuída à articulação das Grandezas e Medidas com outros domínios matemáticos.

Outro resultado do estudo do PROEM (Campos, 1998), importante para nossa problemática consiste na avaliação pelos professores do grau de dificuldade relativa dos conteúdos de 5ª, 7ª e 8ª séries. O percentual de professores que indica os conteúdos "áreas e perímetros" ou "áreas" entre os de dificuldades matemáticas ou de aprendizagem relevantes é sempre abaixo de 5%. A tendência a enfatizar a importância das noções de área e perímetro nas práticas sociais assim como, a consideração de sua relativa facilidade tanto do ponto de vista do saber quanto do ensino foi confirmada em Baltar & Rousset-Bert (1999). Deve-se entretanto ressaltar que se essas noções são consideradas fáceis de ensinar por 52% dos professores pesquisados, apenas 18% consideram que os alunos não têm dificuldades em aprendê-las.

Quais são nossas hipóteses de pesquisa ?

As análises prévias à elaboração da engenharia de formação mostraram que o conceito de área tem uma importância indiscutível na matemática do ensino fundamental e que é fonte de dificuldades resistentes à aprendizagem. Por outro lado, os professores de matemática em formação continuada parecem enfatizar a exploração do caráter prático dos conteúdos área e perímetro e considerar que estes conteúdos não são fontes de dificuldades conceituais importantes. Registramos portanto uma contradição entre as representações dos professores e os resultados das pesquisas sobre o ensino-aprendizagem. A constatação desta contradição nos conduziu à formulação de algumas hipóteses de pesquisa:

- H1: os alunos brasileiros não apresentam as dificuldades identificadas pelas pesquisas;
- H2: as escolhas de transposição didática (Chevallard, 1985) do ensino fundamental brasileiro permitem ultrapassar tais dificuldades de aprendizagem;

---

[18] Uma apresentação desta estrutura matemática pode ser encontrada em Bellemain & Lima (2000)

- H3: as escolhas de transposição didática do ensino fundamental brasileiro evitam os aspectos problemáticos da construção do conceito de área, dando ênfase a outras propriedades do conceito que não provocam dificuldades conceituais significativas;
- H4: os professores pesquisados desconhecem os resultados das pesquisas e a amplitude do campo de problemas que dão sentido ao conceito de área e têm uma "ilusão de transparência" quanto à aprendizagem dos conceitos de área e perímetro;
- H5: os professores pesquisados desconhecem aspectos do conceito de área do ponto de vista matemático, e podem cometer, eles próprios, alguns dos erros observados nos alunos.

A verificação da pertinência dessas hipóteses conduz ao estudo das escolhas de transposição didática, à análise do funcionamento dos conhecimentos dos alunos e ao levantamento dos conhecimentos e representações dos professores de matemática.

Que instrumentos metodológicos utilizamos ?

Do ponto de vista da transposição didática, analisamos quatro coleções de livros didáticos para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Escolhemos inicialmente os livros cuja coleção completa (de 5ª a 8ª série) foi Recomendada ou Recomendada com Distinção na avaliação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-1999). Partimos do pressuposto que os livros didáticos são um suporte central para o professor de matemática estruturar sua prática de sala de aula e interpretamos os resultados desta análise dos livros didáticos como indícios da presença ou ausência dos aspectos problemáticos da construção dos conteúdos área e perímetro, no ensino fundamental.

No que diz respeito ao funcionamento dos conhecimentos dos alunos, analisamos as respostas de duas turmas (totalizando aproximadamente 70 alunos) do quarto ciclo do ensino fundamental (7ª e 8ª séries), em duas escolas públicas: uma escola da rede estadual de ensino situada na zona da mata do estado de Pernambuco e uma escola da rede municipal de ensino situada na região metropolitana do Recife.

Finalmente, as análises preliminares das representações e conhecimentos dos professores foram feitas com base na análise de aproximadamente 200 questionários de sondagem respondidos por professores de matemática do ensino fundamental e médio, em formações continuadas sobre as grandezas geométricas e suas medidas.

Além disso, a elaboração da engenharia de formação continuada teve um objetivo duplo de aprofundar o estudo diagnóstico e construir os primeiros instrumentos de intervenção no sentido da superação das lacunas diagnosticadas.

Como foi estruturada a engenharia de formação ?

A engenharia de formação construída foi experimentada[19] com professores de matemática do ensino fundamental e médio em um curso de especialização no ensino da matemática realizado em Recife, nos meses de abril e maio de 2000, em quatro encontros, totalizando aproximadamente 30 horas/aula. Todo o trabalho foi efetuado intercalando discussão em pequenos grupos e discussão coletiva com todos os alunos-professores, coordenada pelo professor-formador (professor Paulo Figueiredo Lima).

Inicialmente, foi aplicado um questionário de sondagem individual. A discussão das respostas dadas pelos professores às questões "a que vocês associam as palavras área e perímetro" deu início a um processo de organização conceitual baseado na modelização de área enquanto grandeza (Douady e Perrin Glorian, 1989, Lima, 1995, Baltar, 1996). Em seguida, foi efetuada uma reflexão histórico-epistemológica relativa ao conceito de área, buscando identificar as situações que dão sentido a este conceito na história da matemática, nas práticas cotidianas, sociais e profissionais do mundo atual, em outras disciplinas ou áreas do conhecimento e na matemática enquanto saber acadêmico sistematizado.

Partindo da organização conceitual proposta e da reflexão histórico-epistemológica realizada, cada um dos quatro grupos de professores-alunos fez uma análise crítica transversal de uma

[19] A análise dos resultados desta engenharia de formação está em andamento.

coleção de 1ª a 4ª série e uma coleção de 5ª a 8ª série, segundo um roteiro que preparamos antecipadamente. Estas análises foram discutidas coletivamente.

A partir da resolução de alguns problemas matemáticos de traçado de figuras e medição de grandezas, foi conduzida uma discussão sobre a distinção entre desenho e figura (Laborde & Capponi, 1994), destacando a relação entre medida teórica e medição prática de atributos dos objetos, e abordando a relação forte entre as grandezas geométricas e as sucessivas extensões dos conjuntos numéricos (inteiros, racionais e reais).

Finalmente, baseando-se em todas as etapas anteriores da engenharia de formação, os professores-alunos construíram e discutiram coletivamente algumas situações de aprendizagem sobre os conceitos de área de superfícies planas destinadas ao terceiro ciclo do ensino fundamental.

Quais os resultados obtidos até o presente ?

Os primeiros resultados das análises prévias à elaboração da engenharia de formação indicaram a pertinência das hipóteses H3, H4 e H5, ou seja, os alunos brasileiros apresentam dificuldades de aprendizagem no domínio das grandezas e medidas, as escolhas de transposição didática parecem evitar os aspectos problemáticos da construção destes conceitos e há lacunas na formação dos professores de matemática tanto do ponto de vista conceitual, quanto didático, no domínio das grandezas geométricas e suas medidas.

Estes resultados foram interpretados enquanto necessidades de formação em torno dos conteúdos área e perímetro de superfícies planas, subsidiando a construção da engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental relativa aos problemas de ensino-aprendizagem identificados.

A experimentação da engenharia de formação confirmou, por sua vez, a pertinência das hipóteses H4 e H5, uma vez que nos debates em pequenos grupos ou nos debates coletivos, podia-se observar que a maioria dos professores associava o conceito de área a um campo restrito de problema e desconhecia os resultados de investigações relativos ao ensino-aprendizagem do conceito de área. Além disso, alguns dos professores em formação mobilizavam teoremas-em-ação falsos relativos às relações entre área e comprimento.

Considerações finais

Aplicamos, na construção de situações de formação continuada de professores de matemática, uma metodologia semelhante à de engenharia didática (Artigue, 1990). Partimos de análises prévias sobre alguns problemas de ensino-aprendizagem das grandezas geométricas e estabelecemos hipóteses que subsidiaram a elaboração de uma seqüência de situações de formação. Experimentamos esta seqüência, buscando verificar a pertinência de nossas hipóteses. A última fase desse processo está em andamento. Trata-se da interpretação e a análise crítica dos resultados obtidos que, por sua vez, abrirá novas questões e deverá nutrir a concepção de novos experimentos sobre o ensino-aprendizagem e sobre a formação do professor de matemática, relativa a conteúdos específicos.

Bibliografia

Artigue, M., (1988). Ingénierie Didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.9, n°3, pp. 281-308.

Balacheff, N. (1988). *Processus de preuve chez des élèves de collège*. Tese de Doutorado. Université Joseph Fourrier. Grenoble.

Baltar, P. M., Comiti, C., (1993). Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles. *Petit x.*, n°34, pp. 5-29.

Baltar, P. M., (1996). *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes : une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège*. Tese de Doutorado. Université Joseph Fourier. Grenoble.

Baltar, P. M. & Rousset-Bert, S. (1999) De l'analyse des besoins à la conception d'actions de formation adaptées. *Anais da X Ecole d'été en Didactique des Mathématiques*, Houlgate.

Bellemain, P. & Lima, P. (2000) Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental. *Anais da Reunião Anual da ANPED - Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação, Caxambu.* Publicação em CDRom.

Campos, T., (1998). Professores de matemática de 5ª série do pólo 4 - Perfil e representações sobre a matemática e seu ensino. *Coleção PROEM : Formação de Professores.* São Paulo.

Campos, T., (1998). Professores de matemática de 6ª série do pólo 4 - Perfil e representações sobre a matemática e seu ensino. *Coleção PROEM : Formação de Professores.* São Paulo.

Campos, T., (1998). Professores de matemática de 7ª série do pólo 4 - Perfil e representações sobre a matemática e seu ensino. *Coleção PROEM : Formação de Professores.* São Paulo.

Campos, T., (1998). Professores de matemática de 8ª série do pólo 4 - Perfil e representações sobre a matemática e seu ensino. *Coleção PROEM : Formação de Professores.* São Paulo.

Chevalard, Y., (1985). *La transposition didactique.* La Pensée Sauvage. Grenoble.

Douady R. (1987) Jeux de cadres et dialectique outil objet. *Recherches en didactique des mathématiques.*Vol. 7, n° 2, pp. 30-115.

Douady R., Perrin-Glorian M. J., (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics.* Vol. 20, n°4, pp. 387-424.

Duarte, J.H., Santos, M. R., (1997). Investigação de uma seqüência didática para construção do conceito de área. *Dissertação apresentada no curso de especialização em ensino de matemática.* Recife.

Hart K. M. (1981) Measurement. *In:* K.M. Hart (Ed.) *Children's understandind of mathematics.* Oxford : Murray.

Heraud B. (1989) A conceptual analysis of the notion of lenght and its measure. *in* : G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the Thirteenth International Conference of the Psychology of Mathematics Education.* Paris : Université de Paris V. Vol II, pp. 83-89.

Hirstein J.J., Lamb C.E., Osborne A. (1978) Students misconceptions about área measure. In: *Arithmetic Teacher.* Vol 25 , n°6, pp. 10-16.

Houdement, C., Kuzniak, A., (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématique. In: *Recherches en didactique des mathématiques.* Vol. 16, n°3, pp. 289-322. La Pensée Sauvage. Grenoble.

Lima, P.F. (1995) Considerações sobre o conceito de área. In: *Anais da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática.* Recife.

Maia, L., Nogueira, D., Souza, S. (1998). Representações e formação de professores: o ensino da geometria. *Anais da Jornada Internacional sobre Representações Socias, Natal.*

MEC-SEF (1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais.* Matemática : Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto. Brasília.

Nunes T., Light P., Mason J. (1993) Tools for thought : the measurement of length and área. In: *Learning and Instruction.* n°3, pp. 39-54.

Perrin-Glorian M.J., Douady R. (1988) Conceptions des élèves à propos d'aires de surfaces planes. *In* Laborde C. (ed.) *Actes du premier colloque Franco-Allemand de Didactique de Mathématiques et de l'informatique.* pp. 161-172. La Pensée Sauvage. Grenoble.

Perrin-Glorian M. J., (1992a). *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM - 6ème.* Tese de doutorado. Paris VII.

Perrin-Glorian M. J., (1992b). *Exposé de soutenance de thèse d'état.*

Portugais, J., (1995). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Peter Lang. Berne.

Robert, A. (1996) IUFM: réflexion sur la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycées et collèges. *Repères - IREM*. n° 23, pp.83-108.

Rogalski J., (1982). Acquisition de notions relatives à la dimensionalité des mesures spatiales (longueur, surface). *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 3, n° 3, pp. 343-396. La Pensée Sauvage.Grenoble.

Schneider M,. (1991). Un obstacle épistémologique soulevé par des "découpages infinis" des surfaces et des solides. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol: 11, n° 2.3, pp. 241-294. La Pensée Sauvage.Grenoble.

Tierney C., Boyd C., Davis G. (1990) Prospective Primary teachers' conceptions of área. In: *Proceedings of the Fourteenth International Conference of the Psychology of Mathematics Education*. Vol.II. Mexico.

Vergnaud G. (1983) Didactique du concept de volume. *Recherches en didactique des mathématiques*. 4.1. La Pensée Sauvage.Grenoble.

Vergnaud G. (1990) La théorie des Champs Conceptuels. In: *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 10, n° 2.3, pp. 133-170. La Pensée Sauvage.Grenoble.

Vinh Bang, Lunzer (1965) *Conservations spatiales*. Etude d'épistemologie génétique. PUF, Paris.

A EDUCAÇÃO CONTINUADA: ALGUNS APONTAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS[20]

Adair Mendes Nacarato
Universidade São Francisco-USF
membro do CEMPEM/PRAPEM

1. Trajetória como formadora de professores

Minha trajetória de 24 anos como professora de Matemática vem sendo marcada nos últimos 14 anos pela formação de professore(a)s. Minhas primeiras experiências nessa área-iniciadas em 1987 - foram relacionadas a cargos de coordenação de área de Matemática, ocupados em escolas privadas de Ensino Fundamental na cidade de Campinas/SP. O envolvimento com professoras e conteúdos de Matemática das séries iniciais (1ª a 4ª série) instigaram-me a voltar à Universidade para cursos de Pós-Graduação. Embora meu mestrado tenha sido na área de Metodologia de Ensino, mantive paralelamente a ele minhas atividades como formadora de professore(a)s, sem no entanto, buscar uma compreensão teórica do próprio processo. Nesses primeiros anos o meu objeto de estudo havia sido o próprio conteúdo matemático.

Em 1995, ao me integrar ao grupo PRAPEM, do CEMPEM/FE/UNICAMP, passei a me envolver nas questões teóricas sobre formação de professore(a). Nessa trajetória algumas referências teóricas foram fundamentais. Nos primeiros anos do PRAPEM – 1995 e 1996 – agora já no Doutorado -, nos dedicamos a leituras relacionadas à prática pedagógica e formação docente. Do elenco de leituras e discussões realizadas, destaco os trabalhos de Schön (1992), Ponte (1992;1998), Shulmann (1986), Llinares (1996), Zeichner (1993), dentre outros. As reflexões partilhadas decorrentes de tais leituras foram transformando meu olhar

---

[20] Algumas reflexões aqui contidas constam da Tese de Doutorado: "Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria, defendida junto a FE/UNICAMP, em fevereiro/2000, sob a orientação do Prof. Dr. Dario Fiorentini.

sobre o trabalho docente. Foi mais um momento de compreensão do próprio processo de formação e da própria prática pedagógica, principalmente no que diz respeito à ruptura com o paradigma da racionalidade técnica que norteou e ainda tem norteado a formação docente..

Em 1997, essas discussões se intensificaram no PRAPEM, com a participação simultânea num grupo de Seminário de Pesquisa, cujo foco de análise era o professor(a) reflexivo(a) e pesquisador(a). Essas discussões culminaram na produção coletiva de um livro: "Cartografias do Trabalho Docente: professor(a) pesquisador(a), no qual, juntamente com Valéria Carvalho e Adriana Varani fizemos uma análise das condições atuais do trabalho docente. A tônica de nossas discussões, nesse ano de 1997, foram o saber docente: natureza e desenvolvimento profissional e as implicações para o processo de formação.

Nessa época, já estava em andamento minha pesquisa de Doutorado, cujo foco era a formação de professoras das séries iniciais, tomando a Geometria como conteúdo matemático de discussão do grupo. Minhas reflexões teóricas sobre a temática de formação já havia se ampliado com: Cooney (1996), Gauthier (1998), Imbernón (1994), Barth (1993) e Tardif, Lessard e Lahaye (1991), Elliott (1990;1991), Carr & Kemmis (1988) dentre outros. A metodologia de pesquisa-ação já havia se delimitado no trabalho. Nesse sentido, me aproprie das idéias de Elliott. Para o recorte final do trabalho, optei pelo saber curricular, visto que a produção de um currículo em ação foi se tornando muito evidente à medida que a pesquisa foi avançando.

Ainda nesse ano de 1997, tive a oportunidade de atuar, juntamente com Renata Anastácio Pinto e Dario Fiorentini, num Programa de Educação Continuada, realizado em convênio entre a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e a UNICAMP. Atuamos durante seis meses com um grupo de docentes de Ensino Fundamental e Médio da cidade de Itu/SP. O nosso envolvimento nesse projeto nos levou a uma reflexão teórica sobre o saber experencial do(a) professor(a). Tomando como material empírico, as trocas de experiências entre os participantes do grupo – momentos que foram filmados – procedemos a análise e discussão dessa modalidade de saber docente.

Durante os anos de 1997, 1998 e 1999 fui responsável por um Grupo de Formação, dentro do projeto de educação continuada da Prefeitura Municipal de Campinas/SP. Atuei com professore(a)s de 1ª a 4ª séries, na área de Matemática. O meu interesse nesse grupo foi com questão do registro escrito do(a) professor(a). Embora a única publicação – ainda no prelo – se refira a um relato de experiência desse projeto, disponho de bastante material empírico que poderá gerar uma análise mais sistematizada.

Na reta final do meu trabalho de doutorado – 1999 – o grupo PRAPEM já estava incorporando novos elementos à discussão sobre a formação docente: história de vida e narrativas de professore(a)s. Essa discussão me permitiu tomar como material de análise os relatos de aula das professoras, com as quais minha pesquisa se realizava.

No momento atual, venho participando de um sub-grupo do PRAPEM, que está se dedicando a questão da formação contínua, com ênfase em questões da prática, narrativas e pesquisa-ação. Essas discussões vem me instigando a uma retomada dos registros de professore(a)s, talvez para um maior aprofundamento teórico, por considerar esse ato de registrar a própria prática como fundamental ao próprio desenvolvimento profissional docente.

2. A Educação Continuada como foco de investigação

Uma das maiores dificuldades encontradas no início de meu trabalho de tese foi com a própria escolha da terminologia: formação continuada, formação contínua ou educação continuada. A escolha ficou em 'educação continuada', por entender que ela engloba tudo aquilo que contribui para o desenvolvimento docente, enquanto profissional, seja em seus aspectos formais, informais, instituicionais ou profissionais. Por entender que o processo ocorre de forma contínua, sem interrupções, como afirma MARIN (1995:18): "*uma verdadeira prática* *social de educação mobilizadora de todas as possibilidades e de todos os saberes dos profissionais".*

Em minha investigação de doutorado discuti o processo de educação continuada, tendo a pesquisa-ação como eixo central e alguns pressupostos:

1. A valorização do saber profissional do(a) professor(a), o que implica em reconhecer que o docente produz um saber fazer, que precisa ser compreendido, revelado e considerado nas pesquisas acadêmicas.
2. O reconhecimento da especificidade da prática pedagógica docente como sendo única e multifacetada. Cada docente vai construindo sua própria prática, que não pode ser estereotipada.
3. A importância da produção coletiva do conhecimento. Este pressuposto é fundamental para se compreender o deslocamento da educação continuada para o próprio local de trabalho, como instância mais viável para a reflexão e formação docente.
4. A importância do contexto na produção do conhecimento. O contexto aqui entendido em suas diferentes interpretações: desde o contexto matemático até o próprio contexto de trabalho.
5. A produção curricular como elemento de referência para o processo de educação continuada. Quem ensina, ensina algo a alguém. Embora o conteúdo matemático venha sugerido em propostas curriculares e livros didáticos, ele passa pela mediação do(a) professor(a), que vai personalizá-lo e introjetá-lo em seus esquemas de pensamento e comportamento. Nessa introjeção ocorre uma reelaboração, uma transação entre os significados do(a) professor(a) e da nova proposta (GIMENO SÁCRISTAN, 1998:178).
6. A ênfase dada a um determinado tópico do currículo vai depender das relações que o docente teve com o mesmo. Dessa forma, é comum numa prática pedagógica serem valorizados determinados conteúdos em detrimento de outros.
7. A sala de aula é um espaço de aprendizagem e construção de conhecimentos não apenas dos estudantes mas, principalmente do docente. Aprende-se no ato de ensinar.
8. O(a)s professore(a)s sempre têm histórias de sala de aula para serem contadas. Essas têm sido valorizadas como elementos centrais no processo de formação docente. Trata-se dos relatos de aulas de professore(a)s numa modalidade de discurso narrativa (BRUNER, 1988 e 1997; CLANDININ E CONNELLY, 1995; e PONTE, 1998). Esse tipo de relato é que estrutura a experiência docente, possibilitando momentos de reflexão e ressignificação da prática.

Esses pressupostos nortearam o desenvolvimento de minha tese, cujo foco foi a produção curricular em Geometria, de professoras das séries iniciais do Ensino Fundamental, num processo de educação continuada, no próprio local de trabalho, por meio da pesquisa-ação. Embora tenha atuado, nesse grupo, como agente externa, o meu papel foi o de colaborar na aquisição do conhecimento matemático e como esse se interliga com o conhecimento curricular e pedagógico desse conteúdo, gerando uma dinâmica de reflexões sobre o processo de aprender e de ensinar Geometria.

3. Perspectivas para a Educação Continuada

A pesquisa-ação desenvolvida por três anos, juntamente com a análise realizada em minha tese de doutorado, me possibilitaram algumas sínteses – embora provisórias, pois todo o saber é provisório – relativas ao processo de educação continuada. Dessa forma, defendo ser essenciais a esse processo:

1. O grupo ou o trabalho colaborativo como elemento central do processo de formação docente. O grupo, ao mesmo tempo que dá suporte à inovação curricular, permitindo a reflexão coletiva, não provoca a perda da individualidade/subjetividade de seus membros. A singularidade da prática se mantém. Isso revela que a produção de saberes da ação docente ocorre pelo coletivo de professore(a)s, mas, em última instância, também é um processo individual e subjetivo. Isso porque a forma como cada um se apropria, incorpora as idéias discutidas no grupo ocorre diferenciadamente.

2. O contexto é fundamental nos processos de inovação curricular. A educação continuada ocorrendo de forma contextualizada, ela possibilita que os micropoderes que permeiam as instituições de ensino aflorem, possam ser discutidos e redimensionados pelos envolvidos nessa prática pedagógica. Assim o contexto, muitas vezes, não apenas possibilita uma inovação curricular como também a limita, pelas condições físicas da escola, exigências e cobranças da coordenação, da direção e dos pais dos estudantes. Isso possibilita a defesa da tese de que a escola é o local privilegiado para a educação continuada. Ao fazer essa defesa, não estou descartando outras possibilidades de formação, mas colocando-a como uma das alternativas mais fecundas.
3. A importância de se considerar os relatos de aulas ou narrativas dos docentes nos processos de educação continuada. Estes relatos ou narrativas não se constituem apenas em ponto de partida para os investigadores compreenderem a complexidade da prática pedagógica, mas, principalmente, para que o próprio docente possa organizar e reelaborar sua própria compreensão do processo vivido. Ao relatar uma aula, não há uma simples reprodução da experiência vivida, mas uma recriação, uma re-elaboração e reconstrução ou produção de novos significados.
4. Outra questão que ainda considero fundamental de ser investigada e estimulada em processos de educação continuada é com o registro do professor(a), seja ele de qualquer natureza: desde a produção de simples relatórios até registros reflexivos ou narrativas.

Considero esta linha de investigação – formação do(a) professor(a) que ensina Matemática – como ainda em construção teórica em nosso país. Há várias publicações de outros países, mas em termos de produção nacional, ainda há pouca literatura disponível. O que, sem dúvida, aumenta o compromisso de quem está envolvido nessa problemática de investigação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barth, B. M. *O saber em construção: para uma pedagogia da compreensão.* Lisboa: Instituto Piaget, 1993.

Bruner, J. *Realidad Mental y Mundos Posibles: Los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia.* Barcelona: Gedisa Editorial, 1988.

________. *Atos de significação.* Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

Carr, Wilfred, Kemmis, Stephen. *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado.* Barcelona: Martínez Roca,1988.

Connelly, F.M., Clandinin, D. J. Relatos de experiência e Investigación Narrativa. In: LARROSA, J. et al. *Déjame que te cuente: ensayos sobre narrativa y educación.* Barcelona: Editorial Laertes, 1995.

Cooney, Thomas J. *Conceptualizing the teacher profesional development.* Texto apresentado no ICME-8/Sevilla, Espanha, 1966.

Elliott, John. *El cambio educativo desde la investigación-acción.* Madrid: Morata, 1991.

____________. *La investigación-acción en educación.* Madrid: Edições Morata, 1990.

Fiorentini, D., Nacarato, A. M., Pinto, R. A. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. In: *Quadrante: Revista teórica e de investigação.* Lisboa: 1999. (no prelo)

Gauthier, C. et al. *Por uma teoria da Pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente.* Trad. Francisco Pereira. Ijuí: Unijuí, 1998.

Gimeno Sacristán, J. *O currículo: uma reflexão sobre a prática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

Imbernón, Francisco. *La formación y el desarrollo profesional del profesorado.- hacia una nueva cultura profesional.* Barcelona: Editorial Graó, 1994.

Llinares, Salvador. Conocimiento Profesional del Professor de Matematicas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de Función. In: Ponte, João Pedro da (org.). *Desenvolvimento Profissional do professor de Matemática: que formação?* Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências e Educação, 1996.

________. Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para professores de primaria. In: Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. (eds.). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática.* Granada: Editorial Comares, 1996.

Marin, Alda Junqueira. Educação continuada: introdução a uma análise de termos e concepções. *Cadernos Cedes*, n.36. Campinas/SP: Papirus, 1995.

Nacarato, A. M., Varani, A. e Carvalho, V. O cotidiano do trabalho docente: palco, bastidores e trabalho invisivel... abrindo as cortinas. In: Geraldi,C. M.G., Fiorentini, D., Pereira, E. M. de A. (orgs). *Cartografias do Trabalho Docente: professor(a) pesquisador(a).* Campinas/SP: Mercado de Letras, 1998, p.73-104.

Ponte, J. P. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: *Educação Matemática. Temas de Investigação.* Portugal: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 185-239.

Ponte, J.P.; Oliveira, H.; Cunha, M.H., Segurado, M.I. *Histórias de investigações matemáticas.* Lisboa, Instituto de Inovação Educacional, 1998.

Schön, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: Nóvoa, António (org.). *Os professores e sua formação.* Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.

________. *La formación de profesionales reflexivos.* Barcelona: Ediciones Paidós, 1992.

Shulman, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching. In: *Educational Researcher*, fev. 1986, p.4-14.

Tardif, Maurice, Lessard, Claude e Lahaye, Louse. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. In: *Teoria e Educação*, 4, 1991, p.215-233.

Zeichner, Kenneth M. *A formação de professores: idéias e práticas.* Lisboa: EDUCA, 1993.

EXPERIÊNCIA E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FORMADORES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: O CASO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA UFPa

Tadeu Oliver Gonçalves [21]

INTRODUÇÃO

Considerando-se os três níveis de ensino (fundamental, médio e superior), a Universidade configura-se como o centro de onde se espera que seja dado o encaminhamento para a solução dos problemas relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem. De fato, algumas pesquisas têm contribuído para mudar expectativas e produzir novos discursos pedagógicos. No entanto, ao se verificar a ação docente, notadamente a do professor formador de professores de matemática, ainda há muito a ser feito para que sejam superadas as deficiências, embora tenhamos consciência de que a área é relativamente nova e, portanto, está ainda se constituindo como campo de pesquisa.

No que diz respeito à realização de pesquisas sobre a formação e o desenvolvimento profissional de professores formadores de professores, esta não tem recebido a devida atenção e, portanto, temos muito pouco conhecimento produzido. Além disso, percebemos que "*parece*

---

[21] Professor Adjunto IV do Departamento de Matemática da UFPa. Integrante do Grupo de Pesquisa do CEMPEM (Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Prática Pedagógica em Matemática - Formação de Professores da FE/UNICAMP). Doutor em Educação na área de Educação Matemática. Defendeu a Tese **FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE FORMADORES DE PROFESSORES: O CASO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA UFPa**

existir, por parte das Universidades, um certo receio de enfrentar a questão de modo efetivo" (Gonçalves&Gonçalves; 1998).

Em relação ao formador de professores de matemática, a pesquisa é praticamente inexistente, nem mesmo as poucas contribuições trazidas por alguns formadores pesquisadores em educação matemática têm sido incorporadas à prática de formação de professores. Dizemos isto por acreditarmos que, para mudar procedimentos pedagógicos e desempenhos profissionais, não basta conhecer ou entender procedimentos e/ou resultados das pesquisas, é preciso que aconteça a participação do docente no desvelamento das ocorrências concretas na sala de aula. Isto implica também, em alguns casos, a reavaliação de concepções, crenças, métodos e técnicas, procedimentos de avaliação e, principalmente, de uma permanente atitude reflexiva frente ao ato de ensinar e de aprender, já que, como afirma Freire, *"Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender"(1996:25)*.

A pesquisa que é realizada, em grande parte, no âmbito dos programas de pós-graduação em educação matemática - que ainda são poucos para atender a um grande número de interessados - constitui importante elemento para romper com este círculo vicioso.

A pesquisa que realizamos, que deu origem a Tese de Doutorado[22], teve como foco principal investigar como vinha ocorrendo a **Formação e o Desenvolvimento Profissional** de Professores Universitários do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPa.).

Partimos do pressuposto de que o **Formador de Professores** do curso de licenciatura em matemática é um profissional reflexivo que, ao refletir sobre seu trabalho, transforma a sala de aula em um laboratório, onde ele, como formador, e seus alunos como futuros professores, podem e devem desenvolver pesquisa e refletir sobre suas próprias práticas docentes. Como observa Fiorentini (1993) *"o professor é também um intelectual e como tal é capaz de elaborar projetos pedagógicos e produzir conhecimentos sobre sua própria ação pedagógica..."*

CAMINHO PERCORRIDO

Para a realização desta pesquisa, escolhemos como campo de estudo o caso da UFPa, abrangendo as quatros décadas de existência do curso, que teve seu inicio em 1955. Entrevistamos oito docentes - dois com graduação, um com especialização, um com mestrado, dois com doutorado e um com pós-doutorado - usando os seguintes critérios de seleção:

- Dois docentes que fizeram parte da criação do curso;
- Dois docentes que fizeram parte do Núcleo de Física e Matemática (década de 60);
- Dois docentes que criaram o CCEN (década de 70);
- Dois docentes contratados na década de oitenta.
- Todos deveriam estar, em 1996, ainda atuando na Licenciatura;
- Ter tido participação marcante nos processos de discussão e reformulação curricular do curso de licenciatura.

Para entrevistá-los, utilizamos a técnica de entrevista semi-estruturada, por entendê-la como a mais apropriada para o tipo de pesquisa que desenvolvemos. O conjunto de perguntas realizadas, as quais foram objetos de análises reflexivas, foram agrupadas em três blocos com o objetivo de facilitar a realização da entrevista, garantindo uma certa ordem lógica nas questões. Um roteiro semi-estruturado de perguntas, as quais foram distribuídas em três blocos:

- ♦ sobre a formação inicial e continuada de cada um;

[22] Tive como Orientador. Professor, Dr Dario Fiorentini da UNICAMP/Faculdade de Educação. Integrante do Grupo de Pesquisa do CEMPEM (Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Prática Pedagógica em Matemática - Formação de Professores da Faculdade de Educação da UNICAMP).

- a visão de cada um sobre a Licenciatura de Matemática da UFPa, sobretudo em relação ao coletivo dos professores, às mudanças curriculares ocorridas, ao que consideravam um bom professor e como deveria ser a Licenciatura de Matemática na Instituição;
- aspectos pessoais e profissionais dos formadores.

Por ser tratar de professores com história de vida e de formação de alguma forma diferenciada, as respostas, embora muitas vezes coincidentes, não foram objetos de análises comparativas.

Tomando por base as entrevistas e sobretudo alguns estudos e documentos oficiais, descrevemos:

- a Universidade Federal do Pará, focalizando sua história, seu contexto político educacional e seus alunos e professores;
- a história da licenciatura em Matemática da UFPa e o Projeto de Interiorização.

A partir das entrevistas, foi possível caracterizar e descrever também a trajetória dos docentes situados em cada uma das quatro décadas do curso. Deste estudo descritivo, foi possível levantar as seguintes categorias de análise: EXPERIÊNCIA; FORMAÇÃO ACADÊMICA E PROFISSIONAL.

PRESSUPOSTO PARA ANÁLISE DA CATEGORIA EXPERIÊNCIA

O sentido de experiência que assumimos nesta pesquisa, o qual consideramos significativo para o desenvolvimento profissional dos formadores, foi por nós construído com base em Larrosa (1996), Gauthier (1998), Barth (1993), Freire (1998), e Tardif/Lessard/Lahaye (1991), os quais não apresentam uma definição única de experiência. No entanto, os autores citados destacam a importância da experiência na FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS INDIVÍDUOS

Por exemplo, Larrosa (1996) defende a importância de se resgatar a "categoria experiência" para a formação docente. Chama, entretanto, nossa atenção para que não confundamos experiência com experimentação. Afirma que a primeira é *imprescritível, irrepetível* e *idiossincrática* e, a segunda, é, ao contrário, prescritível, repetível, podendo ser realizada por todo mundo.

Para Larrosa (1996), o *saber da experiência* é finito, particular, subjetivo, relativo e pessoal, não sendo possível separá-lo do docente que o "encarna". Ela ensina a "viver humanamente" e a conseguir a realização pessoal no âmbito "intelectual, moral, político, estético, etc". Para o autor, a *experiência* se torna válida, ou seja, tem sua validação na medida em que é refletida e "assimilada" pelo docente.

Freire (1996:25) atribuiu um sentido à *experiência* que contribui para elucidarmos ainda mais o nosso sentido de experiência *"quem forma, se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado(...) Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender."* Entendemos essa posição do autor, no sentido de que o formador aprende ensinando e, no ato de ensinar, está construindo uma *teoria prática*. Teoria essa que, de alguma forma, os formadores têm. Eles possuem uma teoria implícita de como devem ensinar e de como o aluno aprende.

A categoria EXPERIÊNCIA - do formador **como aluno do EFM**, do formador **enquanto docente do EFM**, e a experiência **em cursos/atividades de formação de professores** - foi apontada nos depoimentos dos formadores, como a principal responsável pelo seu desenvolvimento profissional.

Houve unanimidade entre os docentes pesquisados em relação à necessidade do formador ter experiência tanto no EFM quanto na formação inicial e continuada de professores.

A experiência no sistema escolar do EFM, por parte do formador, foi apontada como importante, pois permitiria conhecer, dentre outras coisas, o contexto onde o seu aluno, futuro docente, iria exercer a docência. Além disso, esta experiência permitiria ao formador de professores estabelecer relações entre os conteúdos ensinados na Universidade e aqueles com os quais os futuros docentes iriam posteriormente trabalhar.

PRESSUPOSTO PARA ANÁLISE DA CATEGORIA FORMAÇÃO ACADÊMICA E PROFISSIONAL

Para analisarmos esta categoria, tomamos como referência os principais eixos considerados fundamentais à formação do professor de matemática. Para sua concretização fizemos uma adaptação dos seguintes autores: Fiorentini (1993) e Fiorentini/Junior/Melo (1998). Os eixos definidos foram:

- Formação Matemática (acadêmica e escolar relativo à disciplina);
- Formação Geral (cultura geral, educação humanística, educação tecnológica) ;
- Formação Pedagógica (fundamentos históricos, sociológicos, psicológicos, ético-políticos, filosóficos, epistemológicos relativos às ciências da educação) ;
- Formação relativa à Prática Profissional (saberes da atividade profissional - saberes curriculares complexos relativos à experiência ou ao trabalho docente nos diferentes contextos. Um destes contextos, que foi objeto da pesquisa, e o de formação do professores formadores de professores).

Tal como os autores acima, assumimos como principal eixo da formação profissional o RELATIVO À PRÁTICA PROFISSIONAL, tendo em vista que este deve conter os saberes fundamentais da atividade docente, os quais envolvem simultaneamente aspectos teóricos e práticos e fundem os demais saberes . É em torno deste eixo que os demais deveriam orbitar

Na categoria **formação acadêmica e profissional**:

a) no eixo **Formação Matemática** os docentes apontaram que os saberes adquiridos na formação acadêmica - formação inicial, mestrado e/ou doutorado - os mesmos apontaram com destaque a formação matemática. Ao lhe perguntarmos "sobre que formação matemática teria sido esta? Seria aquela voltada para a prática profissional do professor formador de professores ou aquela dirigida para a carreira de pesquisador?

Parte dos docentes - dois doutores, um graduado e um especialista - destacaram a formação matemática sob a perspectiva escolar ou curricular da formação do professor e outros docentes - um com mestrado, um com doutorado e um graduado - sob a perspectiva acadêmica ou cientifica da formação do matemático.

Em relação ao mestrado e doutorado, para alguns dos docentes - mesmos os que tinham mestrado e doutorado - a obtenção de uma maior titulação não significou uma melhoria na formação dos conhecimentos necessários e fundamentais a prática docente dos formadores. de novos docentes para EFM. Este fato aconteceu especialmente no final da década de 70, com a chegada dos primeiros pós graduados, foi visível, segundo alguns entrevistados a mudança dos formadores em relação a formação dos futuros docentes para o EFM. Com a chegada dos docentes pós-graduados, mudava-se a grade curricular ou melhor dizendo criavam-se disciplina que estavam relacionados à área desenvolvida pelos docentes na pós-graduação ou faziam parte do currículo das instituições frequentadas pelo formador

b) no eixo **formação geral**, ficou evidente, nas falas dos formadores, que esta formação não foi marcante em seus processos formativos, evidência disso foram as poucas referencias feitas sobre este tipo de formação. Embora, os docentes não tenham tido este tipo de formação, alguns, assumam como importante uma formação ética, política e cultural ampla. Os que tem esta formação afirmam que esta formação não foi intencionalmente trabalhada na sua formação acadêmica.

c) no eixo **formação pedagógica**, apenas três docentes fizeram alguma referencia direta a uma pequena parte - didática geral e psicologia educacional - desta categoria de conhecimento. Mesmo assim não conseguiram fazer qualquer indicação em que sentido as disciplinas lhe ajudaram como docente. Embora todos os docentes consideram este eixo como importante para todos os que se propõem a serem docentes em quaisquer que sejam os níveis de ensino onde o docente atuem. Alguns, de forma intuitiva percebem, que o principal conhecimento profissional do professor de matemática ˙w aquele que articula o pedagógico com o conhecimento da matemática a ensinar. Mas este conhecimento é pouco explorado no curso de licenciatura;

d) no eixo **formação relativa à prática profissional,** este eixo reúne aqueles saberes fundamentais para a realização da atividade docente. Se a formação dos entrevistados no que diz respeito aos dois últimos eixos foi praticamente inexistente durante a formação dos docentes entrevistados, podemos inferir das fala dos nossos depoentes em relação à formação para o trabalho docente em sala de aula, seja enquanto professor do EFM, seja enquanto professor formador no ensino superior, esta formação foi ainda mais deficitária e inexistente. Os docentes entrevistados, baseados na própria experiência profissional, desenvolvida ao longo dos anos, ao sabor de erros e acertos, defendem, em grande parte de modo intuitivo, a necessidade deste eixo de formação e dos saberes a eles associados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizarmos esta pesquisa, pretendemos não apenas destacar alguns indícios obtidos acerca da formação do professor formador de professores, mas sobretudo, delinear algumas perspectivas de continuidade e de trabalho futuro na UFPa.

Alguns desses resultados ou indícios acerca da formação de professores já está sendo objeto de reflexão - estamos propondo a CAPES um Programa de Pós-graduação - Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática - por parte de alguns docentes dos Departamentos, de Matemática, Física, Química, Biologia, Genética, Fisiologia, Psicologia, Geologia e de Educação.

Se o professor tem uma grande experiência docente vivida de forma reflexiva em vários níveis de ensino, em vários contextos, em várias realidades de escolas públicas e privadas, certamente terá possibilidade de contemplar essas experiências escolares quando em processo de formar um outro professor, pois o formador, provavelmente, passa a ter consciência de que não é **apenas** o conteúdo pronto e acabado que interessa para quem está sendo formado. E isto, de alguma forma, eu percebi nas falas dos docentes analisadas.

Os saberes da ação docente dos depoentes não foram produzidos/elaborados mediante uma prática reflexiva sistemática ou em um processo compartilhado de investigação. Seus saberes profissionais por isso, apresentam-se, de um lado, importantes e fundamentais à prática de cada um, de outro, ainda são notadamente intuitivos, mesclando-se com saberes da tradição pedagógica, tradição essa adquirida mediante a formação ambiental/incidental como estudantes e professores.

Percebemos, no entanto, na fala do formadores investigados, que lhes faltam outros elementos mediadores que poderiam potencializar suas experiências, tais como leituras relacionadas à formação de professores, trabalho coletivo, realização de pesquisa sobre a própria prática docente. E para que isto seja possível de ser alcançado estamos propondo um programa de pós-graduação onde obrigatoriamente estas questões fazem parte do programa já elaborado por uma equipe de formadores pertencentes às várias áreas do conhecimento e ao Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico - NPADC - da UFPa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÂNGULO, L M V El professor como profesional: formación y desarrollo personal. Granada, Espanha. Editora da Universidade de Granada, 1990.

BARTH, B.-M. O. Saber em construção: para uma pedagogia da compreensão. Trad. Silvie Cnape. Lisboa: Instituto Piaget ,1993.

D'AMBRÓSIO, U. Pesquisa como elo entre teoria e prática. In: III Simpósio de Iniciação Científica em Educação Matemática. Rio Claro: UNESP, 1989.

FIORENTINI, D. A questão dos conteúdos e metódos no ensino de matemática. In: Anais do II Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Porto Alegre: PUC, out./93, p.38-46.

__________. Os professores como pesquisadores e produtores de saberes. Concórdia/Santa Catarina: Jornada de Educação .1999.

FIORENTINI, D., **SOUZA JÚNIOR**, A.J., **MELO**, G. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos & práticos, In: GERALDI, FIORENTINI e Pereira (orgs). Catografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador (a)- Campinas/SP: Mercado de Letras : Associação de Leitura do Brasil-, 1998

GAUTHIER, C. et al. Por uma teoria da pedagogia: pesquisa contemporânea sobre o saber docente. Trad. Francisco Pereira. - Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 1998.

GONÇALVES, T. O. e **GONÇALVES**, T. V. O. Reflexões Sobre Uma Prática Docente Situada: Buscando Novas Perspectivas Para a Formação de Professores. In: **GERALDI**, **FIORENTINI** e PEREIRA (Orgs) Cartografias do Trabalho Docente.: professor(a)-pesquisador(a). Campinas SP: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil, 1998.

GONÇALVES, T. O. e **GONÇALVES**, T. V. O. A reconceptualização da formação do professor - a partir da reflexão sobre uma prática situada. IX ENDIPE, 1998.

GONÇALVES, T. O. Ensino para a independência intelectual do aluno. São Paulo.: UNICAMP/IMECC, 1981. 96p. (Dissertação, Mestrado Em Ensino de Ciências e Matemática).

__________. Experiência e desenvolvimento profissional de formadores de professores de matemática. II Encontro Brasileiro de Pós-Graduandos em Educação Matemática. Rio de Janeiro, 1999.

IMBERNÓN, F. La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional. Barcelona: Ed. Graó, 1994.

LARROSA, J. La experiência de la lectura: Estudios sobre Literatura y Formación._Barcelona: Laertes S.A, 1998.

SCHÖN, D. A. La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones. Barcelona: Paidós, 1992.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching. IN: Educational Researcher, 4-14, feb1986.

STENHOUSE, L. La investigación como base de la enseñanza. Seleções de textos de J. Rudduck e D. Hopkins. 2° ed. Madrid: Morato (1993) [1987]

TARDIF, M. et al. Os professores face ao saber. Esboço de uma problemática do saber docente. Teoria e educação, n° 4. P. 215-233. Porto legre globo, 1991

THIOLLENT, M. J. Crítica metodológica, investigação social e enquete operária. São Paulo: Ed. Polis, 1980.

UNICAMP. Comissão Interna de Licenciatura. Plano Integrado para cursos de formação de professores de biologia, ciências, física, matemática e química no período noturno. Documento preliminar. Junho de 1996. UNICAMP/ CAMPINAS/SP.

ZEICHNER, K. M. A formação reflexiva de professores: Idéias e Práticas. Lisboa: Educa Professor, 1993.

CONCEPÇÕES DO ENSINO DA GEOMETRIA: UM ESTUDO A PARTIR DA PRÁTICA DOCENTE

Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Tese de doutorado, PUC/RJ, 1999

Este estudo tem como objetivo conhecer e analisar as concepções que os professores de Matemática têm sobre o ensino-aprendizagem de Geometria e as relações com suas práticas. A importância desta investigação é o fato de oferecer um retrato bem completo da realidade escolar, colocando-nos à frente das dificuldades, constrangimentos e interferências do processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Na tentativa de conseguir elementos para maior compreensão do que embasa a prática de sala de aula dos professores, este estudo, dentro da perspectiva de estudos de casos qualitativos, mostra como os interpretei e o que aprendi na sala de três professoras de Matemática de 7ª e 8ª série do Ensino Fundamental da Rede Pública de Ensino.

O que caracteriza este estudo é o fato de partir da prática de sala de aula das três professoras pesquisadas para daí emergirem as visões ideológicas dessas professoras e, consequentemente, as concepções que embasaram suas ações. Um longo caminho foi percorrido, e pude, traçando um perfil da sala de aula de cada professora, analisando suas experiências como alunas e professoras e suas crenças sobre a Matemática e seu ensino-aprendizagem, vislumbrar a questão proposta na pesquisa, ou seja, ***Qual a concepção de Geometria e do ensino e aprendizagem de Geometria das professoras pesquisadas e a relação com suas práticas?***

O estudo aponta para o fato de as professoras não refletirem sobre suas práticas, não irem de encontro à estrutura imposta pelo sistema e, também, de sofrerem uma forte influência de suas experiências como alunas e professoras em suas ações de sala de aula. A crença que possuem sobre a Matemática, na maioria das vezes, não é elaborada a partir de um filosofia bem articulada. Ela é constituída a partir de suas experiências como alunas, como professoras, de seus conhecimentos da Matemática e de outras disciplinas e de suas crenças acerca do que é Matemática e de que tipo de Matemática precisamos para atuar na sociedade.

Utilizando a Filosofia da Educação Matemática de Paul Ernest como referencial teórico, entendo que as professoras participantes da presente pesquisa mostram ter uma filosofia **Absolutista** da Matemática, considerando-a como um campo de verdades absolutas, dentro de uma estrutura complexa, onde o rigor e a ordem são a ênfase principal. Mesmo ao apresentarem mudanças em suas práticas, introduzindo algumas vezes materiais inovadores e atividades criativas, o enfoque se dá sempre no sentido de apresentar as informações e os fatos de forma linear e correta, sem que sejam permitidos caminhos que dêem margem a erros. Os conteúdos matemáticos são introduzidos pela Matemática em si, numa postura internalista com relação às justificativas para o ensino da Matemática.

Mesmo ao afirmarem que o importante é apresentar as aplicações práticas da Matemática, as três professoras não parecem ver a possibilidade do conhecimento matemático partir das experiências de vida como parte de um processo social. Não apresentam, portanto, a aceitação da visão **Falibilista** da Matemática como um campo em constante mudança. A postura em relação à Matemática é dogmática, acarretando, muitas vezes, práticas autoritárias. Críticas e discussões não são aceitas em relação ao conhecimento matemático, e o modo como este conhecimento é transmitido apresenta-se como algo pronto que não admite diferentes pontos de vista.

Ao final desta pesquisa posso afirmar que o que embasa a ação docente é complexo. Espero que esta pesquisa traga contribuições para um melhor entendimento sobre o que embasa a prática dos professores e, sobretudo, que instigue os pesquisadores da área de

Educação Matemática e os matemáticos a refletirem e repensarem a formação dos futuros professores dentro de uma nova concepção de Matemática e de seu ensino-aprendizagem.

Ao lutarmos por mudanças radicais para o ensino-aprendizagem da Matemática não podemos esquecer que o professor traz para a sala de aula, além de sua filosofia sobre a Matemática e seu ensino, suas concepções acerca do ensino-aprendizagem da Matemática, epistemologia da Matemática, ideologias pessoais e sua visão de mundo. Outra constatação, a partir desse estudo, que merece destaque, é o fato de os saberes de experiência que englobam as concepções dos professores serem fortemente responsáveis pelo fazer em sala de aula.

O professor, como agente de mudanças, deve refazer a todo momento suas concepções sobre a Matemática e seu ensino-aprendizagem. Para tal, tem que estar aberto a refletir constantemente sobre seus saberes, e a ligação com seus valores e ideologias.

Para que tenhamos um professor capaz de agir dessa forma, faz-se necessário uma nova formação. Uma reformulação de caráter filosófico, ideológico dos cursos de Licenciatura. Assim, proponho que nos cursos de Licenciatura os futuros professores tenham formas de discutir os mais diversos temas, englobando além das disciplinas básicas, História e Filosofia da Matemática e da Educação Matemática. Fazem-se necessários grupos de estudos e seminários que propiciem trocas de experiência sobre currículo e prática docente, com o objetivo de incentivar a discussão e reflexão sobre a prática da sala de aula. É o momento em que os alunos têm a oportunidade de refazer suas concepções ao refletirem sobre elas.

A IMPORTÂNCIA DA COMPREENSÃO CONCEITUAL DO PROFESSOR PARA O ATO DE ENSINAR MATEMÁTICA

Maria Tereza Carneiro Soares
Universidade Federal do Paraná

Com o propósito de explicitar as relações existentes entre a compreensão que o professor tem dos conteúdos que ensina, suas práticas discursivas e sua possibilidade de criar situações de ensino/aprendizagem a serem desenvolvidas com os alunos, na etapa da pesquisa que ora apresentamos, mantemos como aporte teórico os resultados das investigações a respeito dos diferentes lugares de elaboração de saberes matemáticos e os tipos de situações nas quais esses saberes são elaborados, identificando a situação de planejamento e prática pedagógica como campo específico de atuação do professor no quadro das Interações Didáticas. Tendo-se como hipótese de trabalho que, ao tomar conhecimento dos seus próprios percursos na compreensão conceitual do conteúdo matemático, o professor reconhecerá a necessidade de valorizar as trajetórias das conceituações dos alunos, buscamos também as contribuições específicas da teoria das representações, principalmente os conceitos de esquema e de campo conceitual. Priorizando-se como foco de análise as práticas discursivas no ensino básico da matemática, relacionadas à compreensão conceitual do professor, nessa parte final da investigação, iniciada em 1996, dois dos três níveis de aproximação do campo empírico foram mantidos, a saber: as visitas às salas de aula e as reuniões sistemáticas do grupo de 10 professoras de 4ª série da Rede Municipal de Ensino de Pinhais. Em relação ao terceiro nível, as reuniões bimestrais com o grupo de todas as professoras do município(50), no ano de 1.999, foram substituídas por encontros mensais em forma de oficinas nas quais as dez professoras responsabilizaram-se pela criação de ambientes para o desenvolvimento de situações de ensino/aprendizagem de Matemática, transformando suas escolas em polos de reflexão das práticas pedagógicas por elas desenvolvidas, ao submeterem seu trabalho à análise das professoras das escolas vizinhas convidadas a participar, o que gerou o envolvimento de todas as professoras da 4ª série do município. A análise dos resultados, após o quarto ano de acompanhamento e parceria no planejamento e discussão de situações de ensino/aprendizagem efetivamente desenvolvidas com os alunos e agora sintetizadas pelos sujeitos da pesquisa em situações didáticas recriadas, trabalhadas com os alunos e apresentadas em forma de oficinas, confirmam a hipótese do presente trabalho de que há necessidade de uma compreensão conceitual do conteúdo a ser ensinado, construída lenta e perseverantemente, para que o professor possa não só alterar sua prática pedagógica mas tornar-se realmente autor de suas práticas discursivas. Dessa forma, a atuação das professoras nas diferentes etapas das oficinas, registradas em notas de campo, ampliadas em relatórios nas vinte e quatro horas subsequentes e transformadas em relatórios analíticos, conforme sugerem alguns instrumentais de cunho etnográfico, tornaram visíveis a alteração das respectivas práticas pedagógicas e a progressiva compreensão e participação na criação de situações de ensino/aprendizagem, sendo possível identificar práticas discursivas próprias. O trabalho realizado pode ser caracterizado como uma pesquisa em colaboração, no qual cada uma das etapas foi discutida e negociada com o grupo de professoras, tomando-se como pressuposto essencial, a necessidade de constituir um diálogo autêntico entre a pesquisadora e as professoras participantes.

Nessa perspectiva, professores deixam de ser apenas "informantes", pois mais do que se constituírem em sujeitos que podem fornecer dados para análises do pesquisador, eles se constituem em sujeitos que possuem conhecimento e experiência sobre o ensino, sobre a sala de aula, sobre as atividades que realizam com seus alunos.

Esses conhecimentos dos professores permitiram ao grupo participante desta pesquisa interferir nos processos em desenvolvimento; possibilitaram também a reflexão continuada sobre seu próprio trabalho e, ainda, foram as bases a partir das quais as professoras colaboradoras construíram atividades de ensino para outras professoras, em situação de oficinas e cursos.

Compartilha-se com a idéia de que é preciso "dar voz aos professores"(Goodson,1991) como uma prioridade na pesquisa sobre o próprio processo de ensino. Para cada professora deste grupo, essa perspectiva tem-se constituído em possibilidade de tornar públicos e acessíveis a outros professores alguns aspectos de sua prática, antes "*privada e inacessível aos outros*" (Schön, 1984).

Para a coleta do material empírico, foram privilegiadas observações participantes sistemáticas, durante quatro anos, em situações de:

- *encontros da pesquisadora com o grupo das 10 professoras participantes, para discussão de atividades didáticas realizadas ou a serem realizadas pelos alunos em aulas de matemática dessas professoras participantes;*
- *visitas às salas de aula, para trabalho conjunto com cada uma das professoras;*
- *oficinas nas quais as participantes da pesquisa atuaram como coordenadoras de atividade de formação continuada para outras professoras da mesma rede de ensino, apresentando e discutindo atividades por elas organizadas e já desenvolvidas com seus alunos.*

Procedimentos de análise

As observações resultaram em um conjunto de registros que, analisados, produziram os dados que serão discutidos, parcialmente, a seguir.

Análise quantitativa

Os registros dos encontros realizados durante o segundo semestre de 96, etapa inicial da pesquisa, permitem constatar uma participação incipiente das professoras ao longo desse período.

Há registros de falas de professoras *em número significativamente menor* do que os registros de falas da pesquisadora:

- aproximadamente 30% dos registros correspondem a manifestações feitas pelas professoras.

Quanto à natureza dessas intervenções, pode-se afirmar que:

- Quase em sua totalidade correspondem a respostas dadas a indagações da pesquisadora sobre procedimentos de ensino.

Quanto à opinião sobre alguma questão apresentada ou ainda a solicitação de exemplos para situações em discussão são eventuais, ainda que significativos, os comentários que trazem ao contexto da discussão elementos próprios da experiência da professora.

Algumas professoras expressam, em suas falas, as tentativas de propor atividades mais contextualizadas ou referenciadas, relatando resultados nem sempre positivos:

Em outros registros, fica expressa a dificuldade conceitual identificada pela própria professora para trabalhar com determinados conteúdos matemáticos, quando procura outras formas metodológicas de tratá-lo. A análise das ações dessa etapa da investigação revela que:

- esse período do trabalho se caracterizou por uma intensa preocupação da pesquisadora em discutir a importância de se estabelecer referenciais para a discussão dos conteúdos específicos da matemática, buscando tais referenciais na realidade do aluno, em situações sociais de uso dos conhecimentos matemáticos.
- as discussões também privilegiaram a busca de diferentes formas de se resolver uma mesma situação, enfatizando-se tentativas de expressar e entender os caminhos que os alunos fazem ao resolver os exercícios e problemas que as professoras apresentam em sala de aula.

Os registros de observações feitas durante a realização das oficinas para professoras de outras escolas, em 1999, permitem identificar a presença de alguns elementos significativos nas falas das professoras, incorporados pelas discussões, tais como:

- a idéia de que ocorre maior e melhor aprendizagem quando o conteúdo é apresentado de diferentes formas, com diferentes representações
- que os alunos contribuem com descobertas que eles mesmos fazem, sobre aspectos que nem sempre foram observados pelas professoras
- a necessidade de criar referências (cotidiano, realidade...)
- a necessidade de explorar os erros dos alunos como forma de ensinar

Nos registros dos encontros realizados durante o primeiro semestre de 1999,observa-se nitidamente um equilíbrio acentuado entre o número de falas da pesquisadora e das professoras.

Aproximadamente 45% dos registros correspondem a intervenções feitas pelas professoras que, de certa forma, assumem espaço significativo no processo de comunicação.

Do ponto de vista da natureza dessas intervenções, diferentemente da primeira etapa do trabalho (96), as professoras relatam suas experiências com seus alunos mas, fundamentalmente, comentam e discutem suas atividades nas oficinas, as sugestões que deram a outras professoras que revelaram dificuldades com seus alunos.

Há, nas falas das professoras, indicadores que permitem concluir sobre a ocorrência de algumas mudanças quanto às possibilidades que elas mesmas encontram de pensar e organizar situações didáticas para o desenvolvimento de alguns conceitos, *assumindo-se como sujeitos de suas práticas apesar da permanência de inúmeras dificuldades conceituais reveladas ainda nas explicações, nos comentários, nos textos e atividades produzidos para as oficinas.*

À medida que o trabalho foi sendo desenvolvido, *as professoras se tornaram gradativamente mais envolvidas na construção de situações didáticas apoiadas em referências mais próximas à vida dos alunos* (cartões telefônicos, dados da imprensa sobre doenças como o cólera, calendário, dinheiro, entre outras).

O discurso da pesquisadora parece ter sido incorporado por elas como prática discursiva na forma de organizar as atividades de ensino.

Tornaram-se também mais atentas às dificuldades que os alunos expressam, seja pela fala ou pelos erros cometidos na realização de uma atividade.

Associando, em seus discursos, as dificuldades dos alunos com a necessidade de diversificar as atividades de ensino, por diferentes caminhos e incentivando diferentes registros de representações semióticas.

Aponta-se então, como principal resultado no relatório final da pesquisa, o nível de autonomia alcançado por essas profissionais, identificado na transformação de suas escolas em ambientes de aprendizado mútuo e contínuo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01 Artigue, M., Gras, R., Laborde, C. S Tavignot, P. (1994). *Vingt ans de didactiques des mathématiques en France.* Grenoble, La Pensée Sauvage.

02 Brousseau, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, pp. 33-115.

03 Brun, J. (1996, setembro). *Algorithmes et schèmes dans les calculs écrits*. Palestra proferida no Simpósio Conceitos pragmáticos e científicos no funcionamento e desenvolvimento de esquemas. Em 2o Congresso de pesquisa sócio-cultural. Genève.

04 Goméz-Granell, C. (1996). A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. Em Teberosky, A. & Tolchinsky, L. (Orgs). *Além da Alfabetização*: A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. de Stela Oliveira. São Paulo : Editora Ática.

05 Moro, M.L.F. (1996). Quando as crianças constróem juntas a adição / subtração e a construção do professor? Em Novaes, M.H. & Brito, M.R. F. de.(Orgs). *Psicologia na Educação*: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica. Vol. I, n.5, ANPEPP, pp. 113-134.

06 Perret-Clermont, A.N. *et. al.* (1982). Decontextualisation, recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques a de jeunes elèves. *Interactions Didactiques*, n.1, juillet.

07 Shulman, L.S. (1986). Knowledge growth in teaching. *Education Research*, vol. 15, no 2, pp. 4-14.

08 ______ (1989). Paradigms and Research. Programs in Study of Teaching: A Contemporary Perspective. WITTROCK, M. (ed). *Third Handbook of Research on Teaching*. New York : Macmillan, pp. 3-36.

09 Soares, M.T.C. (1997). Educação Matemática Na Escola Elementar: A Importância Da Compreensão Conceitual Do Professor Para O Ato De Ensinar. Em: Sociedade Brasileira de Psicologia (Org.) *Anais do XXVI Congresso Interamericano de Psicologia*, São Paulo: PUC, pp. 52.

10 Thompson, A.G. & Thompson, P.W. (1996). Talking about rates conceptually, part II: Mathematical Knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Educations*, Vol.27. n.1., NCTM, pp. 2-24.

11 Vergnaud, G. (1989-1990).Psichologie du développement et didactique de mathématiques. Un exemple: les structures additives. *Petit x*, 22, 51-69.

12 _____ (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10 (23), 133-170.

A RELAÇÃO ÁLGEBRA/GEOMETRIA NO ESTUDO DA EQUAÇÃO DO 2° GRAU

Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira
Departamento de Matemática - PUC/RJ

Apresento a seguir uma pesquisa realizada com professores que pretendeu investigar se estes professores adotavam metodologias integradoras da álgebra com a geometria ao ensinarem aos seus alunos a equação do 2° grau e suas aplicações. Esta pesquisa foi parte integrante de uma pesquisa mais ampla, conteúdo de minha dissertação de mestrado, orientada pelo Prof. João Bosco Pitombeira na PUC/RJ. Esta dissertação, intitulada "*A relação álgebra/geometria no estudo da equação do 2° grau*", investigou este tema com o objetivo de demonstrar a importância de uma metodologia que promova a integração dessas duas áreas da matemática. A eficácia de sua prescrição reside no fato de a própria metodologia ter sido submetida a uma avaliação que permitisse compará-la com a forma fragmentada, pela qual o conteúdo – *a equação do 2° grau* – vem sendo trabalhado. Para se chegar a essa conclusão, fez-se necessária a realização de uma pesquisa, que veio revelar diferenças decisivas, quanto à aplicabilidade, entre duas concepções de abordagem do conteúdo em pauta: por um lado, através de entrevistas com professores e da análise de livros didáticos, constatou-se a predominância da tradicional prática que dissocia a álgebra da geometria; por outro, foi experimentada a metodologia integradora de tais áreas, segundo condições de possibilidade que promovessem a emergência de dados comparáveis com aqueles já consensualmente aceitos como adequados. Os resultados obtidos demonstraram ser esta última concepção aquela que acarretou melhor entendimento e bom desempenho por parte dos alunos, confirmando, assim, a hipótese, inicialmente levantada, segundo a qual era necessário trabalhar, de modo integrado, as duas áreas da matemática. Nesse sentido, configurou-se, nesta dissertação um postulado, cuja fundamentação encontra-se em alguns aspectos básicos: a) reflexões feitas ao longo da prática docente; b) investigações na ordem do pensamento da educação matemática; c) interpretação acerca dos modos como determinadas culturas – Egito, Grécia, Babilônia, Arábia – marcaram-se historicamente, no paradigma da matemática, ao construírem saberes diferenciados acerca da abordagem da equação do 2° grau. Encontram-se, portanto, na articulação desses três campos, os pressupostos teóricos norteadores da proposta deste trabalho.

RETROSPECTIVA DE UMA TRAJETÓRIA EM PESQUISA SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Ettiène Guérios De Domenico
Universidade Federal do Paraná
Doutorado UNICAMP

Inicia-se com a pesquisa denominada provisoriamente "Desenvolvimento profissional de professores de matemática: O caso do Laboratório de Ensino e Aprendizagem De Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da Universidade Federal do Paraná", a qual se constitui em tese para doutoramento na Universidade Estadual de Campinas, tendo como orientador o Prof. Dr. Dario Fiorentini, com previsão de conclusão no ano de 2001. Este estudo está investigando a trajetória de ações e experiências desenvolvidas no interior de um espaço de trabalho colaborativo tendo como objetivo geral cooperar com reflexos desta trajetória no processo de formação e desenvolvimento profissional de professores. A seguir explana-se sobre outros trabalhos investigativos, a saber : "Confronto entre a "lógica do professor" e a "lógica do aluno", em classes de 1ª e 2ª séries do 1º grau" (CNPq, 1984), "Recuperação da legitimidade conceptual do processo de alfabetização" (CNPq, 1986) "Metodologia do ensino para a iniciação matemática fundamentada na pedagogia montessoriana" (dissertação de Mestrado, UFPR, 1988), "Conceituação matemática: um problema pedagógico" (Scientia et Labor, UFPR 1990) "Estudo de comportamento de alunos de 5ª série do 1º grau diante da aplicação de possibilidade metodológica inovadora" (UFPR, 1998).

A REPRESENTAÇÃO SOCIAL EM ALUNOS CONCLUINTES DE CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR DA REGIÃO METROPOLITANA DO RECIFE SOBRE AS CARACTERÍSTICAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Josinalva Estacio Menezes
Universidade Federal Rural de Pernambuco

INTRODUÇÃO: Um dos aspectos de maior interesse dos estudiosos da Educação Matemática se refere à busca de novas metodologias que norteiam os aspectos referentes à postura do professor em sala de aula. Assim, no presente trabalho, objetivou-se investigar quais as principais características necessárias a um bom professor de matemática em sala de aula, na visão de alunos concluintes de curso de Licenciatura em Matemática de instituições de ensino superior da região metropolitana do Recife. Neste contexto, enquanto forma de expressão de sujeitos do seu cotidiano material em relação às suas subjetividades existenciais, e sua própria experiência de vida, as representações sociais se constituem em poderosa ferramenta para o auxílio da leitura da realidade. Acredita-se que, enquanto construto, segundo a proposta de Moscovici, as representações sociais se constituem no caminho que permitirá uma investigação mais fiel do sentido indicado desta relação completa, pela riqueza de possibilidades; aquele que oferece uma busca no espaço amplo que associa um objeto a outros, a partir da experiência concreta que o indivíduo tem do mesmo. **METODOLOGIA**: Para realizar a pesquisa, foram selecionados aleatoriamente três alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática em cada uma das três instituições de ensino superior na região metropolitana do Recife nas quais o referido curso é oferecido, num total de nove alunos. Optamos por aplicar a entrevista semi-estruturada, transcrever os depoimentos e depois analisá-los segundo o método quantitativo, via análise do discurso, com base nas orientações metodológicas de Spink. **RESULTADOS**: Através da análise, ficaram evidenciadas as relações intrínsecas desta união da prática com as experiências vividas pelos próprios alunos concluintes, enquanto estudantes que tinham aulas com professores de matemática. Assim, as características mais evidenciadas remeteram a um relacionamento harmonioso entre professor e aluno, um domínio do conteúdo por parte do primeiro, atenção a cada aluno em sua individualidade, e aspectos inerentes à transmissão do conteúdo. **CONCLUSÕES**: No estudo ficou apontada uma visão da matemática como uma disciplina onde parece haver uma necessidade do professor buscar mais as relações interpessoais em combinação com uma boa técnica e uma boa base de conhecimento sobre o assunto.

BIBLIOGRAFIA

ALVES-MAZOTTI, A J. & GEWANDSZNAJDER, C. O método nas Ciências Naturais e Sociais. São Paulo: Pioneira, 1998.

bardan, lawrence. Analise de Conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977. Seerie Persona. Tradução de Luis Antero Neto e Augusto Pinheiro.

JODELET, D. Conceitos em representações sociais. Mimeo, s. d.

___________. Representation sociale: phenómènes, concept et théorie. In: MOSCOVICI, S. (ED.) Psychologie Sociale. Paris: Presses Universitaires de France, 1984, 357-378.

____________. Representation sociale: um domaine en expansion. In: JODELET, D. (ED) Les Representations sociales. Paris: Presses Universitaires de France, 1989, 31-61.

MOREIRA, A. S. P. & OLIVEIRA, D. C. de. (orgs.) Estudos interdisciplinares de Representação Social. Goiânia: AB, 1998.

NASCIMENTO, Mª do Socorro do. Espaço Didático: Crenças Sociais? Dissertação de Mestrado. Recife: UFPE, 1998.

SÁ, Celso Pereira de. Núcleo Central das Representações Sociais. Petrópolis: Vozes, 1996.

PROFESSOR DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIA DAS PESQUISAS E PROPOSTAS DO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DE SEUS FORMADORES

Luly Rodrigues
FAE/UFMG

Este trabalho analisa as representações sociais de professor de Matemática de docentes de um Curso de Licenciatura em Matemática e descreve a estrutura hierárquica em que seus elementos se encontram internamente organizados. Faz também um confronto dessas representações sociais com as características de professor de matemática predominantemente propostas pelos principais autores/pesquisadores da Educação Matemática brasileira, no atual momento. Nesse cotejamento, são indicadas as distâncias e aproximações entre essas proposições dos autores/pesquisadores e as representações sociais dos professores formadores investigados.

Para situar o contexto histórico, no qual as representações sociais de professor de matemática vêm sendo construídas, são expostos os principais fatos que influenciaram a Educação Matemática desde seus primórdios, quando os primeiros conhecimentos matemáticos começaram a ser organizados com a finalidade de que um número maior de pessoas os aprendessem. Em seguida, são descritos os principais atributos que importantes autores/pesquisadores brasileiros propõem para o Educador Matemático, através das revistas de Educação Matemática de maior circulação e de outras publicações nacionais recentes.

Os procedimentos metodológicos do levantamento empírico demarcam-se no campo da pesquisa qualitativa, tendo como base a realização, em 1999, de entrevistas semi-estruturadas com os professores formadores do Curso de Licenciatura escolhido para estudo. O resultado da apuração dos dados mostra que existe, entre os formadores investigados, uma representação social de professor de matemática emergente e outra hegemônica. Ao cotejar essas representações encontradas com as proposições dos autores/pesquisadores, constata-se que os atributos de professor de matemática, em cada grupo, são valorizados com intensidade invertida.

A partir dessas constatações, são apontados problemas, questões e possibilidades relativas à formação de formadores de professores de matemática e à divulgação das pesquisas e propostas do campo da Educação Matemática, para os docentes dos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

A REFLEXÃO DE ESTUDANTES A PROFESSORES DA UNIMEP SOBRE SUA FORMAÇÃO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA E CIÊNCIAS: SUBSÍDIOS PARA UM NOVO PROJETO PEDAGÓGICO

Maria Paulina D'Abronzo Camargo
UNIMEP

Iniciamos este estudo através das reflexões que licenciandos/licenciados do Curso Ciências - Habilitação em Matemática (CMat) faziam sobre sua formação profissional para obter subsídios para um novo Projeto Pedagógico de Licenciatura em Ciências e Matemática na UNIMEP.

Realizamos um estudo histórico do Curso CMat da UNIMEP, onde apontamos os cinco principais itens a respeito da mesma.

Através das vozes/reflexões e percepções de seis licenciandos e dois licenciados do Curso CMat, obtivemos uma idéia bastante real de como formamos os nossos professores na área, levantamos seis itens das memórias reflexivas de cada um e os dados coletados junto a uma entrevista coletiva com os mesmos.

Os resultados desta pesquisa indicaram que o referido curso precisa profundamente ser repensado.

Extraímos algumas conclusões ou orientações gerais sobre um novo Projeto de Licenciatura em Matemática na UNIMEP.

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: A TRAJETÓRIA DE UM CONTEÚDO AINDA NÃO INCORPORADO ÀS PRÁTICAS ESCOLARES NEM À FORMAÇÃO DE PROFESSORES

SetsukoTakara Mabuchi
Dissertação de Mestrado, PUC/SP

Este trabalho analisa estudos e pesquisas sobre o ensino e aprendizagem das transformações geométricas no Ensino Fundamental e tem como finalidade contribuir para a reflexão de como este tema deve ser incorporado aos cursos de formação de professores de Matemática. Para isso elege, como questão central, a identificação de que conhecimentos sobre o assunto, em diferentes âmbitos, devem fazer parte da formação desses professores. Um desses âmbitos é o próprio conhecimento matemático, fundamental para apoiar qualquer prática docente. O estudo mostra, porém, a importância de conhecimentos construídos na própria experiência de sala de aula. Apóia-se no estudo de caso de um grupo de professores de Matemática da rede pública, com Licenciatura em Ciências e que complementavam sua formação em um curso na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

A CONSTRUÇÃO DE UMA NOVA PRÁTICA PEDAGÓGICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL (2ª FASE): UMA EXPERIÊNCIA COMPARTILHADA

Zaíra da Cunha Melo Varizo
Universidade Federal de Goiás

Esta comunicação visa apresentar uma experiência na transformação da prática pedagógica do professor de Matemática do Ensino Fundamental(2ª fase), da rede Municipal de Ensino de Goiânia. Refere-se as atividades desenvolvidas no período de 1994 a 1997.

Trata-se de um trabalho compartilhado entre professor de Matemática, em exercício, da rede municipal de ensino de Goiânia, professor de Didática e Prática de Ensino de Matemática do IME/UFG e alunos do curso de Licenciatura em Matemática. No qual cada um contribui com seus saberes e seu fazer, numa troca em que todos têm pesos iguais. A universidade neste contexto deixa sua posição autoritária de dizer o que fazer e como fazer, colocando-se ao lado do professor. Reconhecemos que mudanças no comportamento é um empreendimento difícil e complexo. Partimos do princípio de que para o professor superar a rotina do seu fazer pedagógico dando lugar à uma nova prática, é preciso que essas mudanças surjam do interior do seu próprio ser nos limites do que é vivido por ele.

É um trabalho que respeita a experiência e saber do professor de Matemática, através de um processo de reflexão/reconstrução da própria experiência do professor. É um trabalho lento, gradual mas de grande profundidade pois estamos nos meandros do cotidiano da sala de aula, buscando transformar esse cotidiano. Transformações, não rupturas.

Este estudo tem dois eixos: um é a construção de uma nova prática pedagógica do professor de matemática e o outro é a produção de inovações metodológicas e novos conteúdos para a matemática escolar.

Temos por finalidades: a) A construção de uma nova prática pedagógica do professor de matemática, fundamentada em conhecimentos teóricos e historicamente contextualizados; b) que o professor reformule condutas em função da realidade na qual está e da qual partilha como sujeito: a sala de aula.

Nossas atividades são desenvolvidas dentro de uma perspectiva da pesquisa-ação, pois esta se adequa aos nossos objetivos de um trabalho coletivo, no qual pesquisadores e participantes estão envolvidos de modo cooperativo e está alicerçada numa reflexão na prática e sobre a prática.

O trabalho foi organizado em grupos, denominados Células, com a duração de um ano de trabalho. As atividades das células obedecem aos seguintes procedimentos: a) levantamento da questão pedagógica pelo professor do ensino fundamental; b) análise da questão a luz dos conhecimentos teóricos; c) proposta de ações e sua realização; d) reflexões das ações realizadas; e) redação de documento a ser distribuído entre os professores do ensino fundamental.

Atualmente, estamos na quarta célula. Podemos dizer que na 2ª fase do ensino fundamental na área de matemática se concretizou uma nova prática pedagógica, na 8ª série e na 6ª série. A coordenação de ensino de matemática da prefeitura tem tentado desenvolver a mesma metodologia de trabalho desenvolvida por nós. Produzimos os seguintes documentos para o professor de matemática do ensino fundamental: "Atividades para a aprendizagem de funções quadráticas", "Um modelo para a aprendizagem de números inteiros", "A aprendizagem da álgebra - Expressões Algébricas".

AS DEMANDAS DAS REFORMAS DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Samira Zaidan*

A educação básica brasileira vive intensas reformas nesta década. Mesmo que a partir de visões diferenciadas, podem ser identificadas características marcantes dessa reforma: a universalização da educação e a ampliação da função da escola para além da transmissão de conteúdos essenciais, como espaço de formação do educando. Esta pesquisa pretende: 1) identificar as características do movimento de renovação pedagógica na educação básica, na experiência da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte, observando as práticas cotidianas de três professores de matemática do 3º ciclo (alunos de 12 a 15 anos), durante um ano letivo de 1.999, de maneira a perceber como elas têm enfrentado a nova proposta na sala de aula e 2) destacar e sistematizar novos conhecimentos produzidos no novo contexto e a existência de novos traços de identidade profissional deste docente e 3) sistematizar novos elementos que possam estar sendo colocados para a formação dos professores... de matemática.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: UM ESTUDO SOBRE A FORMAÇÃO E A PRÁTICA DO PROFESSOR

Doutoranda: Celi Aparecida Espasandin Lopes
Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura

UNICAMP - 2000

Este projeto tem como base à reflexão metodológica e epistemológica do professor sobre as idéias estocásticas no curso de Educação Infantil. Através do estudo de investigações didáticas sobre erros e dificuldades de aprendizagem e vivenciando situações que permitam refletir sobre a estatística e a probabilidade, os métodos e recursos de ensino e sua realização prática, o professor terá condições de buscar alterações em sua prática pedagógica e ampliar sua formação.

Desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, que tem como questão central: *Que alterações um processo de reflexão sobre o ensino de estatística e probabilidade pode provocar na formação e pratica do professor?* As categorias serão definidas num processo reflexivo sobre o material empírico para analisar os questionários, as entrevistas e os registros dos professores participantes.

O relatório final deve apresentar contribuições relevantes não apenas à investigação da prática e formação de professores, mas também, às pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de probabilidade e estatística na escola básica brasileira.

---

* Programa de Pós-Graduação, Doutorado, na Faculdade de Educação da UFMG. Orientadora: Professora Maria Manuela Soares David - samira@fae.ufmg.br

CONCEPÇÕES DO PROFESSOR UNIVERSITÁRIO SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA*

Arlindo Jose de Souza Junior**

Esta dissertação é um estudo descritivo das concepções dos professores universitários sobre o ensino de matemática. A pesquisa foi conduzida na Universidade Estadual Paulista - UNESP. O instrumento utilizado foi um questionário contendo os seguintes itens: titulação, experiência profissional e conceituação sobre a prática pedagógica idealizada e executada pelo professor. Os resultados mostraram que os professores em geral possuem o hábito de ler pouco sobre ensino. A sua prática pedagógica é baseada quase que exclusivamente na vivência e no cotidiano. A pesquisa revelou que a maioria dos professores acredita que a matemática deve ser ensinada através de aplicações. Encontramos também duas práticas distintas sobre o ensino de conceitos: a priorização do raciocínio espontâneo do aluno e a organização formal pelo professor no processo de aprendizagem.

---

* Dissertação de Mestrado defendida na UNESP de Rio Claro em 1993, sob a orientação da professora Dra. Maria Aparecida Cória-Sabini.

** Professor da Universidade Federal de Uberlândia - UFU; e-mail: arlindo@ufu.br telefone (34) 2394156.

Grupo De Trabalho 8

Avaliação em Educação Matemática

Coordenação
Regina Luzia Corio de Buriasco, UELondrina/PR
Vânia Santos
Maria Salete Bienbengut

ALGUMA REFLEXÃO SOBRE AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA[1]

Regina Luzia Corio de Buriasco[2]

1. Atualmente, nos discursos, a avaliação tem sido chamada a participar da realização de uma grande variedade de objetivos: subsidiar o processo de ensino e aprendizagem, fornecer informações sobre os alunos, professores e escolas, atuar como respaldo da certificação e da seleção, orientar na elaboração de políticas educacionais.

Podemos pensar que avaliação é um questionar sobre o sentido do que é produzido numa situação observada. Sendo assim, a avaliação é carregada de subjetividade e, com isso, um processo parcial e necessariamente inacabado. Por isso, é necessário passarmos de uma preocupação centrada no produto (que se pretendia medir, pesar) para uma preocupação centrada no processo de produção, para conhecê-lo e melhorá-lo, e, finalmente, sobre os produtores (professores, alunos, escola, sistema) para ajudá-lo. Assim, a avaliação poderá descrever as coisas como elas são de fato, dando ao aluno informações sobre aspectos da sua produção, dignas de confiança, importantes e significativas em relação à aprendizagem que se ajuda a desenvolver e às competências que se ajudam a construir.

Uma avaliação do rendimento (produto) do porte de uma avaliação estadual tem um sentido funcional que deve ser valorizado, até porque todo instrumento que serve para a avaliação serve também para a aprendizagem. No entanto, a avaliação do rendimento sozinha, em qualquer âmbito, seja a praticada numa avaliação estadual seja a praticada na própria sala de aula, não oferece elementos suficientes para subsidiar a decisão de aprovar ou reprovar um aluno.

Se a reprovação como a que praticamos funcionasse segundo as razões da sua existência, como explicar os resultados, na série final do Ensino Fundamental, apresentados nas avaliações estaduais? Isso porque para chegar ao final do Ensino Fundamental, o aluno "passou" em todas as séries anteriores. Fosse boa a estratégia da repetência para garantir a qualidade, seríamos hoje um dos países mais bem sucedidos nas avaliações de rendimento; e, no interior das salas de aula, os alunos repetentes seriam os melhores alunos da turma. O que praticamente nunca é verdade.

Uma vez que esse tipo de avaliação, que temos em nossas escolas, não conduz à superação das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, tanto do aluno quanto do professor, ela não pode ser considerada avaliação no seu sentido pleno. Sendo assim,

---

[1] Texto produzido adaptado a partir de: BURIASCO, Regina L.C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. Marília, 1999. Tese de Doutorado. Orient. Prof. Dr. Cosme Damião Bastos Masssi – Universidade Estadual Paulista – UNESP.

[2] Docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina – PR.

os alunos estão sendo aprovados ou reprovados baseados em critérios pouco significativos. O que dá margem a questionar sobre a diferença significativa do ponto de vista da apropriação do conteúdo que existe entre um aluno aprovado e um que não foi.

Não se trata aqui de aprovar todos os alunos no Ensino Fundamental. Trata-se de decidir juntas, escola e família, qual o melhor encaminhamento a ser dado ao aluno depois de investigadas todas as suas possibilidades de recuperá-lo durante aquele ano letivo. Quem sabe, assim, o professor possa dispor mais do seu tempo para preparar melhor suas aulas e para preocupar-se mais com a efetiva aprendizagem dos alunos. E o aluno, por sua vez, livre desse tipo de cobrança, possa se envolver mais com seus estudos, responsabilizando-se mais por sua própria aprendizagem e, conseqüentemente, com seu desempenho. Os Conselhos de Classe passariam a tratar do que lhe é concernente e não de dar "jeitinhos" para reter ou não um aluno, e, o professor, deixando de ser apenas juiz, assumiria seu verdadeiro papel. Certamente, a escola como um todo, livrar-se-ia do sentimento de angústia que sempre acompanha esse aprovar/reprovar.

A determinação de envolver os pais nas decisões referentes à avaliação dos alunos é uma perspectiva interessante que evidencia o propósito de estimular a formação de valores e de conceitos, de direcionar sentimentos e motivações com relação à própria avaliação do aluno.

Mediante a reprovação, os alunos têm sido colocados como um dos "bodes expiatórios" do sistema de ensino. O outro tem sido o próprio professor. Porém, mesmo em estados nos quais há uma alta incidência de cursos de atualização para professores, o nível de reprovação ainda continua muito alto. Por conseguinte, parece um pouco simplista centrar o problema do fracasso escolar apenas na formação deficiente do professor, já que o fracasso escolar é uma questão complexa, com múltiplas faces, que não se resolve apenas sacrificando o aluno ou o professor. Assim como tem múltiplas faces, é preciso múltiplos pensares e múltiplas ações com envergadura nacional, na busca da sua superação.

Grande parte dos estudos sobre o fracasso escolar aponta um número considerável de fatores que levam a isso. Esses fatores estão presentes tanto dentro dos muros da escola como fora deles e vão desde escolas mal equipadas, salas super lotadas, carga excessiva de trabalho dos professores, salários indignos, descaso com o funcionamento geral das escolas até o clientelismo adotado para a indicação de nomes chaves na área e a falta de uma efetiva política pública para a educação, como já afirmaram muitos autores.

Não se pode esquecer que quem aceita o fracasso escolar, aceita também a desigualdade. A escola tem estado por tanto tempo conformada com as desigualdades de êxito que parece achar natural um aluno fracassar numa série. Parece que a escola não se sente responsável pela aprendizagem, mas apenas por oferecer a todos a oportunidade de aprender, deixando a cada aluno a ação de aproveitá-la.

Numa escola que, em nome da igualdade, define, muitas vezes, uniformes para seus alunos, a cor da capa do caderno de determinada série, pode ser questionada a diversidade das práticas de avaliação que acabam por gerar desigualdades quando da certificação. Até porque as notas, que em última instância expressam essa desigualdade, têm uma dimensão ideológica já que dependem de certas representações que são próprias de cada professor. Os professores e responsáveis pela escola têm estado, ultimamente, entre expectativas contraditórias: a de "aprovar todo mundo" e dissimular o máximo possível as desigualdades e a de preparar as elites e legitimar as hierarquias sociais que têm como suporte o mérito escolar, como se não houvesse outra alternativa.

O importante na democratização do ensino não é fazer de conta que todos aprenderam, mas criar espaços de modo a permitir que cada um aprenda de fato.

As provas, aplicadas hoje nas escolas, revelam-se de pouca utilidade, já que são concebidas quase que essencialmente em vista mais do desconto do que da análise dos erros, mais para a mera classificação dos alunos do que para a identificação do nível de domínio de cada um, mais para a comparação entre eles do que para a comparação de cada um consigo mesmo. Um prova dessas apenas penaliza os erros cometidos, sem que o professor busque meios para compreendê-los e para trabalhar com eles, transformando-os em estratégias para a aprendizagem. Uma concepção de avaliação que exige uma intervenção diferenciada, o que supõe uma certa transformação nas estruturas curriculares, está ainda longe de ser alcançada, já que exige uma visão mais igualitária da escola, ou seja, é preciso acreditar que aprender é possível para os alunos. No entanto, a democratização do ensino não aconteceu ainda, de fato, nem na sala de aula, nem na escola, mas apenas nos discursos, dentro e fora da escola. As razões (as mesmas do fracasso escolar) vão desde a definição de uma efetiva e consistente política pública para a educação, passando pelas condições materiais das escolas, pela enorme jornada de trabalho que um professor é obrigado a fazer por conta de um salário quase sempre irrisório, até pela própria formação do professor.

Nos cursos de formação de professores, pouco é tratado sobre avaliação. No entanto, a avaliação pode ajudar o professor a deixar de ser um dispensador de aulas, para se tornar, também, um criador de situações de aprendizagem portadoras de sentido e regulação. Desse modo, o professor passaria a atuar no cotidiano das suas aulas, ajudando os alunos em suas possíveis deficiências ao longo do processo; assumindo o verdadeiro sentido da educação como sendo um conjunto de estratégias desenvolvidas pela sociedade para possibilitar a cada indivíduo realizar seu potencial criativo na busca de estimular e facilitar a ação comum, como bem define D'Ambrosio.

2. Mas e em matemática? Basta trocar a palavra *avaliação* por *avaliação em matemática* em tudo o que foi dito antes. Se sucesso em matemática (raro, para poucos na escola que temos) é tomado como algo que pode dar um certo *poder* ao indivíduo, o fracasso (para a maioria na escola que temos) é um sentimento de impotência associado a uma espécie de incapacidade irreversível.

Os resultados obtidos pelos alunos traduzem também, entre outros:

- um processo inadequado de introdução de novos programas curriculares, sem uma formação adequada dos professores que os sensibilizasse para desenvolver uma concepção mais compatível com as intenções e metodologias indicadas;
- a falta de atenção, nas nossas práticas educativas, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, às competências como resolução de problemas, raciocínio, argumentação matemática;
- os problemas existentes na formação dos professores quer seja no âmbito da Educação Matemática, quer seja no do próprio conhecimento matemático.

Portanto, para que o professor de matemática possa se fazer presente na busca do sucesso de seus alunos em matemática, é preciso, em última instância, que ele

- tenha uma boa relação com a Matemática;
- tenha experiências próprias de aprendizagem por meio da apropriação do conteúdo das diversas disciplinas, nas aulas que tem na universidade, e, por meio de investigação, em sala de aula no Ensino Fundamental e Médio;
- tenha conhecimento sobre os possíveis caminhos da construção dos saberes matemáticos em matemática, em epistemologia e em didática;

- saiba escolher, utilizar e avaliar o efeito de várias ferramentas didáticas (vínculo teoria-pratica).

Insisto que dois pontos são, pois, cruciais na qualidade do processo educativo: o professor e o currículo. No entanto, falar em melhorar a qualidade da educação sem levar em consideração as relações estruturais que configuram o ensino é perder de vista a forma como a atividade educativa tem sido determinada historicamente. Maior qualidade na educação requer investimento prioritário na profissionalização dos professores desde a formação inicial à formação continuada, criando uma cadeia coerente de aperfeiçoamento, passando pela substantiva melhoria do salário e das reais condições de trabalho.

Sínteses dos trabalhos

APROVEITAMENTO E EVASÃO ESCOLAR, ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE AS 7ªs SÉRIES DO NOTURNOE O PROCESSO DE AVALIAÇÃO

Gildenor Carneiro

Foco da pesquisa

Baixo rendimento e elevados índices de evasão escolar coincidindo com a publicação dos resultados de pesquisa realizada pela Secretaria de Educação e Cultura do Estado da Bahia em convênio com a Faculdade de Educação da UFBA com novas diretrizes de avaliação para as escolas do estado, que incluem propostas de mudança de paradigmas no conceito de avaliação existente entre os professores da rede, motivaram a busca de respostas para a pergunta: Por quê aprendem tão pouco, os alunos de Matemática das minhas 7ªs séries do noturno?

Breve discussão teórica: Superando os momentos de sistematização da importância de que se discuta no processo de aprendizagem os erros cometidos pelos alunos, tema tratado na minha dissertação de mestrado pela FACED/UFBA, defendida em 1995, intento agora ver estes resultados aplicados não mais fundamentando-os nos escritos de Jean Piaget, Constance Kamii, Lino de Macedo, Zélia Ramozzi-Chiarottino, Nilson José Machado, etc., e sim, inserindo-os em outras preocupações pedagógicas e aproximando-os mais da prática da sala de aula. Esta tarefa parece ser facilitada com a publicação pela SEC/BA de suas "Diretrizes de Avaliação do Processo Ensino Aprendizagem" e conseqüente portaria no D.O. do Estado" onde insere o conceito de que a avaliação deve estar pautada em quatro bases: Diagnóstica, Processual/Contínua, Cumulativa e Participativa/Emancipatória, sendo a cumulativa a que permite considerar cada aspecto progressivo da produção do conhecimento, entendendo que os conhecimentos não se isolam no tempo e no espaço, se acumulam, se ampliam, e facilitam o processo de novas aprendizagens. O papel do professor, no processo de acompanhamento da aprendizagem do aluno será o de identificar o quanto e como o aluno aprendeu e desafiá-lo para novas aprendizagens. (BAHIA: 1998, p.19) Quando escreve que "A avaliação qualitativa complementa e acrescenta um novo e diferente enfoque de análise e julgamento que poderá e deverá enriquecer e ampliar a margem de segurança e de acertos, quanto ao resultado final"(p.19), podemos acrescentar a idéia de Dermeval Saviani comentada em MARTINS:1991, p.40-44 a respeito da característica do ser humano presente quando se escreve sobre margem de acertos quanto ao resultado final, que é a da intencionalidade, vendo aí uma "ação consciente sobre a realidade concreta (...) onde irá atuar com eficácia visando à promoção do homem".

Descrição dos resultados: Foi possível constatar que a pseudo ajuda que se dá aos alunos passando-os para a série seguinte sem os correspondentes e indispensáveis conhecimentos da série que cursou, tendo em vista as necessidades básicas para a continuidade de estudos, acaba revelando-se um malogro de projeto pedagógico quando não se dá aos alunos assim aprovados o acompanhamento necessário, com a devida responsabilidade quando se pretende que eles se recuperem ou se atualizem ao longo da série seguinte. Uma porcentagem significativa acaba desistindo de estudar ou perde a crença na própria capacidade de aprender com na escola. Por outro lado, um trabalho cuidadoso, com avaliações criteriosas permitem um avanço que aponta para a existência de capacidades por parte do aluno, não exploradas pela escola. A apresentação destes resultados tem provocado reflexões e na prática das duas maiores escolas públicas de Ensino Básico neste município enseja alterações nas práticas avaliativas. A dificuldade maior, revelando-se uma barreira, tem sido a falta de aplicação da legislação pertinente, existente no Estado, o que provavelmente viria acompanhado de um estudo do assunto avaliação e uma ulterior melhora da qualidade da aprendizagem de Matemática.

Perspectivas futuras de pesquisa sobre Educação Matemática e Avaliação: Com a crescente procura por bons resultados para as aplicações de verbas em Educação, com o maior controle dos gastos espera-se que aumente a identificação de problemas existentes para o desenvolvimento na área de ciências exatas e aumentem as pesquisas para solucioná-los.

APROVEITAMENTO E EVASÃO ESCOLAR, ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE AS 7ªs SÉRIES DO NOTURNO E O PROCESSO DE AVALIAÇÃO

Alunos de idade superior a 15 anos que estudam nas três 7ªs séries do noturno apresentaram os seguintes resultados na II UNIDADE da disciplina Matemática, com o Prof. Gildenor Carneiro, neste ano letivo de 2000: em todas as três turmas o número de notas zero que foi atribuída ao conceito sobre o aproveitamento, foi superior a 50% (mais da metade), o número de não freqüentantes foi 20, o de transferidos para outra escola foi 12, o número médio de faltas por aluno foi 10,7 e a quantidade de alunos com mais de 50% de faltas às aulas dadas foi 30 em valores absolutos, ou 28,8%, com dados colhidos até 30 de junho e a média das faltas referentes aos 3 últimos meses.[3]

Das avaliações dos alunos sobressai o fato de alguns deles não terem o hábito de ler ou de fazer tarefas na sala de aula. Mesmo marcando presença por lá passam, muitas vezes retirando-se durante a mesma, para retornar em seguida ou não, ou mesmo lá ficar, assistindo como se fosse a um programa de TV ou conversando entre si. Muitos dos alunos demonstram falta de condições de escrever ou de se expressar através da língua escrita, ou de fazer cópia ou têm dificuldades para entender o texto escrito ou mesmo de efetuar leitura. (Ver cópias de cadernos de alunos anexas). Feita a consulta à pasta de resultados finais do ano letivo anterior, 1999, relativo às 6ªs séries também do noturno, foi constatado que os alunos que foram reprovados em alguma disciplina o foram apenas em Matemática, com exceção de apenas 2, pois um também o fora em Geografia e outro em História, entre eles estão alunos que raramente apareciam, pelo que se nota nas freqüências da disciplina Matemática, que registrava as presenças e ausências em todas as aulas dadas. Observadas as freqüências, neste semestre de 2000.1, dos alunos que foram aprovados pelo Conselho de Classe em 1999, observou-se também que continuam faltosos, além de serem poucos os que vêm se recuperando no aproveitamento. Da 6ª série N/1999 os professores no Conselho de Classe aprovaram todos os alunos que haviam sido reprovados em Matemática, deles, 15 estão nas atuais 7ªs séries do noturno; da 6ª O/99, mantiveram a avaliação do professor da disciplina de apenas um aluno; dos aprovados pelo Conselho, 11 estão nas atuais 7ªs e na 6ª P/99 mantiveram a avaliação de três, sendo que dos

[3] Devido a problemas técnicos no arquivo enviado, infelizmente vários quadros e tabelas com dados da pesquisa não puderam ser anexados (Comitê de organização local, SIPEM).

aprovados pelo Conselho 9 estão nas 7ªs. Total dos alunos aprovados pelo CC em 99 e que estão nas atuais 7ªs: 35. E são alunos que precisam de um tratamento especial por parte dos professores. Vale notar que estão em turmas diferentes e misturados com outros de diferentes procedências e níveis de conhecimento. Cabe fazer as reflexões:

1) Se os professores entendem que ajudaram os alunos aprovando-os sem reais condições de prosseguirem estudos, que tipo de ajuda é esta em que os alunos ficam sem um acompanhamento especial ou tratamento recuperativo pela equipe, na série seguinte?
2) Se os professores que aprovaram os alunos no Conselho de Classe acham que estão certos e o professor de Matemática é que avalia ou trabalha errado, por que os alunos não apresentam melhores indícios de escolaridade a serem revelados através de escrita, pelo menos coerente, da leitura e da realização de pequenos cálculos, tipo continhas?
3) A falta de condições de acompanhar as aulas não será a causa maior das evasões desde as primeiras semanas de aula? Observar que já em 30/6 vinte (20) não freqüentam e 30 têm mais de 50% de faltas às aulas.Na reunião do Conselho de Classe do final da II UNIDADE/00 foi apresentado este relatório e a relação, pelos nomes, dos alunos que, aprovados pelo Conselho de Classe na 6ª série de 1999, permanecem nas 7ª, ambas do noturno, nesta escola, bem como a relação dos componentes daquele CC/99, por turma. Lembrar que, outros alunos destas 7ªs vieram de outro turno ou de outra escola em situação semelhante.

Dos professores que aprovaram os alunos no Conselho de Classe das 6ªs séries do Noturno em 1999, pelo menos três continuam com os alunos na 7ª série, neste novo ano letivo, Seria possível um trabalho de atualização de conhecimentos proporcionado pela equipe de professores, se levasse em conta as dificuldades que os alunos têm e, que são do conhecimento desses professores.

Devemos considerar que, com a nova sistemática de avaliação, adotada neste ano de 2000, por esta escola, em que se atribuem pesos diferenciados para as unidades, 2-3-2-3, um aluno que não tira nota na primeira unidade, se não se recuperar e os conteúdos forem pré-requisitos para a segunda, provavelmente também não tirará nota nesta e ficará, assim, distanciado da possibilidade de fazer os 60 pontos exigidos para aprovação. Veja-se os exemplos de Matemática, com alunos que tiraram zero na primeira e na segunda unidade. Eles fazem 0 pontos em duas unidades e, se tiverem a proeza de tirar dez na terceira e na quarta, ficarão com 50 pontos, menor do que os 60 necessários. E deverão demonstrar aproveitamento em exames finais ou, mais uma vez, dependerão do voto dos professores em Conselho de Classe, para serem aprovados, deixando de ficar com o controle da sua aprovação ou não e, ficando sujeitos aos critérios subjetivos:

TABELA COM SIMULAÇÃO DE COMO FICA, COM O CRITÉRIO ATUAL, DIFÍCIL DO ALUNO RECUPERAR-SE QUANDO NÃO O CONSEGUE DESDE A II UNIDADE

Unidades	I UNID	II UNID	III UNID	IV UNID
Notas	00,0	00.0	10.00	10.00
Pontos	00,0	00.0	20.00	30.00

Total de pontos obtidos: 50.00, abaixo dos 60.00 necessários

Ao passo que, com o critério utilizado em 1999, com os conceitos (Distanciado, Aproximado ou Nivelado) baseados nos indicadores de desempenho e ao final do ano expressos por porcentagens de indicadores de desempenho demonstrados (ou objetivos atingidos), até na quarta unidade o aluno pode demonstrar que aprendeu, que atingiu os objetivos expressos pelos indicadores de desempenho, e obter uma nota (porcentagem de objetivos alcançados), ao final e pelo ano letivo todo, que o aprova. Sem precisar passar pelo CC e de mérito reconhecidamente seu, contribuindo assim, a escola, para a formação para a cidadania, para a promoção do ser humano, o aluno.

CONTEÚDO DE MATEMÁTICA QUE ESTÁ SENDO TRABALHADO NESTA 7ª SÉRIE/2000

I UNIDADE

1 - Escrever o valor de uma fração na forma decimal (divisão de números):

2 - Identificar frações equivalentes;
3 - Escrever frações equivalentes a uma outra fração;
4 - Reduzir frações ao mesmo denominador;
5 - Escrever proporções a partir de uma fração;
6 - Verificar a ocorrência da propriedade fundamental das proporções;
7 - Calcular termo desconhecido em uma proporção;

II UNIDADE
7 - Calcular termo desconhecido em uma proporção:
7A - Aplicar a propriedade fundamental;
7B - Fazer os cálculos;
7C - Apresentar a resposta;
8 - Resolver problemas de regra de três simples
8A - Armar o esquema para resolução (Interpretação do problema);
8B - Escrever a proporção correspondente;
8C - Apresentar o resultado na unidade correta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
MARTINS, José do Prado. Administração escolar: uma abordagem crítica do processo administrativo em educação. São Paulo: Atlas, 1991.
BAHIA, Secretaria da Educação. Diretrizes de Avaliação do Processo Ensino Aprendizagem. Salvador: IAT, 1998.
SANTOS, Gildenor Carneiro. O erro na aprendizagem de matemática em uma perspectiva construtivista. Salvador: FACED/UFBA. 1995. (Dissertação de Mestrado)

ANEXO 1 - AVANÇOS CONSTATADOS
Houve evolução do aproveitamento na II Unidade em relação à I, em Matemática, onde pode-se observar uma melhora significativa, com aumento do número de alunos com média igual ou superior a 6,0 e diminuição do número de alunos com nota igual ou inferior a 2,0.
Na 2ª Unidade, enquanto foi tentada a recuperação dos alunos sem aproveitamento na 1ª, os outros tiveram avanço ou aprofundamento no conteúdo, chegando a aprenderem regra de três inversa.
A tabela a seguir dá melhor idéia das variações, bem como do muito que ainda precisa ser feito:

TABELA DA EVOLUÇÃO DO APROVEITAMENTO NA 7ª L

UNIDADES	NOTAS 0 – 2	4	6	> 7
I Unidade	28	-	4	2
II Unidade	18	2	4	7

ANEXOS
1) Cópia de página do caderno de uma aluna da 7ª série, com exercício de cálculo de termo desconhecido em uma proporção, realizado para demonstrar recuperação da 1ª unidade.Tentou fazer a multiplicação 16x90 com adições sucessivas até a 16ª vez, mas desistiu, foi-lhe ensinado, escrito ao lado, a forma convencional e, ao ser pedido que concluísse o exercício a partir daí, ela escreveu as frases desconexas que se vê, tentando expressar a propriedade fundamental das proporções. Este assunto costuma ser trabalhado na 6ª série, mas foi adotado para a 7ª logo após revisão de contas de multiplicar e de dividir.Nota-se também a dificuldade com a escrita. 2) Cópias de páginas de um aluno de 8ª série no ano letivo 2000.Com a lição de Geografia percebe-se dificuldades para copiar do quadro ou de fazer ditado: "Republica = Tcheco

Praga","Italha", "principalmente lomdes e pares maiores cidade do Europa", na de Matematica, escreve x2 em lugar de x2, e tem respondida erradaa divisão de 4950923 por 9 e as multiplicações de367940 por 9 e de 187198 por 27.Divisões por números de dois algarismos estão em branco, sem resposta. Na lição de Português aparece "Rescrevo asfrases o crescentando as proposição mecessario", em uma das respostas: "prometeu uma alvo efou inJustiça", para completar a frase: Prometeu foi alvo uma grande injustiça. E outras falhas mais que evidenciam que as avaliações não estão tendo fidedignidade, quando estes alunos aparecem burocraticamente em condições de continuarem estudos. Este aluno é exemplo de oitava série do ensino regular em um colégio que também oferece Ensino Médio, Formação Geral. E cabe a pergunta: Quem são os professores e o que podem fazer para que um aluno assim venha a ser bem sucedido na próxima etapa dos seus estudos

PERSPECTIVA DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A AVALIAÇÃO EM CICLOS

José Ricardo Souza
Unioeste - PR

A educação atual no Brasil passa por inúmeras mudanças, representando a questão da repetência um de seus grandes desafios. Procuram-se meios para se combater a pedagogia da repetência.

No ensino fundamental e médio, as escolas buscam alternativas para que sejam repensadas questões referentes à avaliação/promoção.

De alguma forma as universidades devem se engajar nessa busca, pois delas sairão os profissionais que trabalharão com essas questões. A articulação entre ensino fundamental e médio e ensino superior sem dúvida deve acontecer ; nesse sentido, uma pesquisa de mestrado pode ser uma alternativa.

Realizar um estudo com uma bagagem de experiências junto ao ensino fundamental e médio ajuda o pesquisador a refletir sobre a ação, já tendo estado nela.

Por outro lado, refletir a partir do que o professor diz é de alguma forma um meio de pensar a sala de aula, palco de trabalho do autor e entrevistados. Na reflexão componentes individuais e sociais interagem .

Para Dewey (apud Lalanda & Abrantes ,1996) existe um pensamento reflexivo, que pode ser definido como "*a espécie de pensamento que consiste em examinar o assunto e dar-lhe consideração séria e consecutiva*". Individualmente é preciso que haja intenção no pensamento reflexivo, cujas bases são os dados e as idéias.

A reflexão dos professores está impregnada por sua prática e por sua história de vida. Neste trabalho a reflexão procurada é a que o professor faz carregando suas experiências, expectativas, visões do processo ensino-aprendizagem. Para Gómez (1992):

> "A reflexão não é um conhecimento (puro), mas sim um conhecimento contaminado pelas contingências que rodeiam e impregnam a própria experiência vital." (Gómez, 1992 , p.103)

A implantação de ciclos no ensino fundamental tem como conseqüência uma séria mudança em vários níveis na atitude dos professores.

A preparação para essa mudança é urgente; a maneira de conceber a formação de professores para o ensino fundamental tem que ser repensada. Polettini (1998) destaca o fato de que, para a tomada de posição sobre mudanças, interferem: o conhecimento do professor, suas crenças, características individuais e interesses que podem fazer com que ele mude ou resista à mudança. Vislumbrá-la como um continuum parece unanimidade, é o que se espera dos cursos de formação atuais.

Conceder ao professor um status de profissional do ensino aparece como meio alternativo para a busca de qualidade do ensino. Como qualquer profissional , também o professor carece de aperfeiçoamento durante a sua prática. Nesse sentido é necessário também estar atento a seu desenvolvimento profissional, investir nesse aspecto e oportunizar ao docente fóruns específicos de reflexão.

É evidente que o professor reflete sobre sua prática , mas a reflexão a que estamos nos referindo é aquela que leva o profissional a aproveitar o que foi positivo e MUDAR, RENOVAR e INOVAR o que não foi. Muitas vezes sozinho ele não consegue conduzir essa reflexão e administrar os conflitos de novas visões de ensino que emergem no cenário atual.

Esse espaço de reflexão pode ser muito rico, pois o magistério é permeado por especificidades que não podem ser desconsideradas.

> "*O professor ensina com as entranhas, intuições, emoções, crenças, desejos e medos, então tudo isto é matéria a ter em conta no esforço de formação*" (Perrenoud,1993, p.180).

Em nossa profissão, as características pessoais influem sobremaneira no ato de ensinar, e as experiências vividas caracterizam as decisões a serem tomadas.

Investigar o professor em suas concepções no seu meio ambiente e de forma individual e particular é levar em conta a pessoa que existe no profissional; não há um professor igual a outro.

No que se refere especificamente ao tema do trabalho, a decisão sobre a necessidade de implantar práticas alternativas de avaliação e sobre os fins da avaliação chega ao professor de modo uniforme, através de deliberação dos órgãos gerenciadores do ensino; entretanto a assimilação de novas atitudes educativas ocorre de maneira individual.

A avaliação em ciclos em todo o ensino fundamental é algo que se implanta regionalmente e sob orientação nacional, como previsto na LDB, art 23:

> "*Art 23 - A educação básica poderá organizar-se em séries anuais, períodos semestrais, ciclos, alternância regular de períodos de estudos, grupos não seriados, baseados na idade, na competência e em outros critérios, ou por forma diversa de organização, sempre que o interesse do processo de aprendizagem assim o recomendar.*"

Nas diversas áreas o impacto é diferenciado; em Matemática esse impacto está ligado diretamente à concepção que se tenha a respeito da disciplina.

Este trabalho justifica-se então pela vontade de o autor, pensando em questões educacionais, no caso, a avaliação em ciclos, analisar a sala de aula e , pôr que não ?, a sua própria prática pedagógica.

As entrevistas realizaram-se no local de trabalho do professor e enfatizou-se o fato de que o entrevistado era livre para expressar suas opiniões. Todos os docentes se mostraram preocupados com as questões abordadas na entrevista interessando-se por elas. As entrevistas são descritas a seguir.

Essas foram as categorias iniciais de análise das entrevistas. Após algumas leituras, chegou-se às seguintes categorias relevantes para análise , tendo como parâmetro a questão norteadora do trabalho: Avaliação, Avaliação em Ciclos, Ensino e Aprendizagem da Matemática e Formação de Professores.

A 6ª entrevista deu-se com uma professora que trabalha em Foz do Iguaçu há 25 anos no ensino fundamental, tendo estado no início da carreira exclusivamente no ensino de 1ª a 4ª série. É aposentada pela rede pública, mas continua trabalhando como professora extraordinária no estado e também atua no ensino particular. A professora foi selecionada em nosso estudo por ter colocado em seu questionário que, se não houver medidas oficiais e envolvimento da comunidade, haverá um "barateamento"[4] do ensino. E6 é uma professora

---

[4] Durante a entrevista a professora esclareceu que o termo foi usado no sentido de sucateamento.

bastante preocupada com questões do ensino da matemática, estando sempre presente de forma interessada nas discussões referentes à sala de aula de matemática.

Seguem algumas posições de E6.

VI.1 Avaliação

A professora coloca a avaliação no centro da discussão dos problemas educacionais. Para ela avaliar é uma questão que não pode ser pensada isoladamente:

> *"Você não pode ... a prática de sala de aula, ela não pode ser separada. Tudo que você vai ensinar ou através de uma nota ou através de um conceito ou através da observação você está avaliando diariamente. Você não pode ir para frente progredir num conteúdo ... de alguma forma sempre você está avaliando. A avaliação está entranhada na prática de sala de aula, ela não pode ser pensada separadamente."*

Ainda sobre o assunto a professora destaca que na correção de fluxos não se pode escapar da avaliação contínua, o que na visão dela é um ponto positivo.

> *"O fluxo oferece uma vantagem nesse sentido porque ele faz acontecer na marra aquela avaliação contínua; vantagem nesse sentido porque faz acontecer na marra aquela avaliação contínua, ou seja, a gente trabalha com fichas, então o aluno ,ele responde aquelas fichas e devolve para você corrigir; o que ele erra é devolvido para ele refazer."*

A professora revela preocupação com a avaliação tradicional, mas demonstra querer um prazo para parar e refletir sobre novas práticas de avaliação.

VI.2 Avaliação em Ciclos

Além de citar a correção de fluxos como exemplo para pensar sobre os ciclos, E6 questiona da reprovação nas séries iniciais por achar que nem todas as crianças se desenvolvem da mesma maneira.

Ela afirma:

> *"Eu acho que reprovar uma criança nas séries iniciais não é muito justo porque eu acho que a criança vai tendo um progresso, ela pode ser avaliada num período mais longo, e eu acho que de quinta a oitava série também acontece isso. Eu vejo criança no curso regular, na escola particular, por exemplo, que eu tenho esse ano que as crianças chegam na quinta série algumas ... e cada vez mais cada ano que passa tem mais imaturas, sabe?, de chorar ou crianças que chegam para você no dia seguinte a um conteúdo dado que dizem assim: 'professora, minha mãe falou para a senhora explicar de novo porque eu não entendi bem'. Quer dizer, ele não tem maturidade para na hora que você está explicando ..."*

A professora se mostra receptiva à implantação dos ciclos, mas descrente quanto à forma com que se implantam projetos oficiais.

VI.3 Ensino e aprendizagem da Matemática

A preocupação com o desenvolvimento dos alunos no decorrer da aprendizagem matemática pode também ser percebida na fala da entrevistada:

> *"Quando eles chegam lá, na sétima série, eles sofreram barbaridade até lá, mas, quando chega na sétima série ele está mais maduro e começa a recuperar aquele atraso que ele foi deixando. Então eu não vejo com muita preocupação isso*

não. Agora eu acho que a gente tem que ter uma retaguarda, sabe? A gente tem que ter alguém que amarre isso porque eu acho que essas coisas são muitas largadas. Todo tipo de projeto a parte filosófica da coisa é muito boa , muito bonita, mas quando chega na hora de aplicar na prática, ou falta verba, a verba ficou pelo meio do caminho ... Você começou com tudo e de repente você foi precisando das coisas e não foi tendo, então você acaba não tendo ajuda. Sabe eu acho que o professor de repente ele tem que ter assessoramento para a coisa funcionar, então eu acho que seria ... é uma coisa muito boa. E eu acho que você tem um período longo. Pela minha prática, pela minha experiência, eu sei que dá para recuperar, um ano faz diferença."

VI.3 Formação de Professores

E6 foi escolhida justamente por sua preocupação com a formação de professores. A professora argumenta que é preciso que o Estado olhe mais para a questão da reflexão do docente. Ela afirma:

"Para nós, professores, esse tempo para sentar, rediscutir ... para organizar ... porque hoje em dia todo mundo anda tão sem tempo que de repente você vai do jeito que vai. Você quando pára para dar aquela pensada, você vê que já passou muita coisa, então você não tem ... Num colégio particular, por exemplo, tudo é apostilado, tudo é mais fácil. Uma escola pública, as coisas são mais complicadas. Você teria que fazer avaliações mais em quantidade maior e de repente isso te toma tempo para você corrigir, então fica complicado. Nesse sentido falta a gente ter mais qualidade."

Ainda sobre essa questão a professora defende que, para se implantar projetos na educação, é necessário um envolvimento maior da comunidade. Para ela a educação é formada pelos alunos, pais e governo, sendo preciso que todos participem das decisões e se comprometam com a educação, principalmente na escola pública.

"Falta mais responsabilidade. Eu acho, sabe? nesses projetos, que se trabalhe realmente direito, que se dê condições direito do professor trabalhar. Então por isso que a escola não é só professor: é um comprometimento com a família, escola, governo, salário, é tudo, porque isso implica. Então eu acho que tem que ter tudo isso para você ter sucesso."

Ainda sobre a implantação de projetos pela escola pública, a professora se refere a correção de fluxos, onde, segundo ela, o projeto é repassado aos poucos, não há um delineamento dos objetivos gerais, o que prejudica o trabalho.

Os sujeitos da pesquisa demonstraram vários sentimentos em relação aos ciclos. Dentre eles, o pesquisador gostaria de destacar **a expectativa** e a **sensação de perda**. A expectativa atribui-se ao fato de serem os ciclos uma nova situação e os professores, refletindo sobre a possibilidade de implantação dos ciclos, afirmam, por exemplo, terem que mudar a sua maneira de pensar Todos os professores condicionam o sucesso dos ciclos à maneira como for implantado.

A sensação de perda aparece por não estar mais somente na mão dos professores a possibilidade de decidir sobre a promoção dos alunos; é uma mudança bastante intensa forte na forma de conduzir a aprendizagem.

A professora sequer citou os parâmetros curriculares estaduais que, segundo a Secretaria Estadual de Educação, dão suporte para uma reestruturação do ensino fundamental. Além de tudo que foi citado desse trabalho, é importante salientar que o documento estadual traz uma sugestão sobre a concepção de matemática:

A concepção que se tem da Matemática influi diretamente na forma como os professores avaliam. Na pesquisa os docentes demonstraram uma visão bastante mecanicista da Matemática, portanto uma primeira ação seria repensar essa concepção, não só publicando documentos, mas fazendo com que os professores conheçam e discutam o impacto de sua maneira de ver a disciplina na sala de aula.

Outra questão a ser aqui discutida é a relação que os professores estabeleceram entre **ciclos e não avaliação**: para os sujeitos da pesquisa, numa perspectiva de ciclos, a avaliação deixa de existir. O necessário , no entanto, é uma avaliação com propósitos diferentes.

É preciso, então, **uma preparação para a implantação dos ciclos**, pois corre-se o risco de, não havendo uma preparação adequada, os ciclos serem apenas uma bandeira eleitoral, como o que aconteceu em dois estados da Federação nas últimas eleições, e com a possibilidade que se volte atrás, dependendo dos resultados nas urnas.

O professor deve ser ouvido e, se necessário convencido da necessidade de analisar os efeitos da reprovação em nosso sistema escolar. Segundo Thurler (1998), a eficácia da escola se constrói num processo por intermédio dos atores envolvidos; a escola é formada por todos, não cabendo somente ao governo decidir sobre os caminhos a serem trilhados. Deve haver um envolvimento da comunidade para abrir uma discussão sobre o papel da escola. Refletir sobre a avaliação e suas conseqüências implica discutir os processos de ensino e aprendizagem. A opção encontrada pode ser diferente da proposta de ciclos mas, se a solução apontada for compartilhada com os professores, com certeza terá muito mais força.

Diversos podem ser os argumentos em defesa da diminuição da reprovação em sala de aula, e essa discussão é fundamental. Segundo os dados em anexo, Matemática é a disciplina que mais tem reprovado no Estado nos últimos anos. Portanto, os professores de Matemática estão seriamente comprometidos com a questão da reprovação.

Também, é importante analisar que medidas as quais generalizam toda uma estrutura, sem levar em conta os contextos regionais, correm o risco de serem inadequadas. No caso dessa pesquisa os sujeitos eram professores em escolas de cidades pequenas e com um certo envolvimento comunitário, realidade diferente encontradas nas grandes cidades.

Numa das entrevistas a professora (E5) se referiu ao fato de que a solução para sua escola seriam aulas no contraturno pagas pela Associação de Pais e Mestres; uma solução viável àquela realidade porém em determinadas comunidades, como é sabido, as famílias são tão desprovidas de recursos que os alunos vão à escola em busca de alimentação, sendo às vezes a única realizada durante o dia. Além do que afirma Sacristán (1995) sobre o assunto (cf. citação em § 2.2), Thurler (1998) coloca:

> *"No contexto em que professores e alunos atuam está presente e interagindo um complexo de variáveis culturais, sociais, institucionais e psicológicas, que produz em cada sala de aula um arranjo único de circunstâncias, pressões, hábitos, opiniões e estilos de trabalho, que influencia o ensino e a aprendizagem que lá se realizam."* (Thurler, 1998, p. 164)

A questão do desperdício gerado pela reprovação é tratada pelo professor como algo anti-ético, entretanto com os escassos recursos destinados à educação é impossível ignorar esse dado.

A busca da escola para todos é dever de toda a comunidade escolar, inclusive dos professores do ensino superior, formadores dos educadores do nível fundamental.

A AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA:CAMINHO DE CONSTRUÇÃO DO EDUCADOR MATEMÁTICO?

Maria Queiroga Amoroso Anastacio[5]
Paulo Roberto Oliveira Dias[6]
Nélia Mara da C. D. da Silva[7]
Lina Kátia Mesquita de Oliveira[8]

Nossa participação no processo de avaliação em matemática se deu inicialmente através do Programa Piloto de Avaliação implementado pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Esse programa se propôs avaliar a aprendizagem em Matemática e em Língua Portuguesa de alunos das escolas municipais da cidade de Juiz de Fora e das escolas estaduais de Juiz de Fora e Muriaé (ambas cidades da zona da mata mineira)

Ao final do processo de aplicação dos testes foi elaborado um boletim pedagógico com o objetivo de compartilhar nossas reflexões acerca do processo de construção do conhecimento matemático no ensino fundamental.(foram aplicadas provas em alunos de 4ª séries e de 8ª séries).

A partir de uma exposição na qual procuramos apresentar aos professores um quadro que descreve as principais tendências presentes no ensinar/aprender matemática no Brasil (Fiorentini, 1995) , expusemos nossas reflexões sobre os resultados obtidos pelos alunos .

De um modo geral, tornou-se evidente a dificuldade que os alunos manifestam em compreender e interpretar as situações que lhe são propostas. Isso nos remete possivelmente ao ensino tecnicista que enfatiza as técnicas e algoritmos em detrimento dos processos e desenvolvimento de estratégias pessoais de pensamento. Torna-se evidente, ainda, a dificuldade dos alunos com os conteúdos que estão diretamente ligados ao campo da Geometria. Parece-nos que aquilo que os próprios professores vivenciaram em sua trajetória pessoal como alunos tem marcado o modo como esse professores trabalham esses conteúdos. Ou seja , a dificuldade em lidar com o raciocínio dedutivo , presente na argumentação das idéias geométricas, tem, certamente, levado a uma abordagem dogmática das idéias geométricas.

O vestibular tem aparecido como o grande culpado pelo modo adestrador com que se tem lidado com a matemática escolar. Não se percebe que aquilo que se aprende com compreensão torna-se conhecimento assimilado enquanto que o é apenas repetido é prontamente esquecido. A afirmação de que é necessário cumprir um programa, é inúmeras vezes utilizada como argumento que sustenta essa prática, que se afasta dos significados efetivamente construídos pelo aluno.

O que propomos, pois, é, na medida em que a avaliação em larga escala surge como uma prática regulada pela nova L.D.B., que esse processo possa abrir um caminho de diálogo com os professores. Acreditamos que propor a reflexão sobre os resultados efetivamente apresentados no teste possa realmente contribuir para a crescente conscientização do professor e possibilitar aos órgãos estaduais e municipais a implantação de políticas de capacitação mais eficazes.

---

[5] Prof.Adjunta da UFJF- Doutora em Educação
[6] Prof.Assistente da UFJF- Mestre em Educação
[7] Prof. do C. A. João XXIII-Especialista em Educação
[8] Mestranda em Educação UFJF

GRUPO DE TRABALHO 9
PROCESSOS COGNITIVOS E LINGUÍSTICOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Coordenação
Monica Rabello (USU-RJ)
Romulo Lins (UNESP-Rio Claro)
Jorge Falcão (UFPe)

Apresentação

De modo amplo, considera-se, hoje em dia, que os aspectos lingüísticos e cognitivos dos processos da educação matemática são de essencial interesse para os profissionais da área, professores e pesquisadores, por exemplo.

Por outro lado, entende-se que quando falamos de aspectos lingüísticos e cognitivos estamos falando da própria possibilidade de organizar modelos explicativos dos processos, uma vez que estes aspectos concernem seus próprios fundamentos. Para alguns os processos cognitivos são essencialmente intra-indivíduo, enquanto que para outros são processos fundamentalmente inter-indivíduos, e neste último caso os aspectos sociais e culturais da cognição devem necessariamente ser examinados. De forma semelhante, com relação aos aspectos lingüísticos, há várias abordagens teóricas para a questão da produção de significado e várias visões sobre o papel da linguagem na cognição.

Parece-nos que o exame e a discussão dos diversos pressupostos teóricos relativos aos processos cognitivos e lingüísticos têm um papel que vai bastante além de se buscar um "certo ou errado", uma vez que estes pressupostos correspondem a uma construção de mundo que suporta a própria atividade do pesquisador, os objetos que constitui e examina e os métodos que emprega.

Tendo isto em vista, espera-se que os trabalhos propostos explicitem com clareza os pressupostos teóricos que os sustentam/dirigem, ainda que não se concentrem necessariamente em sua discussão. Por outro lado, trabalhos de caráter teórico são certamente benvindos. De toda forma, o que se espera são trabalhos que representem o que se costuma chamar de "estado da arte", isto é, que de alguma forma se coloquem na linha de frente da pesquisa em Educação Matemática em nível nacional e internacional, já que um dos objetivos centrais deste Seminário é mapear e fazer avançar, a partir daí, o trabalho de pesquisa no Brasil.

Consideramos que há alguns grandes temas que podem ser de especial interesse, e por isto os destacamos:

1) Linguagem, cognição, interação e comunicação

Esta é uma área de grande interesse atualmente, em especial o estudo do papel da linguagem e de outros sistemas de signos na cognição, e aqui incluindo investigações sobre as relações entre linguagem natural e linguagem matemática. Abordagens que tratam da possibilidade de explicitar os limites entre os usos da racionalidade no cotidiano e a lógica formal, apesar de ter outra filiação filosófica, acabam também por convergir suas preocupações para esta temática.

2) Sócio-construtivismos e construtivismo piagetiano: convergências e divergências

Um debate intenso e que está diretamente ligado às questões a que se refere o tema anterior. Processos como internalização e "scaffolding", e a própria interação aluno-professor e aluno-aluno, só podem ser compreendidos com clareza a partir do esclarecimento dos pressupostos teóricos em relação aos quais se produz significado para estes processos. Também está imbricada aí a idéia que se adota de indivíduo e seu desenvolvimento, em relação à linguagem e à cognição nos processos da educação matemática, preocupação que ocupa uma posição central nesta temática.

3) Processos cognitivos e lingüísticos na sala de aula

Em relação aos dois pontos anteriores, nos parece importante entender de que modo estes processos acontecem nas salas de aula, como podem ser lidos e que tipo de informação esta leitura produz. Aqui se coloca a interface entre a teoria e a prática, e ao mesmo tempo em que a teoria torna a prática significante, a prática torna a teoria significante: a prática revela em que medida os pressupostos teóricos que a sustenta são capazes de responder às questões que emergem na sala de aula.

Síntese dos Trabalhos

LINGUAGEM MATEMÁTICA, O CONCEITO DE FUNÇÃO E PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO[1]

Edna Maura Zuffi[2]

Resumo

Muito se tem pesquisado a respeito da comunicação e suas implicações para o ensino. Uma série de artigos sobre esse assunto foram reunidos no livro *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (Steinbring, Bussi & Sierpinska, 1998), tratando de aspectos epistemológicos da comunicação nas aulas de Matemática. Nos Estados Unidos, na década de 90, temos acompanhado a preocupação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) em estimular a preparação dos professores de Matemática, no que diz respeito ao uso dessa linguagem de forma mais clara e significativa. Outras pesquisas e propostas pedagógicas também têm apontado na direção de se olhar a Matemática como uma linguagem, como é o caso de Pimm (1987) e Usiskin (1996.

É neste contexto, então, que apresentaremos, os resultados de nossa pesquisa de doutorado. Nesse trabalho, referimo-nos ao **tema** 'funções', entendendo que este engloba tanto o conceito matemático de função, quanto as suas várias idéias periféricas (como variável, conjunto, domínio, imagem, gráficos, equações, expressões analíticas, tabelas, etc.) e também as diversas situações-problemas que possam estar relacionadas a este conceito.

Nosso objetivo, com a pesquisa, foi o de verificar como os professores do Ensino Médio fazem uso da linguagem matemática, **tanto para expressarem as suas concepções próprias sobre esse tema, quanto para construir as concepções de seus alunos.**

O conceito de função tem-se revelado de difícil assimilação por parte dos alunos, tanto no Ensino Médio, quanto universitário. As investigações de diversos pesquisadores, como

[1] Este trabalho é uma síntese de nossa tese de doutoramento, sob a oreintação da Profa. Dra. Jesuína L.A.Pacca – veja Zuffi (1999)

[2] Professora doutora do Departamento de Matemática do ICMC – USP, São Carlos.

Dubinsky & Harel (1992), Sierpinska (1992), Oliveira (1997), Vinner (1992) e outros, têm mostrado que as idéias de variável, domínio, contradomínio e imagem, que permeiam a compreensão do conceito, já trazem grande complexidade para a aprendizagem dos alunos. Está aí um dos fatores relevantes em se estudar mais sobre este conceito junto aos professores. Havia lacunas quanto às investigações junto aos professores do Ensino Médio. (De toda a literatura pesquisada, apenas um artigo [Norman (1992)] trouxe preocupações a este respeito). Além disso, é nesse nível de ensino que o conteúdo em questão se formaliza pela primeira vez, e no qual se estabelece uma linguagem específica para seu tratamento, que é apresentada pela **mediação do professor**.

Assumimos a <u>linguagem matemática</u> - em complementação à proposta de Anghileri (1995) - como um sistema de signos (sinais e palavras), associado a um conjunto de regras de manipulação dos mesmos, que tem significados ligados a contextos e a procedimentos para resolver problemas matemáticos ou matematizados. Neste sistema, entendemos que estão incluídas as propostas lógico-formais utilizadas em demonstrações e definições matemáticas, mas também que aí se inserem a utilização de figuras, diagramas, desenhos e esboços informais.

Concebemos que a aprendizagem está ligada à produção de significados pelos sujeitos das enunciações, produção essa que passa pelas relações interpessoais, manifestadas através da linguagem. E, então, as teorias de Vygotsky sobre o aprendizado e desenvolvimento como processo sócio-histórico (ou sociocultural) vêm dar suporte às nossas reflexões.

Nos trabalhos de Vinner (1991 e 1992) e de Dubinsky & Harel (1992), encontramos apoio teórico para analisar aspectos cognitivos ligados especificamente ao conceito de função.

Vinner (1991) propõe a idéia de **imagem conceitual** (ou imagem do conceito), relacionando as definições matemáticas e as imagens mentais mais imediatas que os indivíduos evocam, ao ouvirem o nome de um conceito. Em nosso caso, consideramos que seria relevante investigar quais são as imagens conceituais evocadas na utilização da linguagem matemática pelo professor, para o ensino de funções, no nível médio.

Nos trabalhos de Dubinsky & Harel (1992), as **concepções de ação, processo e objeto** fornecem os subsídios para analisarmos se tais concepções, sobre o conceito de função, estão presentes na linguagem utilizada por professores do Ensino Médio.

A pesquisa foi conduzida sob um enfoque qualitativo (Ludke &André, 1987). A partir de uma observação preliminar em uma sala de aula, propusemos um questionário com 20 perguntas, relacionadas ao tema "funções", que foram livremente respondidas, por escrito, (sem restrições de tempo ou forma) por 7 professores. Foi solicitado que procurassem expressar suas idéias, nas respostas ao questionário, para além da forma como ensinavam aos seus alunos. Como instrumento complementar, foram utilizadas algumas entrevistas curtas e semi-abertas. Ainda, durante nove meses, foram observados três dos sujeitos entrevistados em sua atuação no ambiente natural da sala de aula, ao tratarem do tema "funções".

A seguir, apresentamos as principais categorias obtidas com os nossos instrumentos de pesquisa:

1) <u>Localização das definições apresentadas dentre as definições históricas:</u>

Nas respostas ao questionário, com exceção de um professor (cuja definição formal é mais próxima de Bourbaki – pois é o único a mencionar função como um conjunto de pares ordenados), todos os outros professores propuseram uma **definição formal** intermediária, entre a de Bourbaki (1939) e a de Dirichlet (1837). Porém, pelos exemplos apresentados nas situações mais informais, pudemos constatar uma proximidade maior com a definição de Euler (1707-1783), a qual explicitava que a função deveria ser dada por uma expressão analítica.

Já na sala de aula, embora as definições gerais de função apresentadas fossem próximas à de Dirichlet, **os modelos que predominaram** também estavam mais próximos da definição histórica de **Euler**, pois as funções eram sempre dadas por expressões algébricas simples, em conjuntos numéricos reais, e com modelos de cálculos sempre sobre **números inteiros**.

2) Imagens do conceito:
As imagens conceituais (Vinner, 1991) que identificamos para os professores, através das respostas ao questionário, resumiram-se aos casos ensinados no 2°. grau (funções polinomiais de 1°. , 2°. e, no máximo, 3°. graus; funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas). Ou seja, as funções que determinaram as imagens conceituais desses professores identificavam-se às expressões analíticas "bem comportadas", mesmo tendo sido solicitado que eles fossem além do que ensinavam. O mesmo pôde ser constatado em sala de aula. Os raros casos que trouxeram funções descontínuas e pouco comportadas ofereceram dificuldades de tratamento pelo professor, e de compreensão, por parte dos alunos.

3) A concepção de ação predominou:

Dentre as concepções de ação, processo e objeto, propostas por Dubinsky & Harel (1992) para o conceito de função, a de ação parece predominar na expressão escrita dos professores, também em suas respostas ao questionário. As variações que estes propuseram para os valores das imagens, conforme mudavam os elementos do domínio, não parecem ter sido abordadas como um processo, uma transformação global entre dois conjuntos, mas ponto-a-ponto, com as variáveis assumindo um valor de cada vez, e sempre no conjuntos dos números inteiros, mesmo para as funções com domínio real.

A concepção de ação predominou também na linguagem de sala de aula e isso era esperado, uma vez que os períodos observados se constituíram de fases em que o conceito de função foi apresentado pela primeira vez junto aos alunos.

Raríssimos indícios da concepção de processo foram evidenciados com Mark, através do estudo de transformações de gráficos de funções afins e modulares. A grande ênfase dos professores era colocada na atribuição de valores específicos para a variável independente, calculando-se os respectivos valores das imagens, para só então colocá-los nos gráficos. Por outro lado, estes gráficos eram observados através de pontos esparsos, sem se caracterizarem explicitamente as transformações globais que representavam entre dois conjuntos.

4) Expressões informais mostraram ter um papel mais significativo do que a definição matemática, no tratamento do conceito.

Também verificamos, quanto às definições formais, que houve dificuldades quanto à percepção dos papéis não-simétricos dos conjuntos domínio e contradomínio, e quanto à relevância destes conjuntos na síntese do conceito de função.

As respostas ao questionário indicaram que, na visão dos professores, o mais importante são os exemplos dados para ilustrar o conceito, e não as definições matemáticas formais. Isto não teria nenhum problema, se os exemplos fornecidos, assim como os termos informais utilizados por esses professores, deixassem claramente evidenciadas todas as nuanças da definição formal que eles apresentavam.

Em geral, observamos que na sala de aula, os símbolos, as notações, muitas vezes eram tomadas como coisas, como objetos, sem que os seus significados abstratos fossem atingidos. Em contrapartida, faltou o concreto – o uso de fenômenos reais e de resolução de problemas cotidianos - para justificar as operações que eram propostas sobre estas notações.

Vimos também que a relação discreto/contínuo é confusa. Os detalhes sobre a passagem do discreto ao contínuo não eram explicitados pelos professores.

Outras representações, como gráficos, tabelas, seqüências ou conjuntos de pares ordenados, não foram utilizadas espontaneamente pelos professores (os gráficos cartesianos foram empregados apenas quando solicitados). Isto parece reforçar os resultados de Oliveira

(1997), em que o jogo de quadros ocorre apenas no sentido algébrico → gráfico, não apenas para os alunos, mas também para as concepções próprias dos professores do Ensino Médio.

Vimos que muitas idéias a respeito do conceito de função **não** ficavam explícitas na expressão dos professores em sala de aula: as noções de correspondência; as propriedades que caracterizam particularidades na relação, para que esta seja considerada uma função; os diferentes papéis dos conjuntos de domínio, contradomínio e imagem; os critérios de escolha e localização de elementos para a identificação desta correspondência no gráfico cartesiano; a infinidade de pares que estão representados através de um gráfico, ou de uma expressão algébrica de uma função; a discriminação entre função e equação. Parece-nos que todas estas informações permeiam a sala de aula, mas não através de expressões claras e objetivas do professor.

De qualquer modo, o que se constata é uma expressão de idéias através de uma linguagem matemática truncada, muitas vezes, com objetivos em si mesma e pouca construção de significados.

O fato de as categorias de análise encontradas com o questionário terem forte ressonância com a prática pedagógica dos três professores observados confirma a íntima realimentação entre prática pedagógica e concepções próprias destes professores.

Diante de todas as considerações anteriormente levantadas, podemos questionar se a formação que temos proporcionado aos professores de Matemática do Ensino Médio os tem conduzido a uma adequada reflexão sobre o uso que fazem da linguagem matemática. Vimos que a mera apresentação do conceito de função na formação inicial dos professores e o seu uso formalizado em disciplinas mais avançadas, como na Álgebra Linear, Álgebra Abstrata, Análise e Topologia, que, em geral, constam dos currículos de muitas licenciaturas em Matemática, não têm sido suficientes para que estes ampliem suas imagens conceituais, para além daquelas que lhes foram passadas em seu Ensino Médio, e que eles tornam a passar a seus alunos, da mesma maneira.

A nossa pesquisa deixou evidente que a linguagem matemática que eles utilizam está muito mais determinada pelas suas práticas pedagógicas, e por toda uma cultura matemática escolar estabelecida, do que pelos aspectos lógico-formais com os quais eles tiveram contato em seus cursos superiores; ou ainda, do que pelos significados ligados às interpretações de situações da vida diária.

Referências Bibliográficas

ANGHILERI, J., *Language, aritmetic, and negotiation of meaning*. For the Learning of Mathematics, 15(3), p.10-14, 1995.

CASTORINA, J.A. et al, *Piaget - Vygotsky: novas contribuições para o debate*, São Paulo: Ática, 1995.

DUBINSKY, E. & HAREL, G., *The nature of the process conception of function*, p. 85-106, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, 1992.

LUDKE, M. & ANDRÉ, M.E.D.A., *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*, São Paulo: EPU, 1987.

NORMAN, A., *Teachers' mathematical knowledge of the concept of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 215-232, 1992.

OLIVEIRA, N. de, *Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*, PUC, São Paulo, 1997 (dissertação de mestrado).

PIMM, D., *Speaking Mathematically – Communication in Mathematicas Classrooms*, N.Y.- London: Routledge, 1987.

PINO, A., *O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano*, Cadernos CEDES, no. 24, S. Paulo: Cortez, 1990.

SIERPINSKA, A., *On understanding the notion of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 25-58, 1992.
STEINBRING, H., BUSSI, M.G.B. & SIERPINSKA, A. (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston, U.S.A., 1998.
USISKIN, Z., *Mathematics as a Language*, in Communication in Mathematics, k-12 and Beyond, NCTM, Yearbook, U.S.A., p.231-242, 1996.
VINNER, S., *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in Tall,D. (ed.) – Advanced Mathematical Thinking, Mahematics Education Library, v.11, The Netherlands: Kluwer, p.65-81, 1991.
VYGOTSKY, L.S., *The instrumental method in Psychology*, in J.V. Wertsch (Ed.) "The concept of activity in Soviet Psychology", Armonk, New York, M.E. Sharpe Inc., p. 134-143, 1981.
--------- *Pensamento e Linguagem*, 2ª Ed., São Paulo: Martins Fontes,1989a.
ZUFFI, E.M., *O tema 'funções' e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio – por uma aprendizagem de significados*, São Paulo: Faculdade de Educação, USP, jun. 1999, 307p. (tese de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática)

O USO DE TÉCNICAS METACOGNITIVAS NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA

Patrícia Furst
UFRJ

Introdução

A função deste artigo é mostrar que o modelo aqui apresentado — cuja técnica leva o nome de Elaboração Dirigida — resulta num forte potencial de intervenção na pedagogia contemporânea.

Os estudos que orientaram tal pesquisa, voltam-se para uma dupla linha de ação: no plano teórico, identificar determinantes de caráter universal da cognição humana; e, no âmbito prático, utilizar estas determinantes como recursos efetivos para a promoção do desenvolvimento cognitivo.

A metacognição — conhecimento sobre os atos e os processos de conhecer —, como se sabe, é tão antiga quanto o pensamento humano. Mas a reflexão dessa reflexão só iria descortinar um novo campo nas ciências cognitivas a partir de 1965, com a superação do *behaviorismo* que, por mais de meio século, somente permitiu o tratamento dos processos mentais na terceira pessoa — o outro — como fatos observáveis.

A conscientização dessa competência recursiva ainda não havia sido explorada em suas aplicações como níveis à disposição do pensamento. E até a existência de uma hierarquia de níveis de linguagem já tinha sido inferida por B. Russell (1922), na Introdução ao *Tractatus* de Wittgenstein, para a compreensão dos paradoxos semânticos. Surgia assim a metalinguagem que se estendeu, pelas contribuições de Tarski (1936) e Carnap (1942), à intuição de uma metamatemática e uma metalógica.

O uso de regras para catalogar descritivamente o manejo da linguagem, agora passou a buscar compreender a possibilidade de produzir novas linguagens e novas regras. Até então, as regras ou as linguagens eram abordadas apenas fora e indepen-dentemente de qualquer atividade psicológica. A metacognição espontânea sempre existiu, mas a metacoginição como monitoramento abre um novo paradigma. E é sobre a possibilidade de aplicação deste novo paradigma que se passa a explanar.

Plataforma Teórica

De acordo com Kant (1980), que se refere ao númeno como algo que se pode pensar mas não se conhecer, ou seja, o homem faz sua leitura de acordo com o que as estruturas cognitivas podem construir. E, K. Lorenz acrescenta que os recursos cognitivos de cada espécie representam os a *priori* desta determinada construção do mundo.

A fim de instrumentalizar tais recursos, Franco Seminério vem realizando pesquisas teóricas nas últimas quatro décadas e experimentais no mínimo há vinte anos pelo Laboratório de Metacognição da UFRJ. Ao longo desse tempo, foram identificados quais recursos acima das simples visão e audição poderiam deflagrar as representações cognitivas na seguinte seqüência: vocabulário, imaginação e lógica.

Assim, cabe aqui a descrição das inferências deste modelo de metacognição usado por Seminério: no caso humano verificou-se experimentalmente a existência de dois canais responsáveis pelas representações mentais de modo sistemático — o visomotor e o audiofonético —, enquanto outros canais perceptivos apenas trazem representações ocasionais (como odores e sabores que só incidentalmente penetram em nossas representações).

Nos dois primeiros canais pressupõe-se a existência de linguagens-código que deveriam compor a infra-estrutura dos processos cognitivos ou seja sua base inata. E, para tal, adotou-se o ponto de vista de Chomsky (1981), no sentido de um estágio inicial, em que a cognição depende de um conjunto de regras inatas, mediante a existência de quatro linguagens-código que estão acima das simples visão e percepção bruta do som. E deste encadeamento de linguagens-códigos é que se estruturou a cognição humana. São elas:

a) L1 — a linguagem das formas — competência para organizar qualquer estímulo numa estrutura. (A escola gestaltista demonstrou com grande va-riedade de evidências esta lei geral. Trata-se da linguagem-código mais primária para fundar a cognição de todos os seres. Ela se assenta na última linguagem psicofisiológica — construção da luz, da cor e do som.)

b) L2 — a designação — competência para atribuir significado a cada forma percebida. (Um inseto pode identificar uma forma como alimento, sexo ou perigo por exemplo. No homem seria inato a sintaxe desta linguagem- código, os conteúdos — eixo paradigmático — deveriam ser adquiridos — diferente dos seres inferiores onde a programação hereditária deve abrangê-los.)

c) L3 – o episódico – a construção do imaginário; linguagem mais próxima à humanização, onde a regra inata é a causalidade. (Ocorrem duas modalida-des piagetianas de pré-causalidade: a percepção dos efeitos no próprio ato e a conexão entre fatos independentes da ação perpetrada — repre-sentando o próprio fluxo do pensamento. É esta segunda modalidade que permite a estruturação do episódico como "relação projetada nos fatos percebidos e, através de sua permanente dublagem, a construção do imaginário". É esta linguagem que constrói os processos do *imaginário* como dublagem aparentemente dinâmica de toda uma realidade percebida. Aqui se dá uma atribuição de sentidos não contida nos fluxos dos acontecimentos percebidos e suposições futuras. Este processo é a base para pensar criativamente, narrar e redigir.) (Seminério *et al.*, 1997.)

d) L4 — a lógica — refere-se à gênese da Lógica, tendo como regra generativa, fundamental e inata na espécie humana a *recursão*, respon-sável pelo processo, também inato, para *regrificar*. (A partir daí decorre a competência para elaborar e apreender qualquer tipo de cálculo ou racio-cínio. É ela que permite ao fluxo desordenado do imaginário estabelecer regras consistentes. Esta última linguagem tem um desdobramento nos dois canais: no visormotor, que representaria a lógica e a dublagem recursiva das regras lógicas e matemáticas e no audiofonético, como regras elementares de uma *gramática* generativa.) (*Id. ib.*)

Guilford (1967), ao estudar a cognição humana, refere-se a níveis paralelos como conteúdos da cognição e os classifica, por sua vez, de: o figural, o simbólico, o semântico e o comportamental. Da mesma forma, um experimento realizado pelo Laboratório de Metacognição da UFRJ mostrou diferenças significativas no aprendizado de unidades — figurais (sílabas), unidades lexicais (palavras) e unidades semânticas (frases) — apontando para existência de um salto de linguagem-código na apendizagem de cada um desses três níveis que se colocariam portanto numa escala hierárquica e não numa seqüência linear das linguagens. O quarto componente, o comportamental, parece inadequado, pois faltaria um elo do encadeamento: o nível sintático.

Construtivismo X Elaboração Dirigida

Piaget centra na ação do educando todo o processo de construção das estru-turas cognitivas necessárias à assimilação do meio e da acomodação rumo às estruturas subseqüentes. A aprendizagem de determinado conteúdo só é possível se a estrutura cognitiva apta a assimilá-la já foi construída. "Ensinamentos transmitidos sem essa condição prévia seriam estéreis exercícios de memorização labial, irrefletida e perecível. É a diferença entre aprendizado *lato sensu,* correspondente à construção das estruturas, que só pode ser realizada pelo próprio sujeito, e a aprendizagem *stricto sensu* (Piaget, 1979), representando o que pode ser ensinado a partir do que já foi construído" (Seminério *et al.*, 1997).

No método piagetiano o educador tem um papel de estimulador — o aluno faz a descoberta por si próprio. Isso significa que a "eguilibração majorante" pela qual ocorre o salto de uma estrutura "menos acabada" para uma "mais acabada" não depende de um ensinamento recebido, mas de uma descoberta espontânea: a aprendizagem *lato sensu* que não se pode ensinar (Seminério, 1999).

É nesse ponto que a técnica metacognitiva da Elaboração Dirigida rompe com o método construtivista, qual seja: a intervenção do educador. Trata-se de transmitir ao aluno o modelo, não o resultado pronto — como nos métodos receptivos tradicionais —, mas a metarregra implícita no processo. A proposta da metacognição em incorporar através de modelos alguma regra no nível da respectiva metalinguagem. Tal regra passará a ser entendida e dominada (aprendizagem *lato sensu*) permitindo derivações (aprendizagens *stricto sensu).* Esta veiculação de modelos na aprendizagem é proposta por A. Bandura (1977).

Para definir a técnica de Elaboração Dirigida nada melhor que a analogia com o procedimento do terapeuta psicanalista que "ao passar sua interpretação ao paciente, permite que este elabore suas significações em busca de alguma verdade inconsciente. Em nosso caso estamos transferindo a técnica do campo emocional — que busca conscientizar significações inconscientes — para o campo cognitivo, onde nos parecia possível refletir a significação do processo lógico em jogo" (Seminério, 1997).

Aplicações Pedagógicas em Matemática

Educadores com alto nível de compreensão, não só do conteúdo que ensinam, mas também da inserção de tal conteúdo num conjunto mais amplo e abrangente, captam as regras generativas — metarregra — e a transmitem ao aluno espontanea-mente .

O termo generativo, não tem aqui o sentido de Chomsky, correspondendo a um conhecimento de elevada generalidade, principalmente de regras lógicas das quais torna-se possível deduzir regras específicas. No caso do processo de classificação trata-se de esclarecer o papel da propriedade que reúne numa classe os elementos. No caso da série é importante transmitir o papel da diferença — constante ou variável — para ordenar. E no caso da inclusão de classes, mostrar a proporcionalidade inversa entre conotação (ou intensão) ou denotação (ou extensão) e a razão específica do "todo" e "alguns".

Esta nova prática é muito bem colocado por Arago Bachx *et al.* (1975) na apresentação de *Prelúdio à Análise Combinatória*, quando comenta que o estudo do pensamento combinatório sempre constituiu sério obstáculo aos alunos do Ensino Médio:

"Calcada tradicionalmente em definições e fórmulas, seu ensino habitua os estudantes a um trabalho mecânico que muitas vezes exclui a compreensão do que estão fazendo. (...) A confusão entre arranjos e combinações é comum em classes de principiantes. E, em geral, o professor só consegue desenvolver os grupamentos simples, pois, quando tenta abordar os grupamentos com repetição, a situação se complica. Os autores conseguiram (...) ensinar de forma clara e objetiva os fundamentos desta parte da matemática. Baseando-se no Princípio Multiplicativo, desenvolvem toda a conceituação à luz de um raciocínio unificado, onde as fórmulas, até as mais compli-cadas, aparecem espontaneamente, à medida que o estudante descobre como se formam os grupos de objetos, aprendendo também, concomitantemente, a identificá-los." E ainda acrescentam que "outro aspecto que merece destaque no texto é que sua leitura provoca no estudante um aprimoramento do raciocínio lógico dedutivo, objetivo primordial do ensino da Matemática".

Assim também, o Laboratório de Metacognição da UFRJ após alguns anos de verificação da infra-estrutura teórica postulada chegou à aplicabilidade prática das linguagens-código a serem vinculadas e fixadas metacognitivamente pela Elaboração Dirigida. "E o resultado pedagógico é óbvio: [por exemplo] a extensão do vocabulário [L2] expressa a amplitude de significações que crianças e adultos tornam-se capazes de investir sobre os dados de sua experiência pessoal" (1997).

Outra aplicação ainda a se mencionar sobre a técnica metacognitiva de Elaboração Dirigida consiste em promover a passagem do nível pré-operatório para o operatório concreto em crianças carentes, conforme o exposto por Célia Regina Anselmé (1999).

Enfim, de Piaget rejeita-se sua negação dos pré-formismos estruturais e adota-se a importância hierárquica atribuídas à Abstração e à Lógica como pontos mais altos da cognição humana. E afirma-se que a atividade lógica funciona como metalinguagem ou metaprocesso de qualquer elaboração mental. E, mais ainda, que a propriedade reflexiva da recursão traz a possibilidade de se dublar e operar as regras da atividade mental. O metaprocesso é o que permite controlar todos os outros processos, inclusive, o lógico. Porém, o ponto crucial é o uso da metacognição na aprendizagem. "A metalinguagem é a que permite 'aprender a aprender' " (Bruner, 1976).

Referências Bibliográficas

ANSELMÉ, Célia Regina da Silva. "A eficácia da elaboração dirigida como técnica metacognitiva no desenvolvimento do pensamento formal" *in Arquivos Brasileiros de Psicologia*, vol. 51, n. 3, **1999**.

BACHX, Arago de C. *et all. Prelúdio à análise combinatória*. São Paulo : Cia. Editora Nacional, **1975**.

BANDURA, A. *Social Laerning Theory*. New Jersey : Englewood Cliff, **1977**.

BRUNER, J. *Uma nova teoria da apredizagem*. Rio de Janeiro : Bloch Ed., **1976.** (4ª ed.)

CARNAP, R. *Introduction to Semantics*. Cambridge, Mass.-Harvard University Press, **1942**.

CHOMSKY, N. *Regras e representações*. Rio de Janeiro : Zahar Ed., **1981**.

GUILFORD, H. *The Nature of Humam Intelligence*. New York : Mc Graw Hill, **1967**.

KANT, E. "Critique de la raizon pure" *in Kant Ouvres Philosophiques Encyclopédie de la Pléiade*. N. R. F. Paris : Gallimard. **1980**.

PIAGET, J. *Aprendizagem e conhecimento*. Rio de Janeiro : Freitas Bastos, **1979**.

RUSSEL, B. *Introduction to the 'Tractatus'of L. Wittgenstein*. S/l : s/ed., **1922**.

SEMINÉRIO, F. *et all.* "Novos rumos na Psicologia e na Pedagogia. Metacognição: uma nova opção", *in Arquivos Brasileiros de Psicologia*, vol. 49, n. 3, **1997**.

______. ______ "Metacognição: um novo paradigma", *in Arquivos Brasileiros de Psicologia*, vol. 51, n. 1, **1999**.

TARKI, *Studa Philosophica I*. S/l : s/ed., **1936**.

COGNIÇÃO, APRENDIZAGEM E INFORMÁTICA: CONCEITUAÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS

Jussara Martins Albernaz
UFES

O estudo que desenvolvemos, foi marcado pela busca de respostas para uma questão aparentemente simples, que começou a se delinear quando lecionávamos Geometria no ensino fundamenta:. de que modo as crianças elaboram as formas geométricas que lhes são ensinadas tão precocemente no mundo atual, que dificuldades enfrentam e como as superam, ajustando sua representação interna à teorização geométrica? Algumas dessas dificuldades persistem na vida adulta? Em caso afirmativo, que mecanismos explicariam sua persistência ou superação?

Essas questões, mais complexas do que parecem a primeira vista, relacionam-se a dois grandes temas de natureza psicológica: o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem em contextos bem definidos.

As respostas exigem, por sua vez, análise de estudos teóricos e empíricos feitos em diferentes campos do saber e métodos de investigação empírica rigorosos e inovadores. Estes nos levaram ao campo da Informática, que viabilizou a criação de um instrumento de experimentação pedagógica. A pesquisa experimental ganhou, assim, um dinamismo bem maior do que lhe proporcionaria métodos mais tradicionais, além de respostas mais precisas, como mostraremos.

As análises dos estudos já feitos apontaram para questões insuficientemente respondidas, conflitos teóricos não resolvidos e métodos de estudo que limitam o alcance das respostas. Abrimos, desse modo, um universo de investigações teóricas e empíricas sobre os processos responsáveis pela representação interna das formas, desde os mais primitivos até os responsáveis pela conceituação de natureza lógico-geométrica. Investigamos, assim, através de provas variadas, em diferentes contextos experimentais, as condições e os processos de identificação das formas geométricas em crianças a partir de 3 anos, até a idade adulta, o que resultou em uma tese de Doutorado, defendida no IPUSP.

Problemática

Nosso problema nasceu da constatação de que as crianças, e mesmo adultos, apresentavam grandes dificuldades para raciocinar a respeito de propriedades geométricas consideradas básicas para uma boa compreensão matemática. Passamos a nos indagar sobre o que entendiam por forma geométrica, conceito básico na geometria euclidiana. Interessou-nos, em especial os conceitos de "triângulo" e de "paralelogramo", considerados bem entendidos por qualquer pessoa escolarizada, o que verificamos não ser verdadeiro.

Antes de nos referirmos, mais especificamente, as respostas dadas a essa questão por diferentes modelos teóricos, convém esclarecer que:

1) Durante muito tempo, acreditou-se que os conceitos geométricos, tidos como "verdadeiros por definição", e outros conceitos "arbitrários" seriam apreendidos pelo sujeito graças a uma simples abstração dos atributos que os definiam. Essa maneira de conceber a formação de conceitos, de inspiração aristotélica, não perdeu de todo a sua força persuasiva, influenciando, ainda hoje, inúmeros educadores e pensadores;

2) Estudos de inspiração piagetiana, tornaram conhecido o fato de que só a partir dos 6/7 anos as crianças começam a recorrer a classificações hierárquicas, lógico-matemáticas;

3) As formas estudadas pela Geometria, correspondem a classes logicas, bem definidas, perfeitamente incluídas em outras. Um elemento pertence à classe, dependendo do fato de possuir ou não os atributos que a definem.

4) Sabemos, por outro lado, que, em certas circunstâncias, a criança bem pequena já individualiza figuras como o círculo, o quadrado ou o triângulo, por exemplo, muito antes de uma abordagem conceitual das mesmas, no sentido piagetiano ou de Vygotsky. E observamos em certa situação experimental (Albernaz, 1980) que, entre 6 e 10 anos, crianças francesas excluíam da rubrica " triângulo" alguns exemplares, como, por exemplo, triângulos assimétricos. As exclusões, maiores aos 6 anos, desapareciam aos 11 anos, após estudos geométricos escolares.

Dispúnhamos, assim, de indicadores de que as crianças mais jovens dispunham de uma representação interna das formas que não coincidia exatamente com sua definição formal, e que aquela se transformava ao longo do desenvolvimento.

O que seria, então, para a criança uma forma não conceitual? Como ela se transformaria, até o sujeito ser capaz de abordá-la conceitualmente, em conformidade com a geometria? Interessou-nos, assim: acompanhar a construção e mudanças internas de conceitos lógico-espaciais, bem simples, que começam a ser elaborados antes da criança dispor de um instrumental lógico apropriado, e fazem parte do universo semântico da maioria das pessoas, algumas sem qualquer instrução escolar; entender os mecanismos que explicariam as mudanças observadas.

A definição dessa ótica de estudos levou-nos a detectar uma razão importante de conflitos teóricos que aparecem no caso específico da conceituação das formas geométricas. Alguns modelos, como o de Piaget, por exemplo, abordam as formas geométricas, como classes lógico-geométricas, com limites bem definidos. Outros modelos, como o de Rosch (1973,1978), cognitivista norte-americano, de tendência associacionista, segundo classificação adotada por Pozo (1989), as tratam como categorias "naturais" ou "perceptivas". Decorre daí desacordos que forçosamente aparecem.

Seriam as formas ditas geométricas "naturais" ou seriam "lógicas"? Ou a oposição entre estes dois termos estaria mal colocada, conforme advogamos?

Antes de apresentarmos nossos argumentos, convém destacar que um mergulho em diferentes teorias sobre a aprendizagem e formação de conceitos, eixo central de nossa problemática, nos levou a constatar que:

1) Há <u>modelos de grande generalidade</u>, que teorizam a respeito da formação ou da aprendizagem de conceitos, baseando-se em certo número de resultados empíricos, como os de Piaget, de Vygotsky e de diferentes teorias da aprendizagem, de cunho associacionista.

2) Aparecem, por outro lado, <u>modelos mais restritos</u>, que fogem da pretensão das grandes teorias de tudo explicar. Eles modelizam, de forma localizada, a respeito de aspectos distintos da realidade psico-social do sujeito humano, que se desenvolve, apreende e transforma um universo conceitual pré-construído. Este seria um movimento mais atual.

As questões levantadas por esses diferentes modelos não são exatamente as mesmas e seus pressupostos diferem em maior ou menor grau. Sendo assim, seus métodos de estudo e respostas obtidas apresentam pontos de divergência marcantes.

Os dados empíricos que coletamos, por outro lado, vieram mostrar que os sujeitos parecem codificar as informações referentes às formas geométricas de maneiras distintas, que se refletem em modos de categorização diferentes, que podem coexistir e serem acionados, dependendo de sua maior ou menor adaptabilidade à tarefa proposta. Um mal ajuste entre modos de categorizar distintos explicariam muitas respostas consideradas "ilógicas" por professores de Matemática. Passamos a advogar, assim, a necessidade de se construir um modelo que aborde as formas de um duplo ponto de vista, enquanto categorias figurativas e lógicas, mostrando as interações entre suas diferentes formas de organização interna e como são acionadas pelo sujeito em diferentes contextos.

Este modelo teórico está por ser construído. Vimos que alguns modelos restritos sobre a categorização estariam contribuindo para isto, tentando aproximar posições antes consideradas antagônicas. Bideau (1990), por exemplo, ao reestudar o famoso conceito piagetiano da inclusão de classes (Há mais flores ou margaridas?), incorpora ao seu modelo o fenômeno dos protótipos, que, para ela decorreria de um tratamento analógico das classes vistas como simples coleções de objetos (uma classe seria uma reunião de elementos equivalentes segundo certas propriedades, independentemente de sua disposição espacial).

De nossa parte, obtivemos dados, já em 1980, que indicavam que as formas geométricas se ancoravam, inicialmente, em protótipos (o triângulo eqüilátero, por exemplo, seria o melhor exemplar do triângulo). Nossos estudos mais recentes indicam que esse modo de categorização, fortemente contextualizado, seria resistente a uma reestruturação.

Podemos adiantar que muitas das respostas obtidas se deve ao fato de termos procurado estudar simultaneamente a evolução da noção de forma ao longo do tempo, e suas modificações sob o efeito de situações variadas de aprendizagem.

Esse modo de estudo foi analisado por Nechine-Grymberg (1990), em um colóquio europeu. Segundo ela, a aprendizagem e o desenvolvimento, vistos no passado como radicalmente distintos, a serviço de concepções opostas relativas a formação do saber, tendiam, nos estudos mais recentes, a estabelecer interações, visando um maior entendimento dos fenômenos de aquisição de conhecimentos e da constituição de certas regras de conduta.

A tendência de aproximação entre tendências divergentes foi também destacada por Pozo, que agrupa as teorias que abordam a aprendizagem em três grande categorias:

1)As de tendência associacionistas, que se preocupam com as mudanças contínuas e quantificáveis, derivadas de uma prática acumulada em determinados contextos - as behavioristas, as teorias do protótipo e a maioria das teorias cognitivistas norte-americanas, ligadas a tradição do processamento de informação;

2)As de tendência organicistas ou reestruturalistas, que adotam um construtivismo dinâmico, como as da de Piaget e Vygotsky, mais preocupadas com as mudanças produzidas na organização das estruturas cognitivas em decorrência da interação entre essas estruturas e os objetos aos quais elas se aplicam;

3)Uma terceira tendência de buscar integrar em um só modelo as mudanças qualitativas e quantitativas, a reestruturação e a associação, na qual insere o seu próprio modelo.

Segundo Pozo, os modelos alternativos, como o seu, apoiam-se em grande parte em estudos sobre as concepções de alunos a respeito de conceitos científicos e nas dificuldades que os mesmos apresentam em transformar seus conceitos expontâneos em conceitos científicos, em situações de instrução escolar. Essa nova tendência, por sua vez, aproxima-se mais das teorias da reestruturação do que das teorias associacionistas. Inserimos nosso estudo nesse movimento histórico.

Uma teorização sobre o problema da categorização das formas geométricas, teria, no nosso entender, de integrar em um só modelo, um corpo de hipóteses advindas de diferentes modelos, compatibilizando-as entre si. Procuramos contribuir para a elaboração desse modelo, elucidando mecanismos presentes no processo de categorização das formas.

Interessamo-nos: pelas rupturas e reorganizações do modelo interno do sujeito com relação a etapas anteriores de construção; pelas modalidades diferentes de categorização que podiam ser suscitadas em diferentes situações; pelas modificações provocadas nos modelos internos por situações de aprendizagem bem controladas. Desenvolvimento e funcionamento cognitivo foram estudados, assim, de forma articulada, através de instrumentos variados, que geravam situações de aprendizagem.

Uma das razões dessa escolha adveio do fato de admitirmos que os conceitos se modificam ao longo do tempo, em interação com outros, aplicando-se a um número cada vez mais amplo de situações. A adoção desse pressuposto, por sua vez, implica em entender a atividade de formação de categorias e a atividade de resolução de problemas como intimamente relacionadas: os eventos ou objetos seriam organizados em categorias para assegurar maior previsibilidade dos efeitos das ações dos sujeitos sobre o mundo externo (físico e social) e sobre seu próprio mundo mental, subordinando-se à fixação de metas.

Não chegamos a afirmar que o processo de categorização confunda-se inteiramente com a atividade de resolução de problemas, pois muitos processamentos da informação visual e sua organização interna, seriam automáticos e inconscientes, provavelmente incorporados ao próprio desenvolvimento da espécie humana, como bem analisou Spitz (1993). Entendemos, porém, que os processamentos mais evoluídos, responsáveis pelas mudanças conceituais, estariam relacionados à fixação de metas e à testagem de hipóteses sobre as características, propriedades e aplicabilidade dos conceitos em elaboração.

O sujeito seria, portanto, um reconstrutor de conceitos culturalmente já elaborados ou um construtor de novos conceitos, que teriam de se ajustar ao seu próprio universo conceitual interno, e ao universo físico e social, ao qual os mesmos se aplicam, mediante um processo de interação com diferentes atores. As interações sociais desestabilizariam certos modelos representativos internos e gerariam condições favoráveis para sua substituição, dependendo do nível cognitivo do sujeito e das hipóteses com que os mesmos abordam a tarefa. As mudanças conceituais, por outro lado sofreriam os efeitos de conhecimentos factuais, algoritmos, operações e esquemas heurísticos adquiridos na escola, em um passado mais ou menos remoto, ou em situações de aprendizagem bem determinadas, onde o sujeito interage com outros atores, conforme já destacava Vygotsky.

Convém ressaltar, finalmente, que preferimos não optar, explicitamente, a priori, por uma única teoria que pretendesse explicar a natureza da representação interna e suas transformações. As observações já coletadas e os estudos empreendidos não o recomendavam. Adotamos, assim, pressupostos mínimos a respeito das características dos modelos internos e de suas transformações, entendendo que uma melhor caracterização dos mesmos deveria emergir do conjunto de observações e dados experimentais recolhidos.

II- Metodologia adotada

Primeiramente fizemos um estudo histórico da contribuição dos geômetras, filósofos e psicólogos a respeito do mundo visual e conceitual do homem, que nos forneceu parâmetros de análise para a construção de nosso material experimental. Já os estudos pedagógicos deram informações importantes a respeito do contexto social de nosso sujeitos experimentais, que estariam condicionando suas condutas.

Os estudos dos geômetras, mostram como repartir as formas geométricas em diferentes classes e subclasses. Já os estudos históricos da evolução da geometria reforçaram nossa idéia de que inúmeras dificuldades, ligadas às propriedades de formas particulares, precisariam ser superadas, para o sujeito poder conceber uma forma geométrica genérica.

Os estudos filosóficos procuraram elucidar como o sujeito humano abstraía o conceito de forma geométrica. Platão explicava que o objeto de estudo da Geometria não eram as figuras imperfeitas, traçadas na areia da praia, mas as formas conceituais, perfeitas, idealizadas pelo homem. Ele especulava a respeito de como era possível ao homem ter acesso a este tipo de conhecimento. As respostas de Platão não satisfizeram, gerando dúvidas e questões que outros filósofos procuraram responder, provocando, novos questionamentos. Analisamos os debates sobre o tema, envolvendo: Aristóteles, Locke, Berkeley, Hume, Kant, Poincaré e Russel.

O debate geral sobre a origem do conhecimento, por sua vez, não se esgotou no campo da filosofia:1)O conhecimento derivaria dos objetos captados por nosso sistema sensorial ou da transmissão social, que determinariam as regras da atividade mental, conforme pretendem correntes empiristas, de cunho natural ou sociológico? 2) O conhecimento adviria de princípios inatos, que imporiam regras para o entendimento e formas de pensar os objetos, conforme pretendem os racionalistas?3) Ou, a relação entre estes dois termos opostos estaria mal colocada, conforme pretendeu demonstrar Piaget e outros, apelando para estudos psicológicos, que mostram que as estruturas cognitivas do sujeito adviriam dele próprio e do objeto, graças a um processo de interação mútua?

Então, o que corresponderia na conduta do sujeito à programação genética, desenvolvida através da evolução da espécie humana, e o que corresponderia a condutas, programas e objetos aprendidos pelo sujeito ou construídos? As leis da lógica seriam inatas? As intuições geométricas elementares também? Ou seriam adquiridas, ou ainda construídas?

A <u>Psicologia</u> nascente no final do século passado nutriu-se desse debate filosófico sobre a origem do conhecimento, procurando testar empiricamente diferentes formas de comportamento, sem conseguir, chegar a um consenso. Grande embates se sucedem ainda no interior de corpos teóricos distintos. Analisamos as contribuições dos gestaltistas para o estudo das formas, dos behavioristas e neo-behavioristas, dos cognitivistas americanos, dos construtivistas europeus. Analisamos ainda as controvérsias a respeito dos modos de estocagem e utilização da representação simbólica: verbal e imagística e proposicional. Estudamos o raciocínio dedutivo, indutivo e analógico, que são mobilizados nas atividades geométricas.

Os estudos pedagógicos, por sua vez, permitiu que contextualisássemos o ambiente escolar dos aprendizes brasileiros por nós examinados: ensino da geometria inexistente ou precário, com raras exceções. Só na última década o ensino da geometria teria se revigorado, graças a propostas de ensino que se ancoram nas intuições e na análise das representações dos alunos, com recursos inclusive computacionais. Estas propostas e estudos , com destaque nos últimos congressos nacionais e internacionais de Educação Matemática, ainda não chegaram, no entanto, à maioria das escolas.

Esses estudos nos ajudaram na construção de sistemas experimentais e na formulação e testagem de hipóteses que foram emergindo ao longo do trabalho.

As provas que aplicamos, para subsidiar nossa tese foram as seguintes:

1)- <u>Provas de identificação perceptiva do triângulo e do efeito forma/disposição</u>, com 48 crianças francesas e 32 brasileiras, de 3 e 4 anos. Interessamo-nos aqui pela emergência do modo mais primitivo de categorizar, ainda instável, analisando alguns mecanismos de identificação de formas, dispostas em orientações diferentes.

2)- <u>Provas de classificação, emparelhamento e de julgamento de diferenças, envolvendo 9 séries de triângulos semelhantes</u> (triângulos acutângulos, simétricos ou não, e triângulos retângulos, simétricos ou não), com 136 crianças francesas, de 6 a 11anos. Podemos adiantar que, observamos no grupo de 11 anos, o surgimento de um modo de identificar e classificar triângulos, baseado na teorização geométrica, fortemente dependente da tarefa e das situações propostas.

3)- <u>Provas de identificação, classificação, definição e desenho de formas geométricas</u> aplicadas a 7 turmas de universitários brasileiros da área de Pedagogia, durante 6 semestres letivos. Visávamos testar hipóteses, que emergiram dos estudos feitos com crianças, ou que foram se configurando durante um curso de geometria oferecido. Em especial, observamos em muitos sujeitos um modo prototípico de categorizar as formas geométricas, que os conduzia, muitas vezes, a uma dissonância lógica entre definições adotadas e escolhas de representantes das mesmas. Os padrões de respostas, de repente mudavam e seus pressupostos passavam a que se harmonizar com aqueles das teorias matemáticas, embora o processo de mudança nos escapasse.

4)- <u>Experimentação pedagógica com o recurso de um software criado,: "Triângulos: prova de conhecimento e aprendizagem"</u>, envolvendo 71 sujeitos: crianças de 4ª a 6ª séries, adolescentes, e universitários da área de Pedagogia. O software procurou captar a maneira com o sujeito concebia o triângulo e sua definição e acompanhar o eventual processo de reorganização conceitual, provocado por feedback, em crianças de 10 a 12 anos, adolescentes, e em estudantes universitários.

III- Resultados e conclusões

Procuramos captar os modelos internos com os quais os sujeitos abordavam a tarefa de identificação e definição do triângulo.

Detectamos um modo de categorização primitivo, fortemente contextualizado, organizado em torno de protótipos. O triângulo equilátero, com base horizontal e um vértice no alto, seria, por exemplo, o melhor exemplar do triângulo. Quanto mais o triângulo se afastava do modelo prototípico, tornando-se mais estreito ou assimétrico, ou sofrendo rotações, mais tinha chances de ser excluído da categoria. Havia, por outro lado, um modo mais abstrato de categorização conceitual, apoiado na teorização geométrica

O primeiro modo de categorização foi investigado, sobretudo, pelas correntes psicológicas de tendência associacionistas, conforme classifica Pozzo, como a teoria dos protótipos. As correntes mais voltadas para o desenvolvimento e organização das estruturas cognitivas do sujeito, como as de Piaget e Vygotsky, se interessaram pelo segundo modo de categorização. Seus modelos teóricos, preocupados com as mudanças qualitativas do pensamento, trazem embutidos a idéia de que, durante o desenvolvimento, haveria a substituição de um maneira de categorizar mais primitiva por outra compatível com a lógica, com momentos de retrocesso, pouco explicados.

Os resultados obtidos indicam, no entanto, que o modo geométrico se constrói ancorado no modo mais figurativo, sem substituí-lo, tornando-se mais disponível, ao longo do desenvolvimento. Por outro lado, esses modos de conceber as formas se interrelacionam, mantendo conexões múltiplas, que perduram. Eles podem, então, entrar em conflito, justaporem-se ou serem substituídos um pelo outro, em certos contextos.

Graças ao software vimos emergir um modo de categorizar do tipo geométrico em sujeitos que não recorriam a ele. Constatamos, também, que o modo mais primitivo ou natural interferia no mais abstrato, ainda não bem elaborado, gerando respostas inconsistentes. O sujeito podia se colocar em planos diferentes ao fazer as escolhas das figuras ou da definição, com tentativas de compatibilização nem sempre bem sucedidas. Baseava sua definição, por exemplo, no modelo ideal do triângulo, dissociando a escolha das figuras deste padrão e adotando eventualmente o geométrico ao qual teve acesso em sua formação escolar. Houve os que fizessem o inverso, escolhendo figuras simétricas, não muito estreitas ou pouco assimétricas e recorrendo a uma definição geométrica correta, aprendida na escola. Tentativas de ajuste apareceram em todas as idades, em decorrência dos feedback que indicavam uma pontuação inferior à máxima possível (18 pontos), ou uma definição incorreta, ou incompatível com as figuras escolhidas.

O progresso, muitas vezes, parecia adquirir características de uma revolução interna, de estruturação de um novo modo de categorizar as formas, ajustado à tarefa proposta. Nesse processo, propriedades julgadas essenciais para fundamentar os julgamentos de similaridade, como a simetria, podiam ser abandonadas e outras julgadas irrelevantes, como o fato dos lados serem retilíneos, passariam a ser consideradas.

O software permitiu que obtivéssemos uma visão dinâmica do movimento dos sujeitos em busca de respostas ajustadas aos objetivos da tarefa. Momentos de incoerência seguidos de coerência, ou vice versa, podiam se suceder. Para captar a dinâmica da conduta acompanhávamos as diferentes opções do sujeito em cada uma das fases possíveis (4 no máximo), suas reações face aos feedback, e sua fala para si mesmo ou com o experimentador.

Os adultos procuraram desde o início, e mais freqüentemente, compatibilizar as escolhas das figuras e da definição e chegaram ao acerto mais rapidamente. As crianças de 6ª série, embora estivessem estudando ângulos e áreas de triângulos, apresentaram, inicialmente, grande freqüência de definições prototípicas. Na 2ª fase, porém, os acertos na definição aumentaram de 35% para 82%, superando os dos adultos, mais empenhados na produção de respostas logicamente coerentes. Ao final do programa as respostas dos adultos e crianças de 6ª série se equipararam: 95% de êxito total. 30% das crianças de 10 anos tiveram, também, acerto total.

Um desenvolvimento cognitivo maior teria favorecido os adultos, que exploravam mais sistematicamente a tela, e faziam cálculos aditivos com maior freqüência, maximizando as chances de um raciocínio analógico correto e de encontrar a boa definição, aplicada a outras figuras, por dedução lógica. A aprendizagem geométrica poderia explicar a grande diferença de desempenho entre os alunos de 4ª série (10 a 11 anos) e os de 6ª série (12 a 13 anos), e as diferenças não muito grandes entre estes últimos e os universitários. Não pudemos aferir, porém, até que ponto os dois grupos de crianças se diferenciavam do ponto de vista cognitivo (no raciocínio analógico, ou no dedutivo). Possivelmente houve uma combinação de fatores, mais relacionados a níveis de desenvolvimento cognitivos, ou à aprendizagem escolar, que determinou o desempenho diferente na prova.

O processo de categorização das formas geométricas envolveria mecanismos distintos, de natureza mais analógica ou mais lógica, que se interrelacionam de múltiplas maneiras, e uma atividade intensa de formulação e testagem de hipóteses. Analisamos, mais diretamente, o uso de operadores relacionados a problemas aditivos simples (cálculo do número de triângulos omitidos ou mal escolhidos) e a operação de busca de analogias entre exemplares do triângulo.

As respostas corretas e compatíveis com o modelo geométrico, porém, não garantem que os sujeitos estejam realmente entendendo as formas enquanto classes lógicas, independentemente de um contexto perceptivo. Será que esses alunos admitiriam que 3 pontos dispostos em diferentes astros celestes (Sol, Lua, Marte) formariam um triângulo? Outras provas seriam necessárias para determinarmos o grau de generalização e abstração a que chegaram. Além do mais, sabemos que os conceitos não são estáticos e, como diz Vergnaud (1993), tendem a se reorganizar, admitindo novos sistema de significantes e de propriedades, com aplicação a um número mais amplo de situações.

A originalidade de nossa contribuição decorreu, em parte, do fato de termos procurado integrar perspectivas que antes tinham poucos pontos de contato entre si: Aprendizagem em contextos bem definidos e Desenvolvimento. Outra contribuição original foi a do uso de um programa computacional, para o estudo de fenômenos de categorização espacial. Isso difere, da abordagem dos cognitivistas americanos (veja Anderson,1987), que recorrem a "tutores inteligentes" para o estudo de outros tipos de fenômenos de aprendizagem. As perspectivas que abrimos com nosso trabalho são interessantes para a PSICOLOGIA, que poderá vir a estruturar um novo modelo teórico, superando as insuficiências das abordagens disponíveis e para a PEDAGOGIA e a EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, que poderão buscar nos estudos que implementamos, nas formulações teóricas que desenvolvemos e no instrumento de experimentação pedagógica criado a inspiração para a elaboração de novos métodos de ensino, sobretudo, relativos à Geometria.

BIBLIOGRAFIA DAS CITAÇÕES

1) Albernaz, J. M. **Propriétés géométriques et classification: la similitude des triangles chez l'enfant de 6 à 11 ans.** 1980. 205 p. "Mémoire" para obtenção do título de "l'Èleve Diplômé de l'École des Hautes Études en Sciences Sociales", em Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo. Paris, E.H.E.S.S.

2) Anderson, J. R. Methodologies for studying human knowledge. **Behavioral and Brain Sciences**, n. 10, p. 467-50, 1987.

3) Bideau, J, Pierre-Puységur, M. A L´etude genétique des structutations logiques: quoi de neuf ? In Netchine-Grymberg, G.(Org.): **Développement et Fonctionnement cognitifs chez l'enfant**. Paris : PUF., 1990, p. 33-51.

4) Netchine-Grymberg, G.(Org.). **Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant.** 277 p. Paris : PUF, 1990.

5) Pozzo, J. I. **Teorias cognitivas del aprendizage**. Barcelona : Ediciones Morata, S.L.,1989.

6) Rosch, E. On the internal structure of perceptual and semantic category. In: T. E. Moore (Org.) : **Cognitive development and the acquisition of langage**. N.York: Academic Press, 1973.

7) ___ Principles of categorization. In: Rosch, E. H. & Lloyd, B. B.(Org.): **Cognition and Categorization**. Hillsdale, N.Jersey : L.E.A., I978.

8) Spitz, H.H. The role of the Unconscious in Thinking and Problem Solving. **Educational Psychology**, v. 13, p..3-4, 1993.

9) Vergnaud, G. **Théorie des Champs Conceptuells**. Manuscrito apresentado no Congresso Internacional de Educação Matemática, Rio de Janeiro, julho de1993.

O PAPEL DO PROFESSOR NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ALUNOS[3]

Maria Manuela Martins Soares David
Faculdade de Educação/UFMG
Maria da Penha Lopes
Faculdade de Ciências Humanas de Pedro Leopoldo/MG
Faculdade de Filosofia e Letras de Diamantina - FAFIDIA/MG

Nossa pesquisa vem evoluindo da análise de erros de alunos de 3a. à 6a. série na compreensão da estrutura do sistema de numeração decimal e no algoritmo da subtração, continuando com a tentativa de associar alguns deles aos procedimentos de ensino utilizados pelos professores (David & Machado, 1992, 1996). Mudando o foco de nossa atenção do fracasso/erro para o sucesso, passamos a analisar os procedimentos utilizados pelo professor que poderiam estar contribuindo para o sucesso dos alunos em matemática (David & Lopes, 1998a, 1998b). Num primeiro momento, identificamos o sucesso em matemática com o pensamento flexível, conforme caracterizado no trabalho de Eddie Gray e David Tall (1993). No estágio atual da pesquisa, ampliamos a idéia inicial de pensamento flexível para a idéia de pensamento matemático, analisando os procedimentos do professor que estariam contribuindo para o desenvolvimento desta forma de pensamento (David & Lopes, 2000). Acompanhamos o trabalho em sala de aula de 8 professores de escolas públicas e particulares, de diferentes níveis de ensino (Fundamental e Médio), durante um período que variou de um a dois meses, aproximadamente. A maior parte das observações foi realizada por estudantes da graduação que participavam do projeto como bolsistas de Iniciação Científica. Não houve intervenção direta na sala de aula por parte dos nossos assistentes de pesquisa. Nossa análise se baseou

[3]Este trabalho é resultado de um projeto de pesquisa que vem recebendo financiamento do CNPq, nos permitindo contar com a colaboração dos bolsistas de Iniciação Científica Alisso Augusto Marques e Denise Ribas da Silva Capuchinho.

nas anotações de campo produzidas por esses bolsistas e nas transcrições das gravações em aúdio de algumas dessas aulas. Schoenfeld (1992, p.364-365) afirma que já se sabe razoavelmente bem o que é o pensamento matemático. Contudo, segundo ele, ainda existem dúvidas sobre o quando e o como as crianças desenvolvem ou deixam de desenvolver as habilidades correspondentes a essa forma de pensamento. Acreditamos que a situação não se modificou muito de 1992 para cá. Nossa análise indicou que os procedimentos utilizados pelos professores estão mais frequentemente tolhendo do que encorajando o pensamento matemático dos alunos. Nosso estudo indica que o professor pode ter uma influência poderosa no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos se o mesmo for consciente e deliberadamente encorajado dentro do contexto da atividade regular de sala de aula.

Pensamento matemático

Sendo um processo mental, o pensamento matemático não é diretamente observável, mas se revela através de habilidades cognitivas e metacognitivas que podem ser observadas nas relações dos sujeitos com o conhecimento matemático.

Nossas observações em sala de aula (David & Lopes, 2000) e a bibliografia consultada (NRC, 1989; Schoenfeld, 1992) nos levaram a identificar como manifestações do pensamento matemático as seguintes habilidades cognitivas:

- Modelação - o sujeito constrói uma idéia com a qual capta importantes aspectos de fenômenos descritos por palavras e/ou figuras.
- Pensamento autônomo e flexível - o sujeito apresenta soluções não canônicas ou explora outras possibilidades de solução.
- Inferência - o sujeito lê e interpreta dados, definições, afirmações, tabelas, etc.
- Prova e demonstração - o sujeito busca explicações lógicas para justificar uma afirmação.
- Generalização e abstração - o sujeito generaliza conclusões partindo de casos particulares ou seleciona aspectos comuns para diferentes situações.
- Simbolismo - o sujeito usa adequadamente a linguagem simbólica da matemática, sabendo traduzir matematicamente uma situação vivenciada por ele ou sabendo atribuir significado à simbologia matemática.

As fronteiras entre essas habilidades cognitivas são extremamente tênues e todas são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático que, entretanto, não se esgota nelas. Igualmente importante é a socialização dessas habilidades em sala de aula (Schoenfeld, 1992) e a consciência e controle de sua utilização, o que Brown (1987) considera como uma característica da metacognição.

Esta caracterização de pensamento matemático indica que o melhor contexto para estudar o seu desenvolvimento é a sala de aula de matemática: lá podemos observar o pensamento matemático sendo socializado e evidenciado pelas interações professor-alunos através da fala e do uso de uma linguagem específica.

Schoenfeldd (1992) faz um levantamento de trabalhos com diferentes enfoques, todos com o objetivo de desenvolver alguma forma de "pensamento matemático". Todos os trabalhos relatados se desenvolveram com a participação direta do pesquisador e num contexto especialmente planejado para a pesquisa. Segundo Schoenfeld, apesar do cuidado colocado na escolha dos materiais e procedimentos utilizados nesses estudos, os resultados são pouco encorajadores e, em geral, revelam a enorme dificuldade de demonstrar conclusivamente a possibilidade de desenvolver a metacognição e mesmo a habilidade de resolver problemas.

O ponto de vista apresentado por Coles (1993) já é mais encorajador. Ele analisa programas planejados para ensinar a pensar num contexto mais abrangente, não restrito ao pensamento matemático, envolvendo aspectos como lógica formal e informal, pensamento crítico, fluência e flexibilidade de pensamento, leitura, relações interpessoais e habilidades sociais. Conclui que: "(...) temos evidência, parcialmente obtida via avaliações desses programas, de que é possível, nas escolas, desenvolver as habilidades e atitudes associadas ao pensamento. Existe evidência que comprova que os programas que ensinam a pensar desenvolverão, em alguma medida, coisas tais como o poder de julgamento dos alunos, raciocínio, memória, atenção e motivação." (p. 341)

Muitas das pesquisas relacionadas com o desenvolvimento do pensamento ou o desenvolvimento do pensamento matemático, analisadas respectivamente por Coles (1993) e Schoenfeld (1992), relatam situações em que existe uma influência direta e uma participação do pesquisador, isto é, ou o pesquisador assume o papel do professor ou é o próprio professor que está fazendo a pesquisa. São situações em que o professor/pesquisador tem uma ação deliberada como mediador entre o aluno e o pensamento matemático ou o processo de pensamento de forma mais geral.

Numa outra perspectiva, decidimos observar numa situação normal de sala de aula, sem interferência do pesquisador, se havia evidências do uso de formas de pensamento matemático pelos alunos ou pelo professor e se os procedimentos utilizados por este poderiam estar encorajando/tolhendo essas formas de pensamento.

Metodologia da pesquisa

As observações em sala de aula nos permitiram acumular informações acerca das ações dos professores, acerca das interações professor-alunos e alunos-alunos, e sobre as interações entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático. Nossa análise está baseada na descrição da realidade da sala de aula e na leitura que fizemos dessa realidade.

A observação e interpretação dessas interações permite extrair perguntas gerais e hipóteses que vão sendo reformuladas ao longo do caminho, sem pretender fazer afirmações gerais ou provar hipóteses pré-estabelecidas. Esta era a ênfase que pretendíamos dar à nossa pesquisa e, por isso, pareceu-nos apropriado buscar o referencial teórico para fundamentar nossa metodologia na pesquisa de tipo etnográfico e fenomenológico (Jaworski, 1994; Bogdan & Biklen, 1994). É uma pesquisa qualitativa de caráter interpretativo. Os resultados são obtidos através da interpretação de episódios/narrativas do ambiente natural da sala de aula. A preocupação central são as circunstâncias imediatas que envolvem as interações professor-alunos-matemática. O significado atribuído a essas interações serviu para desenvolver, indutivamente, um conjunto de categorias que nos permitiu caracterizar o pensamento matemático.

Além disso, acrescentamos uma contribuição de caráter teórico ao identificar os papéis que o professor pode assumir em uma sala de aula. Construímos assim um modelo para ser utilizado na análise de aulas em que se pretende incentivar o desenvolvimento do pensamento matemático (Jaworski, 1994; Strauss, 1993; Strauss & Corbin, 1990).

Nesta pesquisa focalizamos nossa atenção nas descrições das interações professor-alunos-conhecimento matemático evidenciadas pelo diálogo professor-alunos.

Procuramos professores que eram reconhecidos por desenvolver um tipo de aula dialogada, onde se tornaria mais fácil analisar as interações professor-alunos-matemática. Esperávamos que esses professores utilizassem métodos de ensino que incentivassem formas flexíveis de pensamento.

Acompanhamos esses professores por um período que variou de 1 a 2 meses, aproximadamente, e terminamos as observações no momento em que sentimos que não estavam mais aparecendo fatos novos relacionados com o centro de interesse de nossa pesquisa. As observações de sala de aula foram feitas, na sua maior parte, por estudantes da graduação, bolsistas de Iniciação Científica, nossos assistentes de pesquisa. Acreditamos que isto contribuiu para deixar, tanto os professores investigados como os alunos, mais à-vontade diminuindo o grau de expectativa dos professores no que diz respeito à relação professores-pesquisadores.

Os assistentes de pesquisa foram instruídos no sentido de resgistrar em anotações de campo as interações professor-alunos-matemática, da forma mais fiel possível, prestando atenção especial naquelas em que qualquer uma das formas de pensamento matemático estaria sendo evidenciada, quer pelo professor quer pelos alunos. Algumas aulas foram gravadas em áudio e transcritas.

Depois desta fase mais descritiva da coleta dos dados, compreendendo a descrição da atividades que estavam sendo desenvolvidas na sala de aula e a transcrição dos diálogos, iniciamos uma fase mais reflexiva. Nesta fase as pesquisadoras responsáveis fizeram uma primeira seleção das aulas que consideraram mais significativas do ponto de vista das manifestações do pensamento matemático nas interações professor-alunos-matemática.

Selecionamos, para cada aula, os diálogos em que percebemos evidência, quer por parte do professor quer por parte dos alunos, do uso de alguma das habilidades cognitivas. Em seguida passamos a identificar as atitudes/procedimentos dos professores que poderiam estar contribuindo para a manifestação do pensamento matemático por parte dos alunos. A análise dos episódios foi feita com base na confrontação entre essas atitudes/procedimentos com as habilidades cognitivas identificadas. Esta parte da análise dos dados foi feita principalmente pelas duas pesquisadoras responsáveis, sempre apoiadas pelos assistentes de pesquisa.

A observação das interações professor-alunos-matemática, como podemos verificar pela análise dos episódios/diálogos de sala de aula, evidenciou a importância do papel do professor no desenvolvimento de um diálogo produtivo. Podemos distinguir claramente aqueles diálogos que levavam o aluno a re-elaborar sua argumentação daqueles diálogos que não contribuíam para esta re-elaboração. Isso nos deu garantia da adequação da metodologia utilizada.

Um modelo de análise das aulas observadas

Passamos a desenvolver um modelo que permite caracterizar o que é o pensamento matemático e que permite analisar os diálogos/interações em sala de aula que estão promovendo ou inibindo o pensamento matemático dos alunos.

Jaworski (1994) e Rittenhouse (1998) desenvolveram dois modelos de análise apoiados em observações de sala de aula com propostas diferentes, mas com objetivos muito claros: no primeiro caso o objetivo era encorajar os alunos a desenvolver processos e estratégias matemáticas (investigação) e no segundo caso era falar com os alunos sobre esses processos e estratégias (discurso matemático). Esses dois modelos nos ajudaram a fazer a análise das "nossas" aulas uma vez que pretendíamos identificar manifestações do pensamento matemático, que inclui tanto a investigação como o controle do discurso matemático.

Jaworski apresenta três categorias (controle da aprendizagem; sensibilidade para os alunos e desafio matemático) que, segundo ela, "descrevem o contexto complexo da sala de aula" (p. 108). Essas categorias foram definidas considerando a observação de salas de aula onde os professores tinham por objetivo trabalhar de uma forma investigativa, isto é, uma forma que "encoraja a construção crítica (...) em sala de aula." (p. 12)

Rittenhouse (1998) analisa o papel do professor "ao ajudar os alunos a aprenderem matemática" (p. 163), tomando como ponto de partida a descrição das aulas dadas por Lampert, cujo objetivo era "que os alunos aprendessem a falar matemática" (p. 9). Este estudo nos interessou porque, como já dissemos, estamos considerando que saber falar sobre matemática é uma dimensão importante do pensamento matemático.

Ela identifica dois papéis que Lampert assume quando está "engajada em discussões matemáticas com seus alunos", "o de participante na discussão e o de comentador sobre a discussão" (p. 173).

Os dois modelos serão utilizados na análise dos nossos dados, uma vez que um completa o outro. As três categorias de Jaworski descrevem aspectos particulares que identificamos tanto no papel de participante da discussão como no de comentador. Apesar de essas categorias contribuírem para tornar as características desses papéis mais claras, elas são insuficientes para caracterizá-los completamente. Por exemplo, o papel de comentador da discussão, enfatizado no estudo de Rittenhouse, em que o professor quer desenvolver a dimensão do "falar sobre matemática" vai além das categorias de Jaworski. Segundo Rittenhouse (1998), como comentadora, Lampert chamava a atenção de seus alunos para o que estavam fazendo levando-os a compreender os processos matemáticos envolvidos na sua aprendizagem. Deste modo, Lampert estava atuando além do nível da cognição e alcançando o nível da metacognição.

Centramos nossa análise nos diálogos de sala de aula levando em consideração a participação do professor e dos alunos nesses diálogos. Analisando a atuação do professor nas suas interações com os alunos, identificamos dois tipos de interferência de acordo com o seu efeito na fala do aluno.

Consideramos como uma interferência positiva do professor aquelas situações nas quais ele desencadeia a manifestação, pelo aluno, de alguma habilidade cognitiva ou metacognitiva, característica do pensamento matemático. Nas nossas observações alguns desses momentos foram provocados por um desafio feito pelo professor que leva os alunos a elaborar ou re-elaborar um pensamento, ou a interpretar uma definição ou ainda a fazer uma generalização.

Consideramos como uma interferência não-positiva do professor aquelas situações nas quais ele não contribui para a re-elaboração do pensamento matemático dos alunos ou quando, ao invés de estimular o pensamento matemático do aluno, ele parece inibí-lo. Nas nossas observações, as interferências não-positivas do professor mais significativas aconteceram associadas a uma manifestação positiva do aluno. Nesses momentos o aluno manifestava alguma característica do pensamento matemático e o professor ignorava essa manifestação ou a inibia.

Isso nos sugeriu uma classificação dos diálogos em **diálogos produtivos**, aqueles que encorajam o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, e **diálogos não-produtivos**, aqueles que não encorajam ou inibem as manifestações do pensamento matemático.

No primeiro caso o professor assume o papel de participante no diálogo e o papel de comentador/organizador do conhecimento matemático. Nesse caso o professor tem sensibilidade para perceber os pontos de vista expressos pelos alunos e apresentar questões que levem os alunos a avançar em termos do seu conhecimento. No segundo caso, o professor participa do diálogo, mas não o conduz adequadamente.

Os episódios foram selecionados tomando como referência a qualidade das interações professor-alunos-matemática. Nesses episódios podemos identificar momentos onde há uma interferência positiva ou uma interferência não-positiva do professor.

Exemplos

Episódio 1 - Foi extraído das observações de uma turma de 5a. série. O professor de matemática mantém um diálogo constante com a sala questionando e desafiando os alunos. Este diálogo contribui para uma aula dinâmica que favorece a interação entre o professor e os alunos e entre os alunos eles mesmos. Observamos momentos em que os alunos respondiam a um desafio colocado pelo professor e momentos em que, espontâneamente, eles faziam comentário sobre o conteúdo que estava sendo estudado.

Professor: Marta, o que são lados paralelos?
Marta: São lados que não se cruzam. Aprendi no ano passado.

(O professor mostra a caixa de giz e os alunos dizem que é um paralelepípedo cujas faces são retângulos. O professor pede que falem sobre as características dos retângulos.)
Joana: Dois lados iguais.
Marcos: Quatro ângulos retos.
Professor: Quantos retângulos formam a caixa?
Todos: Seis.
Professor: Tânia, dê um exemplo de paralelepípedo em sua casa ou na sala.
Tânia: O armário.
(O professor pede que listem dez objetos que sejam paralelepípedos.)
Márcio: Caixa de sabão em pó.
Berta: Caixa de pasta dental.
Emília: Caixa de remédio.
(Todos querem participar e quando alguém cita caixa de leite o professor lembra que nem todas são paralelepípedos.)
Berta: Caixa de TV é quadrada.
Professor: Quadrada?
Todos: É um cubo.
Professor: Um cubo é formado por quantos quadrados?
Todos: Seis.
(Alguém mostra uma caixa de pasta de dentes e o professor abre-a mostrando que obtém-se assim uma figura plana. Aproveitou para mostrar na caixa que existem retas que não se cruzam e não são paralelas.)
Professor: Márcio, o que é um vértice?
Márcio: É um ponto.
Professor: Todo ponto é vértice?
Márcio: Não. Vértice é um ponto de encontro de dois lados.
(O professor mostra uma face da caixa e pergunta o nome.)
Henrique: Face.
Professor: O que é aresta?
Márcio: É a interseção de duas faces.
(O professor mostra duas arestas reversas e pergunta se têm ponto em comum. Todos concordam que não têm ponto em comum e não são paralelas.)

Nesse episódio, quando Marta responde que lados paralelos "são lados que não se cruzam", ela dá uma resposta que mostra uma visão particular de lados paralelos, certamente imaginadndo uma figura plana. Segue-se uma clara manifestação do professor no sentido de dar a Marta a oportunidade de reformular sua resposta, fazendo-a inferir a definição de retas paralelas. Usando uma caixa de giz para provocar a discussão, o professor chama a atenção para o fato de que a caixa tem lados que não se cruzam e não são paralelos. Assim, a aluna poderia formar uma representação mais geral da idéia de paralelismo.Podemos perceber a intenção do professor pela forma como ele conduz o diálogo e pela forma como o finaliza: "O professor mostra duas arestas reversas e pergunta se têm ponto em comum". Apesar de a intenção do professor ser a de levar a aluna a uma generalização, ele não explicita sua intenção e não chega a formalizar uma definição mais geral para lados paralelos de uma figura espacial.

Nas nossas anotações de sala de aula não há evidências de que Marta tenha reformulado sua idéia inicial. O professor pega a caixa de giz e passa a explorar suas características, se afastando da questão central e sem continuar o diálogo com Marta. Deste modo, ele não encoraja a aluna a refazer sua resposta para lados paralelos e construir uma definição para retas paralelas no espaço.

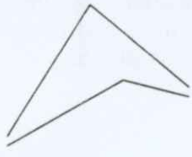
Por outro lado, a interferência do professor com Márcio foi extremamente positiva, levando-o não só a tornar mais precisa sua idéia de vértice mas também para estendê-la para o caso de aresta. Quando Márcio responde que vértice é um ponto, a questão do professor "Todo ponto é um vértice?" dirige o diálogo para a questão central.

Notamos uma diferença crucial na maneira como o professor intervém com a aluna e com o aluno e no modo como ele usa a linguagem matemática em cada um dos casos. O diálogo com Marta é interrompido pela interferência de outros alunos e o professor se perde na condução do mesmo, o que torna impossível para o professor verificar se ela ou seus colegas perceberam sua intenção. No diálogo com Márcio fica claro que ele se apropria do discurso para apresentar uma definição apropriada de vértice e estende a nova linguagem para definir aresta.

Nos dois trechos deste episódio, com Marta e com Márcio, a interferência do professor evidencia o uso do pensamento matemático. Seus questionamentos demonstram sua preocupação em desenvolver certas habilidades próprias dessa forma de pensamento (inferência, generalização/abstração). No caso de Márcio seu papel como participante do discussão é adequado e ele consegue conduzir um diálogo produtivo. No caso de Marta, seu papel como participante da discussão não é adequado e não temos evidências de que o diálogo tenha sido produtivo. O professor não assume o papel de comentador, não explicitando ou comentando as idéias matemáticas envolvidas, nem sistematizando sua idéia inicial de ampliar a noção de lados paralelos numa figura plana e numa figura espacial. Com a forma como conduziu o diálogo, nessa sistematização ele poderia chegar até à idéia de reta paralela no plano e no espaço, mesmo em se tratando de uma turma de 5a. série.

<u>Episódio 2</u>: Foi extraído das observações da mesma turma e do mesmo professor acima.
O professor inicia a aula lembrando que estudaram os quadriláteros na última aula, relembra a definição de paralelogramo e diz que os quadriláteros mais importantes na 5a. série são o quadrado e o retângulo. Depois o professor define trapezóide e desenha um exemplo no quadro.

Inicia-se então a seguinte discussão:
Professor: Marcos, o que é perímetro?
Marcos: É a soma dos ângulos.
Professor: Não! É a soma dos lados. Quanto mede a soma dos ângulos nesse triângulo?
(O professor desenha um triângulo no quadro.)
Márcio responde 180°.
Professor: Quanto mede a soma dos ângulos num quadrilátero?
Alguns alunos respondem 360° e Márcio pergunta se vale para todo quadrilátero. O professor diz que sim e pede que alguém prove tal afirmação. Miguel interfere dizendo que basta dividir o quadrilátero em dois triângulos que têm 180° cada um.
(O professor confirma e faz o desenho no quadro.)
(...Seguem-se dois exercícios para aplicar o cálculo do perímetro e a soma dos ângulos internos de dois quadriláteros...)
Depois, com o objetivo de persuadir os alunos de que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é 360°, o professor pede a Jair para desenhar um quadrilátero bem louco.
Jair desenha uma figura com quatro lados, não-convexa:



O professor elogia a criatividade do aluno e diz que é um quadrilátero, mas não é convexo, e por isso não será estudado nesse momento.
Pede ao aluno para desenhar um outro.

No início do episódio o professor consegue manter o diálogo dentro de um nível de conhecimento matemático bastante avançado para alunos de 5a. série. Com um pouco mais, ele teria alcançado um grau de generalização ainda maior se tivesse considerado o desenho de Jair de "um quadrilátero bem louco". Desafiado pelo professor, Jair desenha uma figura não-canônica, interpretando corretamente a definição e construindo um modelo para a idéia de um quadrilátero. A resposta de Jair ao desafio inicial do professor (desenhar um quadrilátero muito louco) foi muito inteligente. Contudo, neste ponto o professor perde a oportunidade de dar continuidade ao diálogo produtivo e, pior ainda, ele inibe a interferência positiva de Jair.

Considerações finais

Os professores observados foram escolhidos porque, supostamente, a dinâmica de suas aulas poderia estar favorecendo as interações professor-alunos-matemática. Nos episódios selecionados identificamos diálogos produtivos, isto é, diálogos que levam os alunos a repensar e a reformular suas respostas, e diálogos não-produtivos. Nestes, apesar de os alunos mostrarem evidências de habilidades que são características do pensamento matemático, o professor não percebe ou não reforça essas habilidades e em alguns casos até as inibe. Essa caracterização se tornou possível pela análise das interações professor-alunos-matemática.

Com a nossa pesquisa mostramos ser possível identificar numa sala de aula de matemática manifestações de determinadas habilidades que estamos considerando importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Com efeito, durante o desenvolvimento da pesquisa, nas observações de sala de aula identificamos manifestações de todas aquelas habiiidades cognitivas previamente listadas por nós (modelação, pensamento autônomo e flexível, inferência, prova e demonstração, generalização/abstração e simbolismo).

Nossas observações evidenciaram a importância do papel do professor na condução de um diálogo produtivo, do qual participa desafiando os alunos com questões adequadas. O professor tem clareza dos objetivos que pretende alcançar e com suas interferências contribui para o processo de elaboração e re-elaboração do pensamento matemático dos alunos.

Apesar de considerarmos importante para o desenvolvimento do pensamento matemático a consciência do uso de certas habilidades cognitivas, não identificamos momentos em que o professor estivesse explicitando ou comentando as diferentes manifestações dessas habilidades ou os processos matemáticos utilizados, isto é, eles não estavam atuando no nível da metacognição.

Os professores observados já estão preocupados com as interações professor-alunos-matemática no nível cognitivo. Contudo, parecem ainda não estar conscientes da importância do papel de comentador para o desenvolvimento de habilidades metacognitivas. Suas preocupações estão mais voltadas para o fazer matemática do que para o falar sobre matemática.

Na continuação da nossa pesquisa pretendemos acompanhar durante o próximo período letivo três professores, atuando junto a eles no sentido de levá-los a tomar consciência do seu papel em sala de aula, incentivando os alunos a falar sobre matemática e sobre os procedimentos utilizados pela matemática. Como na fase anterior, continuaremos desenvolvendo uma pesquisa observacional e interpretativa, agora buscando discutir com o professor o significado das situações vividas em sala de aula. Simultânea e articuladamente, estaremos desenvolvendo uma análise quantitativa utilizando instrumentos de avaliação que permitam identificar formas de pensamento matemático pelos alunos.

Bibliografia

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. (1994) **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.** Trad. Alvarez, M.J.; Santos, S.B.; Baptista, T.M.. Porto-Portugal: Porto Editora Lda.

BROWN, A. (1987) Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F.E. WEINERT and R.H. KLUWE (Eds.) **Metacognition, Motivation and Understanding.** Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 65-116.

COLES, M.J. (1993) Teaching thinking: principles, problems and programmes. **Educational Psychology**, 13, pp. 333-344.

DAVID, M.M., MACHADO, M.P. & MOREN, E.B. (1992) Diagnóstico e análise de erros em Matemática: Subsídios para o processo ensino-aprendizagem. **Cadernos de Pesquisa,** 83, pp. 43-51.

DAVID, M.M. & MACHADO, M.P. (1996) Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em Matemática. **Educação e Matemática,** 40, pp. 25-29.

DAVID, M.M. & LOPES, M.P. (1998a) Professores que explicitam a utilização de formas de pensamento flexível podem estar contribuindo para o sucesso em Matemática de alguns de seus alunos. **Zetetiké**, v. 6, n. 9, pp. 31-57.

DAVID, M.M. & LOPES, M.P. (1998b) Teacher and students flexible thinking in mathematics: Some relations. **Proceedings of the 22nd Conference of PME.** v. 2, pp. 232-239. Stellenbosch, South Africa.

DAVID, M.M. & LOPES, M.P. (2000) Falar sobre matemática é tão importante quanto fazer matemática. **Presença Pedagógica.** v. 6, n.32, pp. 17-24.

GRAY, E.M. & TALL, D.O. (1993) Success & Failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. **Mathematics Teaching,** 142, pp. 6-10.

JAWORSKI, B. (1994) **Investigating Mathematics Teaching: A constructivist Enquiry.** London: The Falmer Press.

LAMPERT, M. and BLUNK, M.L. (eds) (1998) **Talking Mathematics in School.** Cambridge: Cambridge University Press.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL (1989) **Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education.** Washington, DC: National Academy Press.

RITTENHOUSE, P.S. (1998) The Teacher's Role in Mathematical Conversation: Stepping In and Stepping Out. In: LAMPERT, M. and BLUNK, M.L. (eds.) **Talking Mathematics in School.** Cambridge: Cambridge University Press. pp. 163-189.

SCHOENFELD, A.H. (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: D.A. GROUWS (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** New York, Macmillan, pp. 334-370.

STRAUSS, A. (1993) **Qualitative analysis for social scientists.** Cambridge: Cambridge University Press.

STRAUSS, A. & CORBIN, J. (1990) **Basics of Qualitative Research.** Newbury Park, California: Sage Publications, Inc..

REMINISCÊNCIAS DA MATEMÁTICA ESCOLAR DE ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA DE JOVENS E ADULTOS: O GÊNERO DISCURSIVO COMO CATEGORIA DE ANÁLISE

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais

Este texto apresenta e discute nossa opção de tomar o gênero discursivo como categoria de análise numa investigação das reminiscências da Matemática escolar evocadas por alunos da Educação Básica de Jovens e Adultos (EJA). Para tanto, mobilizamos os conceitos de interlocução e interdiscursividade como elementos constitutivos da enunciação das reminiscências e apontamos a relativa estabilidade de seus enunciados, em termos temáticos, estilísticos e de estrutura composicional, na caracterização de um gênero discursivo próprio do ensinar-e-aprender-Matemática-no-contexto-escolar. Passamos, então, a conceber a enunciação das reminiscências como uma estratégia empreendida pelos alunos da EJA de *estabelecer-se* nesse contexto e estabelecer nele seu *lugar de sujeito*, legitimado pela adequação do seu discurso às formas prescritivas das interações discursivas que ali se realizam.

Neste texto, trazemos para a reflexão a opção por tomar a caracterização de um "gênero discursivo" como eixo do desenvolvimento do projeto de pesquisa (ainda em andamento) que subsidiará nossa tese de doutoramento. Na referida investigação, focalizamos as reminiscências da Matemática Escolar de alunos da Educação Básica de Jovens e Adultos (EJA), procurando identificar e discutir razões pelas quais esses *"atores históricos constroem sua recordação de uma certa forma em um momento dado"* (MIDLETON & EDWARDS, 1990, p.19) e as eventuais contribuições dessa construção para a atribuição de sentido à Matemática que buscam aprender e à cultura escolar na qual almejam incluir-se.

Essas razões, entretanto, não se dão a conhecer senão pela análise daquilo que as manifesta, suas evidências empíricas, que são os próprios enunciados das recordações e sua enunciação. Por isso, seria inevitável debruçar-nos sobre as relações entre pensamento e linguagem, na medida em que as tais evidências empíricas das reminiscências, nas quais nos baseamos, são, em sua maioria, expressões verbais (orais ou gráficas), além de alguns diagramas. Seu tratamento demandaria, portanto, subsídios de um referencial que contemplasse tanto a dimensão funcional-instrumental da linguagem, quanto questões de sentido e significado, suas relações com o mundo, com as ações e as intenções do sujeito, e com o contexto sócio-cultural (e histórico) no qual se inserem.

As reminiscências como práticas discursivas.

Iniciamo-nos, assim, nessas questões a partir da abordagem que Vygotsky lhes confere em seus últimos trabalhos, especialmente no ensaio *Pensamento e palavra*, que compõe o livro *Pensamento e Linguagem*, publicado postumamente (VYGOTSKY,1934). Era necessário, entretanto, compreender melhor conceitos de *sentido* e *significado*, que se nos delineavam tão delicados quanto fundamentais para a análise de reminiscências escolares, *colhidas* num contexto escolar, e mobilizadas por sujeitos que lhes atribuíam uma formulação própria, cujos *sentidos* essa investigação gostaria de desvelar. Um tanto constrangidas de nos imiscuirmos num campo pelo qual não transitamos com qualquer intimidade, procuramos orientação que nos permitisse *"aprofundar esses conceitos levando em conta as contribuições da Lingüística, da Lógica e da Semiótica"* (BANKS-LEITE, 1997, p.1).

Introduziu-nos nessa incursão no campo da(s) Semântica(s) o estudo de Eduardo GUIMARÃES (1995), que analisa os esforços de se resgatar a questão da significação nos estudos lingüísticos, entendendo-os como gestos de incluir no seu objeto elementos que

Saussure deliberadamente excluiu: o **sujeito**, o **objeto**, e a **história**. Para acompanhar o estudo de Guimarães, dedicamo-nos à leitura de textos extraídos de obras clássicas da Lingüística, tais como *Curso de Lingüística Geral* de SAUSSURE (1970, original de 1913), em que se procura *depurar* o conceito de Língua, e *Lógica e Filosofia da Linguagem*, de FREGE (1978, original de 1892), que, distinguindo os conceitos de *sentido* e *referência* incorpora à questão semântica a relação com o mundo. Os textos de AUSTIN (1962) e GRICE(1967), por sua vez, proporiam uma outra compreensão do sentido, tomado como ação e intenção do sujeito, respectivamente; e o de DUCROT(1983), finalmente, esboçaria uma *teoria polifônica da enunciação*, reconhecendo em cada enunciado que tenha sido efetivamente pronunciado por um sujeito, múltiplas vozes nele ecoando, anunciando-se, portanto, a incorporação da dimensão sócio-cultural do sentido.

Essa discussão seria para este trabalho fundamental, uma vez que começávamos a ver na enunciação das reminiscências uma disposição dos sujeitos de (re-)compor sentidos para a Matemática que aprendiam e para o aprender Matemática. Isso nos remetia à incontornável discussão do sentido da Matemática e do sentido do *aprender e ensinar Matemática na Educação de Jovens e Adultos*. Dessa maneira, ao revelar texturas e densidade na abordagem da questão do sentido, o estudo de GUIMARÃES (1995) emprestou-nos estrutura e elementos para analisarmos possibilidades de construção desse sentido que vêm tendo lugar em diferentes propostas de Educação Matemática e na aplicação dessas propostas à Educação de Jovens e Adultos.

Referenciados nessa análise, buscávamos compreender as situações de ensino-aprendizagem da Matemática – em particular aquelas que acompanhamos no Trabalho de Campo, e que tiveram lugar nas aulas de Matemática de uma turma do Projeto de Ensino Fundamental de Jovens e Adultos da UFMG (PEF.2) – como arena de negociação de sentidos, numa concepção de significação que a admite *histórica* e, portanto, constituindo *sujeitos*. Entretanto, uma vez imersos nos questionamentos que então se nos interpunham pela experiência refletida proporcionada e demandada pelo Trabalho de Campo, demo-nos conta de que só poderíamos compreender as reminiscências como estratégia de constituição do sujeito se as tomássemos como *fenômeno social*, de *interação verbal*, que se realiza em sua *enunciação* (SOARES, 1998, p.72).

Assumir essa natureza interacional das reminiscências levou-nos, assim, a Bakhtin, cuja obra é marcada pela compreensão da interação verbal como fenômeno *essencialmente social*. A enunciação é vista por BAKHTIN (1929) como "*produto da interação de dois indivíduos socialmente organizados*" (p.112), cujos conteúdo, significação, forma e estilo são definidos "*pela situação imediata, pelos participantes e pelo contexto mais amplo que constitui o conjunto das condições de vida de uma determinada comunidade lingüística, as pressões sociais mais substanciais e duráveis a que estão submetidos os interlocutores*" (COSTA VAL, 1996, p.92).

Dessa maneira, as reminiscências da escolarização anterior, de início flagradas como manifestações de lembranças individuais de tópicos, termos ou procedimentos da Matemática Escolar, passam a ser consideradas enquanto interação entre sujeitos e entre discursos[4].

Interlocução e interdiscursividade

Interlocução e interdiscursividade, tomadas como constitutivas das reminiscências que queremos analisar, são modos de percebermos nelas '*as palavras dos outros*' (AUTHIER-

[4] Tomamos aqui a concepção de *discurso* assumida por COSTA VAL (1996), para quem "os *discursos* e os *enunciados* de que se compõem, são realizações da língua que se remetem às representações de *texto* e de *frase* que integram o conhecimento lingüístico do sujeito e que ele acredita partilhadas pelos seus interlocutores." (p.94)

REVUZ, 1982, p.140), que ecoam naquilo que é dito e no que é calado, no contexto da aula de Matemática.

O *'outro'* com quem interagem os sujeitos e cujos discursos permeiam a enunciação de suas lembranças são seus colegas adultos que como ele *retornam* à Escola e a professora que ali e naquele momento os acolhe. Mas são também outros tantos alunos e professores com quem interagiram diretamente em sua trajetória escolar ou indiretamente pelos relatos de familiares, amigos, colegas, literatura, mídia; são também modelos de alunos e professores, de Escola e livros didáticos, e de uma concepção do que seja 'Matemática', em geral identificada com a *Matemática Escolar*.

Assim, o enunciado de uma reminiscência revela *"ecos e lembranças de outros enunciados, aos quais está vinculado* ***no interior de uma esfera comum da comunicação verbal*** " (BAKHTIN, 1979, p.316) (grifo nosso), esfera que, no nosso caso, se conforma na atividade de ensinar e aprender Matemática Escolar, que baliza as possibilidades de interdiscursividade.

A interação proporcionada pela (e que constitui a) situação de ensino e aprendizagem da Matemática forjará, ainda, um contexto de interlocução, o que nos leva a considerar o enunciado das reminiscências *"acima de tudo como uma resposta a enunciados anteriores"* (idem) dentro dessa esfera de comunicação. BAKHTIN emprega aí a palavra 'resposta' no sentido lato: respondê-los pode ser refutá-los, confirmá-los, completá-los, basear-se neles, supô-los conhecidos e, de um modo ou de outro, contar com eles.

Dessa maneira, esses enunciados – "concretos e únicos" – que emanam dos integrantes dessa esfera da atividade humana que é aprender e ensinar Matemática (Escolar), refletem as condições específicas e as finalidades dessa esfera, *"não só por seu conteúdo (temático) e por seu estilo verbal, ou seja, pela seleção operada nos recursos da língua – recursos lexicais, fraseológicos e gramaticais –, mas também, e sobretudo, por sua construção composicional."* (p.279)

O gênero discursivo da Matemática Escolar e as reminiscências dos alunos da EJA

A relativa estabilidade de tais enunciados nos sugere, pois, considerar um *gênero discursivo* próprio do ensino e da aprendizagem da Matemática no contexto escolar e reconhecer na enunciação das reminiscências da Matemática Escolar, protagonizada pelos alunos adultos, uma atitude de manifestação, de exercício ou de busca do acesso a esse gênero, tomado como uma das marcas de sua inclusão nesse universo socialmente valorizado da cultura escolar.

Com efeito, sendo o ensinar-e-aprender-Matemática-no-contexto-escolar uma esfera específica da atividade humana, estará inevitavelmente relacionado com a utilização da língua, que se dá em forma de enunciados (orais e escritos) concretos e únicos produzidos pelos integrantes da atividade, mas que assume caráter e modos que são próprios dessa atividade. Para BAKHTIN (1979), a especificidade de uma esfera da comunicação marca todos os enunciados que em seu âmbito são produzidos, de maneira que, embora qualquer enunciado considerado isoladamente seja individual, cada esfera de utilização da língua elabora seus *tipos relativamente estáveis* de enunciados, sendo isso o que o autor denomina *gêneros do discurso.* (p.279)

Dominar o gênero discursivo de uma dada esfera da atividade humana é um dos constitutivos dos sujeitos que instituem a, e se instituem na, interação discursiva. No caso desses alunos adultos, que se reintegram à instituição e à dinâmica escolar, conquistar e revelar domínio dos gêneros discursivos próprios da Escola será, com certeza, uma estratégia de nela estabelecer-se e estabelecer seu lugar de sujeito, legitimado pela adequação do seu discurso às formas prescritivas das interações discursivas que ali se realizam.

A enunciação das reminiscências da Matemática escolar há de ser, então, oportunidade privilegiada desse exercício, na medida em que, resgatando temas, estilos e estruturas [5] incrustados na memória coletiva, condiciona a situação discursiva a parâmetros do gênero escolar, conferindo-lhe outras dimensões de sentido, socialmente mais valorizadas, e identificadas com as aspirações dos interlocutores envolvidos.

Foram essas considerações, geradas no diálogo entre o que vivenciamos no Trabalho de Campo e os aportes de uma literatura em que procurávamos conjugar estudos sobre memória, linguagem, educação matemática e educação de jovens e adultos, que nos levaram a dirigir nosso foco menos para os aspectos didáticos e diagnósticos das reminiscências, que arroláramos como hipóteses no início da investigação, do que para o esforço, empreendido pelo aluno adulto que as enuncia, de conquista e manifestação de sua inserção na cultura escolar: ao enunciar suas reminiscências da Matemática Escolar, o aluno adulto reconstrói e exibe uma certa intimidade com o *gênero discursivo* próprio daquela instituição (que tem nos enunciados "didáticos" de Matemática uma expressão típica), elemento decisivo para justificar ou forjar sua inclusão nela.

(Trocando em miúdos: É como se falar um pouco de "matematiquês escolento" legitimasse a inserção daquele aluno adulto na Escola, revelando que, por ele compartilhar dos modos expressar o pensar e o fazer da Matemática Escolar, não seria apenas *justo* mas também *adequado* ocupar um lugar – de sujeito – ali.)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSTIN,J. L. (1962). ***Quand dire c'est faire.*** Paris, Seuil, 1970.

AUTHIER-REVUZ, Jacqueline (1982). Hétérogénéité montrée e hétérogénéité constitutive: éléments pour une approche de láutre dans le discours. **DRLAV**, Paris, Centre de Recherche de l'Université de Paris VIII, n.26, 1982, p.91-151.

BAKHTIN, Mikhail (Volochinov). (1929) ***Marxismo e Filosofia da Linguagem***. 6ed., São Paulo: Hucitec, 1992.

BAKHTIN, Mikhail.(1979) ***Estética da criação verbal.*** São Paulo: Martins Fontes, 1997.

BANKS-LEITE, Luci.(1997) ***Tópicos em Psicologia Educacional***: plano de curso. Campinas: Faculdade de Educação da UNICAMP, 1997.(mimeo.)

BOSI, Ecléa. (1995). ***Memória e sociedade: lembranças de velhos***. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

BRÉAL, M. (1897) ***Ensaio de Semântica.*** Campinas, S.P.: Pontes, 1992.

COSTA VAL, Maria da Graça F. (1996) ***Entre a oralidade e a escrita: o desenvolvimento da representação de discurso narrativo escrito em crianças em fase de alfabetização.*** Belo Horizonte: 1996. Tese (doutorado) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

DUCROT, O. (1983). ***O dizer e o dito.*** Campinas: Pontes, 1988.

FREGE, G. (1892) Sobre o sentido e a referência. In: ***Lógica e Filosofia da Linguagem.*** São Paulo: Cultrix:Edusp, 1978.

GERALDI, J.Wanderley. (1996) Discurso e sujeito. In: ***Linguagem e Ensino:*** exercícios de militância e divulgação. Campinas: Mercado das Letras – ALB.

GRICE, H.P. (1967) Logic and conversation. In: COLE & MORGAN. ***Syntacs and semantics,*** v.3, New York: Academic Press, 1975.

---

[5] O conteúdo temático, o estilo e a estrutura composicional são os elementos tomados por BAKHTIN(1979) na caracterização de um gênero discursivo.

GUIMARÃES, Eduardo.(1995) ***Os limites do sentido***: *um estudo histórico e enunciativo da linguagem*. Campinas,S.P.: Pontes, 1995.

HALBWACHS, Maurice (1950). ***A memória coletiva***. São Paulo: Vértice, 1990.

MIDDLETON, David & EDWARDS, Derek(1990). Recuerdo conversacional: un enfoque socio-psicológico. In: MIDLETON, David & EDWARDS, Derek (org). ***Memoria compartida:* la naturaleza social del recuerdo y del olvido.** Barcelona: Paydós, 1990. p.39-62.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. (1999) Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. ***Revista Brasileira de Educação.*** n.12. São Paulo: ANPED – Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação. p.59-73.

SAUSSURE, F. (1916) ***Curso de Lingüística geral***. São Paulo: Cultrix, 1970.

SMOLKA, Ana L.B. (1997). Linguagem e conhecimento na sala de aula: modos de inscrição das práticas cotidianas na memória coletiva e individual. In: ENCONTRO SOBRE TEORIA E PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS: LINGUAGEM, CULTURA E COGNIÇÃO: REFLEXÕES PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS, 1, 1997, Belo Horizonte. ***Anais.*** Belo Horizonte: Cecimig, UFMG, 1997, p.69-85.

SOARES, Magda (1991). ***Metamemória-memórias*: travessia de uma educadora.** São Paulo: Cortez.

SOARES, Magda (1998). ***Letramento: um tema em três gêneros.*** Belo Horizonte: Autêntica.

TEIXEIRA, Mário Tourasse (1986). Notas de aula. (não publicadas) Disciplina: Idéias essenciais da Matemática. Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: IGCE/UNESP,1o semestre, 1986.

VIGOTSKI, Lev Semenovich (1934). ***Pensamento e linguagem***. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

APERTANDO AS MÃOS: UMA ANÁLISE BASEADA EM ESTRATÉGIA ARGUMENTATIVA

Tânia Margarida L.Costa
UFMG/ USU

Introdução

As novas relações que estão se estabelecendo entre trabalho e conhecimento exigem muito mais capacidade de iniciativa e inovação. Os PCNs apontam para esta direção e estão perfeitamente de acordo com as tendências atuais e inovadoras da Educação Matemática, que colocam como prioridade a preparação de indivíduos capazes de enfrentar as constantes mudanças de uma sociedade que caminha para uma sociedade do conhecimento. Isso exige mudanças na forma como se ensina e como se aprende matemática explorando metodologias capazes de priorizar:

- a construção de estratégias;
- a construção de argumentos capazes de justificar os conhecimentos produzidos;
- o desenvolvimento de postura capaz de desenvolver a criatividade e o senso crítico.

A grande questão é como criar e organizar experiências de ensino ao longo do Ensino Fundamental para que possibilitar ao aluno desenvolver competências matemáticas que contribuam para o seu desenvolvimento pessoal e para o seu desenvolvimento como agente atuante e transformador de sua sociedade.

As transformações que se fazem necessárias na prática da Matemática escolar começam, no nosso entender pela mudança nos métodos de ensino, pela natureza das atividades e pela a postura do professor diante do conhecimento matemático e diante da necessidade de entender como o aluno compreende.

A resolução de problemas se apresenta como uma atividade interessante que pode promover a capacidade do aluno aprender a aprender e pode corresponder a expectativa de que o trabalho da escola extrapole a sala de aula.

O objetivo desta pesquisa foi o de identificar e analisar os significados matemáticos produzidos por um grupo de alunos da sexta série ao trabalhar num problema de contagem combinatória, que viemos a chamar Problema Gerador. Especificamente duas questões nortearam a investigação: Que estratégias os alunos engendram para o problema? Que relações são relevantes entre estas estratégias e os conhecimentos matemáticos produzidos?

Operacionalmente definimos como objetivo investigar processos de produção de conhecimento na resolução do Problema Gerador, a partir da análise das Estratégias Argumentativas utilizadas por alunos quando envolvidos nesta atividade. A análise dos tipos de argumentos utilizados pelos alunos no processo de resolução do Problema Gerador pressupõe a elaboração de um esquema argumentativo que estabeleça uma coerência do diálogo entre alunos e professor. Acreditamos que é no interior de uma atividade que a natureza de um procedimento pode ser esclarecida pelo próprio aluno, no processo de produção de significados.

Características dos Problemas Geradores

Estamos chamando de **Problemas Geradores** os problemas que apresentam uma multiplicidade de características na sua composição e na sua estrutura das quais ressaltamos cinco: Multitopicais, Estrutura dinâmica, Respostas múltiplas, Processo de Resolução em aberto e Dados não numéricos. É bom enfatizar que os problemas não precisam necessariamente ter todas essas características ao mesmo tempo.

a) Multitopicais

É a característica do problema que envolve mais de um tópico ou idéia matemática ou que pode ser resolvido por diferentes composições de tópicos da matemática.

b) Estrutura dinâmica

Esta característica envolve elaborar enunciados em que os dados e as informações sejam apresentados fora de modelos padronizados e rotineiros. As informações oferecerão múltiplas representações visuais em diagramas, em jogos de palavras, em gráficos, em tabelas, em diálogos e desenhos. Estamos chamando de padrões normais, aqueles problemas que contém de forma clara no seu enunciado uma estratégia para resolvê-los, ou que aparecem aos tipos organizados por verbos usualmente empregados nos livros didáticos.

c) Processo de Resolução Aberto

O enunciado dos problemas não oferece nenhuma pista, não está explícita a pergunta. A primeira reação dos alunos diante das situações é de espanto e de uma certa ansiedade.

Os alunos fazem registros espontaneamente, explicando as soluções encontradas, sem necessariamente utilizar procedimentos normalmente apresentados como algoritmos e expressões algébricas. As notações inventadas pelos alunos para expressar suas idéias, abrem caminho para o entendimento de outros sistemas de símbolos que anteriormente para eles eram sem significado.

O aluno é levado a comunicar-se matematicamente, descrevendo, representando e apresentando resultados como coerentes e esperados, argumentando sobre suas conjecturas.

d) Respostas múltiplas

Os problemas Geradores oferecem a oportunidade de encontrarmos para um mesmo problema mais de uma resposta dependendo da maneira como cada um analisa as informações. Isto acontece em situações problemas onde podemos considerar referenciais diferentes.

O que torna esse trabalho diferente é que estamos trabalhando com a questão da ambigüidade da linguagem de forma intencional na sala de aula. Trazemos as situações que estamos mais acostumados a encontrar no nosso contato diário com as pessoas.

e) Dados não Numéricos

Alguns Problemas Geradores não apresentam no corpo do seu enunciado dados numéricos. Eles exploram as relações entre fatos e objetos, questões da lógica e jogo de palavras. Os alunos não usam os mecanismos das operações mas trabalham com idéias algébricas e aritméticas. Dessa forma estamos querendo quebrar a idéia de que para se fazer Matemática precisamos sempre operar, e operar com números. O estabelecimento de relações entre dados e fatos é tão importante quanto a exploração dos números.

O Problema Gerador apresenta uma alternativa de trabalho no ensino de matemática dinamizando o momento de resolver "problema" que passa a ser visto como um "problema em movimento". Movimento, porque proporciona uma dinâmica de mudança constante com relação a três aspectos:

- ao assunto - o problema é visto por alunos diferentes e até mesmo por um mesmo aluno sob formas diferentes, diferentes interpretações e diferentes tópicos a serem utilizados;
- ao motivo - desperta um sentimento de inquietação e de desejo em se buscar sempre uma solução, não é possível desistir;
- ao produto - cria uma cumplicidade com a atividade, gerando uma disputa entre ao alunos que estão fazendo parte do processo e a atividade. Quanto mais se desvenda as informações presentes no problema de forma implícita maior é a satisfação de quem descobre sobre os colegas e sobre a atividade.

As diferentes estratégias de soluções são analisadas e avaliadas por cada aluno, num processo de reflexão respeito mútuo. O conhecimento matemático e um processo de que fazem parte a imaginação, os contra exemplos, as conjecturas, as criticas, os erros e os acertos. O aluno testa os resultados e seu efeitos, compara diferentes caminhos para obter a solução. Neste contexto, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução. As respostas ocupam um plano de menor importância em relação ao processo de raciocinar. O fundamental e empenhar-se para resolver a situação proposta.

Escolhemos o seguinte Problema Gerador:

O aperto de mãos As pessoas que assistiram a uma reunião cumprimentaram-se apertando as mãos. Uma delas verificou que foram 66, no total, os apertos de mão. Quantas pessoas estiveram na reunião? Como você pensou?

A Pesquisa

A pesquisa desenvolvida é uma pesquisa qualitativa que foi realizada com um grupo de alunos da sexta série visando descrever quais e como os significados matemáticos estão sendo produzidos na resolução do Problema Gerador O Aperto de Mãos. A pesquisa foi aplicada no Centro Pedagógico da Universidade Federal de Minas Gerais. Esta escola é uma escola de ensino fundamental da Universidade que tem como um dos seus objetivos desenvolver pesquisa na área do ensino.

A coleta de dados se deu através de entrevista[illegible] observações do grupo, registro escrito dos alunos e fitas transcritas de áudio-cass[illegible] as discussões e os registros dos alunos permitiram presenciar momentos de [illegible] na produção de significados matemáticos.

Concentramos a atenção em um grupo de três alunos da s[illegible] que foram escolhidos aleatoriamente em uma lista de alunos que gostariam de p[illegible] pesquisa voluntariamente. Estes alunos foram convocados para desenvolverem o tr[illegible] horário diferente do horário normal de aula. Os pais foram contatados e nós explicamos o que pretendíamos fazer de modo que eles autorizassem a participação dos filhos no trabalho.

Resolvemos que o problema seria aplicado em um encontro e, depois que os alunos terminassem de resolver, preencheriam as fichas situacionais, onde colocaram seus sentimentos em relação a atividade e se este tipo de atividade é realizada na sala de aula. Os alunos deveriam responder também a pergunta: Como você convence seu colega de suas idéias matemáticas?

Insistimos com os alunos que o mais importante era que registrassem todas as idéias que por ventura aparecessem e não se sentissem inibidos ou acanhados em expor o que eles estavam efetivamente pensando. Estabelecemos desta forma algumas orientações iniciais necessárias para garantir um bom retorno da atividade:

- trocar idéias o tempo todo;
- levantar dúvidas e fazer questionamento a respeito da situação;
- fazer o registro o mais próximo da maneira que eles haviam pensado e de modo que professor e os colegas também pudessem entender.

Foram montados esquemas argumentativos, identificando as premissas que eram teses e as que eram acordos, ligando as premissas que se relacionavam entre si de modo distinto daquelas premissas que eram abandonadas em função de outras.

Alguns Resultados da Pesquisa

Na atividade proposta, ao esboçar a Estratégia Argumentativa para analisar como as idéias foram desenvolvidas pelos alunos, criamos quatro episódios que estruturaram o diálogo:
Primeiro Episódio: A justificação do resultado do problema: O Aperto de Mãos;
Segundo Episódio: Algebrização do Problema;
Terceiro Episódio: A Experimentação ;
Quarto Episódio: Avaliação da atividade.

No primeiro episódio, os alunos apresentaram para os colegas e para o professor como eles encontraram a solução do Problema Gerador. Depois que todos haviam terminado de colocar e discutir as idéias para o grupo, o professor fez uma interferência, com a intenção de verificar se os outros colegas perceberam a estratégia que um dos alunos havia esboçado, provocando o surgimento do segundo episódio: o da algebrização. Os alunos neste segundo episódio buscaram encontrar uma regra geral, utilizando a linguagem matemática, para determinar o número de pessoas suposto no problema, sabendo-se o número de apertos de mãos.

Os alunos se envolveram em boas discussões e chegaram a estruturar um caminho de resolução, que para eles parecia adequado e poderia ser usado em outras situações semelhantes. Um dos alunos fez uma proposta, de verificar a viabilidade do que tinham descoberto. E se fossem 72 apertos? Esta pergunta gerou o terceiro episódio.

No terceiro episódio, os alunos experimentam uma sequência de diálogo onde se desenvolveu um processo de algebrização. Depois que concluíram com êxito as suas experimentações, o professor sugeriu que o grupo conversasse sobre o que eles fizeram, gerando o quarto episódio. No quarto episódio encontramos o depoimento dos alunos e as reflexões que eles realizaram sobre a atividade de uma forma geral.

Observamos que os quatro episódios foram marcados por intervenções tanto do professor como dos alunos. Destacamos no esquema, apenas as três interferências do pesquisador que consideramos como responsáveis por mudanças de direção do diálogo.

Consideramos que foi relevante a prática de fazer com que os alunos socializassem as suas estratégias apresentando ao grupo que participava da pesquisa, como eles tinham resolvido o Problema Gerador. Os alunos não só apresentaram como discutiram idéias e diagramas que criaram, como também agiram sobre estes textos, identificando padrões, sugerindo revisões e mudando interpretações. Essas interações não só moviam o questionamento como também ajudavam a construir o consenso. A produção do conhecimento, no nosso ponto de vista, envolve, este vai e vem, entre fornecer e refinar as estratégias.

Os alunos engendraram suas estratégias, no primeiro episódio, fazendo inferências tomando por base preferencialmente as presunções. Percebemos como o trabalho com problemas Geradores podem levar os alunos a transpor estas estratégias para uma linguagem mais organizada e refinada utilizando representações simbólicas. Os alunos desenvolveram as idéias chave de contagem. Raciocinaram e expressaram raciocínios que constituem o fundamental do pensamento combinatório.

As presunções enunciadas no episódio da justificação desempenharam um papel importante no processo de resolução, na medida em que proporcionaram o desencadeamento de raciocínios que levaram os alunos tanto a verdades matemáticas como a idéias conflitantes. As idéias que geraram conflito, provocaram a elaboração de novos argumentos. Concluímos que presumir faz parte do processo educativo e os alunos devem ser motivados a presumir sempre.

Constatamos, que nem todas as conjecturas apresentadas pelos alunos foram do mesmo tipo, o que nos sugere que existem estatutos diferentes para as conjecturas. Os alunos utilizaram diferentes tipos de argumentos pertencentes aos três grandes grupos, quase lógico (tautológico, implicação, definição, regra de justiça), fundados no real (comparação, sucessão e ordem) e aos que fundamentam a estrutura do real (exemplo, modelo, analogia).

No processo de algebrização, percebemos como os alunos basearam-se mais em fatos e verdades do que em presunções. Os fatos foram relacionados por fortes argumentos de implicação quase lógica. Percebemos, a riqueza das idéias matemáticas que permearam este episódio. Os alunos generalizaram, estabeleceram padrões e chegaram a formalizar uma regra geral para calculo do número de pessoas que apertam as mãos para situações semelhantes, utilizando a linguagem matemática.

Observamos ainda que os alunos perceberam o contrato didático da aula:

L124-J- Você está ensinando a gente a ser professor da gente mesmo. A gente treinar a explicar o que a gente está fazendo... vai chegar num momento que a gente não vai lembrar.. e vai lembrar disso.

Apresentaremos a Estratégia Argumentativa acima referida, alguns significados matemáticos produzidos, as implicações para os processos de ensino e aprendizagem quando utilizamos o modelo para análise das atividades em sala de aula.

Bibliografia

BAKHTHIN, Mikhail. Marxismo e Filosofia da Linguagem. Trad. Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. 3 ed. São Paulo: Editora Hucitec. 1986. 195 p.

BORASI, Rafaela, et al. Supporting Students' Mathematical Inquiries Through Reading. IN: Journal of Research in Mathematics Education. NCTM. Vol.29 número 4. 378413.

COLL, César, EDWARDS Derek. Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula. Aproximações ao estudo do discurso educacional. Trad. Beatriz Affonso Neves Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1998. 222p.

DUCROT, Oswald et al. L"Argumentation dasn langue. Bruxelles: Pierre Mardaga Editeur. 1983.

HARIKI, Seiji. Analysis of Discourse: Multiple Perspectives. USA: Faculty of Mathematical Studies, University of South Hampton, 1992. (Tese de Doutorado)

LEONTIEV, A . N . Actividad, consciência e personalidad. Buenos Aires: Ciências Del Hombre. 1978.

LINS, Rômulo, GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. 1 ed. São Paulo: Editora Papirus. 1997. 176p.

LINS, Rômulo. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as bases da pesquisa. Revista da SBEM-SP. Campinas, setembro.1993.

KRULIK, Stephen, REYS, Robert E. A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Editora Atual, 1998. 360 p.
MAHER, Carolyn A . Professores podem ajudar seus alunos a construir argumentos convincentes? Um Breve exame deste processo = Can teachers help make convincing arguments? A glimp into the process . Rio de Janeiro: MEM/USU: New Jersey: Rutgers University, 1998. 122. (Reflexões em Educação Matemática; v.5)
POZO, JUAN Ignácio(org). A Solução de Problemas- Aprender a resolver, resolver para aprender. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: artmed, 1998 177p.
ROCHA, Tânia, BORGES, Heloisa. Jogos Matemágicos. Belo Horizonte: Editora do Brasil, 1992.75 p.
SCHOENFELD , Alan H. On Theory anda models: The case of teaching-in-context.The Clearinghouse for Science, Mathemtics, and a Enviromental Education. Vol 2. PME -NA-XX Columbus: Editores, Ara Berenson, Karen Dawkins et. 1998.

ESTRATÉGIA ARGUMENTATIVA: UM MODELO

Monica Rabello de Castro – UERJ/USU
Janete Bolite Frant – CEDERJ

Este trabalho tem por objetivo apresentar o conceito de Estratégia Argumentativa que envolve a articulação de uma concepção de auditório e de argumentação. É uma alternativa para a compreensão dos processos de ensino-aprendizagem e pode ser uma boa ferramenta para o professor compreender as os processos de pensar dos alunos quando constróem idéias matemáticas.

O professor, quando prepara suas aulas, faz isso baseado em suas crenças sobre os processos de construção de conhecimento. Mesmo quando não tem uma teoria formulada, parte de algumas concepções que lhe parecem boas para explicar e fundamentar suas ações como educador. Uma primeira questão sobre a qual devemos obrigatoriamente nos debruçar diz respeito ao que é conhecimento e a como ele é produzido. Porém esta não é uma questão simples e assistimos, ao longo dos tempos, muitos estudiosos dedicando-se a explicá-la. A novidade agora é a relação estreita que se está propondo estabelecer entre produção de conhecimento, pensamento e linguagem.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo para a compreensão de processos de ensino/aprendizagem, baseado na Teoria da Argumentação. Vamos tomar aqui o termo argumentação no seu sentido mais corriqueiro. Não se trata de argumentação sobre provas e demonstrações formais, mas da argumentação que entra em cena nos diálogos do cotidiano, sempre que alguém quer convencer a um outro ou a si mesmo de alguma coisa. A concepção de argumentação aqui adotada articula técnicas de persuasão tendo em vista a natureza do seu auditório e considerando como fundamental à interferência dos contextos e a diversidade dos argumentos. Quem argumenta está dirigindo seu discurso a alguém, com alguma intenção. Portanto, a argumentação está sempre em função de um auditório e tem como objetivo principal conseguir a adesão desse auditório a uma determinada tese.

Estamos partindo do pressuposto de que a produção de significados para conceitos matemáticos envolve processos análogos àqueles que estão relacionados à produção de significados para os conceitos da vida cotidiana.

O auditório é uma hipótese do orador. Para conseguir convencer alguém é preciso levar em conta as convicções, ou seja as reações do seu auditório. A argumentação visa produzir efeitos sobre o auditório e não tem como finalidade única a adesão intelectual, mais freqüentemente ela visa incitar à ação. As réplicas levam o locutor a fazer correções em suas hipóteses, possibilitando uma readaptação de sua argumentação em cada momento do diálogo.

O modelo foi concebido para explicar momentos de negociação, quando existem controvérsias e acordos, quando um quer convencer o outro.

A argumentação consiste em estabelecer uma solidariedade entre premissas admitidas pelo auditório e a que se quer fazer admitir. As premissas de uma argumentação não implicam necessariamente as teses, a adesão a elas deve ser entendida como provisória. Argumentos são elos que se estabelece entre enunciados com o intuito de persuadir um determinado público de uma idéia. A maneira como o aluno vai ligar premissas, que ele acredita que são aceitas pelo seu auditório, a outras que ele deseja que seu auditório aceite, vai determinar o "tipo" de argumento que está sendo usado.

A construção da Estratégia Argumentativa para a análise de argumentos é uma alternativa no campo da análise de discurso em que interpretações são procuradas muito mais na intenção do locutor de persuadir do que em significações pontuais de cada momento do discurso. O contexto de enunciação é fundamental para se ter acesso aos acordos nos quais a argumentação se baseia. A linguagem quotidiana é regulada por regras (regras que se situam no terreno das ambigüidades, da relação dialógica entre os indivíduos), regras de uso, oriundas de consensos nas práticas sociais, que devem ser explicitadas pela análise. Desse modo, a análise deve recriar o contexto das enunciações.

Cada elemento em uma Estratégia Argumentativa construída deve estar localizado em relação à totalidade, isto é, sua posição no quadro explicativo deve ser justificada. Supõe-se que cada elemento está ali porque não poderia deixar de estar, por algum motivo, motivo esse que explica a necessidade de sua existência na composição final da Estratégia Argumentativa. As interpretações só são feitas a partir da composição final.

A análise das estratégias argumentativas consiste em um trabalho de reconstrução de argumentos. Para isso é necessário escrever esquematicamente qual é o argumento que está sendo usado pelo autor através de enunciados simples que o resumam. A montagem de cada passo do argumento parte da identificação e da avaliação da regra de inferência que dá origem à tese. Mas, para compreender uma enunciação, não é suficiente avaliar o contexto em que o discurso tem lugar e do qual faz parte. Tem-se ainda que compreender a função da enunciação no próprio argumento. Portanto, procuramos compreender como é que a intenção do falante determina suas escolhas, ou seja, como é que a questão principal para ele determinou a escolha de questões pequenas (questões operatórias) por meio das quais a questão principal se efetiva.

Esta proposta resgata a importância do estudo da linguagem natural para a construção do conhecimento matemático.

Bibliografia

BILLIG, Michael.- Studying the thinking society: social representations, rhetoric, and attitudes. IN: Glynis M. Breakwell e David V. Canter (orgs.) *Empirical approaches to social representations*. Oxford: Clarendon Press. Oxford, 1993.

DUCROT, O. - *Dire et ne pas dire* - Paris, Hermann, 1991.

CARRILHO, M.M. (org) - *Retórica e Comunicação* - Coimbra, Edições Asa, 1994.

__________ - *Verdade, suspeita e argumentação* - Lisboa, Editorial Presença, 1990.

PERELMAN, C. e OLBRECHTS-TYTECA, L. Tratado da Argumentação - a nova retórica, Martins Fontes, São Paulo, 1996, 653p.

PERELMAN, Ch. - *A filosofia do pluralismo e a nova retórica* – IN: Revue Internationale de Philosophie, n* 127\128, Paris, trad. José Américo Pessanha (mimeo), 1970.

__________ - *Argumentação* – IN: Enciclopedia Einaldi, vol II, Imprensa Nacional - Casa da Moeda, Portugal, 1987.

__________ - *O império Retórico*. Coimbra, Edições Asa, 1993.

__________ - *Razão eterna, razão histórica* – IN: Justice et Raison. Ed. Université de Bruxelles, trad. José Américo Pessanha 2a. edição, 1972.

__________ - *Rhétorique et philosophie* - Paris, PUF, 1952.
PESSANHA, J. A. - *A Teoria da Argumentação e a Nova Retórica* – IN: Paradigmas da Atualidade, (dir) Maria Cecília Marigoni de Carvalho, Campinas, Papirus, 1989.
RABELLO DE CASTRO, Monica – *Retóricas da Rua: educador, criança e diálogos* - Rio de Janeiro, Ed. Amais/Edusu, 1997.
RIZZINI, Irma. RABELLO DE CASTRO, Monica, e al – *Pesquisando – Guia Metodológico para Programas sociais* – apoio UNICEF – CESPI, Série Banco de Dados 6, ISBN 85-7294-021-9, EDUSU, Rio de Janeiro, 1999, 144p.
Anais de Congressos
Proceedings of the PME 22, (1998), Stellenbosch, South Africa, ISSN 0771-100X
Proceedings of the PME 23, (1999), Haifa, Israel, ISSN 0771-100X

O PERFIL DAS IMAGENS DE UM CONCEITO

Airton Carrião Machado
Coltec – UFMG

Este trabalho se refere à dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Educação da UFMG em julho de 1998, cujo principal objetivo era estudar a aquisição do conceito de função. A principal questão de nossa pesquisa foi: Qual ou quais imagens o aluno possui desse conceito?

Desenvolvemos o trabalho numa escola pública onde acompanhamos alunos do 1° ano do ensino médio. A estes foram aplicados testes e entrevistas com o objetivo de identificar quais eram as imagens apresentadas do conceito de função após o seu contato escolar.

Para analisarmos as imagens de função apresentadas pelos alunos nos utilizamos da idéia de perfil conceitual de Mortimer[6], que é um modelo que descreve as mudanças no pensamento individual como resultado do processo de ensino.

Foram delimitadas cinco zonas distintas no perfil: as duas primeiras referem-se às idéias prévias do conceito de função — Conceito primitivo de função e Instinto funcional. As demais se referem às imagens formadas após o contato formal com o conceito e são: Variação funcional, Lei Algébrica e Conceito formal.

Após a análise dos dados obtidos neste trabalho, podemos concluir, que mesmo os alunos que obtém sucesso escolar em Matemática apresentam várias imagens de um mesmo conceito matemático, ou seja, eles apresentam várias leituras para uma mesma definição. Esta conclusão contraria uma idéia que possui grande força, tanto no senso comum como no campo da Matemática, de que uma definição admite apenas uma única interpretação correta e que qualquer leitura diferente daquela que é aceita pelo campo da Matemática estaria errada.

Os resultados dos testes nos mostram que os alunos, além de apresentarem várias imagens de um conceito - o que constitui o perfil conceitual - se utilizam das diferentes zonas do perfil de acordo com o contexto de cada questão, muitas vezes resolvendo os problemas apresentados de forma satisfatória. Além disso, apresentaram idéias prévias do conceito, que foram construídas tanto na sua vivência escolar anterior, como em seu meio social.

Outra característica observada é existência de uma simultaneidade de imagens de um conceito apresentadas por um mesmo aluno, ou seja, a coexistência de diferentes zonas do perfil. Notamos casos de um mesmo aluno utilizando três zonas diferentes para resolver as questões de um mesmo teste. Esta observação contraria uma idéia comum nos estudos sobre mudança

[6] MORTIMER, E. F. *Evolução do atomismo em sala de aula: Mudança de perfis conceituais*. São Paulo: Faculdade de Educação da USP, 1994. (Tese Doutorado em Educação)

conceitual que afirma que quando o aluno está de posse de uma idéia de maior poder explicativo que a anterior, esta irá substituí-la.
Consideramos então, que as idéias convivem e são usadas de acordo com as necessidades do contexto, sendo este o determinante na solução apresentada pelo aluno; que as imagens, por eles apresentadas, recebem grande influência do contexto escolar, através da organização didática, dos exemplos, dos problemas apresentados, etc.

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ÂMBITO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: MAPEAMENTO DA TRAJETÓRIA DE UMA EXPERIÊNCIA PESSOAL

Ana Maria Kaleff
Departamento de Geometria - Universidade Federal Fluminense

Resumo

Neste artigo é apresentado um mapeamento das pesquisas desenvolvidas pela autora voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico e, portanto, dos processos cognitivos e linguísticos envolvidos no ensino e aprendizagem de conceitos da Geometria elementar, partindo da visualização e visando à formalização de tais conceitos e de suas considerações no âmbito de sistemas dedutivos. As pesquisas consideradas foram realizadas no Departamento de Geometria (GGM) da Universidade Federal Fluminense (UFF) ao longo das três últimas décadas. Enquanto que, por um lado, buscou-se registrar inter-relações advindas de questionamentos motivadores e geradores de projetos de pesquisa e de extensão voltados para o ensino e a aprendizagem da Geometria realizadas no âmbito da formação de professores de Matemática. Por outro, buscou-se colocar, à disposição do público em geral, o registro de referências relativas aos produtos, publicações e materiais pedagógicos advindos desses projetos.

Apresentação

Neste artigo apresentamos um mapeamento das pesquisas desenvolvidas pela autora voltadas para o desenvolvimento do pensamento geométrico e, portanto, dos processos cognitivos e linguísticos envolvidos no ensino e aprendizagem da Geometria, realizadas no Departamento de Geometria (GGM) da Universidade Federal Fluminense (UFF) ao longo das três últimas décadas. Nas reflexões consideradas buscamos registrar resumidamente inter-relações advindas dos questionamentos motivadores e geradores de projetos de pesquisa e de extensão voltados para o ensino e a aprendizagem da Geometria realizadas no âmbito da formação de professores de Matemática.

Mapeamento da trajetória de uma experiência pessoal

Durante o movimento conhecido como *Matemática Moderna*, ocorrido nos meios educacionais nas décadas de 1960 a 1980, no âmbito da formação de matemáticos e de professores de Matemática, surgiram discussões fundamentadas nos textos dos matemáticos Choquet (1964) e Dieudonné (1964), sobre a importância para o ensino da Geometria do desenvolvimento axiomático da geometria euclidiana frente ao desenvolvimento vetorial da Geometria.

Neste contexto, no ano de 1975, como professora do Departamento de Geometria da UFF, ao ministrar a disciplina Fundamentos de Geometria, levamos os alunos a analisarem ambos os textos. Assim, foi por meio do comportamento dos alunos, frente aos conteúdos analisados, que fomos despertados para as grandes dificuldades que muitos apresentavam na formalização de conceitos geométricos elementares. Desta forma, observando que ambas as propostas de desenvolvimento dos conceitos não facilitavam o entendimento dos mesmos, seja por meio de uma construção axiomática baseada na teoria das transformações, como postulava Choquet (op.cit.), ou seja por meio de generalizações devidas a uma estrutura de espaço vetorial, como preconizava Dieudonné (op.cit.), foi que nos colocamos o seguinte questionamento: *por que alunos que estudavam uma enorme quantidade de conteúdos de Geometria Analítica, Análise Matemática, Fundamentos de Matemática, Lógica Matemática, Geometria Diferencial e Linear, e, até mesmo Cálculo, apresentavam tantas dificuldades na compreensão e no estabelecimento de relações entre os conceitos fundamentais dos sistemas geométricos mais elementares?*

No entanto, foi no final da década de 1970, estando licenciada da UFF e vivendo na Alemanha, ao participarmos de atividades pedagógicas de uma pré-escola de orientação psico-analítica, que algumas reflexões sobre o papel da Psicologia e, particularmente da Psicologia Cognitiva, sua influência nos processos pedagógicos tomaram lugar em nossas considerações. Cumpre lembrar que nossa formação nesta área se restringia às disciplinas da Licenciatura em Matemática e, portanto, data desta época, o nosso primeiro contato com teorias da aprendizagem que pressupõem um desenvolvimento cognitivo.

No final de 1980, ao reassumirmos nosso lugar de professora na UFF encontramo-nos frente a um grande dilema pessoal, visto que nossa visão do ensino de Matemática e da própria Matemática havia se modificado totalmente. Pois, enquanto por um lado, não mais aceitávamos as práticas pedagógicas meramente expositivas, de um ensino dos conteúdos matemáticos por meio do desenvolvimento dedutivo e formal, por outro, não mais valorizávamos esses conteúdos por si próprios, independentemente de uma contextualização sócio-cultural. Assim, questionamentos mais amplos relativamente à aquisição dos conteúdos matemáticos e à sua importância para a formação integral do ser humano, e, portanto, não somente àqueles relacionados à formação do futuro professor ou do futuro matemático, já haviam criado raízes dentro de nossa mente.

Sob este impasse, em 1981, iniciamos a pesquisa *Fundamentos de Geometria - aspectos práticos*, buscando analisar fatos da história da Geometria relacionados a seus fundamentos, os quais acreditávamos poder fornecer subsídios para o tratamento dos problemas que começávamos a considerar. Assim, analisando obstáculos surgidos durante o desenvolvimento dos conceitos fundamentais das Geometria euclidiana e não-euclidianas buscavamos encontrar uma explicação para as dificuldades apresentadas pelos alunos à luz da, então emergente, Educação Matemática. Esta pesquisa, no entanto, por motivos alheios a nossa vontade, foi suspensa, após dois anos de trabalhos, voltando a ser reativada em 1987.

Durante os cinco anos que se seguiram, não deixando de observar atentamente o comportamento dos alunos, ministramos disciplinas pertencentes ao ciclo profissional de bacharelandos e licenciandos, nas quais tivemos a oportunidade de considerar diversos enfoques teóricos por meio dos quais se representa a geometria: como geometria sintética, analítica, vetorial e das transformações. Durante um desses semestres letivos, introduzimos aspectos da geometria sintética e da das transformações, relacionando-os com os demais enfoques teóricos, os quais supostamente, seriam dominados pelos alunos (pois, eram abordados em outras disciplinas anteriormente ministradas, como casos particulares de aplicações da Álgebra linear e vetorial). No entanto, constatamos que os alunos, apesar das vivências anteriores, não apresentavam uma rede mental de relações entre os diversos significados. Esta constatação contrariava as expectativas preconizadas pelos defensores da transposição didática dos fundamentos da Matemática Moderna tanto, do ponto de vista dos que defendiam as vantagens da generalização dos conceitos como espaços vetoriais (supostamente devidas a Dieudonné, op.cit.), quanto os que priorizavam a geometria das transformações (devidas a Félix Klein e defendidas por Choquet, op.cit). Estas constatações, de certa forma, corroboravam e avolumavam o conteúdo do questionamento iniciado anteriormente relativamente à formação do conhecimento matemático, na forma de novas questões: *existiriam fatores especiais relacionados ao ensino das teorias matemáticas dedutivas que auxiliariam o entendimento e facilitariam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos? Existiriam fatores externos à Matemática que influenciariam a aquisição do conhecimento matemático?*

Em 1987, retomamos à pesquisa sobre *Fundamentos da Geometria - aspectos práticos*, para a qual contamos com o apoio da Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da UFF (PROPP). Durante dois anos foram estudados aspectos da psicogênese, da história e dos conteúdos teóricos das geometrias não-euclidianas, considerando-se os principais obstáculos que desafiaram os geômetras e os aspectos determinantes para a descoberta das geometrias não-euclidianas. São frutos destes estudos os artigos sobre as origem e o desenvolvimento da Matemática Moderna (Kaleff, 1989) e o ensino de geometria (Kaleff, 1993) e a compilação de diversas notas de aulas, com as quais se visava minimizar as dificuldades que os alunos encontravam perante a abordagem formal e dedutiva de sistemas axiomáticos.

Em 1988, fomos aconselhados pelo professor Claude Gaulin da Universidade de Laval a pesquisar o modelo teórico do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Pois, assim, talvez pudéssemos responder às questões que há muito nos movimentavam. Desta forma, durante os anos de 1989 e 1990, com o projeto de pesquisa *Fundamentos de Geometria: aspectos práticos dos níveis de pensamento de van Hiele*, para o qual contamos com o apoio da PROPP, observamos que não se podia mais negar a existência de inúmeras pesquisas sobre a aprendizagem da Geometria e que o seu ensino não podia mais ser restrito à exposição de representações de modelos de sistemas geométricos dedutivos, nem a uma aplicação da teoria das transformações, cujas limitações didático-pedagógicas já vinham sendo apontadas (Hershkowitz et al., 1990). Além disso, a necessidade do conhecimento da realidade cognitiva do aluno a qual permitisse aplicar uma metodologia de ensino que não o violentasse e não o levasse a recorrer puramente à memorização, como preconizado por Freudenthal (1973), começava a ser levada em consideração em nível internacional.

A teoria de van Hiele pretendia combinar o entendimento da Geometria como representação da ciência do espaço com a Geometria representada como estrutura lógico-dedutiva, por meio da qual se pode perceber o que é uma estrutura matemática. No Modelo de van Hiele, então considerado, (Hoffer, 1983 e van Hiele, 1986), os conceitos geométricos eram desenvolvidos pelos alunos em cinco níveis de entendimento, por meio de fases bem determinadas de aprendizagem. Partindo do nível da visualização do conceito geométrico, seguido pelo nível da análise, através do nível da ordenação informal e do nível da ordenação formal, o aluno atingia o nível do rigor da conceituação de um ente geométrico. No início do processo de ensino do conceito geométrico, o aluno deveria ser avaliado por meio de testes especiais de avaliação de nível, a partir do qual se daria a aplicação das fases de aprendizagem. Segundo van Hiele, por meio deste processo, o aluno atingiria o nível do rigor no qual seria capaz de entender e relacionar conceitos abstratos geométricos, inclusive os relativos a sistemas dedutivos não-euclidianos, o que hipoteticamente, nos levaria às respostas há tanto procuradas.

Do resultado de nossa pesquisa surgiu um resumo dos níveis de van Hiele e das respectivas fases de aprendizagem da Geometria, apresentado no II Congresso Nacional de Iniciação Científica, UFRJ-RJ. Devido à importância do tema, uma revisão deste artigo foi publicada posteriormente (Kaleff. et al., 1994)

Já nesta época, nos víamos inclinados a crer que o fracasso que se observava nos cursos do terceiro grau era decorrente do desenvolvimento inadequado do pensamento geométrico do aluno que não atingia, o nível desejado da ordenação formal necessário, segundo van Hiele, para o bom desempenho no desenvolvimento de conteúdos de Geometria por meio de métodos dedutivos. Estas observações, também eram fortalecidas por outros resultados de pesquisas americanas, mas necessitavam de uma comprovação objetiva relativamente aos alunos e professores brasileiros. Todavia, em 1990, percebemos que um aprofundamento teórico dos níveis iniciais seria necessário para que se pudesse entender as propostas de van Hiele relativas ao nível da organização formal. No entanto, ao analisar os três níveis iniciais, tomamos consciência de uma diversidade de problemas que afligiam os professores brasileiros de ensino médio e fundamental, não somente relacionados à sua pratica pedagógica, mas também relativamente ao seu próprio conhecimento geométrico e à sua formação. Assim, durante os anos de 1991 e 1992, os níveis de van Hiele, sua relação com o desenvolvimento das habilidades geométricas (visualização, linguagem, expressão gráfica e lógica) e suas características específicas, foram tomados como base para o desenvolvimento da pesquisa *O desenvolvimento de uma metodologia de ensino levando-se em conta a estrutura hierárquica do pensamento em Geometria - o Modelo de van Hiele*, a qual contou com o apoio do CNPq e da PROPP.

No âmbito desta pesquisa, foi elaborada uma bateria de testes investigando as possíveis concepções do conceito de *Área de uma superfície plana* que professores apresentavamm. Estes testes foram aplicados, em entrevistas individuais, a um grupo de dezoito professores de 1°, 2° e 3° graus. Uma análise de seus resultados revelou uma diversidade de respostas contraditórias e de ambigüidades para as concepções dos conceitos considerados, tendo sido constatado que o conceito de *superfície plana* apresentava maiores problemas quanto à concepção. Este conceito era confundido com o de área da superfície, com o de plano ou até mesmo com o de semi-plano que contém a superfície. Os resultados desta pesquisa foram apresentados no IV Encontro Nacional de Educação Matemática e no II Encontro Ibero-americano de Educação Matemática, e motivaram a elaboração de uma série de módulos instrucionais, dos quais alguns encontram-se em Kaleff et. al.(1997b) e em Kaleff (1994b).

Em 1993, e novamente com o apoio do CNPq e da PROPP, desenvolvemos o projeto *O desenvolvimento de uma metodologia de ensino para Geometria e Trigonometria, levando-se em conta o Modelo de van Hiele*, no qual foram explorados os conceitos de *forma* e *volume* de sólidos geométricos e foi desenvolvido um programa para o ensino da Trigonometria para o 1° grau, com ênfase na habilidade da visualização. Entre os produtos deste projeto estão os artigos que abordam o importância da utilização de materiais concretos (Kaleff, 1994b e 1999a), o desenvolvimento da visualização espacial por meio do estudo de tetraedros duais (Kaleff e Rei, 1996a); o desenvolvimento de jogos geométricos e formas espaciais (Kaleff e Rei, 1995 e 1996b; Kaleff, 1998a).

Apesar das muitas críticas e questionamentos quanto a alguns dos aspectos característicos do modelo de van Hiele, como apontados naquela época por muitos educadores matemáticos (Grows, 1992), não se negava que o modelo era um excelente guia para a elaboração de recursos didáticos para o ensino da Geometria elementar, quando restrito aos três níveis iniciais e quando considerado independentemente da aplicação de testes de avaliação de níveis. Assim sendo, considerando que no Brasil a Geometria Euclidiana, nesta época, não fazia mais parte da maioria das grades curriculares de licenciatura em Matemática, pois havia sido substituída pelas abordagens vetorial e analítica, buscamos, a partir de 1990, elaborar projetos de extensão voltados para a formação continuada do professor de Matemática, baseados em recursos advindos destas pesquisas. Das ações envolvidas nestes projetos de extensão constavam, entre outras, a aplicação em cursos de treinamento da metodologia desenvolvida nos projetos, a prestação de assessoria na confecção de materiais didáticos incluindo jogos, materiais manipulativos e técnicas de representação geométrica, o desenvolvimento de atividades para museu interativo de ensino de Geometria.

No decorrer dos primeiros cursos ministrados, no entanto, foram observadas significativas dificuldades apresentadas pelos cursistas no modo de visualizar e de interpretar informações pictóricas, principalmente quando aplicadas para se introduzir conceitos geométricos tridimensionais. Observava-se também um ceticismo alarmante quanto à utilidade do uso dos materiais concretos como ferramenta no processo educacional, considerados como *infantis*, por alguns dos professores, apesar das dificuldades que eles próprios apresentavam na manipulação destes materiais e na elaboração dos conceitos.

Assim, em 1991, decidimos elaborar um programa de testes de avaliação, como alternativa aos testes de van Hiele, sobre o conhecimento geométrico de adultos relacionado a objetos tridimensionais, a fim de poder avaliar e quantificar as observações que vinham sendo realizadas, além de nos munir de argumentos que nos permitissem ajudar os participantes dos cursos a se tornarem mais conscientes de suas próprias dificuldades. Os testes escritos foram aplicados a um total de 590 pessoas, a diversas clientelas, com diferentes experiências de escolaridade, em diferentes meios sociais. Parte das conclusões relativas a estes testes estão relatadas em Kaleff et. al. (1997a). Outros resumos das análises e conclusões, estão apresentados nos anais da Reunião do XIX Internacional Group of Psychology of Mathematics Education-PME, bem como nas Atas do I Congresso Internacional de Matemática y Diseño, nas Atas do II Congresso Ibero Americano de Educação Matemática, e nos Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática.

Por outro lado, através das respostas aos testes, obteve-se informações que levaram, numa primeira etapa, à confirmação de algumas das dificuldades observadas no desempenho dos cursistas e, numa segunda etapa, à melhoria e à ampliação dos módulos instrucionais aplicados nos cursos. Estas informações têm fornecido subsídios para o desenvolvimento de um conjunto amplo de materiais didáticos manipulativos, os quais visam a, não somente, prover o professor com ferramentas mais adequadas à sua prática de ensino, mas também a fornecer-lhe material que o auxilie no desenvolvimento da própria habilidade visual geométrica, na formação dos conceitos matemáticos elementares em relação aos quais apresenta dificuldades, seguindo os três níveis iniciais de van Hiele.

Ainda em 1991, os projetos de extensão sob nossa coordenação, passaram a integrar o Programa *Rede Regional Fluminense-Espaço-UFF de Ciências*, os quais contaram com o apoio do SPEC/PADCT/CAPES/MEC. Com os recursos advindos deste apoio e também com outros provenientes da Fundação MUDES foram criados três núcleos de laboratório de ensino de Geometria (no Instituto de Matemática e no Espaço-UFF de Ciências, em Niterói, e nas instalações do Curso de Licenciatura-Interiorização em Matemática da UFF, em Santo Antônio de Pádua). Em 1994, o núcleo instalado no Instituto de Matemática se transformou no Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) integrado ao Departamento de Geometria estando, desde então, sob nossa responsabilidade. Além disso, este programa, permitiu que as ações pedagógicas desenvolvidas em Niterói fossem levadas à comunidade de professores de localidades como Barra do Piraí, Campos, Cabo Frio, Santo Antônio de Pádua , Maringá-Pr, Campo Grande-MS, Salvador-BA, Natal-RN, entre outras.

Por outro lado, durante os anos, de 1996 e 1997, nossos projetos tiveram integrados aos programas *PROLICEN* e *MELHORIA DAS LICENCIATURAS CIENTÍFICAS* (PADCT/CAPES/MEC). Entre as atividades realizadas no âmbito desses projetos a mais importante foi o desenvolvimento de um total de trinta módulos instrucionais e de dezesseis jogos geométricos os quais têm sido exaustivamente empregados em atividades do tipo museu interativo realizadas para alunos e professores de ensino fundamental e médio.

Nos quatro últimos anos, tem sido objeto especial de nossa atenção a ampliação do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) e nossa ação junto ao Espaço-UFF de Ciências. Para tanto, temos coordenado os projetos *Ampliação do Acervo e da Atuação do Laboratório de Ensino de Geometria do Instituto de Matemática* e *Criação de Atividades para um Museu Interativo para o Ensino de Geometria no Espaço-UFF de Ciências*, os quais dão continuidade às ações desenvolvidas nos projetos anteriores e contam com o apoio da PROEX. Algumas das atividades desenvolvidas nestes projetos encontram-se em Kaleff (1999b).

Em 1996, buscando divulgar os resultados dos projetos de pesquisa e de extensão voltados para o ensino de fundamental e médio realizados na UFF, propusemos à Editora da UFF a criação de uma série de cadernos, intitulada *Conversando com o Professor*. O primeiro volume desta série, enfoca parte do nosso trabalho realizado no LEG e no Espaço-UFF de Ciências, encontrando-se na segunda edição (Kaleff et. al., 1997b). No segundo volume desta série (Kaleff, 1998b), são enfocadas atividades que visam proporcionar aos professores, uma forma de levar seus alunos a vivenciarem procedimentos didáticos que privilegiem o desenvolvimento da visualização geométrica e também oferecem-lhes a oportunidade de revisitar e vivenciar de maneira dinâmica e objetiva, conteúdos matemáticos pouco explorados em nossos programas escolares.

No entanto, a despeito do envolvimento com todas estas atividades de extensão e da formação de professores, os questionamentos relativos aos aspectos cognitivos do conhecimento geométrico sempre se encontravam como pano de fundo de nossas preocupações, pois apesar do grande número de pesquisas internacionais relativas ao modelo de van Hiele, desenvolvidas na última década, um trabalho pouco divulgado de van Hiele e citado em Grows (op.cit.) vinha nos chamando a atenção. Neste trabalho, van Hiele aponta para uma restruturação dos níveis, em número de três, no lugar de cinco. Esta restruturação do modelo, no entanto, segundo Grows, carece de refinamento, pois pode não ser suficiente para caracterizar o desenvolvimento do pensamento geométrico. O que tem sido observado em nossa própria pesquisa é que, apesar de levarmos licenciandos e professores a vivienciarem atividades nos três níveis iniciais (considerado o modelo original de van Hiele) no desenvolvimento de um conceito geométrico, e aparentemente estes docentes apresentarem uma organização informal do conceito em questão, o hipotético progresso em direção à ordenação formal, em muitos casos, não se verifica. Desta forma, como decorrência, surgiram dúvidas quanto à validade do modelo para os níveis superiores de van Hiele, vindo a nossa prática corroborar o que foi observado por outros pesquisadores e citado por Grows: limitações e restrições aos níveis superiores de van Hiele se apresentam para a formalização do pensamento geométrico.

Neste momento, portanto, encontramo-nos perante o desafio de uma nova encruzilhada no rumo da pesquisa sobre o pensamento geométrico, pois um olhar mais abrangente sobre o seu desenvolvimento parece ser necessário e se impõem ao caminho até agora percorrido. Para tanto, buscamos novos referenciais e procedimentos para nossas ações, num conjunto mais amplo de recursos no âmbito da Psicologia Cognitiva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Choquet, G. (1964) - *L 'enseignement de la géométrie.* Paris: Hermann.

Dieudonné, J. (1964) - *Algébre linéaire et géométrie élémentaire.* Paris: Hermann.

Freudenthal (1973) - *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel.

Grows, D. (1992) - Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Nova Iorque: NCTM.

Hershkowitz, R.; Ben-Chaim, D.; Hoyles, C. Lappan, G.; Mitchelmore, M. Vinner, S. (1990) - *Psychological aspects of learning geometry.* In P. Nesher e J. Kilpatrick (Eds.) - *Mathematics and cognition.* Cambridge: University Press. pp. 70-95

Hoffer, A. (1983) - *van Hiele - based research.*. In R. Lesh e M. Landau (Ed). - *Accquisition of Mathematical Concepts and Processes.* Nova Iorque: Academic Press., pp. 45-64.

Kaleff, A.M (1989) Matemática Moderna - sua origem e aspectos de seu desenvolvimento em alguns países ocidentais. *Boletim- GEPEM*, n° 25, pp.3 - 9.

Kaleff, A.M (1993) A importância da Geometria euclidiana na formação do educador matemático. *Boletim - GEPEM*, n° 31, pp.35 - 40.

Kaleff, A.M.; Henriques, A.; Rei, D.M. e Figueiredo, L.G. (1994) Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele, *Bolema – UNESP-Rio Claro*, n° 10, pp.21 - 30.

Kaleff, A.M. (1994a) Uma Aplicação do Conceito de Simetria Axial Plana Visando a um Ensino Interdisciplinar. *Zetetiké, F. E. - UNICAMP*, n° 2, ano 2, pp. 85 - 91.

Kaleff, A.M. (1994b) Tomando o Ensino da Geometria em Nossas Mãos.... *Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, n° 2, ano 2, pp.19 - 25.

Kaleff, A. M.; Rei, D.M. (1995) Vareta, canudos, arestas...sólidos geométricos. *Revista do Professor de Matemática- Sociedade Brasileira de Matemática*, n° 28, pp 29 - 36

Kaleff, A.M. e Rei, D.M. (1996a) Incentivando a visualização espacial através de propriedades geométricas de tetraedros duais, *Educação e Matemática, A.P.M.*, nº 31, pp. 6 - 11.
Kaleff, A.M. e Rei, D.M. (1996b) Jogos geométricos e formas espaciais, *Revista do Professor de Matemática - Sociedade Brasileira de Matemática*, nº 31, pp. 25-31.
Kaleff, A.M. Garcia, S.S. e Rei, D.M. (1997a) Como adultos interpretam desenhos e calculam volumes de sólidos construídos por pequenos cubos. *Zetetiké, F.E. - UNICAMP*, nº 4, ano 6, p.137-152.
Kaleff, A.M., Rei, D.M. e Garcia, S.S.(1997b) *Jogos geométricos e formas planas*, 2ªed., Niterói: EdUFF.
Kaleff, A.M. (1998a) Facilitando o ensino de volume através de quebra-cabeças geométricos. *Educação e Matemática, A.P.M.*, nº 47, pp.15-20
Kaleff, A.M. (1998b) *Vendo e entendendo Poliedros*. Niterói: EdUFF.
Kaleff, A.M. (1999a) Construindo o Conceito de Simetria em Relação a uma Reta: do Jardim de Infância ao 3º grau. *Boletim - Gepem*, nº 35, pp. 42-56.
Kaleff, A.M (1999b) "Tesouros da Geometria" e "Razão áurea, outros polígonos e poliedros de Platão". In Moura, C. A (ed.) *Matemática: Por Quê e Para Que?* Rio de Janeiro: SBPC – Ciência Hoje, pp. 47-55
van Hiele, P.M. (1986) - *Structure and Insight: a Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.

Nome	Grupo	Instituição	E-mail
Adair Mendes Nacarato	GT7	USF	
Airton Carrião Machado	GT9		
Alberto Ramos Perotti	GT5		arperott@uol.com.br
Alessandro Jacques Ribeiro	GT5	PUC/SP	
Alceu Resende Carvalho	GT3		
Ana Cristina Ferreira	GT7	UNICAMP	
Ana Karina Moraes Lira	GT6	UFC	karina@ufc.br
Ana Maria Carneiro Abrahão	GT7	SMERJ	
Ana Paula Jahn	GT6	PUC/SP	jahn@exatas.pucsp.br
Ana Teresa C.C. Oliveira	GT7	PUC/RJ	
Anna Franchi	GT1	PUC/SP	afranchi@pucsp.br
Antonio Carlos Brolezzi	GT1		
Antonio José Lopes	GT2		bigode@q10.com.br
Arlindo José de Souza Jr.	GT4	UFUberlândia	arlindo@ufu.br
Armando Traudi Júnior	GT4	PUC/SP	traldijr@ig.com.br
Benedito Antonio da Silva Sonia Barbosa Igliori	GT4	PUC/SP	benedito@exatas.pucsp.br sigliori@exatas.pucsp.br
Célia Fink Brandt	GT1	UEPG/PR	brandt@bsi.com.br
Celia M. do A. Gurgel	GT7	UNIMEP	cagurgel@unimep.br
Célia Maria Carolino Pires	GT2	PUC/SP	ccarolino@sti.com.br
Circe M. S. e S. Dinnikov	GT5	UFES	circe@npd.ufes.br
Claudia Laus Ângelo	GT4	RS	claulaus@urisan.tche.br
Claudia Segadas Viana	GT4	UFRJ	claudia@dmm.im.ufrj.br
Cristiano Alberto Muniz	GT1	UnB	camuniz@fe.unb.br
Dale Beean	GT4		dalebean@yahoo.com
Dário Fiorentini	GT7	UNICAMP	dariof@unicamp.br
Edda Curi	GT7	PUC-SP	edda.curi@uol.com.br
Edna Maura Zuffi	GT9	USP-São Carlos	edna@vcmc.sc.usp.br
Estela K Fainguelernt	GT7	USU	estelakf@openlink.com.br
Ettiene G de Domenico	GT7	UFPR	ettiene@avalon.sul.com.br
Eva Maria Siqueira Alves	GT2		
Fátima Lucia Soares Ribeiro	GT6		ricafat@uol.com.br
Filomena Teixeira Gouvea	GT2	UNITAU	fatgouvea@uol.com.br
Franck Bellemain	GT6	UFPE	fb@cin.ufpe.br
Gelsa Knijnik	GT5	UNISINOS	gelsak@portoweb.com.br
Gilberto F A de Melo	GT7	UNICAMP	
Gilda L. Guimarães (et al.)	GT1	UFPE	gilda@hotlink.com.br
Gildenor Carneiro	GT8	UNEB	gildcar@bol.com.br
Iracema Campos Cusati	GT7	UEMG	iracema.bh@terra.com.br
Ivanete Batista dos Santos	GT2	Sergipe	siwdipena@infonet.com.br
Ivonelia da Purificação	GT6		ivonelia@onda.com.br
Janete Bolit Frand	GT6	CEDERJ	janete@unikey.com.br
João Dehon	GT6	UFPE	
José Aires de Castro Filho	GT6	UFC	j.castro@ufc.br
José Luiz Magalhães de Freitas	GT7		jluiz@hilbert.dmt.ufms.br
José Ricardo Souza	GT8	UNIOeste	jricardo@unioeste.br
Josinalva Estácio Menezes	GT4	UFRPE	jomene@bol.com.br
Jussara Martins Albernaz	GT1	UFES	
Ligia Arantes Sad	GT4	ES	sadli@terra.com.br
Lilian Nasser	GT4	UFRJ	lnasser@cetiqt.senai.br
Lucia Arruda de A Tinoco	GT3		
Luiz Carlos Pais	GT1	UFMS	lcpais@nin.ufms.br
Luly Rodrigues	GT7	FAE/ UFMG	luly@[illegible]ucminas.br
Manoel L.C.Teixeira	GT5		man[illegible]super11.net
Marcelo C. Borba	GT6	UNESP-Rio Claro	mb[illegible]c.unesp.br
Marcelo Lellis	GT3		

Marcia Cristina C. T. Cyrino	GT7	UEL	emcyrino@sercomtel.com.br
Marcia Maioli	GT7	PUC/SP	maioli@cianet.com.br
Marcia Maria Pinto	GT4	UFMG	marcia@mat.ufmg.br
Maria Carolina Cascino Cunha Carneiro	GT7	PUC/SP	mcarolccc@uol.com.br
Maria Cecília C. S. Carvalho	GT3		
Maria Célia Leme da Silva	GT2	PUC/SP	celials@pucsp.br
Maria Clara Resende Frota	GT4		mclarafrota@bol.com.br
Maria Cristina Barufi	GT4	USP	crisb@ime.usp.br
Maria da Conceição Fonseca	GT9	UFMG	mcfrfon@net.em.com.br
Maria da Penha Lopes	GT9	UFMG	mplapis@blimail.com.br
Maria do Carmo Vila	GT7	UFOP	mcvila@hotmail.com vila@dedalus.lcc.ufmg.br
Maria Eliza M Bernardes	GT1		
Maria Ignez Diniz	GT3	USP	ignez.diniz@uol.com.br
Maria José Ferreira da Silva	GT2	PUC/SP	zeze@proem.pucsp.br
Maria Laura M L Lopes	GT5		pfundao@dmm.im.ufrj.br
Maria Manuela David	GT9	UFMG	manuela@fae.ufmg.br
Maria Paulina D´Ambroso Camargo	GT7	UNIMEP	
Maria Queiroga Anastacio (et al.)	GT8	UFJF/MG	mariaq@faced.ufjf.br
Maria Stefani Aguiar	GT6		dead@unemat.br
Maria Teresa C Soares	GT7	UFPR	marite@cwb.matrix.com.br
Marilena Bittar	GT6	UFMS	
Marli Baron Campaña		PUC/SP	barcamp@globo.com
Mauro Carlos Romanatto	GT2	UNESP-Araraquara	mauro@flcar.unesp.br
Miguel Angel Riggio	GT5	FURB	mariggio@furg.rct-sc.br
Miriam Cardoso Utsumi	GT2	UNICAMP	mutsumi@terra.com.br
Miriam Godoy Penteado	GT6	UNESP-Rio Claro	mirgps@rc.unesp.br
Monica Rabello Jorge Falcão Rômulo Lins	GT9	USU/RJ	rabello@bbs.unikey.com.br jtrf@npd.ufpe.br romlins@rc.unesp.br
Nielce L. da Costa (et al.)	GT6	PUC/SP	nielce@proem.pucsp.br
Nilce Fátima Scheffer	GT6		nilcefs@rc.unesp.br
Nilza Bertoni	GT7	UNB	nilza@netteur.com.br
Patricia da C. Fantinel	GT4	RS	patifantinel@uol.com.br
Patrícia Furst	GT9	UERJ	pfurst@msm.com.br
Paula Moreira B Bellemain	GT7	UFPE	pmbaltar@npd.ufpe.br
Paulo Figueiredo Lima	GT7	UFPE	paulo@dmat.ufpe.br
Regina Buriasco	GT8	UEL/PR	reginab@sercomtel.com.br
Regina Pavanello	GT1	UEMaringá	pavanello@maringa.com.br
Renata C. G. Meneghetti	GT5	USP-SP	rcgm@icmc.se.usp.br
Roberto Baldino	GT4	UNESP-Rio Claro	baldino@travelnet.com.br
Roberto Francisco Scheide	GT1		re@prudenet.com.br
Rosa Maria Mazo Reis	GT7	Rutgers, New Jersey	mazoreis@csm.com.br
Rosana Nogueira de Lima	GT3	PUC/SP	rosananlima@uol.com.br
Rute H. da Silva	GT4	RS	rutehs@ig.com.br
Ruth Ribas Itacarambi	GT6	IME-USP	ruthri@uol.com.br
Ruy Cesar Pietropaolo	GT2	PUC/SP	rpietro@exatas.pucsp.br
Saddo Ag Almouloud	GT6	PUC/SP	saddoag@exatas.pucsp.br
Samira Zaidan	GT7		samira@fae.ufimj.br
Sandra Magina (et al.)	GT1	PUC/SP	sandra@proem.pucsp.br
Sergio Nobre	GT5	UNESP- Rio Claro	sernobre@rc.unesp.br

Setsuko T Mabuchi	GT7	PUC/SP	
Silvia Swain Canôas	GT1	Renacença	scanoas@uol.com.br
Sonia Barbosa Igliori	GT4	PUC/SP	sigliori@exatas.pucsp.br
Sonia Igliori Cristina Maranhão Silvia Sentelhas	GT2	PUC/SP	sigliori@exatas.pucsp.br maranhao@uol.com.br pierre@mandic.com.br
Sonia Regina Facco		PUC/SP	sfacco@zip.ne
Tadeu Oliver Gonçalves	GT7	UFPA	oliver@amazon.com.br
Tânia M. Lima Costa	GT9	UFMG	tmlc@net.em.com.br
Telma A. Souza Gracias	GT6	UNESP-Rio Claro	tasouza@rc.unesp.br
Tereza J. F. Scheide	GT1	UNESP/ Marília	re@prudenet.com.br
Vanessa Moretti	GT3	USP	
Vania Maria P S Wagner	GT1		
Vera C Carneiro	GT7	UFRGS	
Vera Lucia L Petronzelli	GT7		
Verônica Gitirana Gomes Ferreira	GT6	UFPE	vggf@npd.ufpe.br
Wagner R. Valente	GT5	PUC/SP	whvalent@zaz.com.br
Zaíra da Cunha Melo Varizo	GT7	UFG	zaira@mat.ufg.br