

Anais do
I ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

de 2 a 6 de fevereiro de 1987

Editado por Tânia Maria C Campos
1988



Anais do
I ENEM
Encontro Nacional
de Educação Matemática

de 2 a 6 de fevereiro de 1987

Editado por Jânio Maria C. Campos
1988

A publicação destes Anais foi financiada pelo MEC/CAPES/PADCT/SPEC e PUC/SP.

Produção Editorial e Gráfica

ATUAL EDITORA LTDA.

Agradecimento especial aos professores Gelson Iezzi e Beatriz D'Ambrósio.

Sumário

Apresentação

Histórico

Conferências

Ubiratan D'Ambrósio — A Educação Matemática na Década de 1990: Perspectivas e Desafios	3
Luiz Roberto Dante — Mestrado em Educação Matemática no Brasil ..	11
Maria Laura Mouzinho Leite Lopes — Pesquisa em Educação Matemá- tica	16
Esther Pillar Grossi — Novas Perspectivas para o Ensino da Matemática à Luz do Conhecimento do Processo Cognitivo	21
Elon Lages Lima — Grandezas Proporcionais	27
Scipione Di Pierro Netto — A Luta Perdida da Iniciação Matemática .	45

Minicursos

Martha Maria de Souza Dantas — Ensino da Geometria Baseado em Transformações	53
Dora Soraia Kindel, Maria de Fátima Pacheco, Armando José Salgado Marinho e Roberto Ribeiro Baldino — Sobre a Construção dos In- teiros	55
Maria Terezinha Jesus Gaspar — Inteiros: Dificuldades Históricas e uma Proposta de Ensino para Ultrapassá-las	57
Lucília Bechara Sanchez — Ensino-Aprendizagem em Geometria: Am- pliação, Redução, Semelhança e Homotetia Proposta para Treina- mento de Professores	61
Adriano Rodrigues Ruiz — O Ensino do Conceito de Proporcionalidade	63
Eronides de Jesus Biscola — O Ensino da Geometria nos Diversos Ní- veis Escolares	65
José Maurício de Figueiredo Lima — Iniciação à Matemática para Pro- fessores de 1. ^a a 4. ^a séries do 1. ^o grau	66
Dulce Helena Moraes dos Santos Costa e Sheila Maris Goulart Cordeiro — Algoritmos da Multiplicação e da Divisão nas Séries Iniciais ..	69

Heloísa Pena Borges e Tânia Margarida Lima Costa — Frações através de Jogos	70
Rafaela Mousinho Guidi e Rosália Horta Rodrigues — Regra de Três sem Regra	71
Flávio Wagner Rodrigues — Probabilidade e Estatística	73
Rômulo Campos Lins — O Computador na Classe de Matemática	75
Grupo de Estudos de Resolução de Problemas — Resolução de Problemas no 1.º Grau	76
Marlene Daud — Frações	77
Nilson José Machado — Cálculo na Escola Básica: Por quê, O Quê e Como?	78
Eduardo O. C. Chaves — Informática na Educação	80
Luiz Márcio P. Imenes — A Geometria das Dobraduras	83
Antonieta Moura Leite e Dione Lucchesi de Carvalho — Composição e Decomposição de Figuras Planas	85
André Luiz Rodrigues Chaves e Estela Kaufman Fainguelernt — A Importância do Ensino de Geometria e Álgebra Linear no 2.º Grau ..	87
Gelson Iezzi — Geometria Plana: Atividades que Levam à Formação de Conceitos	89
Maria de Fátima da Silva Saraceno, Vania Maria Pereira dos Santos e Luiz Claudio da Silva — Números Inteiros e Números Racionais	90
Ana Lúcia Bordeaux Rego, Ionilde Maria de Azevedo e Neide Parracho Sant'Anna — Números Decimais	91
Cesar Almeida Cruz, Ledo Vaccaro Machado, Norma Whatelly e Sandra M. Di Flora B. da Silva — Uma Proposta de Como Chegar a Algoritmos de Conversão de Bases ou da Babel-Cimal à Organização de Uma Alfândega	92
Maria Delvina Lemos de Fonseca e Sonia Muniz Santos — Sistema de Numeração num Currículo de Matemática para Escolas da Zona Rural	93
Roberto Ribeiro Baldino — Cálculo em Assimilação Solidária	94
Abdala Gannam — O Ensino da Matemática Através da Imagem	96
Jovana Ferreira de Rezende e Maria Encarnación Martinez Gonçalves — Utilização de Calculadoras de Bolso em Sala de Aula	98
Benedito Castrucci — Tópicos de Metodologia do Ensino da Matemática	99
Sérgio Roberto Nobre — A Matemática do Cotidiano na Sala de Aula .	101
Arlete Cerqueira Lima — A Geometria na Escola Primária: o que é Possível e o que é Desejável	103
Francisco César Polcino Milies e Roberto Celso Fabrício Costa — Grupos de Isometria	105
Eduardo Sebastiani Ferreira — Por que essa Disciplina no Programa de um Futuro Professor	106
Francisco César Polcino Milies — História dos Números Complexos ..	107

Sessões Coordenadas e Mesas-Redondas — Conclusões e Recomendações

I — Frações e Proporções (SC)	111
II — Formação de Professores de 1. ^a a 4. ^a séries (SC)	111
III — Prática de Ensino (SC)	112
IV — Reciclagem de Professores de 1. ^a a 8. ^a séries (SC)	113
V — Formação de Professores: Licenciatura e 3. ^o grau (SC)	114
VI — Avaliação (SC)	116
VII — Matemática Intuitiva (MR)	116
VIII — O Currículo de Matemática (MR)	117
IX — Modelagem e Interdisciplinaridade (SC)	118
X — Matemática e Alfabetização/Etnomatemática (SC)	118
XI — Relatos de Experiências de 5. ^a a 8. ^a séries e 2. ^o grau (SC)	120
XII — Geometria	120
XIII — Resoluções de Problemas (SC)	121
 <i>Programação</i>	 123
 <i>Lista de Participantes</i>	 139
 <i>Estatística</i>	 159

Resumos (Summaries) e Mesuras Resumidas (Summary Measurements) — Comentários e Recomendações	117
I — Práticas e Procedimentos (SC)	117
II — Pontuação de Problemas de 1.ª a 4.ª séries (SC)	117
III — Práticas de Ensino (SC)	117
IV — Resoluções de Problemas de 1.ª a 8.ª séries (SC)	117
V — Pontuação de Problemas: Licenciatura e 2.ª grau (SC)	117
VI — Avaliação (SC)	117
VII — Matemática Indutiva (MR)	117
VIII — O Controle de Matemática (MR)	117
IX — Modelagem e Interdisciplinaridade (SC)	117
X — Matemática e Alfabetização/Funcionamento (SC)	117
XI — Relatos de Experiências de 5.ª a 8.ª séries e 2.ª grau (SC)	120
XII — Comentários	120
XIII — Resoluções de Problemas (SC)	121
Programação	122
Lista de Participantes	129
Exatidão	129

Apresentação

Eis os anais do I ENEM Encontro Nacional de Educação Matemática realizado no Centro de Ciências Matemáticas, Físicas e Tecnológicas da PUC-SP, na semana de 2 a 6 de fevereiro de 1987. Juntos, o livro de Resumo de Trabalhos e este volume completam o quadro de apresentações do ENEM.

Aprendemos muito com experiências passadas, com companheiros que realizaram eventos, que fizeram história e que se confundem com a própria história do Ensino de Matemática no Brasil.

Este Encontro, representativo da Educação Matemática nacional, demonstra como é possível realizar algo sério, organizado e competente em nosso país.

Teria sido impossível organizarmos as conferências, os minicursos, as mesas-redondas, as sessões coordenadas e estes anais, não fossem a qualidade dos trabalhos apresentados e a competência e dedicação da Comissão Organizadora, os quais responsabilizamos pelo sucesso do Encontro.

Em benefício dos professores, para os quais dedicamos este Encontro, esperamos fornecer subsídios para que se pesquise mais e se aumente a produção na grande nação brasileira.

Finalmente, agradecemos profundamente a participação de todos e que a expressão desse agradecimento possa ser sentida, por cada um, na proporção do seu esforço.

São Paulo, março de 1988.

Tânia Maria Mendonça C Campos
Coordenadora

possa alimentar um congresso do gênero"; "Não há capacidade organizacional"). Foram feitas inúmeras consultas a instituições e a pessoas para se ver onde e como seria organizado este I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA e quem assumiria a responsabilidade de levar adiante o projeto, e ao mesmo tempo quais os passos que deveriam ser dados para a criação da nova sociedade. Para grande satisfação de todos os envolvidos, a PUC-SP, através da Faculdade de Ciências Matemáticas e Físicas, aceitou sediar o Encontro no Campus da Rua Marquês de Paraná-guá e Tânia Campos aceitou a importante responsabilidade de assumir a coordenação do grupo que teve a difícil tarefa de organizar o evento.

Embora tendo sido apenas recentemente atraída profissionalmente para a Educação Matemática, após uma carreira de docência e pesquisa em Matemática Pura, Tânia Campos assumiu inteiramente essa missão. Seu desempenho em meio a inúmeras dificuldades que resultam de atuar numa área nova, conhecendo pouco as prioridades, indivíduos e instituições envolvidos, teve o êxito que todos nós testemunhamos.

Todos aqueles diretamente envolvidos no processo tinham muito claro que uma vez realizado o I ENEM, com ampla participação nacional, estaria definida a continuação da série de congressos, e que o I ENEM era o passo essencial para deflagrar um processo democrático para a criação de uma SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA representativa, acolhendo todos aqueles prioritária e profissionalmente envolvidos com Educação Matemática no país e sobretudo uma sociedade "sem dono" pessoal ou institucional.

E assim foi.

Ubiratan D'Ambrósio

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA DÉCADA DE 1990: PERSPECTIVAS E DESAFIOS

Ubiratan D'Ambrósio

A década de 1990 se apresenta como um marco de transição, de entrada no século XXI, com uma presença marcada e dominante de tecnologia. A ciência desafiando esquemas religiosos, filosóficos e sociais e a tecnologia aparecendo como o produto e ao mesmo tempo a moeda predominante nas relações comerciais e nos modelos de produção e mesmo de propriedade. O chamado racionalismo científico, do qual a matemática é o representante por excelência, aparece de maneira incontestável como base para toda essa ciência e tecnologia, e como a linguagem essencial para a ciência e a tecnologia dominantes, para as relações sociais e mesmo para o comportamento dos indivíduos, penetrando inclusive a sua própria intimidade.

Pela primeira vez desde que se estabeleceram as bases do que se convencionou chamar ciência moderna, nos séculos XVI e XVII, podemos ter uma visão global do modelo social que daí resultou e das conseqüências para a qualidade de nossa vida como indivíduos e como sociedade. É interessante que a própria ciência moderna nos proporciona, através da avançada tecnologia de comunicação e de um complexo modelo político de interdependência, os meios para essa visão global. Ao analisarmos essa visão global, não podemos evitar uma grande preocupação. De fato, essa visão nos amedronta e após uma reflexão mais detalhada, nos deixa pasmados, sobretudo pelas contradições internas que resultam do modelo de pensamento que serve de substrato ao chamado racionalismo científico. É nesse contexto crítico que desenvolveremos o tema desta conferência.

Deixamos claro que por ciência entendemos um corpus de conhecimentos, organizados e hierarquizados de acordo com uma graduação de complexidade e de generalidade, elaborados pelo homem na sua ânsia de desvendar a ordem cósmica e natural, e de esclarecer o comportamento físico, emocional e psíquico do indivíduo e de outros: conhecer-me e conhecer-te. Esse corpus de conhecimentos está assim intimamente associado

a concepções de natureza mitológica e cosmológica, sensorial e sensual; e naturalmente psico-emocionais, e inegavelmente as incorpora.

A matemática é reconhecida pela sua múltipla importância por todos os governos de todos os países e incluída, por conseguinte, como matéria obrigatória e universal, constante de todos os currículos, em todos os graus de instrução e em todos os países do mundo. Essa dominância universal e absoluta da matemática sobre todas as demais disciplinas escolares, inclusive a da própria língua pátria — que obviamente não tem o caráter de universalidade — nos convida a uma reflexão muito profunda e abrangente do porquê dessas características de um setor do conhecimento humano. Isto seria porque a Matemática é bela? ou porque conduz a um tipo de comportamento moral desejado pela sociedade? ou porque ajuda a pensar de modo claro, crítico e estimulador da criatividade? ou, ao contrário, porque ela “dociliza” as gerações novas, reduzindo sua capacidade de crítica e portanto deixando-as menos “incômodas” para o “establishment”? ou simplesmente porque ela é útil na condução do modelo social-econômico fortemente dominado pela tecnologia em que vivemos? Esse conjunto de porquês representa o grande desafio ao pensarmos como deve ser estruturada a Educação Matemática na década de transição da qual nos aproximamos.

Ao discutirmos programas de formação de professores que estarão iniciando sua atuação na entrada da década seguinte, ao prepararmos programas e textos que serão implementados e divulgados nessa mesma época, e ao prepararmos jovens de 1.º e 2.º graus que estarão se iniciando, na década seguinte, numa carreira profissional, seria pelo menos irresponsável não atentarmos para as questões básicas como aquelas que mencionamos acima através de uma série de porquês.

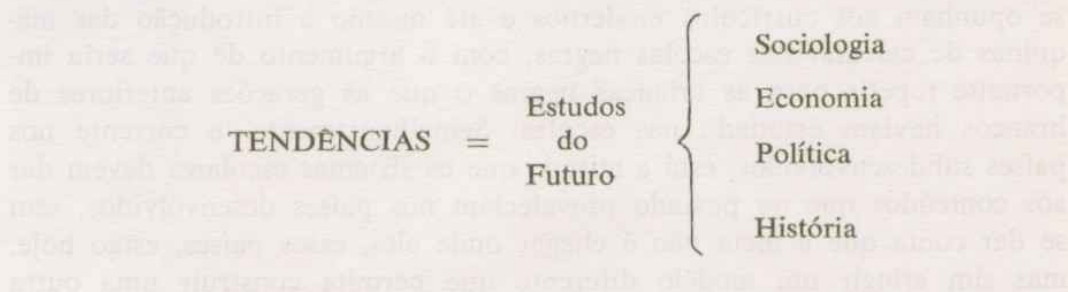
Ao examinar as tendências da Educação Matemática para a década seguinte nos defrontamos com desafios das mais diversas áreas do conhecimento. Começamos por preocupações de natureza histórica e epistemológica, visando a uma compreensão mais adequada da própria natureza do conhecimento matemático e científico, que passa agora por profunda revisão, sobretudo em consequência do reconhecimento de diversas formas de explicação até então consideradas marginais, tais como a etnomatemática. E prosseguimos por preocupações de natureza social, a partir de uma análise do significado da educação de massa no que se refere a uma verdadeira democratização de oportunidades para todas as crianças que entram no sistema, eliminando as distorções causadas pelos chamados “reprovados”, indivíduos incapazes de acompanhar o ritmo proposto pelo professor. Na definição desse grupo de “falhas sociais”, a matemática aparece como uma das principais responsáveis.

Nesta conferência procuraremos tocar todos esses pontos. O tema a que nos propomos é extremamente convidativo para uma abordagem ampla desses problemas e cada um seria, em si, tema de um estudo especial e detalhado.

Vamos abordá-los de maneira apenas convidativa para aprofundamento posterior, em outros trabalhos. Vamos iniciar falando sobre o futuro.

Falar sobre futuro em educação é algo fundamental. Não podemos desempenhar nossa missão de educadores sem estarmos permanentemente atentos ao futuro, pois é aí que se notarão os reflexos de nossa ação. Em particular, ao falar da Educação Matemática, a disciplina Matemática aparece como essência da ação pedagógica do matemático enquanto educador, e portanto temos que levar em consideração a sua própria evolução, tanto no que se refere aos conteúdos transmitidos, quanto aos métodos, atitudes e mesmo comportamentos associados ao pensar, fazer e praticar Matemática. Examinar as tendências da disciplina Matemática torna-se assim uma tarefa básica em Educação Matemática. O mesmo é verdade para as demais disciplinas ensinadas na escola, e sendo a Matemática de tal maneira importante para as demais disciplinas, nossa tarefa torna-se ainda mais complexa, pois devemos estar familiarizados também com as tendências que se notam nas outras áreas de conhecimento. Isto é uma das principais justificativas para que se incluam nos cursos de formação de professores as disciplinas de História e Filosofia da Matemática como obrigatórias. Esta tendência, de caráter universal, não pode ser adiada nas reformas de currículo para formação de professores que se propõe no Brasil.

Falar em tendências e de alguma maneira auscultar o futuro. Institutos, Centros ou Departamentos de Futurologia ou de Estudos do Futuro são freqüentes hoje em dia nas Universidades mais importantes dos países mais desenvolvidos e a The World Future Society é uma das associações mais ativas do mundo, com importantes congressos anuais, nos quais a seção de Educação ocupa lugar de proeminência. Os métodos científicos de estudos do futuro incluem importantes componentes de Probabilidade e Estatística, de Economia, de Sociologia, de Política e de História, que talvez seja a nossa melhor guia para um mergulho exploratório no futuro. Esquemati-
zando, temos



A organização da sociedade e o modo e contexto geral como as nações se relacionam fazem com que nossos sistemas educacionais adquiram um sentido de universalidade distinto do que hoje prevalece. A informação que passa através desses sistemas talvez deixe de ser o mais importante, pois vem carregada de obsolescência e preconceitos inevitáveis, embutidos na

formação do professor e na sua própria ação. O conceito de reciclagem e atualização, como uma medida destinada a aliviar essa obsolescência, é absolutamente insuficiente e não atinge esse objetivo. Faz-se necessário um outro professor, formado de outra maneira e com a capacidade de renovar seus conhecimentos como parte integrante de sua preparação profissional. Além disso, um professor conscientizado de que seu papel é bem mais amplo e certamente mais nobre do que o de mero transmissor de informação. Não vamos elaborar sobre esse tema neste trabalho, referindo o leitor interessado a [D'Ambrósio 1] e [D'Ambrósio 2].

Uma compreensão das áreas mencionadas no esquema anterior, em que falamos sobre tendências como estudos do futuro, é básica para as discussões de Educação Matemática. É muito importante a leitura do já clássico livro de Alvin Toffler [Toffler] como motivador e referência para leituras posteriores.

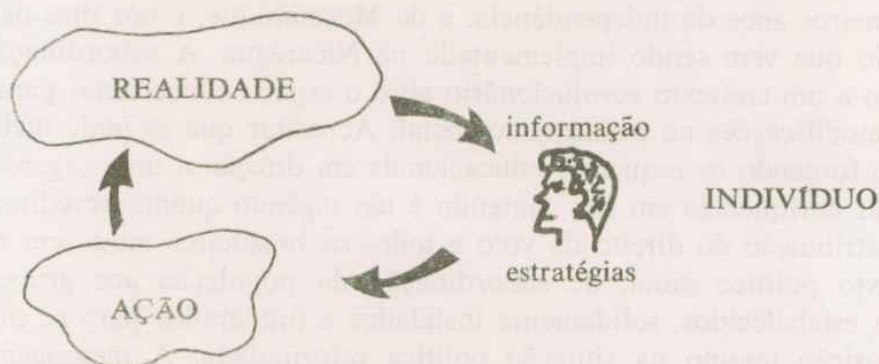
Ao abordarmos Educação, e Educação Matemática não escapa a essa observação, é muito importante termos sempre presente que esta é uma atividade de natureza eminentemente social, visando atingir um bem comum. Se por um lado vemos a educação tentando reproduzir um modelo social, baseado numa listagem de conteúdos estabelecidos pela própria evolução da sociedade — e assim a possibilidade de acesso social se dá através do domínio desses mesmos conteúdos pelas classes menos privilegiadas —, por outro lado não podemos deixar de reconhecer nesse mesmo complexo de conteúdos que vem constituir o conhecimento comum às classes dominantes a fonte de um pensar do qual resulta a estrutura social vigente, fortemente dependente da dominação e exploração do homem pelo homem. É possível que tornando esse conhecimento acessível aos que hoje são dominados e explorados, eles estarão igualmente equipados para dominar e explorar. A ingenuidade do argumento, implícita na proposta dos conteudistas patrícios, já estava presente em algumas propostas dos anos 50 e 60 nos Estados Unidos. Naquela ocasião, a NAACP e outras organizações ativistas negras se opunham aos currículos modernos e até mesmo à introdução das máquinas de calcular nas escolas negras, com o argumento de que seria importante repetir para as crianças negras o que as gerações anteriores de brancos haviam estudado nas escolas. Semelhantemente, e corrente nos países subdesenvolvidos, está a atitude que os sistemas escolares devem dar aos conteúdos que no passado prevaleciam nos países desenvolvidos, sem se dar conta que a meta não é chegar onde eles, esses países, estão hoje, mas sim atingir um modelo diferente que permita construir uma outra sociedade, com outros valores.

Vencer a diferença que nos separa dos países desenvolvidos no atual modelo econômico e político de relações internacionais é algo sem qualquer possibilidade de sucesso e, pelo contrário, a tendência é que a diferença aumente. Nossa única possibilidade de corrigirmos alguns dos males sociais

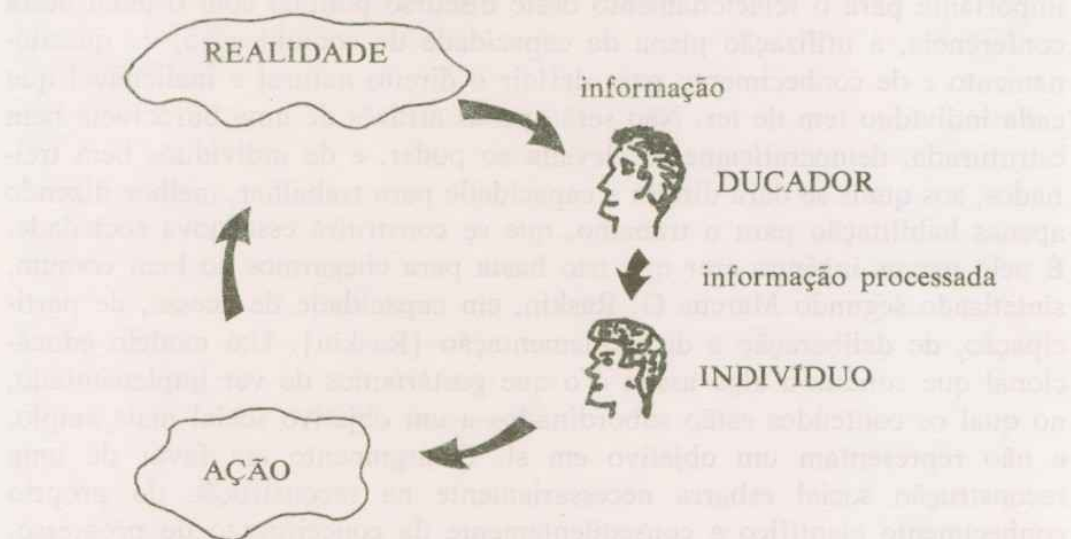
que predominam nos países chamados subdesenvolvidos, e que em muitos dos chamados países desenvolvidos continuam presentes, está na procura de modelos distintos de organização social e de busca do bem comum. Isto naturalmente implica novos modelos de organização intelectual, uma possível reconstrução do conhecimento. Poucos países puderam fazer essa tentativa. Devem-se mencionar as tentativas de Tanzânia, de Guiné Bissau nos primeiros anos de independência, e de Moçambique, e nos dias de hoje o modelo que vem sendo implementado na Nicarágua. A subordinação do conteúdo a um contexto revolucionário abre o espaço educacional para profundas modificações no pensamento social. Acreditar que se pode melhorar o ensino forçando os esquemas educacionais em direção a uma organização curricular enriquecida em seu conteúdo é tão ingênuo quanto acreditar que a mera atribuição do direito de voto a todos os brasileiros muda em muito o contexto político atual, de subordinação da população aos grupos de poder já estabelecidos, solidamente instalados e preparados para se manter nessa posição mesmo na situação política reformulada. A mensagem tão magistralmente levada às telas no "1900" de Bernardo Bertolucci é real, e o atual momento político brasileiro é mais uma evidência disso. Uma conceituação moderna de democracia nos leva a refletir sobre o poder econômico e os direitos a ele associados, sobre a participação política e o efetivo exercício dessa participação, e, finalmente, o que é extremamente importante para o relacionamento deste discurso político com o tema desta conferência, a utilização plena da capacidade de comunicação, de questionamento e de conhecimento para definir o direito natural e inalienável que cada indivíduo tem de ter. Não será apenas através de uma burocracia bem estruturada, democraticamente elevada ao poder, e de indivíduos bem treinados, aos quais se dará direito e capacidade para trabalhar, melhor dizendo apenas habilitação para o trabalho, que se construirá essa nova sociedade. É pelo menos ingênuo crer que isto basta para chegarmos ao bem comum, sintetizado segundo Marcus G. Raskin, em capacidade de acesso, de participação, de deliberação e de implementação [Raskin]. Um modelo educacional que conduz a algo assim é o que gostaríamos de ver implementado, no qual os conteúdos estão subordinados a um objetivo social mais amplo, e não representam um objetivo em si. O argumento em favor de uma reconstrução social esbarra necessariamente na reconstrução do próprio conhecimento científico e conseqüentemente da conceituação de progresso, de modernização e de desenvolvimento, sobre as quais repousa toda a estrutura social vigente. Escapar da dor, da crueldade, da injustiça e da estupidez, que de maneira tão flagrante prevalecem na nossa sociedade, depende em grande parte de nossa determinação para levar adiante um programa de justiça e de valorização da dignidade do indivíduo, enquanto procurando uma interdependência igualitária. Não será mediante práticas "ducativas" que se atingirá isso, mas através de práticas verdadeiramente ex-ducativas,

tirando para fora de cada indivíduo o que seu potencial criativo oferece. A “ducação” que leva ao domínio de uma bateria de conteúdos tem sido o mecanismo classicamente adotado para subordinar comportamentos e modelá-los para servir, sem qualquer crítica, a uma ordem preestabelecida.

Se pensarmos num modelo de comportamento que se apresenta de modo simplificado como na figura a seguir,



procuramos um modelo educacional que interfere o mínimo com o recebimento de informação direta por cada indivíduo, e conseqüentemente o processamento dessa informação, que leva a estratégia de ação como resultado da criatividade de cada indivíduo. Para detalhes ver [D’Ambrósio 3]. Queremos evitar uma situação como a seguinte:



Uma série de elementos favorecem a ação do ducador. Dentre esses destacamos os programas, os exames e toda uma prática de ensino que no caso específico da Matemática gira em torno de obter resultados a questões simplesmente propostas que são iguais ou muito semelhantes a questões dadas anteriormente e resolvidas por um método como que mágico. Simplesmente, é retirado do aluno qualquer espaço para exercer sua criatividade.

dade, evidentemente desestimulada nessa prática. O que se nota é um rendimento cada vez mais baixo, os resultados são cada vez mais desencorajadores e as autoridades educacionais propõem como medida corretiva reforçar e expandir o método que é, evidentemente, o responsável pelos fracassos crescentes. Convidamos os educadores matemáticos a parar e pensar um pouco sobre se os baixos resultados nos testes e exames não seriam mais uma consequência do tipo de teste e exame que vem sendo dado do que da falta de capacidade do aluno. Não estaria o baixo rendimento associado mais à forma do que ao conteúdo propriamente dito?

A década que se apresentará a nós em poucos anos, e para a qual é necessária a preparação a partir de agora, será uma década de transição. Não só pelo efeito psicológico de estarmos às portas de um novo milênio, mas efetivamente por estarmos no limiar de uma era de domínio absoluto da ciência e da tecnologia, modificando profundamente as relações entre indivíduos, alterando profundamente, graças ao avanço notável nos meios de comunicação e informação, o comportamento social e o relacionamento entre os vários povos. A intromissão na privacidade dos indivíduos, das organizações e dos próprios países, o aumento considerável de produtividade e conseqüentemente mais tempo para lazer, e uma interdependência íntima entre vários setores de produção, encontrarão na Matemática a base das mudanças profundas que isso representa. O manejo de equipamentos sofisticados que estarão presentes em quase todos os níveis da produção será dependente de mecanismos de automação (daí a presença de calculadores e computadores como essenciais na preparação do jovem para a vida), a interpretação das informações sobre a economia do dia-a-dia serão determinantes das decisões políticas (daí a importância da Estatística em todos os níveis de formação) e a capacidade de utilização de seu tempo livre em exercícios intelectuais que reforcem as bases culturais (daí um ressurgimento dos jogos matemáticos, da matemática recreativa e mesmo de exercícios numéricos como em divisibilidade, números primos e quadrados mágicos). Indício de que mesmo no Brasil já estamos entrando nessa fase é o reaparecimento, com sucessivas edições, de livros como "O Homem que Calculava", de Malba Tahan. Esperamos que logo esteja de volta "A Aritmética de Emília", de Monteiro Lobato, e que livros como estes dois mencionados encontrem seu lugar nas nossas escolas. Coleções hoje chamadas paradidáticas, como aquela publicada pela Editora Scipione, São Paulo, com título "Vivendo e Aprendendo Matemática", sob direção de Luiz Imenes, ou livros como "Matemática e Gregos", de Helio Cyrino, acompanhadas de leituras tais como "Matemática ilustrando o problema do 'apartheid'", de Claudia Zaslavski, virão reforçar o componente cultural de que os conhecimentos matemáticos devem estar impregnados. Esse componente, absolutamente desprezado nos currículos dominantes em nome de um conteudismo linear e cumulativo, utilitário, vem ao contrário sobrecarregando a criança de

conhecimentos inúteis, tendo como principal resultado a frustração de crianças e a eliminação daquelas vindas de condições sociais menos favoráveis, e sobretudo a "docilização" das mentes mais questionadoras e criativas. O prejuízo evidente que daí resulta para a formação de novas gerações vem acompanhado de uma sensível baixa da qualidade de vida da população como um todo. Não é de surpreender que os índices de aprovação em Matemática nas escolas de 1.º e 2.º graus, o número de Mestres e Doutores em Matemática produzidos relativamente ao número de vagas oferecidas, e a produtividade científica, qualitativa e mesmo quantitativa, dos Matemáticos nos últimos anos tem evoluído em razão inversa com a aplicação de maiores recursos, humanos e materiais, pelas CENPs de São Paulo, pelos CNPqs de Brasília e por equivalentes deste Brasil afora. Como de costume, os dados serão eventualmente manipulados pelos próprios autores para que a peça se mostre mais favorável. Dificilmente isto engana aqueles que estão na militância educacional em todos os níveis. A verdade é que o rendimento global cai de ano para ano. O que será necessário para que os responsáveis pelos sistemas educacionais e pelos órgãos de fomento ao desenvolvimento científico e tecnológico percebam que insistir nos caminhos tradicionais conduz a nada qualitativamente melhor?

REFERÊNCIAS

[D'Ambrósio 1] — Ubiratan D'Ambrósio: *Creatividad, Ciencia y Tecnologia y el Rol del Docente como Preámbulo a la Etnociencia*, a ser publicado.

[D'Ambrósio 2] — Ubiratan D'Ambrósio: *New Fundamentals of Mathematics for Schools*, in *The Monitoring of School Mathematics: Background Papers*, Eds. Thomas A. Romberg and Deborah M. Stewart, Wisconsin Center for Education Research, Madison, Wisconsin, 1987, pp. 135-148.

[D'Ambrósio 3] Ubiratan D'Ambrósio: *Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação (e) Matemática*, Summus Editorial, São Paulo, 1986.

[Raskin] — Marcus G. Raskin: *The Common Good*, Basic Books, New York, 1986.

[Toffler] — Alvin Toffler: *A terceira onda*, Record, Rio de Janeiro, 1980.

Universidade Estadual de Campinas — UNICAMP

Caixa Postal 11170

13091 — Campinas — SP

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Luiz Roberto Dante

I — A IMPORTÂNCIA DE UM MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Já há alguns anos vem aumentando a atividade em Educação Matemática, a nível de Pós-Graduação e pesquisa, em praticamente todo o mundo. Isso pode ser constatado pelo número de especialistas no setor, pelo volume de trabalhos publicados, pelos Congressos Interamericanos e Internacionais realizados e pelo acréscimo generalizado de interesse a esse respeito. Tal tendência corresponde ao reconhecimento das sérias dificuldades com que se depara o ensino e a aprendizagem da Matemática e das possibilidades de mudanças fundamentais nesse setor.

Um Mestrado em Educação Matemática é uma aspiração bem definida no Brasil. Os vários grupos regionais que se formaram ao longo dos anos sentem a necessidade de estudar e pesquisar sistematicamente os vários fios dessa complexa malha que é a Educação Matemática. Às vezes, simplesmente para ratificar suas crenças, suas intuições e propostas baseadas apenas no bom senso e experiência pessoal vivida. Às vezes, para abandonar o "achismo" (Eu acho que...), que se proliferou no setor.

II — OBJETIVOS DESSE MESTRADO

Trata-se de uma Pós-Graduação destinada à pesquisa e à formação de recursos humanos de alto nível para estudar e propor soluções às questões relacionadas com a aprendizagem e o ensino em todos os níveis escolares de uma disciplina: a Matemática.

III — CARACTERÍSTICAS DESSA PÓS-GRADUAÇÃO

1. *Interdisciplinaridade*

É fundamental para o êxito desta Pós-Graduação que haja um grupo interdisciplinar de profissionais envolvidos de diversas áreas como: Matemática, Educação, Psicologia, Estatística, Filosofia e Ciências Sociais.

2. *Interação*

É necessário haver um alto grau de interação entre o conteúdo matemático e os aspectos pedagógicos envolvidos, o que exigirá dos docentes das disciplinas específicas de Matemática uma grande sensibilidade pela Educação.

3. *Observação e Investigação Experimental*

Quer seguindo uma linha de pesquisa naturalista, quer uma linha fenomenológica, quer uma linha estatística-experimental, uma das características das pesquisas nesta área é a observação e a investigação junto às classes piloto e regular, junto às comunidades, etc.

4. *Seminários de discussão*

Outra característica é que ao lado das aulas expositivas, haja Seminários de discussão. Talvez, com maior prioridade aos Seminários.

5. *Avaliação*

A avaliação contínua baseada mais em atividades individuais ou em grupo e menos em provas convencionais (não descartando totalmente as mesmas), é uma outra característica desta Pós-Graduação.

Programas de Educação Matemática com tais características já existem em importantes centros estrangeiros (EUA, França, Inglaterra e Alemanha), mas voltados para os sistemas educacionais desses países. Uma Pós-Graduação aqui, deve levar em conta as especificidades e problemáticas brasileiras.

IV — IMPACTO DESSE MESTRADO

Espera-se com um Mestrado em Educação Matemática não só a preparação de pessoal qualificado para influir decisivamente em tornar a aprendizagem e o ensino da Matemática mais amplos, profundos e significativos, mas também fazer dessa preparação como que um projeto de ação comunitária visando a melhoria dessa aprendizagem e desse ensino nas salas de aula dos diversos níveis escolares.

Um Mestrado desta natureza pode centralizar e congregar esforços, bem como reunir docentes e pesquisadores para debates, estudos em comum e planos mais amplos de ação comunitária.

Outra perspectiva é participar em seus trabalhos com órgãos governamentais na execução de projetos de interesse do ensino matemático, tais como avaliação de programas e currículos, aperfeiçoamento de professores, organização de Seminários e trabalhos com classes experimentais.

V — ALGUMAS QUESTÕES GERADORAS DE ESTUDOS E PESQUISAS NUM MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

1. *Questões sobre Objetivos*

O que é Matemática? Por que ensinamos Matemática? É preciso ensinar Matemática igualmente a todos? Com quais objetivos ensinamos Matemática no 1.º Grau? E no 2.º Grau?

2. *Questões sobre Conteúdos Curriculares*

Estabelecidos os objetivos, que conteúdos se adaptam à melhor realização daqueles objetivos?

Que conteúdos desenvolver para os cursos diurnos? E para os cursos noturnos?

Que novos conteúdos podemos introduzir?

A que “velhos” conteúdo podemos dar menos ênfase?

Qual é a seqüência curricular desejável hoje?

Neste item incluem-se: estudo comparado de currículos, avaliação de projetos, de propostas curriculares, de textos didáticos, de programas especiais para alunos lentos e para superdotados, etc.

3. *Questões sobre métodos de ensino e de aprendizagem*

de Ensino:

Existe o melhor método para se ensinar Matemática?

Existe o melhor método para se aprender Matemática?

Dependendo dos objetivos que se quer atingir, bem como dos conteúdos a serem trabalhados, estuda-se e se pesquisa neste item:

- ☐ tamanho da classe
- ☐ classes homogêneas ou heterogêneas?
- ☐ método indutivo ou dedutivo ou ambos? Como e quando?
- ☐ como ensinar do concreto ao abstrato?
- ☐ como ensinar retomando um conceito já estudado e aprofundando-o (método espiral)?
- ☐ o que é o método da descoberta?
- ☐ o que é o método de resolução de problemas?
- ☐ como usar a esquematização e a formalização progressivas no ensino de qualquer assunto matemático?
- ☐ como criar contextos apropriados para ensinar matematizando situações reais?
- ☐ como ensinar Geometria a partir da reflexão do aluno com sua intuição espacial?
- ☐ como as calculadoras e os computadores podem ser usados para despertar e aumentar a compreensão matemática?

- ☐ o que é o método da modelagem?
- ☐ como ensinar Matemática interligando-a com outras ciências?
- ☐ como ensinar Matemática aproveitando a experiência acumulada do aluno?
- ☐ como ensinar Matemática por compreensão e com significado para o aluno?
- ☐ como ensinar Matemática enfatizando as idéias matemáticas em lugar da linguagem?
- ☐ como utilizar a História da Matemática para se ensinar Matemática?

Ainda neste item, encontramos estudos e pesquisas sobre:

- ☐ atitudes do professor e do aluno na sala de aula
- ☐ ensino através de material concreto
- ☐ instrução programada
- ☐ instrução programada auxiliada por microcomputadores
- ☐ instrução com o uso de laboratórios de Matemática
- ☐ instrução dada por uma equipe de professores numa mesma sala de aula

de Aprendizagem:

- ☐ como as pessoas aprendem alguma coisa?
- ☐ como as crianças aprendem Matemática?
- ☐ como valorizar mais o processo da aprendizagem e menos o produto, o resultado da aprendizagem?
- ☐ como as crianças aprendem Matemática mais facilmente e em menos tempo?
- ☐ quais as dificuldades que as crianças apresentam ao aprenderem Aritmética, Álgebra, Geometria, etc...? Como saná-las?
- ☐ em que condições e como ocorre a transferência de aprendizagem?
- ☐ qual é o papel da repetição e da fixação na aprendizagem?
- ☐ qual é o papel da descoberta e da resolução de problemas na aprendizagem?
- ☐ como as crianças deveriam estudar matemática para aprendê-la com significado?
- ☐ em que fases do desenvolvimento cognitivo as crianças podem aprender os vários conceitos da Matemática?
- ☐ como desenvolver nas crianças uma atitude positiva em relação à Matemática?

4. *Questões sobre Avaliação em Matemática*

- ☐ como usar a avaliação como diagnóstico do desempenho do aluno e do professor?
- ☐ como fazer, em Matemática, uma avaliação que meça realmente se os objetivos do curso foram atingidos ou não?

- ☐ como fazer, em Matemática, uma avaliação contínua, que não traumatize os alunos e que dê elementos ao professor para reorientar sua atividade?
- ☐ como usar a avaliação em Matemática para detectar em que pontos os alunos têm maior dificuldade?
- ☐ como elaborar uma avaliação que realmente meça a criatividade, o raciocínio lógico e a habilidade do aluno em Matemática?
- ☐ quais os prós e contras dos teste de múltipla escolha em Matemática?
- ☐ qual a importância dos pré-testes e dos pós-testes em Matemática?
- ☐ qual a importância dos concursos de problemas e olimpíadas?
- ☐ como deveriam ser as provas de Matemática no vestibular?
- ☐ como deveriam ser as provas de Matemática nos concursos de efetivação de professores? etc...

5. *Questões sobre Formação e Atualização de Professores de Matemática*

- ☐ como deveria ser a formação do professor de Matemática para que ele se graduasse sabendo Matemática e como ensiná-la?
- ☐ como formar o professor de Matemática para que ele tenha uma visão global das idéias básicas da Matemática, das teorias de aprendizagem e das teorias didáticas que se aplicam à Matemática?
- ☐ como formar o professor de Matemática consciente de seu papel de educador e transformador social?
- ☐ como atualizar permanentemente o professor de Matemática?
- ☐ que tipos de cursos de conteúdo, metodologia e material instrucional devemos oferecer ao professor?
- ☐ como adequar convenientemente os cursos de atualização à realidade do professor?
- ☐ como acompanhar o trabalho do professor no período após o curso?
- ☐ como o Mestrado em Educação Matemática pode colaborar na atualização permanente do professor de Matemática?

Universidade Estadual Paulista
 "Júlio de Mesquita Filho" — UNESP
 Campus de Rio Claro
 Departamento de Matemática
 Caixa Postal 178
 Rio Claro — SP

PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Maria Laura Mouzinho Leite Lopes

Desde a grande transformação social advinda com a Revolução Industrial, o ensino da Matemática tornou-se uma disciplina obrigatória dos currículos escolares a fim de permitir que uma maior fração da população ficasse capacitada a desempenhar funções que as novas tecnologias exigiam.

No princípio do século XX, os matemáticos tomaram consciência de que as profundas modificações sofridas pela Matemática no século anterior não haviam repercutido no seu ensino e que a sociedade industrial não podia prescindir de uma mudança educacional na área científica.

Assim, na França (1902) e na Alemanha (Programa de Meron, 1905) surgiram, independentemente, programas visando a modernização do Ensino da Matemática a fim de eliminar o abuso de formalismo e dar maior ênfase às aplicações técnicas.

O autor do Programa de Meron foi Félix Klein que apoiou, juntamente com Howard Fehr, a criação da Comissão Internacional para a Instrução Matemática (ICMI) em 1908 no âmbito da Comissão Internacional de Matemática (ICM).

A ação da ICMI foi decisiva para a propagação das idéias dos programas de modernização, cujos efeitos fizeram-se sentir em quase todos os países possuidores de um sistema de ensino secundário. Deu-se, desta maneira, a primeira Reforma Internacional do Ensino da Matemática.

A segunda Reforma Internacional foi preparada pela:

- I — concepção de Humboldt, de 1810, que preconizava um sistema escolar completo do primário ao secundário, antes da formação profissional;
- II — reestruturação da Matemática num novo sistema coerente impetrado pelo grupo Bourbaki a partir de 1930.

Passou a ser conhecida como da “Matemática Moderna”.

Os Estados Unidos, por motivos políticos, adotaram, em larga escala, a Reforma da Matemática Moderna. Como no Brasil é forte a influência dos Estados Unidos, foram usados e abusados os preceitos desta Reforma quando, já internacionalmente, estavam sendo questionados. O segundo Congres-

so da ICMI de 1972, realizado em Exeter, Inglaterra, é por alguns referido como marco do fim da Matemática Moderna.

Também entre nós, durante a década de 70, começaram a ser levantadas questões acerca da Reforma, a saber:

- haveria sobrevalorização dos conteúdos em detrimento do fundamental que seriam os métodos?

- dever-se-ia colocar a ênfase:

- I — na resolução de problemas?

- II — na ligação da Matemática com a vida real?

- III — na utilização dos materiais didáticos?

E, no presente momento, quando um poderoso instrumento — o computador — começa a penetrar na escola não seria o caso de acrescentar mais um questionamento:

- quais os métodos e os conteúdos pertinentes ao ensino da Matemática, uma vez que a sua própria natureza está em causa?

É importante pensar no que afirma James Frauenthal: “... *presentemente estamos assistindo em Matemática uma mudança tão drástica e irresistível como a que aconteceu na Física no princípio do século. A força motivadora: a invenção do computador...*”.

Provavelmente, antes do ano 2000, haverá uma terceira Reforma Internacional do Ensino da Matemática para a qual devemos estar preparados; e, esta preparação só pode ser feita mediante a formação de recursos humanos capacitados para questionar e procurar respostas para seus questionamentos através da pesquisa.

Em sentido amplo, a pesquisa em ensino da Matemática tem como objetivos:

- conhecer e avaliar o que se passa em sala de aula para poder planejar o conteúdo específico e o método;

- entender a compreensão do aluno para poder orientar o ato de ensinar esse conteúdo.

A pesquisa em ensino da Matemática é, portanto, uma interação entre uma ciência — a Matemática — e uma prática — a Educação. A problemática desse binômio é o objeto da Educação Matemática.

O domínio completo e a segurança sobre as idéias básicas integradas numa visão global da Matemática e ainda o conhecimento da evolução dos conceitos matemáticos, via história da Matemática, constituem um dos termos desse binômio. O outro termo é composto pelos conhecimentos psicológicos, sociológicos, antropológicos, lingüísticos e metodológicos para que não sejam inventadas ações sem relação com a realidade, frutos de uma Pedagogia teórica ou de uma Didática fora do contexto da sala de aula.

É, portanto, vasto o campo de pesquisa em Educação Matemática. Para exemplificar, serão citadas algumas linhas de abordagem dessa pesquisa que não são, necessariamente, disjuntas, a saber:

- Análise Exploratória de Dados
- Experimentação Educativa
- Desenvolvimento Curricular
- Análise Epistemológica
- Observação Clínica.

Como os trabalhos dos grupos da UFRJ e do GEPEM têm sido desenvolvidos segundo as duas primeiras linhas, estas abordagens merecerão um detalhamento especial.

A Análise Exploratória de Dados segue o enfoque de Pluvinage (1977) na sua tese de doutorado, na Universidade de Estrasburgo, França. Baseia-se no uso de questionários com diferentes e múltiplas apresentações das questões, para enfatizar os diversos graus de dificuldade entre os problemas que são analisados a fim de determinar, por métodos estatísticos, o comportamento de uma população com relação a essas questões.

Há como exemplos deste tipo de pesquisa:

- A tese de Mestrado na COPPE/UFRJ da Prof.^a Estela Kaufmann Fainguelert (1980) cujo título é: Um Modelo Matemático para o Estudo das Dificuldades Apresentadas pelos Alunos de 2.º Grau na Resolução de Sistemas de Equação.
- O teste-diagnóstico sobre as operações elementares com números naturais no final do 1.º segmento do 1.º Grau, realizado em 1981 pelo grupo de Educação Matemática do IM/UFRJ.

A pesquisa-experimental "Binômio Professor-Aluno na Iniciação à Educação Matemática", realizada pelo GEPEM com apoio técnico-financeiro do MEC/INEP, foi uma tentativa, em 1979-80, de aplicação da segunda linha de abordagem: Experimentação Educativa. Os resultados acham-se publicados num número especial do Boletim com o título da pesquisa.

Presentemente, o Setor Matemático do Projeto Fundação desenvolve as suas atividades de formação de professores, obedecendo ao esquema a seguir.

Este esquema, em essência, corresponde àqueles encontrados em Tuckman (1978) e em Filloy (1981) para ilustrar a abordagem "Experimentação Educativa".

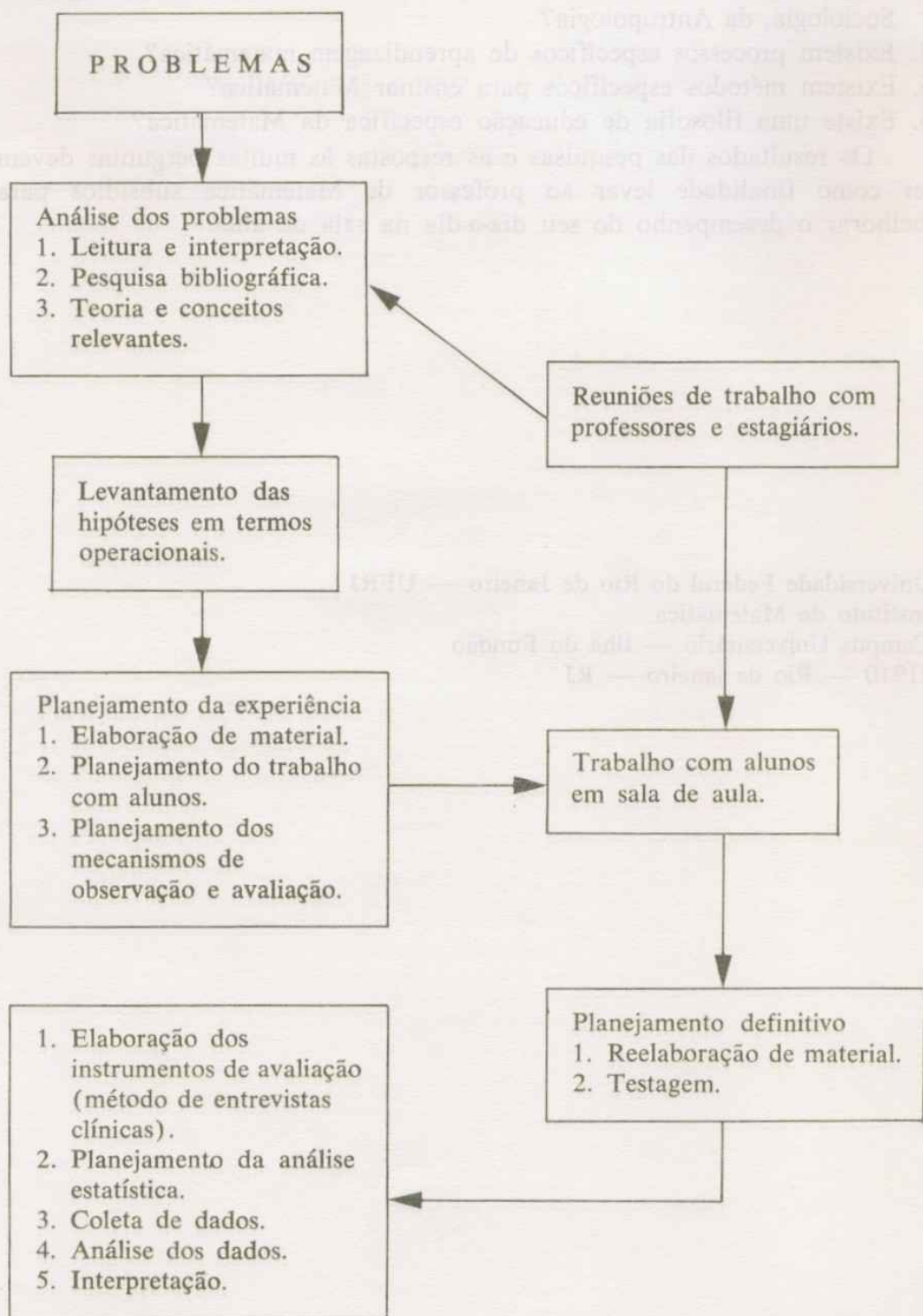
Esta prática tem propiciado formar permanentemente recursos humanos e intervir fortemente em um número sempre crescente de salas de aula.

Pesquisas em Educação Matemática ocupam um número cada vez maior de matemáticos e educadores.

Contudo, há um tema central que preocupa, internacionalmente, os educadores matemáticos: *é o de saber quais os contornos do seu campo de trabalho para poder definir o que seja Educação Matemática.*

Respostas para as seguintes questões, citadas por José Manuel Matos, Lisboa, 1986, com base nos trabalhos apresentados no V ICMI, 1984, e outros em Steiner et al, 1984; Bielefeld, 1985, são debatidas:

ESQUEMA DE TRABALHO DO SETOR MATEMÁTICA DO PROJETO FUNDÃO



1. A Educação Matemática é uma disciplina científica ou uma área de pensamento cujas colunas mestras são, constantemente, postas em causa?
2. Onde começa e onde acaba a Educação Matemática?
3. O que separa a Educação Matemática da Matemática, da Psicologia, da Sociologia, da Antropologia?
4. Existem processos específicos de aprendizagem matemática?
5. Existem métodos específicos para ensinar Matemática?
6. Existe uma filosofia de educação específica da Matemática?

Os resultados das pesquisas e as respostas às muitas perguntas devem ter como finalidade levar ao professor de Matemática subsídios para melhorar o desempenho do seu dia-a-dia na sala de aula.

Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ
 Instituto de Matemática
 Campus Universitário — Ilha do Fundão
 21910 — Rio de Janeiro — RJ

NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA À LUZ DO CONHECIMENTO DO PROCESSO COGNITIVO

Esther Pillar Grossi

Temos a ventura de viver um momento histórico que conta com elementos para revolucionar o ensino. Trata-se do conjunto de novos conhecimentos provenientes de vários campos científicos, muito especialmente da psicologia cognitiva, da psicanálise e da história, com Piaget, Freud e Marx. Estes novos conhecimentos conduzem-nos a um início de compreensão de como é que se aprende, isto é, conduzem-nos às características do processo cognitivo.

A natureza deste processo, isto é, quais instâncias nele interferem, é um primeiro questionamento cujo equacionamento aventa soluções que são de molde a ver o ensino-aprendizagem com novos olhos.

Entre as instâncias que interferem no processo de aprender, vamos nos referir a três: a inteligência, o desejo e o corpo, afirmando de imediato que a aprendizagem é o resultado da interação das três. Estamos aqui em face de um dos aspectos da dinâmica deste processo.

A dialética entre interação e independência entre estas três instâncias é um ponto importante para a explicação dos fenômenos cognitivos. Expressam um ângulo desta dialética os versos de Drumond sobre as Contradições do Corpo, dos quais tomamos apenas este fragmento:

...
Meu corpo, não meu agente,
Meu envelope selado,
Meu revólver de assustar,
tornou-se meu carcereiro,
me sabe mais que me sei.

... (*)

Não se trata de confundir corpo, inteligência e desejo, concebendo-os como uma só realidade. Também não se trata de concebê-los como campos

(*) Carlos Drumond de Andrade — CORPO — Ed. Record, 1984, Rio de Janeiro — RJ.

independentes, internamente dissociados. Aliás, na visão tradicional de aprendizagem, o corpo, a inteligência e o desejo só se vinculam quando um aluno tem dificuldades de aprendizagem. Quando uma criança não apresenta rendimento escolar, é que se cogita de remetê-la a um psicólogo ou a um psicomotricista, acusando só nesta circunstância uma provável interferência do desejo (estrutura simbólica) ou do corpo (campo das percepções e movimentos) na aprendizagem. Na sala de aula normal, estas duas instâncias são ausentes ou ignoradas. É como se a inteligência pudesse ser trabalhada isoladamente. Esteriliza-se a aula de qualquer contaminação com a área da sexualidade ou com a área corporal. Busca-se não erotizar nada e eliminar o mais possível a presença do corpo.

Os alunos devem ficar sentados uns atrás dos outros, sem se comunicarem, sendo considerado como um bom ambiente de aprendizagem aquele em que reina o silêncio associado também à imobilidade. Quanto mais imóveis e solitários estiverem os alunos, mais se pensa propiciar a sua concentração e a sua atenção, aliás, elementos tidos como centrais e quase exclusivos no ato de aprender.

Erotizar significa tocar a esfera do desejo e contar com esta dimensão da pessoa. Parece haver neste particular uma confusão, desde Decroly, quando este tratava dos centros de interesse. Julga-se abordar a esfera dos desejos quando se organiza a atividade didática em torno deles. Ora, o que caracteriza os centros de interesse é que eles são coletivos, partilhados por um grupo social. Por exemplo, um evento político, social ou esportivamente significativo, num determinado momento, para uma determinada coletividade. Não é que eles não devam ser considerados no trabalho didático, mas é necessário ver neles o seu poder limitado de produzir aprendizagens, porque não são necessariamente provocadores de desejos na linha da construção de conhecimentos. O desejo se funda na falta e não no interesse. Na aprendizagem, o que conta é o dinamismo pessoal de cada aluno, fundado na ausência de soluções a problemas, que pode ter como contexto um centro de interesse, mas que necessita ser ativado na individualidade do processo de cada sujeito em face de algo a aprender. A possibilidade desta ativação repousa sobre o reconhecimento e o aproveitamento da caminhada personalizada de cada aluno na apropriação de um campo conceitual.

Com Gérard Vergnaud(*), definimos campo conceitual como um conjunto de situações cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão. Tomamos também sua definição de Conceito, como uma categoria que engloba três conjunto, a saber: &, I, S.

(*) Gérard Vergnaud — Revista "Recherches en Didactiques des Mathématiques", pág. 217.

& = conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

I = conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito.

S = conjunto de significantes que podem representar o conceito e as situações que permitem aprendê-lo.

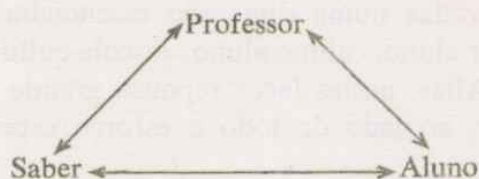
Também com Gérard Vergnaud, admitimos que as aprendizagens não se dão no abstrato das estruturas gerais do pensamento, como se julgou, ou ainda se julga, possível. Não se pode “aprender a aprender”, isto é, aprender as regras básicas de pensar para automaticamente aplicá-las em cada conteúdo particular.

Chega-se a estas, na concretude de campos conceituais. Estes, como se vê, não se confundem com conteúdos restritos a uma disciplina e, nesta, ainda a um só assunto. Um campo conceitual é o feixe de aspectos que envolvem os problemas cognitivos que alguém enfrenta num certo momento e num certo contexto. Momento e contexto têm dimensões amplas, pois há campos conceituais como o da adição, da multiplicação ou da alfabetização, que são construídos ao longo de vários anos e não somente no interior da sala de aula.

Outrossim, a descoberta da dinâmica da construção de um campo conceitual — a sua psicogênese — é o que está no centro da incorporação desta dimensão individual da aprendizagem, que permite perceber as interligações da inteligência com o corpo e o desejo. Somente quando compreendemos a trajetória singular que cada indivíduo necessita percorrer na construção de seus saberes, é que se nos abre o entendimento para as interações a nível profundo das instâncias constitutivas básicas do sujeito. Enquanto se vê a aprendizagem como um processo de interiorização, sem elaboração interna complexa, ela pode ser pensada como algo geral e comum a todos, porque feita à luz da lógica do conteúdo a aprender ou de eventuais centros de interesse.

É, portanto, a consideração do processo que cada pessoa vive na apropriação dos conhecimentos o que nos traz novas perspectivas para o ensino de qualquer disciplina, em particular da matemática, que nos ocupa aqui.

Ela vem modificar o esquema clássico de relações entre



porque estas relações estão explicadas dentro de um esquema maior, como o que segue.



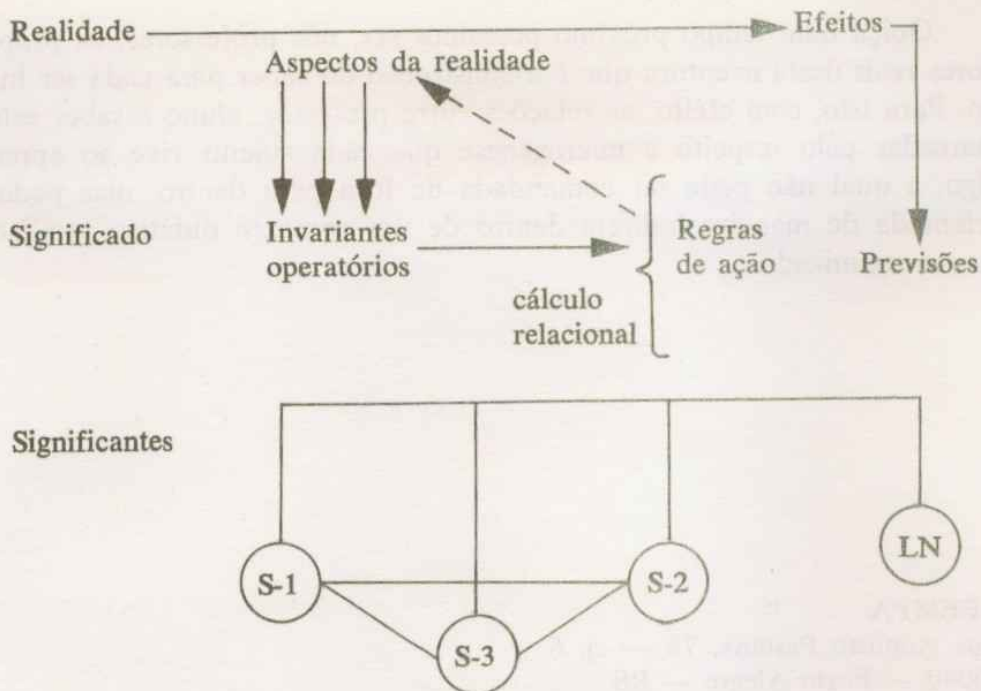
Ele inclui, além das três instâncias às quais já nos referimos — inteligência, desejo e corpo —, o organismo, o contexto sócio-antropológico e a realidade. Por organismo, entenda-se o suporte biológico onde funcionam as três primeiras. O organismo é o conjunto de órgãos que caracteriza cada indivíduo e a base genética que o conforma particularmente. O organismo pode ser considerado como o computador, cujo programa que nele se inscreve é o corpo. O corpo é como um instrumento musical que registra a melodia nele e por ele criada no organismo. O corpo é o como e o onde inteligência e desejo se expressam.

O contexto sócio-antropológico é o clima, o ar, o ambiente onde a pessoa constitui as instâncias já referidas, pois o homem é um ser geneticamente social, na competente expressão de Henry Wallon. “O desejo é o desejo do outro” segundo a psicanálise e para Sara Pain, “todo conhecimento é conhecimento do outro”.

Segundo Sara Pain, o nosso conhecimento da realidade é perpassado pela visão do contexto que nos cerca. Assim, para atingir e compreender a realidade, se interpõem como intermediário ou interlocutor os conhecimentos já acumulados pela humanidade, os quais nos condicionam ou nos instrumentam para abordá-la.

Vê-se que este esquema implica conceber as relações de ensino-aprendizagem como encravadas numa dimensão essencialmente social, onde os laços entre professor-aluno, aluno-aluno, escola-cultura assumem importância fundamental. Aliás, nestes laços repousa grande parte da capacidade de se produzir saber, ao lado de todo o esforço especificamente metodológico.

Num terceiro esquema, criado também por Gérard Vergnaud, se particulariza e ao mesmo tempo se aprofunda a explicação da construção dos conhecimentos. Nele é exposta a provável trajetória do pensamento diante de um aspecto específico da realidade.



Vemos explicitados nele três níveis na elaboração do pensamento: o nível da realidade objetiva ou subjetiva; o nível dos invariantes operatórios (das explicações da realidade já elaboradas) e o nível das representações, o qual inclui desde a linguagem natural até os sistemas de significantes que dão sentido não só aos invariantes (conceitos) como também à própria realidade.

Gérard Vergnaud mostra nesse esquema como o esforço de explicar a realidade repousa sobre sistemas de significantes que não são meramente um conjunto de palavras ou de sinais associados aos significados, mas que funcionam numa verdadeira interação entre os três níveis, em todo fenômeno cognitivo.

Por outro lado, o que se sabe dos estudos já existentes sobre a psicogênese de alguns campos conceituais, tais como o da alfabetização ou o do conceito de múltiplo, é que estes sistemas de significantes funcionam verdadeiramente como formas estruturais de complexidade crescente, geneticamente(*) encadeadas. Trata-se, para o ensino, de produzir por meio de contexto didático adequado a passagem de todos os alunos, de níveis menos complexos a mais complexos, na psicogênese dos campos conceituais desejados. Os alunos que logram aprender algo, realizam isto à revelia dos professores, com um esforço próprio e o malabarismo intelectual característico de crianças e de jovens.

(*) Damos ao termo 'gênese' o significado que lhe foi atribuído por Piaget, isto é, de seqüência majorante de esquemas que se equilibram por níveis.

ente organizado.

O organograma da EEMPA apresenta uma estrutura hierárquica. No topo, há uma caixa retangular que representa o órgão central. Abaixo dela, há uma linha horizontal que se conecta a três caixas retangulares dispostas horizontalmente. Cada uma dessas caixas retangulares está conectada a uma caixa circular. A caixa circular à esquerda contém o número '21'. A caixa circular do meio contém o número '1-2'. A caixa circular à direita contém o número '1-2'. Abaixo da caixa circular central, há uma caixa retangular que contém o número '22'. As caixas circulares '1-2' e a caixa retangular '22' estão conectadas por linhas que formam um triângulo invertido.

EEMPA

Augusto Pestana, 72 — cj. 6

040 — Porto Alegre — RS

Rua Augusto Pestana, 72 — cj. 6
90040 — Porto Alegre — RS

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Elon Lages Lima

Suponhamos que duas grandezas x, y achem-se de tal modo relacionadas que a cada valor especificado de x corresponda um valor bem determinado de y . Neste caso, diz-se que y é *função de x* e escreve-se $y = f(x)$.

A dois valores x', x'' correspondem então os valores $y' = f(x')$ e $y'' = f(x'')$. Se a desigualdade $x' < x''$ implicar sempre que $y' < y''$, diremos que y é uma *função crescente* de x . Se, entretanto, $x' < x''$ acarretar $y' > y''$, diremos que y é uma *função decrescente* de x . Em qualquer destes dois casos, diz-se que y é uma *função monótona* de x .

Por exemplo, a área de um círculo é uma função crescente do raio. Já o número de pães que se podem comprar com uma certa quantia é uma função decrescente do preço de um pão. O preço de um kilo de tomate na feira é função do tempo: a cada dia (às vezes, a cada hora) o preço muda. Mas não é uma função monótona pois o valor do tomate diminui na safra, aumenta na entressafra e costuma cair no fim da feira para subir na abertura, no dia seguinte.

Suponhamos que a grandeza y seja função da grandeza x , isto é, $y = f(x)$. Diremos que y é *diretamente proporcional a x* quando as seguintes condições forem satisfeitas:

1.^a) y é uma função crescente de x ;

2.^a) se multiplicarmos x por um número natural n , o valor correspondente de y também fica multiplicado por n . Em termos matemáticos: $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ para todo valor de x e todo $n \in \mathbb{N}$.

Analogamente, diz-se que y é *inversamente proporcional a x* quando $y = f(x)$ é uma função decrescente de x e, além disso, ao se multiplicar x por um número natural n , o valor correspondente de y fica dividido por n , isto é, $f(n \cdot x) = \frac{1}{n} \cdot f(x)$ para todo valor de x e toda $n \in \mathbb{N}$.

Advertência: Para simplificar nossa discussão, em tudo o que se segue nos limitaremos a considerar grandezas cuja medida é um número positivo. Excluiremos de nossas considerações grandezas como temperaturas abaixo de zero, que são medidas com números negativos. Isto torna as nossas demonstrações mais curtas, evitando a consideração de casos, e os resultados ficam mais simples.

Da definição acima resulta que o peso de um fio homogêneo é diretamente proporcional ao comprimento desse fio. Com efeito, o peso é função crescente do comprimento. Além disso, a homogeneidade do fio significa que dois pedaços do mesmo comprimento (tirados de qualquer parte do fio) têm o mesmo peso. Logo, o peso total de n pedaços com o mesmo comprimento é igual a n vezes o peso de cada um desses pedaços. Ou seja, multiplicando-se o comprimento do fio por n , seu peso também fica multiplicado por n .

Por outro lado, o tempo necessário para ir, numa linha reta, de um ponto A a um ponto B , com velocidade constante, é inversamente proporcional a essa velocidade. De fato, esse tempo diminui quando se aumenta a velocidade. Além disso, ele reduz-se à metade, a um terço, a um quarto, etc. quando se duplica, triplica, quadruplica, etc. a velocidade. Voltaremos a este tema logo mais adiante.

É importante lembrar que y pode ser uma função crescente (ou decrescente) de x sem que seja diretamente (ou inversamente) proporcional a x .

Por exemplo, a área de um quadrado é uma função crescente do lado mas, se dobrarmos o lado, a área fica multiplicada por quatro (em vez de dois) pois, evidentemente, um quadrado de lado $2a$ decompõe-se em quatro quadrados justapostos de lado a .

Outro exemplo: suponhamos que, a cada dia, metade da água contida num certo reservatório evapora-se. Então o volume y de água existente naquele reservatório é uma função decrescente do número x de dias decorridos. Se o volume de água inicialmente contida no reservatório era V então o volume y , depois de decorridos x dias, será $y = V/2^x = f(x)$. Como, evidentemente, $2^{nx} \neq n \cdot 2^x$, segue-se que $\frac{V}{2^{nx}} \neq \frac{1}{n} \cdot \frac{V}{2^x}$, ou seja $f(n \cdot x) \neq \frac{1}{n} \cdot f(x)$ quando $n \neq 1$. Conseqüentemente, o volume y , embora seja uma função decrescente do número x de dias, não é inversamente proporcional a x .

Estes dois exemplos mostram que, nas definições dadas para grandezas direta ou inversamente proporcionais por meio de duas condições, a primeira condição apenas não é suficiente, isto é, a segunda não é conseqüência dela. Caberia indagar se a segunda condição, aparentemente mais forte, não acarretaria a primeira.

A realidade é a seguinte: se existissem apenas números racionais, ou seja, se duas grandezas da mesma espécie fossem sempre comensuráveis, então da igualdade $f(nx) = n \cdot f(x)$, válida para todo x e todo $n \in \mathbb{N}$, poderíamos concluir que $y = f(x)$ é uma função crescente e, analogamente, de $f(nx) = \frac{1}{n} \cdot f(x)$ se concluiria que $y = f(x)$ é uma função decrescente. Isto é o que mostraremos agora. Em primeiro lugar, vejamos o

Lema. Se $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ para todo $x > 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$, então $f(r \cdot x) = r \cdot f(x)$ para todo número racional $r = p/q$, $p, q \in \mathbb{N}$.

Demonstração: Temos:

$$q \cdot f(r \cdot x) = f(q \cdot r \cdot x) = f(q \cdot \frac{p}{q} \cdot x) = f(p \cdot x) = p \cdot f(x).$$

Logo $f(r \cdot x) = \frac{p}{q} \cdot f(x) = r \cdot f(x)$, como queríamos demonstrar.

Usando o mesmo tipo de raciocínio, o leitor pode demonstrar que, analogamente, se $f(nx) = \frac{1}{n} \cdot f(x)$ para todo $x > 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$ então $f(r \cdot x) = \frac{1}{r} \cdot f(x)$ para todo número racional $r > 0$.

Em seguida, tentemos provar que a condição $f(n \cdot x) = n \cdot f(x)$ implica que a função $y = f(x)$ é crescente. Para isto, consideremos $x < x'$. Então $x' = c \cdot x$ onde $c > 1$. Se o número c fosse racional (ou seja, se as grandezas x e x' fossem comensuráveis), teríamos $f(x') = f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$ e daí $f(x) < f(x')$ porque $c > 1$. Entretanto, pode ocorrer que c seja irracional (por exemplo, x pode ser o lado e x' a diagonal de um quadrado) e então não poderemos utilizar o lema acima.

O teorema abaixo, que é o resultado do fundamental a respeito de grandezas proporcionais, esclarece a questão.

Teorema 1. As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:

- 1) y é diretamente proporcional a x ;
- 2) para todo número real $c > 0$, tem-se $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$;
- 3) existe um número k , chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y , tal que $f(x) = k \cdot x$ para todo x .

Demonstração: Provaremos que $1) \Rightarrow 2) \Rightarrow 3) \Rightarrow 1)$. Para mostrar que $1) \Rightarrow 2)$, suponhamos, por absurdo, que $y = f(x)$ seja diretamente proporcional a x mas que se consiga achar um número real c tal que $f(c \cdot x) \neq c \cdot f(x)$. Para fixar idéias, seja $f(c \cdot x) < c \cdot f(x)$ isto é, $\frac{f(cx)}{f(x)} < c$. Entre dois números reais quaisquer existe sempre um número racional. Podemos então achar r racional que $\frac{f(cx)}{f(x)} < r < c$, o que significa $f(cx) < r \cdot f(x) < c \cdot f(x)$. O lema que provamos acima nos permite reescrever estas desigualdades como $f(cx) < f(rx) < c \cdot f(x)$. Mas a desigualdade $f(cx) < f(rx)$, juntamente com o fato de ser $r < c$, está em contradição com a hipótese de y ser diretamente proporcional a x , e ser, portanto, uma função crescente de x . Analogamente se prova que não pode ser $f(cx) > c \cdot f(x)$. Logo temos $f(cx) = cf(x)$, o que mostra que $1) \Rightarrow 2)$.

Para provar que $2) \Rightarrow 3)$, tomemos $k = f(1)$. Então, em virtude da

hipótese 2), usada com x em lugar de c , temos $f(x) = f(x \cdot 1) = x \cdot f(1) = x \cdot k$, logo $f(x) = k \cdot x$.

Finalmente, completamos o ciclo da demonstração provando que

3) 1). Primeiro relembremos o acordo feito anteriormente: só lidamos com grandezas cujas medidas são números positivos. Logo $k = f(1) > 0$. Então $x < x'$ implica $k \cdot x < k \cdot x'$, ou seja, $f(x) < f(x')$, portanto $y = f(x)$ é uma função crescente de x . Além disso, $f(n \cdot x) = k \cdot nx = n \cdot kx = n \cdot f(x)$. Conclusão: y é diretamente proporcional a x .

Observação: Pelo que vimos acima, sabendo que $f(nx) = nf(x)$ para todo número natural n , podemos provar que $f(rx) = r \cdot f(x)$ para todo número racional r , mas só conseguimos provar que $f(cx) = c \cdot f(x)$ para c irracional quando sabemos também que $y = f(x)$ é uma função crescente de x . Isto tem uma razão de ser. Usando técnicas matemáticas avançadas, podem-se achar exemplos de funções que satisfazem $f(rx) = r \cdot f(x)$ para r racional mas não são monótonas e (o que dá no mesmo) não cumprem $f(cx) = c \cdot f(x)$ para todo c irracional. Funções assim são obtidas de modo abstrato e não resultam de nenhuma comparação entre grandezas habituais. Entretanto, o fato de existirem tais funções mostra que, na definição de grandezas direta ou inversamente proporcionais, são necessárias as duas condições que estipulamos, não sendo permitido omitir nenhuma delas.

Raciocínio análogo ao anterior demonstra o

Teorema 2. As seguintes afirmações a respeito de $y = f(x)$ são equivalentes:

1) y é inversamente proporcional a x ;

2) para todo número real c , tem-se $f(cx) = \frac{1}{c} \cdot f(x)$;

3) existe um número k , chamado a "constante de proporcionalidade" entre x e y , tal que $f(x) = \frac{k}{x}$ para todo x .

A demonstração é deixada a cargo do leitor, o qual pode abreviar substancialmente sua tarefa observando que y é inversamente proporcional a x se, e somente se, é diretamente proporcional a $1/x$.

Os teoremas acima significam que, do ponto de vista estritamente matemático, tanto faz escolhermos a definição que demos, a de Trajano, (que corresponde à condição 2) dos teoremas) ou aquela dada pela condição 3): " y é diretamente (ou inversamente) proporcional a x quando existe uma constante k tal que $y = kx$ (ou $y = k/x$)".

Do ponto de vista da aplicabilidade, entretanto, essas três maneiras de definir proporcionalidade não são equivalentes. Nos problemas, a tarefa de verificar se y é realmente proporcional a x (direta ou inversamente) é

muito mais facilmente executada com a definição que demos. Já comentamos, na Introdução, a condição 2) desses teoremas. Quanto à condição 3), devemos observar que a fórmula $y = k \cdot x$ raramente é dada no enunciado do problema. É preciso deduzi-la e, para isso, necessitam-se saber propriedades das grandezas em questão, propriedades que encerram a verdadeira noção de proporcionalidade, expressa pelas condições que adotamos. Além disso, se já estamos de posse da fórmula $y = k \cdot x$, pouco importa saber sobre proporcionalidade; a fórmula já contém todas as informações que venham a ser solicitadas.

As fórmulas $y = kx$ e $y = k/x$, que caracterizam a proporcionalidade (direta e inversa) entre x e y , nos conduzem a outra maneira de definir o mesmo conceito, que é a seguinte: sejam x' , x'' , x''' etc. valores assumidos por x e y' , y'' , y''' etc. os valores correspondentes de y . Então, a fim de que y seja diretamente proporcional a x é necessário e suficiente que $\frac{y'}{x'} = \frac{y''}{x''} = \frac{y'''}{x'''} = \dots$ sendo o valor comum desses quocientes igual à constante

de proporcionalidade k . Com efeito, afirmar que $y' = k \cdot x'$, $y'' = k \cdot x''$, $y''' = k \cdot x'''$ etc. equivale a dizer que $y'/x' = y''/x'' = y'''/x''' = k$.

Analogamente, a fim de que y seja inversamente proporcional a x é necessário e suficiente que $x' \cdot y' = x'' \cdot y'' = x''' \cdot y''' = \dots = k$.

Observe-se que se k é a constante de proporcionalidade (direta) entre x e y então a constante de proporcionalidade entre y e x é $1/k$. Mas se x e y são inversamente proporcionais então a constante de proporcionalidade entre x e y é a mesma que entre y e x .

Os teoremas acima encontram aplicação nas questões de proporcionalidade em Geometria. Um resultado básico a este respeito é o "Teorema de Tales", como é conhecida a proposição seguinte.

Teorema 3. *Toda paralela a um dos lados de um triângulo divide os outros dois lados em segmentos proporcionais.*

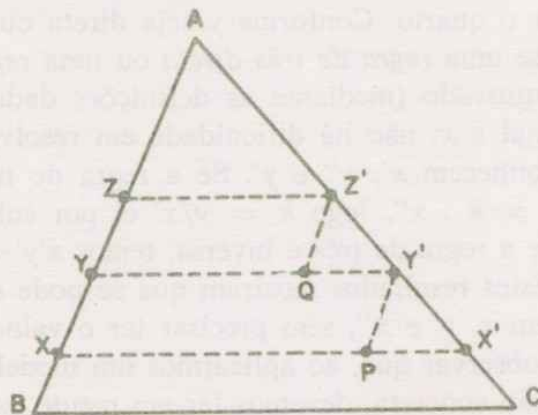


Figura 1

Demonstração: Seja ABC o triângulo. A cada ponto X do lado AB façamos corresponder o ponto X' do lado AC , de tal modo que XX' seja paralela a BC . Provaremos que o comprimento $X'C$ é diretamente proporcional ao comprimento XB . Em primeiro lugar, é claro que se X, Y são pontos de AB tais que $XB < YB$ então $X'B < Y'B$ porque XX' e YY' são paralelos. Em seguida, afirmamos que se os pontos X, Y, Z do lado AB são tais que $XY = YZ$ então $X'Y' = Y'Z'$. Para ver isto, tomemos os pontos P em XX' e Q em YY' de modo que $Y'P$ e $Z'Q$ sejam paralelas a AB . Os triângulos $PX'Y'$ e $QY'Z'$ são congruentes porque têm um lado igual ($PY' = QZ'$) compreendido entre ângulos iguais. Desta observação resulta que se X, Y são pontos de AB com $YB = n \cdot XB$ então seus correspondentes X', Y' no lado AC são tais que $Y'C = n \cdot X'C$. Isto conclui a verificação de que o comprimento $X'C$ é diretamente proporcional a XB . Pelo Teorema 1, existe uma constante k tal que, para todo ponto X do segmento AB , tem-se $X'C = k \cdot XB$ (1). Em particular, para $X = A$, como $A' = A$, obtemos $AC = k \cdot AB$ (2). Subtraindo (1) de (2) vem: $AX' = k \cdot AX$ (3). Dividindo a igualdade (3) pela igualdade (1) resulta

$$\frac{AX'}{X'C} = \frac{AX}{XB}.$$

Isto é precisamente o que estipula o Teorema de Tales.

Observação: O Teorema de Tales equivale a afirmar que $X'C$ é diretamente proporcional a XB . O leitor interessado poderá verificar que a constante de proporcionalidade $k = AC/AB$ é igual a $\sin B/\sin C$.

Uma das aplicações mais antigas da noção de proporcionalidade é o tipo de problema chamado *regra de três*. Nele, tem-se uma grandeza y (direta ou inversamente) proporcional a x . Aos valores x', x'' correspondem respectivamente y' e y'' . O problema consiste em, conhecendo-se 3 desses valores, determinar o quarto. Conforme y seja direta ou inversamente proporcional a x tem-se uma *regra de três direta* ou uma *regra de três inversa*.

Uma vez comprovado (mediante as definições dadas acima) que y é, de fato, proporcional a x , não há dificuldade em resolver a regra de três. Digamos que se conhecem x', x'' e y' . Se a regra de três é direta, temos $y' = k \cdot x'$ e $y'' = k \cdot x''$, logo $k = y'/x'$ e, por substituição, obtemos $y'' = y' \cdot x''/x'$. Se a regra de três é inversa, temos $x'y' = x''y'' = k$, logo $y'' = x' \cdot y'/x''$. Estes resultados mostram que se pode calcular o valor y'' quando se conhecem x, y' e x'' , sem precisar ter o valor de k .

É importante observar que, ao aplicarmos um modelo matemático para analisar uma situação concreta, devemos ter em mente os limites da validade do modelo. Em particular, quando afirmamos que uma grandeza y é propor-

cional a outra grandeza x , devemos deixar claro (explícita ou tacitamente) que isto se dá dentro de certos limites de variação para y e x .

Por exemplo, a conhecida "Lei de Hooke" diz que a deformação sofrida por um corpo elástico (digamos, uma mola) é diretamente proporcional à (intensidade da) força empregada. A fórmula matemática que exprime este fato é $d = k \cdot F$. (d = deformação, F = intensidade da força, k = coeficiente de elasticidade.) A validade desta equação como modelo matemático para representar o fenômeno é sujeita a restrições evidentes. A força F não pode ser muito pequena porque então, mesmo positiva, não seria suficiente para deslocar a mola; neste caso teríamos $d = 0$ com $F > 0$ logo não valeria o modelo $d = k \cdot F$. Também não se pode tomar F muito grande porque a mola arrebentaria e, pouco antes disso, seu alongamento seria menos do que proporcional a F .

Outros exemplos são os clássicos problemas de operários construindo uma casa ou datilógrafas executando um serviço. Em geral, supõe-se que o tempo necessário para terminar o trabalho é inversamente proporcional ao número de pessoas utilizadas. Se isto fosse verdadeiro, sem restrições, então, aumentando-se o número de pessoas suficientemente, poder-se-ia construir uma casa ou datilografar um livro num tempo arbitrariamente pequeno: um segundo, por exemplo.

O professor, ao ensinar esse tópico, deve alertar os alunos sobre tais cuidados, deixando claro que as conclusões obtidas pressupõem uma hipótese subjacente: a de que o modelo matemático adotado se aplica à situação considerada.

Nem sempre o modelo de proporcionalidade é o mais adequado. Em certas situações econômicas, por exemplo, vale o "princípio dos retornos decrescentes", segundo o qual, se aumentarmos muito os investimentos, os lucros adicionais serão relativamente menores. Como ilustração: se, num certo terreno, plantarmos o dobro de sementes poderemos dobrar a colheita mas, se continuarmos dobrando, ano a ano, o número de sementes plantadas, não é razoável esperar que dobrem sempre as colheitas. A partir de um certo ponto, começa-se a notar a lei dos retornos decrescentes. A mesma situação ocorre em fisiologia: quando aumenta o estímulo cresce a sensação mas, depois de um certo ponto, o acréscimo da sensação é cada vez menor em relação ao acréscimo do estímulo.

Uma situação oposta ocorre com o imposto de renda que pagamos. A renda líquida do contribuinte é classificada por intervalos, chamados "faixas". Em cada faixa, o imposto a pagar é proporcional ao acréscimo da renda líquida em relação à faixa anterior. Mas o coeficiente de proporcionalidade varia de uma faixa a outra, aumentando quando se passa de uma faixa de renda a outra maior.

Uma atividade interessante (e bastante educativa) consiste em esboçar o gráfico da função $y = f(x)$ nas situações acima consideradas.

No caso de y ser diretamente proporcional a x , temos $y = k \cdot x$. Quando y é inversamente proporcional a x , temos $y = k/x$. No primeiro caso, o gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas e no segundo é uma hipérbole.

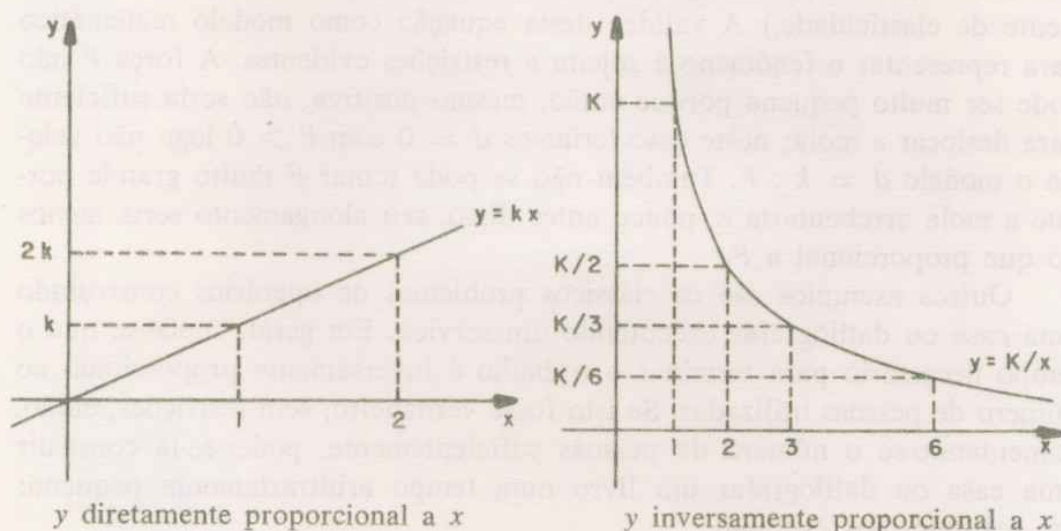


Figura 2

Numa situação de "retornos decrescentes", temos $y = f(x)$, onde f é uma função "côncava": embora crescente, cresce cada vez mais lentamente, a medida que x aumenta. No caso particular das colheitas, para valores de x não muito grandes y é proporcional a x , de modo que o gráfico é, no começo, uma reta.

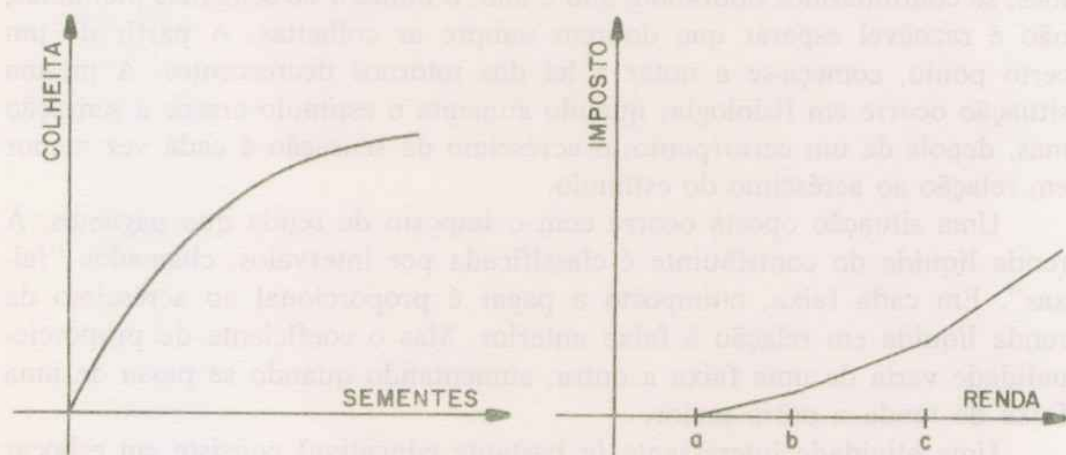


Figura 3

No caso do imposto de renda, o gráfico é uma poligonal que no começo confunde-se com o eixo das abcissas, pois na primeira faixa de renda o imposto a pagar é zero. À medida que se caminha para a direita, cresce a inclinação de cada lado da poligonal. A fim de que o contribuinte não pague de imposto tudo o que ganhou a mais em relação à faixa anterior, o ângulo de cada lado da poligonal com o eixo x deve ser menor do que 45° . Aqui tem-se uma função "convexa": para valores grandes de x o crescimento de y se acelera.

Em grande número de problema tem-se uma grandeza z , de tal modo relacionada com outras, digamos x, y, u, v, w , que a cada escolha de valores para estas últimas corresponde um valor bem determinado para z . Então dizemos que z é uma função das variáveis x, y, u, v, w e escrevemos $z = f(x, y, u, v, w)$.

Nestas condições, diz-se que z é *diretamente proporcional a x* quando:

- 1.º) para quaisquer valores fixados de y, u, v, w , a grandeza z é uma função crescente de x , isto é, a desigualdade $x' < x''$ implica $f(x', y, u, v, w) < f(x'', y, u, v, w)$;
- 2.º) para quaisquer x, y, u, v, w e $n \in \mathbb{N}$, tem-se $f(n \cdot x, y, u, v, w) = n \cdot f(x, y, u, v, w)$.

Analogamente, diz-se que $z = f(x, y, u, v, w)$ é *inversamente proporcional a x* quando:

- 1.º) para quaisquer valores fixados de y, u, v, w , a grandeza z é uma função decrescente de x , isto é, desigualdade $x' < x''$ implica $f(x', y, u, v, w) > f(x'', y, u, v, w)$;
- 2.º) para quaisquer x, y, u, v, w e $n \in \mathbb{N}$, tem-se $f(n \cdot x, y, u, v, w) = \frac{1}{n} \cdot f(x, y, u, v, w)$.

Definições semelhantes podem ser dadas para as demais variáveis y, u, v, w . Como no caso de uma só variável, tem-se f inversamente proporcional a x se, e somente se, f é diretamente proporcional a $1/x$.

O teorema seguinte resume os Teoremas 1 e 2 no caso de uma função de várias variáveis. Para fixar as idéias, consideramos as variáveis x, y, u, v, w mas é evidente que ele vale para um número qualquer de variáveis.

Teorema 4. *Seja $z = f(x, y, u, v, w)$. As seguintes afirmações são equivalentes:*

- 1) z é diretamente proporcional a x, y , e inversamente proporcional a u, v, w ;
- 2) existe uma constante k tal que $z = k \cdot \frac{x \cdot y}{u \cdot v \cdot w}$.

Demonstração: Suponhamos válida a afirmação 1) e escrevamos $k = f(1, 1, 1, 1, 1)$. Em virtude dos Teoremas 1 e 2, temos:

$$\begin{aligned} z &= f(x, y, u, v, w) = f(x \cdot 1, y, u, v, w) = x \cdot f(1, y, u, v, w) \\ &= xy \cdot f(1, 1, u, v, w) = \frac{xy}{u} \cdot f(1, 1, 1, v, w) \\ &= \frac{xy}{uv} \cdot f(1, 1, 1, 1, w) = \frac{xy}{uvw} \cdot f(1, 1, 1, 1, 1) = k \frac{xy}{uvw}. \end{aligned}$$

Reciprocamente, se vale a afirmação 2) então 1) é obviamente verdadeira.

Resulta imediatamente do teorema acima (e também da própria definição) que uma grandeza é diretamente (ou inversamente) proporcional a várias outras se, e somente se, é diretamente (ou inversamente) proporcional ao produto dessas outras.

Por exemplo, a área $A = A(x, y)$ de um retângulo de base x e altura y é diretamente proporcional a x e a y . Basta verificar quanto a x ; a outra verificação é análoga. Em primeiro lugar, se $x' < x''$ então $A(x', y) < A(x'', y)$ porque o retângulo de base x' e altura y está contido no retângulo de base x'' e mesma altura y . Além disso, o retângulo de base $n \cdot x$ e altura y se decompõe como reunião de n retângulos justapostos, todos com base x e altura y , logo $A(n \cdot x, y) = n \cdot A(x, y)$. Segue-se do Teorema 4 que existe uma constante k tal que $A(x, y) = k \cdot xy$. Ora, $k = A(1, 1)$ é a área de um retângulo de base e altura iguais a 1 (quadrado unitário). Mas o quadrado de lado 1 é tomado como unidade de área, logo $A(1, 1) = 1$. Portanto $k = 1$ e $A(x, y) = x \cdot y$.

A chamada "lei de gravitação universal" (de Newton) diz que "a matéria atrai a matéria na razão direta das massas e na razão inversa do quadrado da distância". Isto significa que um corpo de massa m' e outro de massa m'' , situados a uma distância d um do outro, se atraem mutuamente com uma força cuja intensidade F é diretamente proporcional a m' e m'' , e inversamente proporcional a d^2 . Segue-se do Teorema 4 que $F = km' m''/d^2$, onde a constante k depende do sistema de unidades utilizado.

Vejamos outro exemplo: um movimento retilíneo (aquele em que a trajetória é uma linha reta) chama-se *uniforme* quando o móvel percorre espaços iguais em tempos iguais. A *velocidade* é, por definição, o espaço percorrido na unidade de tempo. Num movimento desta espécie, o espaço percorrido a partir de um certo ponto fixado, e de um instante em que se começou a contar o tempo, é função da velocidade e do tempo decorrido: $E = f(v, t)$. Evidentemente, E é função crescente de v e de t . Além disso, pela definição de movimento uniforme, o espaço percorrido depois de n intervalos de tempo iguais é n vezes o espaço percorrido durante um desses intervalos (mantida constante a velocidade). Logo $f(v, nt) = n \cdot f(v, t)$. Segue-se do Teorema 1 que $E = f(v, t) = t \cdot f(v, 1)$.

A definição de velocidade como o espaço percorrido na unidade de tempo significa que $f(v, 1) = v$. Segue-se então que $E = vt$. Daí resulta que, no movimento uniforme, o espaço percorrido é diretamente proporcional à velocidade e ao tempo. (Sendo igual a 1 a constante k de proporcionalidade.)

Uma grandeza pode ser função crescente de cada uma das variáveis de que depende, sendo diretamente proporcional a algumas delas e não sendo sequer diretamente proporcional a alguma potência de cada uma das outras. Um exemplo importante desta situação é dado pelos juros j rendidos por um capital inicial co , colocado a uma taxa de α por cento ao ano, durante t anos (t não é necessariamente um número inteiro). Supomos esses juros são compostos continuamente, isto é, que a cada instante, o juro obtido é juntado ao capital. Tem-se $j = f(co, \alpha, t)$, uma função crescente de cada uma de suas três variáveis. Evidentemente, j é diretamente proporcional ao capital inicial co . A igualdade $f(n \cdot co, \alpha, t) = n \cdot f(co, \alpha, t)$ resulta da observação óbvia de que, fixados α e t , n pacotes iguais com a mesma quantia co devem render o mesmo que um único pacote contendo a quantia nco . Já em relação às outras variáveis, o mesmo não acontece. Vejamos, por exemplo o tempo t . Vale a desigualdade $f(co, \alpha, 2t) > 2 \cdot f(co, \alpha, t)$ porque ao empregarmos o capital co durante $2t$ anos (à mesma taxa de juros α), o rendimento nos últimos t anos é maior, por corresponder a um capital que já cresceu em relação ao capital inicial. Se estudarmos a questão cuidadosamente, veremos que $f(co, \alpha, nt)$. Isto caracteriza o que se chama *crescimento exponencial*. A fórmula que exprime j como função de co , α e t é $j = co \cdot e^{\alpha t}$. (Veja a página 105 do meu livrinho "Logaritmos", publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática.) Daí resulta que j não é diretamente proporcional a potência alguma de α ou de t .

Grandezas que são direta ou inversamente proporcionais a duas ou mais outras dão origem ao tipo de problema conhecido como "regra de três composta". Nesses problemas tem-se, digamos, uma grandeza z diretamente proporcional a x e y , e inversamente proporcional a u . Conhece-se o valor z' , correspondente aos valores particulares x' , y' , u' e procura-se determinar o valor z'' , que corresponde a outros valores particulares x'' , y'' , u'' . Pelo Teorema 4, sabemos que $z' = kx' y'/u'$ e $z'' = k \cdot x'' y''/u''$. Dividindo a 2.ª igualdade pela 1.ª a constante k desaparece e temos $z''/z' = x'' y'' u'/x' y' u''$, donde $z'' = z' x'' u'/x' y' u''$.

A noção de proporcionalidade é uma das mais antigas em Matemática. É também uma das mais úteis, com aplicações freqüentes na Geometria, na Física, na Astronomia, e mesmo na vida quotidiana daí resultando seu interesse para o ensino. A importância dessa noção está associada também ao fato de que ela se deixa representar por um modelo matemático de extrema simplicidade, expresso pelas equações $y = k \cdot x$ e $y = k/x$ no caso de uma

só variável, ou por equações do tipo $y = kxy/uvw$ no caso de muitas variáveis.

Deve ficar claro, entretanto, que ao se estudar uma questão que possa envolver proporcionalidade, seja ela de natureza científica ou prática, a equação (caso tenha cabimento) é a etapa final da resolução do problema.

Quando um cientista, um engenheiro, um geômetra ou um comerciante se depara com um problema, a fórmula $y = k \cdot x$ (ou qualquer de suas análogas) não vem junto com os dados. Compete primeiramente ao interessado verificar se o modelo $y = k \cdot x$ (ou um análogo) se adapta ao seu caso. Antes de usá-lo é preciso comprovar que y é realmente proporcional a x .

Além disso, cumpre observar que em certos casos (como no Teorema de Tales, por exemplo) a fórmula $y = k \cdot x$ é irrelevante, ou simplesmente não cabe no contexto da discussão. No caso exemplificado, a constante k pode exprimir-se como o quociente de dois senos mas isto é apenas uma curiosidade. O seno de um ângulo só vai ser definido mais tarde e, mesmo assim, só tem sentido por causa do Teorema de Tales. Outro exemplo é a área A de um retângulo de base b e altura a . A razão pela qual A é diretamente proporcional aos lados a , b não é a fórmula $A = ab$, mas antes o contrário. Primeiro prova-se que A é diretamente proporcional a a e b e daí deduz-se a fórmula.

A definição de proporcionalidade é útil exatamente porque permite, mediante duas perguntas simples (y cresce quando x cresce? Ao dobrarmos, triplicarmos, etc. o valor de x ocorre o mesmo com y ?), saber se o modelo $y = kx$ se aplica ou não à situação considerada.

Mas o leitor atento deverá ter percebido, a partir do que foi dito aqui, que existe uma propriedade básica, presente nas verificações da proporcionalidade, a qual pode ser formulada assim: "a iguais variações de x correspondem variações iguais de y ".

É por isso que o peso de um fio homogêneo é proporcional ao seu comprimento: a homogeneidade significa que pedaços do mesmo tamanho têm sempre o mesmo peso, em qualquer trecho do fio.

Assim também é que, no movimento retilíneo uniforme, o espaço percorrido é proporcional ao tempo gasto em percorrê-lo: a uniformidade significa precisamente que em intervalos de tempo iguais são percorridos espaços iguais. (Compare-se com a queda de um corpo, sujeito apenas à ação da gravidade. Aí o espaço percorrido, digamos num segundo, é menor ou maior conforme esse segundo seja tomado no início ou perto do fim da queda.)

Também no Teorema de Tales, visto acima, para verificar que $X'C$ é proporcional a XB , tivemos que provar antes que, a variações iguais de X correspondem variações iguais de X' . Análoga observação vale quando se

comprova que a área de um retângulo com altura fixada é proporcional à base.

E, num exemplo mais prosaico, quando se diz que o número de peças fabricadas pelos operários de uma empresa é diretamente proporcional ao número de operários, esta afirmação decorre de uma hipótese tácita, a saber, que ao se empregar mais um operário o aumento da produção é o mesmo, independentemente de quantos operários já existiam. Novamente é instrutivo contratar com um caso em que essa "uniformidade" não ocorre. Por exemplo, o número de diagonais de um polígono convexo não é proporcional ao número de lados porque, ao acrescentarmos mais um lado, o acréscimo sofrido pelo número de diagonais depende do número de lados previamente existentes: ao passarmos de n para $n + 1$ lados, o número de diagonais aumenta de $n - 1$.

O princípio geral é o seguinte: se a acréscimos (positivos) iguais de x correspondem acréscimos iguais (e positivos) de y então, fixando-se arbitrariamente um valor x_0 e seu correspondente y_0 , tem-se $y - y_0$ diretamente proporcional a $x - x_0$. Em particular, se a $x_0 = 0$ corresponder $y_0 = 0$ então y será diretamente proporcional a x . Vale, evidentemente, a recíproca: se y é diretamente proporcional a x então a acréscimos iguais de x correspondem acréscimos iguais de y .

COMENTÁRIO SOBRE UM LIVRO

"O Ensino de Matemática na Escola Secundária por Meio de Aplicações" (Teaching Secondary Mathematics Through Applications), por Herbert Fremont. (2.^a edição, 1979, Editora Prindle, Weber e Schmidt, USA.)

O objetivo principal do livro de Fremont é ajudar aos professores de Matemática nas escolas de 1.^o e 2.^o graus a cumprirem as seguintes missões:

1. Mostrar aos estudantes que não há razão para temer a Matemática;
2. Exibir aos estudantes diversos modos pelos quais a Matemática está integrada em sua vida diária.

Estas são, sem dúvida, as coisas mais importantes que um professor de Matemática pode conseguir como resultado do seu trabalho. Evidentemente, a tarefa (1) é um auxiliar para (2), necessária para que as várias situações exibidas possam ser assimiladas sem maiores traumas.

O que é, afinal, a Escola, senão uma preparação para a Vida? Admitido este princípio óbvio, a Matemática tem lugar de destaque na Escola

simplesmente porque é indispensável para entender as coisas que nos cercam na vida moderna, para explicar os fenômenos físicos, biológicos e sociais, para controlar as forças dessas (e de outras) espécies, enfim, para que o jovem possa ter uma visão inteligente do mundo em que vive.

A maioria dos estudantes e praticamente todos os professores de Matemática já ouviram ou leram afirmações como as que acabamos de fazer. Muito poucos, porém, tiveram a oportunidade de ver tais afirmações genéricas serem exemplificadas por meio de casos concretos, preferivelmente relacionados a situações atuais. Quantos de nossos colegas não adorariam possuir um repositório, uma coleção de problemas nos quais questões objetivas e modernas fossem tratadas com técnicas matemáticas bastante simples, ao alcance dos conhecimentos de seus alunos? Quantos não anseiam por uma lista variada de exemplos utilizáveis em classe, provando assim aos estudantes que é útil aprender Matemática?

O livro de Fremont é, antes de mais nada, uma feliz antologia de aplicações de Matemática ao mundo de hoje, tudo isso ao nível da Escola Secundária. Neste particular, ele é o melhor dos antídotos contra o torpor da chamada "Matemática Moderna". Com efeito, o grande e fundamental fracasso desta última foi precisamente o de adotar uma concepção da Matemática bastante dissociada das aplicações e, como tal, em contradição com o objetivo básico da Escola como preparação à Vida.

O livro de Fremont tem 342 páginas e cerca de 300 delas contêm exemplos de aplicações interessantes da Matemática. É claro que não podemos analisar todos eles aqui. Para dar uma pálida idéia da variedade e do teor desses exemplos, vejamos dois: (1) Em Geometria, aprendemos que "as áreas de duas figuras semelhantes estão entre si como o quadrado da razão de semelhança" e que "os volumes de dois sólidos semelhantes estão entre si como o cubo da razão de semelhança". Daí decorre, por exemplo, que se C for um cilindro de altura a e raio da base r e C' for um cilindro cuja altura é $10a$ e cujo raio da base é $10r$ então a superfície de C' tem área igual a 100 vezes a superfície de C , enquanto o volume de C' é 1 000 vezes o volume de C ! Fremont discute a aplicação desse princípio à seguinte questão motivada pelo livro "As Viagens de Gulliver":

"Se existisse um gigante que tivesse a mesma forma de um homem, salvo o fato de ser 10 vezes maior, poderia tal gigante correr tão depressa como nós?"

Depois de uma clara e paciente análise de como variam a área, o volume e o peso de figuras semelhantes, o autor conclui o seguinte: "Nosso grande e forte gigante é um sujeito infeliz. Seu fêmur é 100 vezes mais forte que o nosso (pois a resistência do mesmo é proporcional à área de sua seção transversal). Mas precisa suportar um peso 1 000 vezes maior! Cada vez que ele se levanta, para caminhar ou correr, podemos imaginá-lo

quebrando ambas as pernas! A força da gravidade tornou-se um inimigo violento. As implicações desta discussão são numerosas". (Nesta altura, o autor cita um interessante artigo da conhecida coletânea "The World of Mathematics", de James Newman. O artigo, por J. B. S. Haldane, chama-se "A propósito de ter o tamanho certo". Haldane, um famoso biólogo, observa ainda que um animal dez vezes maior que o homem, pesando mil vezes mais, deverá consumir mil vezes mais comida e oxigênio. Como a superfície de cada órgão aumentou cem vezes, cada milímetro quadrado de intestino deverá absorver dez vezes mais comida, o que o forçará a ter mais intestinos. Em geral, quanto maior o animal, mais complicado ele é obrigado a ser.) (2) Em sua loja, você vende no máximo 60 bicicletas por ano. A companhia que as fornece exige que você venda pelo menos 3 vezes mais bicicletas masculinas do que femininas. Seu lucro numa bicicleta masculina é de 20 mil cruzeiros e numa feminina é de 24 mil cruzeiros. Qual é o seu maior lucro possível e quantas bicicletas de cada tipo você deve vender para obter esse lucro máximo?

Este e alguns outros problemas semelhantes constituem exemplos de um tipo extremamente importante nas atividades econômicas (comércio, indústria, etc.) e, mais geralmente, nas atividades que requerem tomadas de decisão (governo, conflitos, etc.). Essas questões se enquadram no ramo da Matemática chamado Programação Linear. Pelo menos nos casos em que se trata de um número reduzido de variáveis (duas ou três), os problemas como este estão perfeitamente ao alcance dos alunos que saibam traçar o gráfico de uma equação do tipo $ax + by = c$ (ou $ax + by + cz = d$, no caso de 3 variáveis).

No caso do problema proposto, se indicarmos por x o número de bicicletas masculinas e por y o de bicicletas femininas vendidas num ano, o lucro do vendedor no ano é $20x + 24y$. Trata-se de achar o maior valor que esta expressão pode atingir, sabendo-se que $x + y \leq 60$, $x \geq 3y$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

O conjunto dos pontos do plano cujas coordenadas (x, y) satisfazem simultaneamente estas 4 desigualdades é a superfície de um triângulo T cuja base é o segmento $[0, 60]$ do eixo das abscissas e cujo vértice é o ponto (x, y) com $x = 45$, $y = 15$. O problema se reduz, portanto, a achar o ponto (x, y) desse triângulo para o qual a expressão $20x + 24y$ assume o valor máximo. Ora, para cada lucro possível $L = 20x + 24y$, temos

$$y = -\frac{20}{24}x + \frac{L}{24},$$

ou seja

$$y = -\frac{5}{6}x + \frac{L}{24}.$$

Isto nos diz que as vendas (x, y) que geram o mesmo lucro L são representadas por pontos situados na reta com inclinação $-5/6$ que corta o eixo y no ponto de ordenada $L/24$. A solução do nosso problema reduz-se portanto a achar uma reta de inclinação $-5/6$ que passe pelo triângulo T e que corte o eixo y no ponto de ordenada $L/24$ maior possível. O ponto (ou pontos) (x, y) pertencentes a T e situados nessa reta será a solução (ou serão as soluções). No nosso caso, é evidente que a solução do problema é $x = 45$, $y = 15$, com lucro $L = 1\,260\,000$ cruzeiros.

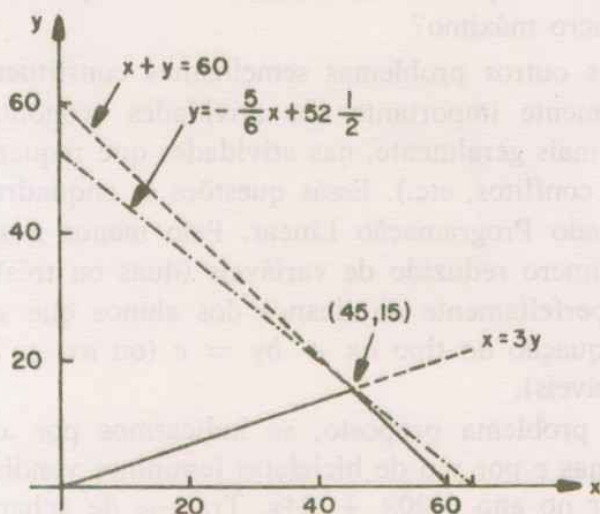


Figura 1

Dissemos acima que o livro de Fremont é, antes de tudo, uma feliz coletânea de aplicações da Matemática a questões interessantes e atuais. “Antes de tudo”, mas não “apenas”. O livro se divide em três partes, das quais a segunda, que ocupa 294 páginas e que é formada pelas aplicações de que falamos, é significativamente intitulada “O Ensino da Matemática”. Isto já define a filosofia do autor bem claramente.

A primeira parte do livro chama-se “Preparação para Ensinar Matemática”. Tem 22 páginas e contém quase tudo o que precisa ser dito sobre a metodologia do ensino dessa matéria. O autor, com sua longa experiência em salas de aula e, acima de tudo, com grande honestidade, nos diz que a arte de ser um bom professor de Matemática não se baseia em complicadas teorias nem constitui uma ciência abstrata.

Ele enumera 10 princípios básicos e simples sobre os quais deve assentar-se o ensino eficiente da Matemática.

Os cinco primeiros princípios se referem à natureza da Matemática, que deve ser bem compreendida pelo professor. Eles são os seguintes:

- 1) A Matemática ajuda a compreender nosso meio ambiente.
- 2) A Matemática é a linguagem da Ciência.
- 3) A Matemática e a sociedade são interdependentes.
- 4) A Matemática é um sistema abstrato de idéias.
- 5) A Matemática é o estudo de modelos ("patterns").

É evidente que não pode ser um bom professor aquele que não tem uma boa compreensão do significado e do alcance do assunto que está ensinando. Em apenas 4 páginas o autor discorre, com grande clareza, sobre cada um dos cinco princípios acima. O grosso do texto constitui uma elaboração desses cinco postulados, fartamente ilustrados nas quase 300 páginas que constituem a 2.^a parte do livro.

Os outros cinco axiomas fundamentais do ensino da Matemática se referem à experiência de transmitir o conhecimento matemático na sala de aula. Eles são os seguintes:

- 1) O "ciclo vital" da aprendizagem de uma idéia matemática mostra que essa aprendizagem deve evoluir a partir de um envolvimento ativo com objetos concretos até a análise e as abstrações.
- 2) Durante todo esse processo, o estudante deve estar livre para pensar e tirar suas próprias conclusões.
- 3) O pensamento lógico-analítico deve ser precedido por oportunidades para idéias "aventurosas", tentativas e palpites.
- 4) Uma criança, em geral, é capaz de abstrair um princípio matemático depois de confrontada com uma série de situações às quais o dado princípio é inerente.
- 5) Imagens visuais são indispensáveis para que o estudante possa compreender e utilizar conceitos abstratos.

O autor termina seu compêndio de pedagogia de 21 páginas ilustrando com um exemplo concreto (ensino da função linear) como utilizar estes princípios na elaboração de um plano de ensino de um tópico, oferecendo, inclusive, sugestões sobre a atuação do professor na sala de aula. Em forma mais resumida, ele indica um plano para o ensino da congruência em Geometria. No decorrer do capítulo, ele enumera uma série de conselhos utilísimos ao jovem professor, no que concerne ao seu relacionamento humano com os alunos.

O livro termina com um capítulo sobre a elaboração de testes e o problema da verificação da aprendizagem, em geral.

O livro do Professor Fremont é um trabalho com profunda percepção do problema do ensino da Matemática, escrito com honestidade e amor aos seus colegas professores de Matemática de todo o mundo. Estou certo de que sua tradução para a língua portuguesa servirá como auxílio inestimável ao esforço que se faz no sentido de divulgar cada vez mais o conhecimento da Matemática e o seu ensino no Brasil.

Instituto de Matemática Pura e Aplicada — IMPA
Rua Dona Castorina, 110 — J. Botânico
22460 — Rio de Janeiro — RJ

(*) Texto extraído do livro "Meu Professor de Matemática", editado pela Sociedade Brasileira de Matemática — SBM.

A LUTA PERDIDA DA INICIAÇÃO MATEMÁTICA

Scipione Di Pierro Netto

Duas professoras:

- *Eles não aprendem quanto é sete vezes oito. É um horror. Nove vezes sete então é pior. Eles não entendem isso.*
- *Isso não é nada. A conta de dividir é muito pior. Quando é para dividir por “dois números” então nem se fala. Eu desisto. Ainda bem que as férias vêm aí.*
- *Ah! mas hoje já tem a maquininha. Logo eles compram uma maquininha e pronto, não precisam nada disso.*

Conversas terríveis. Fatos mais terríveis ainda. Perde-se com facilidade a luta da iniciação às formas inteligentes de pensar.

Salvo o esforço de alguns interessados em educação matemática que desenvolvem um trabalho produtivo em poucas escolas, via de regra de elite, a grande massa, professores e alunos perdem de longe essa batalha na escola brasileira. A escola pública então, com as honrosas exceções de praxe, transformou-se no túmulo do conhecimento conquistado por processos criativos.

É penoso ver-se uma criança de primeira série dedicar-se às continhas, às voltas com o lápis ou o giz, a borracha e o caderno e uma escrita deficiente pela própria natureza da iniciação que se processa nos primeiros meses da escola. A produção é baixa ou baixíssima. Quase nada. Algumas professoras, então, preocupadas com a alfabetização que para elas é prevalente, deixam e adiam para depois o grave momento da iniciação ao pensamento matemático, achando que após alfabetizados e com alguma prática das formas escritas a criança terá mais facilidade no manejo do cálculo. Não deixa também de ser uma verdade quando se encara a aprendizagem matemática sob este aspecto.

Queremos deixar claro que não estamos querendo falar dos exageros e muitas tolices que se fizeram em nome do que se chamava “moderna” e as

pobres crianças ficavam girando em torno de inutilidades quando mal conduzidas. E quase sempre eram.

Estamos nos referindo a coisas bem mais simples: ao conceito de número e às habilidades de calcular e realizar as primeiras e mais simples operações envolvendo números. Quer dizer, adições, subtrações, etc., no conjunto numérico dos naturais, e também interpretar problemas que envolvem fatos reais.

Insiste-se, é a grande praxe no Brasil, na aprendizagem realizada sob a forma escrita: a continha de “mais”, a continha de “menos”, a de “vezes”, os sinais convencionais, os traços feitos cuidadosamente, os espaços, e assim por diante.

Qualquer mestre e a maioria dos leigos sabem que a forma escrita envolve muitas variáveis: coordenação motora; uso dos instrumentos: lápis, borracha, papel; os comportamentos: limpeza, ordem, espaços, operações feitas em coluna, operações feitas em linha, etc. É claro que todas estas coisas quando bem feitas conduzem a uma disciplina que não é para desprezar, mas não são estes aspectos que queremos discutir. Basta saber, por enquanto, que eles interferem de modo negativo na aprendizagem de conceitos e de operações.

Queremos, isto sim, saber onde fica o pensamento produtivo, a capacidade de armar e resolver situações mentalmente, aplicar de modo racional o produto da sua inteligência e a capacidade para pensar e expressar-se. É muito fácil constatar que as formas de pensar e de se expressar matematicamente, quando se exige a iniciação matemática na forma escrita, ficam muito pobres. Reduzem-se a quase nada. O progresso é lento, pode-se dizer que é excessivamente lento, e fica limitado a parâmetros que se obrigam a nivelar por baixo. (As operações utilizam só números que contêm no máximo dezenas e unidades e, de preferência, os resultados não superam a primeira centena.) Evitam-se as operações com reserva (a história do “vai um”) ou do recurso (o “empresta um”) porque afinal a forma escrita é uma representação simbólica muito elaborada, com regras próprias e seguras e a ela deve-se conduzir o aprendiz através de cuidadosas e bem graduadas escalas. Nada contra, pois, em relação a esses cuidados. Apenas dizemos: — *Pobre aprendiz a quem se sujeita esse caminho.*

O que queremos dizer e também sobre o que queremos discutir é resposta óbvia a uma pergunta elementar: — *Qual é a primeira e principal manifestação da inteligência da criança?* (Vamos excluir aquelas da fase sensorio-motora que também podem medir algumas etapas do desenvolvimento.)

A expressão verbal traduz as formas inteligentes de pensar da criança e revela as etapas em que se situam essas formas de pensamento. É por si só a manifestação mais natural e legítima da inteligência.

A forma escrita é uma convenção que utiliza determinados tipos de signos e sinais para reproduzir de forma duradoura as expressões e as conquistas dos indivíduos nos diferentes campos. Todavia, toda escrita depende e é precedida de forma natural pela expressão verbal.

Exigir, pois, ou acomodar-se à praxe que a aprendizagem inicial da Matemática se faça através da forma escrita *é no mínimo um grave erro de avaliação de como se deve conduzir os processos da inteligência*. Um pouco mais de rigor e diríamos que *é um desrespeito às manifestações inteligentes da criança*.

Isso talvez explique um pouco por que tanta gente, capaz, detesta Matemática.

Para entender melhor estas opiniões que parecem — à primeira vista — um pouco fortes, basta observar uma criança pequena ao fazer sua lição de casa de Matemática: pouca ou nenhuma vivacidade; acomodação a uma situação para ela imutável; nenhum trabalho do tipo pensamento produtivo. Porém, ingentes esforços de coordenação motora, trabalho manual e cuidados pessoais, ou descuidos, com material. Nenhuma criatividade.

Parece muito claro que não é por aí que se inicia a aprendizagem Matemática. Muito pelo contrário: *Todo trabalho tem que ser dirigido no sentido de desenvolver habilidades mentais através da verbalização*.

Isto deve e pode ser feito durante o processo de alfabetização e, mais ainda, pode ser realizado antes da alfabetização. É imprescindível no entanto que a criança tenha ingressado ou esteja seguramente ingressando na etapa chamada operatória segundo a linha piagetiana.

Em outras palavras a chamada *reversibilidade* deve estar presente nas ações das crianças para que estas traduzam operações mentais produtivas.

É, sem dúvida, uma forma eficiente de enriquecer as estruturas operatórias do sujeito e construir sem os artificialismos e os empecilhos da forma escrita um patamar para as novas conquistas da inteligência.

Deve-se ter em conta que a idéia de número — corretamente interpretada — surge na criança simultaneamente com a idéia de operação. É falso pensar-se que a idéia de número precede a idéia de operação. São conquistas simultâneas. Muitas vezes algumas crianças parecem precoces porque são capazes de contar corretamente até uma determinada ordem. Elas aprendem também os nomes de todos os parentes e amigos e isso não quer dizer que tenham incorporado a reversibilidade e a idéia de operação. Estas, quando formadas, é que asseguram a correta abstração que um número representa. Não há por que forçar a criança iniciante a escrever números para depois num segundo estágio operar com estes números, principalmente seguindo a praxe de realizar estas operações na forma escrita com todos os sinais correlatos.

Há que se desenvolver e adotar um processo verbal inteligente que leve em conta que a criança não precisa saber escrever números e reconhecer sinais para operar corretamente com estas idéias.

Estes procedimentos, em casa quando possível e viável, na escola, ou melhor, ainda na pré-escola, identificarão com segurança sem necessidade de testes elaborados o momento em que a criança adentrou na etapa operatória.

Uma seqüência elementar de técnicas ao alcance de qualquer um poderá produzir resultados surpreendentes na iniciação à aprendizagem matemática. Vale a pena dizer que será uma seqüência simples porém gradual e que não se limitará às estruturas que a escrita impõe. Tão simples que não permitirá a ninguém ganhar dinheiro com a publicação de textos ou conferências. Bastará o bom senso sempre recomendado pelo prof. Zoltan Dienes: *A criança não erra. Quem erra é aquele que formula mal as questões.*

Apresentamos a seguir o esboço de uma seqüência de idéias que pode ser desenvolvida.

1.^a Idéia: A contagem da seqüência numérica até a primeira dezena e até algumas dezenas iniciais é natural nas atividades da criança.

1.1. Há que observar que a criança precisa entender de imediato o significado dos números *onze, doze, treze, quatorze e quinze* como idéias que representam respectivamente *dez e um, dez e dois, dez e três, dez e quatro e dez e cinco*, etc.

1.2. Reconhecer as semelhanças na lei de formação dos números que sucedem as dezenas inteiras: *dez e um, vinte e um, trinta e um, ... dez e dois, vinte e dois, trinta e dois, ...*

1.3. Convém associar a primeira dezena aos dedos das mãos se isso não ocorrer naturalmente.

2.^a Idéia: Desenvolver atividades que identifiquem duas parcelas de soma 10 (pedrinhas, tampinhas, ou o que seja).

1 e 9, 2 e 8, 3 e 7..., até que este fato se torne corriqueiro à criança.

2.1. Como a *adição* e a *subtração* envolvem a mesma operação mental, desenvolver atividades que envolvem minuendo 10. 1 para 10, 2 para 10, e 3 para 10, etc. ...

2.2. Ampliar a operação anterior (2.1.) com minuendo 11. 2 para 11, 3 para 11, etc. ...

2.3. Ampliar os exercícios anteriores para minuendos 12, 13, 14, etc. ...

3.^a Idéia: Desenvolver atividades que realizem operações do tipo 8 e 3, 9 e 2, 7 e 4, etc. ... através das seguintes etapas:
7 e 4 equivale a (7 e 3) e mais um
7 e 5 equivale a (7 e 3) e mais dois
8 e 7 equivale a (8 e 2) e mais cinco. ...

(Esta será uma idéia básica que necessita alguma sedimentação).

Observação: As operações realizadas consubstanciam o que se convencionou chamar de operação com reserva (ou a história do vai um).

Idéias Subseqüentes: as diferenças individuais identificarão quando a adição de parcelas iguais poderá introduzir a *multiplicação*. Um pouco de material de qualquer qualidade (pedrinhas, botões, etc.) conduzirá facilmente à idéia de multiplicar bem antes dos sete anos de idade:

$2 + 2 + 2 = 3$ vezes a quantidade 2

Quando isto for possível a *distributividade* será o grande recurso para o cálculo mental.

3 vezes 13 = 3 vezes 1 mais 3 vezes 3 e assim por diante.

Crianças entre cinco anos e meio e sete anos que tenham conquistado a reversibilidade, podem — deste modo, ou de modos semelhantes — ingressar na escola “falando” corretamente a respeito de números e operações. Aliás, elas conseguem expor com razoável clareza as suas idéias a respeito de fatos muitas vezes bem complexos. Por que esses fatos não podem ocorrer também com os números e as idéias básicas que os envolvem?

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo — PUC-SP
Departamento de Matemática
Rua Marquês de Paranaguá, 111
01303 — São Paulo — SP

1. Idéia: O conjunto formado por todos os pontos do tipo $2 + 3i$, $2 + 4i$, etc. . . , sendo i a unidade imaginária.
2. $2 + 3i$ e $2 + 4i$ são pontos do plano complexo.
3. $2 + 3i$ e $2 + 4i$ são pontos do plano complexo.
4. $2 + 3i$ e $2 + 4i$ são pontos do plano complexo.

Idéia: Uma idéia básica que necessita alguns conhecimentos.

Questões: As operações realizadas com números complexos e suas propriedades.

Objetivo: O aluno deve ser capaz de identificar os números complexos.

Idéia: Representar os números complexos no plano complexo, mostrando a relação entre as partes real e imaginária e o módulo. Também, mostrar a relação entre as partes real e imaginária e o argumento.

Questões: Como representar os números complexos no plano complexo? Como encontrar o módulo e o argumento de um número complexo?

Idéia: Representar os números complexos no plano complexo, mostrando a relação entre as partes real e imaginária e o módulo. Também, mostrar a relação entre as partes real e imaginária e o argumento.

Questões: Como representar os números complexos no plano complexo? Como encontrar o módulo e o argumento de um número complexo?

Idéia: Representar os números complexos no plano complexo, mostrando a relação entre as partes real e imaginária e o módulo. Também, mostrar a relação entre as partes real e imaginária e o argumento.

Questões: Como representar os números complexos no plano complexo? Como encontrar o módulo e o argumento de um número complexo?

Objetivo: O aluno deve ser capaz de identificar os números complexos.

Faculdade Universidade Católica de São Paulo — FUC-SP
Departamento de Matemática
Rua Marquês de São Paulo, 111
01305 — São Paulo — SP

ENSINO DA GEOMETRIA BASEADO EM TRANSFORMAÇÕES

Martha Maria de Souza Dantas

O minicurso que foi realizado sobre o Ensino da Geometria, baseado em transformações, abordou a Geometria Plana com uma breve introdução de Geometria Afim de duas dimensões, baseada na noção de vetor, que representa a noção intuitiva de translação, acompanhada da noção de simetria central e da multiplicação escalar.

A Geometria Euclidiana plana foi introduzida a partir da noção de simetria axial, que permitiu definir a ortogonalidade e a medida de ângulos, assim como a noção de distância.

O programa desenvolvido no curso foi elaborado visando ao ensino da geometria na 7.^a e 8.^a séries do 1.^o grau.

A metodologia adotada no curso foi a mesma adotada em sala de aula, isto é, os conteúdos foram abordados através de fichas.

O programa compreendeu os seguintes tópicos:

Translação; congruência por translação. Operações com vetores. Simetria no plano; congruência por simetria. Reta no plano; retas paralelas. Semiplano; faixa e semifaixa. Ângulos; triângulos; paralelogramo. Homotetia; aplicação aos triângulos. Trapézio; propriedades. Simetria axial; congruência por simetria axial; retas perpendiculares. Transporte de figuras. Medida de ângulos. Congruência de triângulos; triângulo retângulo. Perpendiculares e oblíquas. Círculo; rotações no círculo; extensão da noção de ângulo. Círculo; propriedades; ângulo inscrito. Retas concorrentes no triângulo. Triângulos semelhantes. Relações métricas num triângulo retângulo. Relações trigonométricas num triângulo retângulo. Relações métricas num triângulo qualquer. Relações métricas no círculo; potência de um ponto. Polígonos regulares; relações métricas. Polígonos; áreas. Comprimento do círculo; área do disco; área do setor circular.

BIBLIOGRAFIA

- CATUNDA, O.; DANTAS, M. M. S.; NOGUEIRA, E. C.; GUIMARÃES, E. C.; SOUZA, N. C. P. *Matemática* 7, Salvador, Livraria Planeta Ed., 1981, 123 p.
- CATUNDA, O.; DANTAS, M. M. S.; NOGUEIRA, E. C.; GUIMARÃES, E. C.; SOUZA, N. C. P. *Matemática* 8, Salvador, Livraria Planeta Ed., 1981, 143 p.
- CONGRÈS INTERNATIONAL DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE (1.: 1969: LYON). *Actes*, Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing, 1969. 286 p.
- ENRIQUES, F. & AMALDI, U. *Elementi di geometria* (Parte Prima), Bologna, Nicola Zanichelli Editore, 1957. 230 p.
- INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION (2.: 1972: EXETER). *Proceedings*, Edited by A. G. Howson. Cambridge, University Press, 1973. 318 p.
- INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION (3.: 1976: KARLSRUHE). *Proceedings*, Edited by Hermann Athen and Heinz Kunle. Germany, University of Karlsruhe, 1977. 398 p.

Universidade Federal da Bahia — UFBA
Rua Reitor Miguel Calmon s/n.º
40000 — Salvador — BA

SOBRE A CONSTRUÇÃO DOS INTEIROS (*)

Dora Soraia Kindel

Maria de Fátima Pacheco

Armando José Salgado Marinho

Roberto Ribeiro Baldino

O eixo da proposta didática é uma ampliação da abrangência das “máquinas” introduzidas por F. Papy e Dienes. O papel tradicionalmente desempenhado pelas “classes de equivalência” é substituído por jogos com dados para movimentar peças sobre trilhas graduadas. A necessidade de adição de operadores multiplicativos (“três vezes menos cinco vezes, quantas vezes são?”) vai permitir sua fusão com o operador “troca”. Máquinas aditivas e multiplicativas recebem símbolos diferenciados com tratamento sistemático de modo a permitir naturalmente a passagem à notação algébrica usual.

Os cursistas receberão:

- a) uma Cartilha de Atividades (30 páginas, com indicações para construção de materiais) para ser usada um pouco em cada uma das séries do 1.º Grau, preparando as atividades sobre inteiros propriamente ditos, não constituindo recursos exclusivos, mas recursos adicionais ao encaminhamento didático que se estiver seguindo;
- b) a Fundamentação Teórica da proposta didática (5 páginas) descrevendo as várias fases do processo de abstração reflexiva (Piaget) que conduz aos inteiros, incluindo crítica das propostas usuais, tanto do ponto de vista prático, a partir de depoimentos de aplicações do material em sala de aula, como do ponto de vista histórico, a partir da análise epistemológica de Glaiser e de Brousseau.

O critério que adotamos na escolha das situações-problema foi o de que nelas se pudessem indicar imediatamente tanto os obstáculos constituídos pelas concepções provisórias vigentes num determinado momento, quanto as possibilidades de superá-los, sempre sob a perspectiva de paralelismo da ontogênese e da filogênese.

Prevê-se que o minicurso decorra da seguinte maneira:

- O acabamento da estrutura dos naturais (2 horas).
- As quantidades com sinal e a regra dos sinais (2 horas).
- Os fundamentos teóricos (2 horas).

(*) Este trabalho foi preparado como atividade de cursistas do Projeto de Implantação de Núcleos do Centro de Ciências e Formação de Multiplicadores de Matemática, coordenado por Diva Maria Bretas de Noronha, no Núcleo Zona Sul, seção de sábado, coordenada por Roberto Ribeiro Baldino e Tânia Cristina Baptista Cabral, ultimando estudo que já vinha sendo feito desde 1985 pelos seguintes cursistas: Augusto Fernandes Conceição, Maria Cristina Iunes de Souza, Maria Luiza Vilardo, Marly Levitan, Nádia de Paiva Figueiredo. O referido Projeto é amparado por verba do PADCT da CAPES, com colaboração do Instituto de Matemática da UFRJ.

INTEIROS: DIFICULDADES HISTÓRICAS E UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ULTRAPASSÁ-LAS

Maria Terezinha Jesus Gaspar

Como participante do projeto "Um novo currículo de Matemática da 1.^a a 8.^a série", convênio UnB/CAPES/PADCT, desenvolvo um trabalho sobre o ensino dos números inteiros no 1.^o grau. Este trabalho começou com uma pesquisa em livros didáticos (nacionais e estrangeiros) e revistas especializadas em educação matemática. À medida em que desenvolvia a pesquisa, ia apresentando os resultados parciais aos membros do projeto para discussão. Após esta primeira fase, resultando numa proposta para o ensino dos inteiros, iniciou-se a fase de divulgação da mesma através de seminários oferecidos aos professores de 1.^o grau da rede oficial de ensino do DF e a fase de experimentação no Laboratório de Ensino da UnB com alunos da 4.^a, 5.^a e 6.^a séries do 1.^o grau, obtendo-se resultados parciais satisfatórios.

Os seguintes itens foram desenvolvidos:

Dificuldades históricas

Certa referência à regra dos sinais é encontrada no livro I de Diofantos da Alexandria (séc. III d.C.): "o que está em falta multiplicado pelo que está em falta dá o que é positivo..."

Entretanto muitos séculos iriam decorrer até que se atingisse a real compreensão dos negativos.

Durante este tempo, a prática do cálculo força a introdução desses números e o êxito justifica seu uso.

Perdura, porém, ao longo dos séculos, certo desconforto na tentativa de conceituá-los, o que leva os matemáticos a tentar evitá-los através de subterfúgios. Várias foram as dificuldades: entender o zero como uma origem e não como um ponto absoluto, separar as funções dos sinais $+$ e $-$: quando identificam números positivos e negativos e quando indicam operações, justificar a regra dos sinais, etc. Somente por volta de 1860 o matemático alemão Hankel resolveu formalmente o problema dos inteiros.

Gläser, que faz um extenso estudo histórico onde nos baseamos para esta introdução, diz: “O estudo histórico mostra um caso em que uma pedagogia baseada em exemplos concretos é perniciosa”.

Para ele, assim como as dificuldades entre matemáticos foram sanadas pelo formalismo de Hankel, também as dificuldades dos alunos serão sanadas pelo mesmo processo.

O modelo para o ensino de inteiros que veremos a seguir contradiz Gläser e procura desenvolver a formação dos conceitos e operações dos inteiros através de um modelo real claro e convincente, deixando a formalização para uma série mais avançada. O ouvinte poderá tirar suas próprias conclusões.

Conceito de inteiros

O conceito de número inteiro é desenvolvido inicialmente através de jogos que envolvem situações da vivência do aluno (Jogo do banco...), através de situações-problemas (problemas de débito e crédito, pontos de referência, temperatura...), e materiais concretos (palitos brancos e pretos) que são uma extensão dos materiais usados pelos alunos no estudo dos naturais.

Fica claro, durante as atividades, que os inteiros são uma extensão dos naturais.

A notação dos inteiros aparece devido a necessidade de distinguir um crédito (valor positivo) de um débito (valor negativo). Os inteiros positivos são denotados como os naturais sem o sinal “+” à esquerda do número, os negativos com o sinal “-” à esquerda do número mas um pouco acima da posição usual para diferenciá-lo do sinal operacional.

Operações com inteiros

A adição de inteiros não apresenta dificuldades para o aluno. Esta é desenvolvida através de jogos e com auxílio do material concreto. Trabalha-se inicialmente com adições que envolvem números com mesmo sinal ($3 + 5$; $-13 + -15, \dots$) e depois adições onde aparecem números com sinais diferentes. A criança é levada a observar que, quando os sinais são diferentes, para obter o resultado, ela deve fazer subtrações.

Na subtração de inteiros precisamos dar idéia de “gerar zeros” (3 e -3 , 5 e $-5, \dots$ são zeros). Esta idéia foi trabalhada em todos os jogos.

Aqui começam a surgir algoritmos alternativos.

Exemplos: Tenho 13 palitos brancos e quero retirar 15 palitos pretos:

$$13 - -15 = ?$$

Como só tenho palitos brancos e preciso tirar palitos pretos, o modo de conseguir isto é gerando zeros. Coloco palitos brancos e pretos, em

igual quantidade, suficiente para retirar os 15 palitos pretos.

Assim,

$$\begin{array}{r} 13 \text{ e } 15 \text{ e } -15 - \\ -15 \\ \hline 28 \end{array}$$

Ou seja,

$$13 - -15 = 28$$

Durante a pesquisa, observou-se que na multiplicação de naturais o primeiro fator determina uma ação (a ação de colocar, por exemplo).

Trabalhando com esta idéia, a multiplicação de um número natural por um número inteiro é desenvolvida sem dificuldades. Assim, 2×3 e 2×-3 significam, partindo do zero, colocar 2 vezes três palitos brancos e pretos respectivamente chegando a $2 \times 3 = 6$ e $2 \times -3 = -6$.

O que significa -2×3 ? Que ação -2 determina?

Aqui trabalha-se com a multiplicação não como adições sucessivas mas sim como subtrações sucessivas.

-2×3 e -2×-3 significam, partindo do zero, retirar duas vezes 3 palitos brancos e pretos respectivamente. Para resolver este problema surge novamente a necessidade de "gerar zeros".

Algoritmo:

$$\begin{array}{r} 3 \\ -2 \times \\ \hline \cancel{3} \text{ e } -3 \\ \cancel{3} \text{ e } -3 \\ \hline -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \\ -2 \times \\ \hline 3 \text{ e } -\cancel{3} \\ 3 \text{ e } -\cancel{3} \\ \hline 6 \end{array}$$

$$-2 \times 3 = -6 \text{ e } -2 \times -3 = 6$$

A inferência das regras de sinais da multiplicação é natural.

Na divisão de inteiros o resultado da divisão é que determina a ação.

Assim, $-6 \div -2$ e $6 \div 2$ significam, partindo do zero, chegar a -6 e 6 colocando ou retirando grupos de -2 e 2 respectivamente. Observa-se que nos dois casos, colocando-se 3 grupos de -2 e 2 respectivamente, chega-se ao resultado

$$(ie) -6 \div -2 = 3 \text{ e } 6 \div 2 = 3$$

Algoritmo:

-6	-2	6	2
$1 \times -2 = -2$	$1 \times 2 = 2$		
$1 \times -2 = -2$	$1 \times 2 = 2$		
$\underline{-4}$	$\underline{4}$		
$1 \times -2 = -2$	$1 \times 2 = 2$		
$3 \times -2 = -6$	$3 \times 2 = 6$		

De modo análogo, $-6 \div 2$ e $6 \div -2$ significam, partindo do zero, chegar a -6 e 6 colocando ou retirando grupos de 2 e -2 respectivamente, o que leva a algoritmos semelhantes.

Situações-problemas e atividades para criar habilidades são sugeridas durante o desenvolvimento de toda proposta.

Pôde-se observar durante o trabalho experimental que o estudo dos números inteiros pode ser iniciado informalmente a partir da 4.^a série do 1.^o grau.

Universidade de Brasília — UnB
Departamento de Matemática
Campus Universitário — Asa Norte
Caixa Postal 153101
70910 — Brasília — DF

ENSINO-APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA: AMPLIAÇÃO, REDUÇÃO, SEMELHANÇA E HOMOTETIA PROPOSTA PARA TREINAMENTO DE PROFESSORES

Lucília Bechara Sanchez

O presente trabalho é uma síntese:

- a) de uma investigação de dez anos com alunos de 7 a 14 anos;
- b) de uma análise do diagnóstico do ensino-aprendizagem em Escolas Públicas de São Paulo;
- c) da construção de uma proposta curricular de geometria para o 1.º grau;
- d) de cursos de treinamento para professores em geometria.

O trabalho é constituído de duas partes.

Uma delas desenvolve elementos para organização de um Currículo de Geometria para primeiro grau. Para isto fazemos:

- a) uma análise dos conteúdos de geometria levando em conta o desenvolvimento lógico destes conteúdos e as aplicações que são veículos através dos quais os conteúdos são ensinados;
- b) uma análise da metodologia levando em conta que o processo de aprendizagem se dá na interação e depende das experiências e vivências, portanto do estágio de desenvolvimento do aluno naquele conteúdo.

Outro aspecto importante para a organização do currículo é o período necessário para elaboração de um conhecimento desde as primeiras experiências até a dedução e aplicação de teoremas.

Identificamos num currículo três momentos:

- 1.º) de predominância de construções e atividades exploratórias;
- 2.º) de predominância de análise, explicitação de conceitos e enunciados e de atividades estruturadas;
- 3.º) de predominância de linguagem formal, deduções e aplicações.

A outra parte do trabalho desenvolve uma seqüência de atividades para treinamento de professores acompanhada de análise dos conteúdos e da metodologia.

Os temas destas atividades são os seguintes:

- a) Reconhecimento e análise de figuras que se correspondem por ampliação ou redução;
- b) Classificação de figuras por semelhança;
- c) Razões entre distâncias em figuras semelhantes;
- d) Construção geométrica de figuras planas semelhantes;
- e) Construção de figuras semelhantes em redes quadriculadas ou trianguladas;
- f) Condição necessária e suficiente para definir figuras semelhantes;
- g) Transformações por homotetia;
- h) Transformações homotéticas num sistema de coordenadas;
- i) Uso do pantógrafo;
- j) Semelhança em figuras tridimensionais.

As duas partes estão ligadas pois elas se entrelaçam e se complementam neste trabalho.

Propomos um minicurso de 6 ou 8 horas. A comunicação de 30 minutos é também possível mas difícil e prejudicaria a compreensão do trabalho.

BIBLIOGRAFIA

- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Lisboa, 1952.
- CASTELNUOVO, Emma. *Didactica della Matematica*, Nuova Italia Editrice, Roma.
- DIENES, Golding. *A Geometria pelas Transformações III. Grupos e coordenadas*, EPU — Editora Pedagógica Universitária Ltda., 1975.
- KUTUZOV, B. V. *Studies in Mathematics*, Vol. 4. Geometry S. M. S. New Haven.
- MARMO, C. *Curso de Desenho: Semelhança, Homotetia, Equivalência*, Editora Moderna, São Paulo, 1964.
- PIAGET, J. *Las Explicaciones Causales*, Barral Editores, 1973.
- PIAGET, J. *O possível e o necessário*, Artes Médicas, Porto Alegre, 1986.
- PIAGET, J. e INHELDER, B. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*, Livraria Pioneira Editora, São Paulo, 1976.

Escola Vera Cruz
Praça Profa. Emília Barbosa Lima, 51
05448 — São Paulo — SP

O ENSINO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE

Adriano Rodrigues Ruiz

Neste trabalho apresentamos uma metodologia para o ensino de proporções, com ênfase na formação do conceito de proporcionalidade, levando em consideração o fato de que o raciocínio proporcional envolve uma estrutura de pensamento bastante complexa.

Dada essa complexidade e a importância do raciocínio proporcional, que não se limita apenas a múltiplas aplicações em Matemática, isso tem gerado a preocupação de muitos pesquisadores buscando avaliar como crianças e adolescentes pensam quando na busca da resolução de problemas que envolvem proporcionalidade. Esses estudos têm chegado a conclusões esclarecedoras, quanto ao seguinte:

- ☐ é mais fácil uma criança aplicar com sucesso o raciocínio proporcional em sistemas físicos que em simples relações numéricas;
- ☐ as crianças por volta dos 12/14 anos (idade mais freqüente entre crianças das últimas séries do 1.º grau) constroem proporções qualitativas. Por exemplo, consideremos a seguinte situação: um bastão fixado verticalmente no chão, num dado momento, quanto maior for sua altura maior será a sombra projetada. Contudo, quando buscam estabelecer relações métricas, emprestam um caráter aditivo, ao invés do multiplicativo;
- ☐ os procedimentos tradicionais para ensinar proporcionalidade (razão como sendo uma fração e a proporção sendo a igualdade de duas razões) pouco contribui para a formação do conceito de proporcionalidade.

Dentro desse universo de preocupações, propomos atividades de ensino, explorando situações manipulativas e utilizando conceitos que apresentam parentesco próximo com proporções, como: equivalência de frações, semelhança e escala. Isso possibilita aos alunos identificar a proporcionalidade como uma relação de razão constante e compreender a inclusão dos dois pares de termos que constituem uma proporção nos conjuntos domínio e imagem da função linear, que é o modelo de invariância das proporções.

Utilizamos nove atividades, obedecendo a uma seqüência onde temos cinco etapas a serem dominadas pelos alunos:

1. Identificar a proporcionalidade como uma relação de razão constante.
2. Adquirir habilidade na construção e análise de gráficos cartesianos.
3. Identificar a função linear representada pelo seu gráfico cartesiano e descobrir, explorando situações concretas, que a relação de razão constante constitui uma função linear.
4. Trabalhar com contra-exemplos para verificar que apenas na função linear os pontos são alinhados e essa reta passa pela origem.
5. Explorar as relações entre coordenadas dos pontos da função linear para extrair a propriedade aditiva das proporções.

Utilizando essa sequência instrucional, com alunos de sétima série do 1.º grau, conseguimos resultados de aprendizagem significativos. Em relação à retenção de aprendizagem os resultados também são satisfatórios.

BIBLIOGRAFIA

NOELTING, G. The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I: Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 1980-a, vol. 11, n.º 2, 217-253.

NOELTING, G. The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part II: Problem-Structure and successive-stages; Problem-solving Strategies and mechanism of adaptive restructuring, *Educational Studies in Mathematics*, 1980, vol. 11, n.º 3, 331-363.

RUIZ, A. R. Ensino do Conceito de Proporcionalidade, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação da USP.

Universidade Estadual de Maringá

Faculdade de Educação

Caixa Postal 331

87020 — Maringá — PR

O ENSINO DA GEOMETRIA NOS DIVERSOS NÍVEIS ESCOLARES

Eronides de Jesus Biscola

Do ponto de vista histórico a evolução da Pedagogia das Matemáticas nos mostra alguns traços de alternância entre dois métodos opostos.

Algumas vezes o dogmatismo triunfa, impõe sua intransigência. Cumpre “aprender” antes de “compreender”. Outras vezes é o método heurístico quem volta à cena, admite a discussão. Deve-se compreender antes de aprender, tudo toma o aspecto de uma descoberta, uma verdadeira iniciação à pesquisa.

Parece sugestivo dizer que um “bom” método dependerá de uma combinação harmoniosa desses extremos. Menos sugestivo, porém, parece ser o seu encontro.

Creio que tal método deverá se pautar basicamente pelo respeito às capacidades reais do educando, no sentido de orientar a ampliação de sua maneira criativa e intuitiva de pensar, permitindo a construção do seu próprio saber, bem como oportunizar um ambiente em que ele possa pensar livremente, experimentar, cometer erros, agir por si mesmo e, sobretudo, ver no professor a imagem de um guia, uma pessoa mais experiente que o acompanha em vez de fazê-lo acompanhá-la.

Neste sentido, o MINICURSO proposto visa exemplificar uma tentativa de se orientar os alunos na construção de seus conhecimentos geométricos, organizando-os dedutivamente, atingindo assim a conscientização dos métodos empregados, que lhes serão mais importantes do que os resultados, isto do ponto de vista das pesquisas e reflexões posteriores.

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul — UFMS
Departamento de Matemática CCET
79100 — Campo Grande — MS

INICIAÇÃO À MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DE 1.^a A 4.^a SÉRIES DO 1.º GRAU

José Maurício de Figueiredo Lima

Objetivos

- 1 - refletir sobre o desenvolvimento cognitivo da criança, salientando que ela desenvolve conceitos matemáticos fora da escola e que é preciso considerá-los durante o ensino de Matemática na escola;
- 2 - discutir o papel da Matemática na realidade da criança:
 - ☐ quantificação dessa realidade através da contagem e da medida;
 - ☐ identificação de formas dessa realidade (sólidos/figuras planas);
- 3 - refletir sobre a função social do número e sua organização em um Sistema de Numeração (Decimal) como ferramentas culturais necessárias à produção humana (no caso, em especial, a produção infantil: brincadeiras, atividades domésticas e, na classe popular, trabalho mesmo);
- 4 - analisar o desenvolvimento do conceito de número e da organização do Sistema de Numeração Decimal;
- 5 - discutir a aquisição dos sistemas simbólicos matemáticos e os algoritmos matemáticos (escolares e não-escolares);
- 6 - discutir a necessidade de trabalhar as operações aritméticas a partir de situações-problema, ou seja, como modelo de compreensão das ações/relações de quantificações implícitas nas relações sociais, evitando tratá-los como meras manipulações simbólicas (algoritmos).

Conteúdo

- 1 - presença da Matemática na vida da criança.
- 2 - quantificação da realidade dessa criança: a contagem e a medida;
- 3 - ferramenta cultural necessária: número (natural e fracionário) e sua organização de Sistema de Numeração Decimal;
- 4 - função social do número no ambiente da criança;
- 5 - Sistema de Numeração Decimal e operações fundamentais a partir de situações-problema significativas para a criança.

BIBLIOGRAFIA

- BICUDO, M. A. *Educação Matemática*, São Paulo, Editora Moraes, 1986.
- BRASIL, L. A. S. *Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino de Matemática*, Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1977.
- CARRAHER, T. N. (org.) *Aprender Pensando — contribuição da Psicologia Cognitiva para educação*, Petrópolis, Vozes, 1986.
- CARRAHER, T. N. e outros. Na vida dez; na Escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da Matemática — *Cadernos de Pesquisas*.
- CARRAHER, T. N. e SHLIEMANN, A. A adição e a subtração na escola: algoritmos ensinados e estratégicos aprendidos — *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, 64 (148), 234-242, set/dez 1983.
- CARRAHER, T. N. *O desenvolvimento dos conceitos de operações numéricas*, Recife, Mestrado de Psicologia Cognitiva, UFPE, 1986 — Mimeografado.
- D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação — reflexões sobre a educação matemática*, S. Paulo, Sumus, 1986.
- GINSBURG, H. *Children's Arithmetic — the learning process*, New York, D. van Nostrand Company, 1977.
- HART, K. M. e outros, *Children's Understanding of Mathematics: II* — 16, Londres, John Murray, 1984.
- KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para melhor aprendizagem na resolução de problemas aritméticos. In: LURIA e outros, *Psicologia e Pedagogia II*, Lisboa, Estampa, 1977.
- KAMIE, C. *A criança e o número*, Campinas, Papirus, 1984.
- KAMIE, C. e DECLARK, G. *Reinventando a aritmética*, Campinas, Papirus, 1986.
- LESH, R. e LANDAU, M. *Acquisition of Mathematics Concepts and Process*, Orlando, Academia Press, 1983.
- LIMA, J. M. F. *Aritmética mental versus aritmética escrita na escola e na comunidade*, Relatório de Pesquisa, Recife — Universidade Federal de Pernambuco, CNPq/INEP, 1986.
- LIMA, J. M. F. *O Desenvolvimento dos Conceitos de Conservação e de Fração em Quantidades Discretas e Contínuas*, Recife — Mestrado em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, 1985.
- MACHADO, N. J. *Matemática e realidade*, S. Paulo, Cortez: Autores Associados, 1987.
- National Council of teachers of Mathematics, 37 th Yearbook, Mathematics learning in early childhood, Reston, Virginia, 1978.
- PIAGET, J. *A Gênese do número*, Rio de Janeiro, Zahar, 1971.
- PIAGET, J. e INHALDER, N. *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança*, Rio de Janeiro, Zahar, 1971.

VERGNAUD, G. Task and Operations of Thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T. P. e outros, *Addition and subtraction: a cognitive perspective*, Hillsdale, Laurence Earlbaun Associates. Publisher, 1982, 39-59.

VERGNAUD, G. L'enfant, la mathématique et la réalité, Berna, Lang, 1981.

Universidade Federal de Pernambuco — UFPE

Rua Cel. Tomás Gonçalves, 43 — Zumbi

50000 — Recife — PE

ALGORITMOS DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO NAS SÉRIES INICIAIS

Dulce Helena Moraes dos Santos Costa
Sheila Maris Goulart Cordeiro

Objetivo

Apresentar uma proposta alternativa para o ensino da Matemática aplicável em todo o 1.º grau. Aqui, a proposta será mostrada através da aprendizagem dos algoritmos de multiplicação e divisão.

Clientela

Professores de Matemática de 1.º grau.

Metodologia

O trabalho exige do aluno um esforço no sentido de que a atenção preceda o automatismo; desse modo, o modelo mental da atividade matemática desenvolvida precederá a escrita.

Ementa

O algoritmo da multiplicação é dividido em quatro partes que são colocadas, sistematicamente, em quadrantes. Esses quadrantes, formando uma placa, permitem ao aluno aprender, ludicamente, o uso do algoritmo. No caso da divisão, o algoritmo é repartido em faixas verticais. O uso de papéis adequadamente recortados, permite ao aluno efetuar os jogos que, obtendo a participação integral do aluno, levam à aprendizagem.

Autores

Reginaldo Naves de Souza Lima e Maria do Carmo Vila.

CECIMIG — UFMG
Faculdade de Educação
Cidade Universitária — Pampulha
31270 — Belo Horizonte — MG

FRAÇÕES ATRAVÉS DE JOGOS

Heloísa Pena Borges

Tânia Margarida Lima Costa

Objetivo

Apresentar, através de atividades com frações, uma proposta alternativa para o ensino de Matemática aplicável em todo o 1.º grau.

Clientela

Professores de Matemática de 1.º grau.

Metodologia

O trabalho não se efetua a partir de conceitos, mas a partir de “fenômenos” que darão origem ao conceito matemático. Seleccionados alguns “fenômenos” que dão origem à idéia de fração, o aluno é mergulhado numa série de atividades que os simulam de modo a construir, por si mesmo, o modelo mental daquilo que chamamos fração. Como as atividades, em geral, têm um caráter lúdico, a participação do aluno tende a ser integral.

Ementa

Dentro dessa metodologia, o aluno constrói idéias sobre fração e equivalência de frações, para, em seguida, calcular com elas. Cada atividade tem dois aspectos: contínuo (ou analógico) e descontínuo (ou digital); isso visa a permitir ao aluno uma conquista integral da idéia de frações. Como nenhum conceito é fornecido ao aluno, mas deve ser por ele construído, os desafios que ele enfrenta são constantes e vêm sob a forma de problemas a resolver, sem escrita, sobre placas de papel adequadamente preparadas.

Autores

Reginaldo Naves de Souza Lima e Maria do Carmo Vila.

CECIMIG — UFMG

Faculdade de Educação

Cidade Universitária — Pampulha

31.270 — Belo Horizonte — MG

REGRA DE TRÊS SEM REGRA

Rafaela Mousinho Guidi

Rosália Horta Rodrigues

Como participantes do projeto: "Um Novo Currículo de Matemática da 1.^a a 8.^a série" — Convênio UnB/CAPES/PADCT —, ficamos responsáveis pelo tema "Razão, Proporção, Regra de Três". Notamos que o assunto tem sido desenvolvido, na maioria dos livros didáticos, de forma tradicionalista e formal, envolvendo uma mera igualdade matemática entre duas razões e a correspondente propriedade associada da "multiplicação em cruz". Esta abordagem não tem permitido aos alunos reconhecerem, na prática, situações onde ocorrem variações proporcionais.

Procuramos, alternativamente, encontrar uma estratégia na qual a criança se envolvesse e chegasse a soluções lógicas. Isto corresponde à nossa filosofia de trabalho no Projeto, que é a de pesquisar formas de desenvolver idéias e conceitos onde, através de várias atividades propostas em linguagem natural, as crianças conseguem, a partir da 1.^a série, chegar a algoritmos próprios e alternativos para a solução dos problemas relacionados a cada tópico.

Com os alunos de 6.^a série, partimos de algumas situações reais, condizentes com a vivência dos alunos, para trabalharmos a idéia de variação proporcional. Uma situação apresentada foi: Uma turma vai dar uma festa para o encerramento das aulas. Os alunos pesquisaram o preço de Coca-cola.

Coca-cola		Preço
lata	350 ml	5,35
garrafa média	290 ml	2,20
garrafa de 1 litro	1000 ml	4,70

- 1 — Qual é o recipiente mais econômico? Por quê?
- 2 — Qual é o menos econômico? Por quê?
- 3 — Quanto deveria custar a lata para ser tão econômica quanto o litro?

Entre as formas de resolução usadas, a mais comum foi a aditiva. Nessa situação exploramos o fato de, no caso dos recipientes serem tão econômicos

quanto outros, termos uma variação dos preços proporcional à variação das capacidades dos recipientes.

Sucessivas atividades deste tipo, com observações sobre o que ocorria, motivaram os alunos a perceberem que os dados da primeira coluna apresentavam, entre si, relações que, calculadas entre os dados correspondentes da segunda coluna, mantinham-se inalteradas. Através disto abriu-se a perspectiva de soluções envolvendo multiplicações ou divisões.

Como sentimos que os alunos tinham dificuldades para distinguir se uma situação variava proporcionalmente ou em proporção inversa, deixamos este segundo caso para a 7.^a série, para que houvesse um amadurecimento da idéia de proporcionalidade.

Exploramos outras situações onde o tipo de relação que vale entre os dados da primeira coluna não é o mesmo que vale entre os dados da segunda. Essa estratégia proporcionou aos alunos reconhecerem quando os dados das situações eram proporcionais, inversamente proporcionais ou aparentemente proporcionais (no caso das idades de duas pessoas em anos diferentes), assim como desenvolverem algoritmos envolvendo adições, multiplicações ou divisões, e abrindo caminho para a resolução através de frações.

Essas situações, e outras semelhantes sobre o tema, foram expostas para um grupo de professores os quais, considerando ser viável, propuseram-se a aplicá-las em suas salas de aula e divulgá-las entre os colegas. Estamos também usando essa estratégia em alunos que freqüentam o laboratório de ensino de Matemática da UnB. Em 1987 esperamos que escolas do Distrito Federal estejam a par dessa proposta para termos resultados mais gerais.

Universidade de Brasília — UnB
Departamento de Matemática
Campus Universitário — Asa Norte
Caixa Postal 153101
70910 — Brasília — DF

Objetivo

A finalidade do curso era dar aos professores de primeiro e segundo graus algumas idéias básicas da Teoria das Probabilidades para em seguida aplicar essas idéias à Inferência Estatística elementar. A parte de estimação de parâmetros e testes de hipóteses simples foi desenvolvida apenas para a distribuição Binomial para evitar que dificuldades técnicas perturbassem a compreensão das idéias envolvidas. Sempre que possível, os exemplos discutidos envolviam situações facilmente encontráveis no dia-a-dia das pessoas com o objetivo de que pudessem vir a ser úteis para que os professores pudessem estimular o interesse de seus alunos. A bibliografia foi reduzida para que pudesse conter apenas textos em Língua Portuguesa.

Programa

- 1) Noção de experimento aleatório e espaço amostral. Eventos e operações entre eventos.
- 2) Noção de probabilidade de um evento. Probabilidade condicional e independência de eventos.
- 3) Variáveis aleatórias e distribuições de probabilidade. Média e variância de uma distribuição de probabilidades.
- 4) A distribuição Binomial e suas propriedades. A distribuição normal e sua utilização para o cálculo aproximado de probabilidades binomiais.
- 5) Noções de estimação e de testes de hipóteses para o parâmetro p de uma distribuição binomial.

BIBLIOGRAFIA

- FELLER, W. Introdução à Teoria das Probabilidades e suas aplicações. Vol. I, parte I, Editora Edgar Blucher, S. Paulo.
- NOETHER, G. Introdução à Estatística, Editora Guanabara II, S. Paulo.
- MORETTIN, P. A. e BUSSAB, W. O. Estatística básica, Editora Atual, S. Paulo.

Universidade de São Paulo — IME-USP
Instituto de Matemática e Estatística
Caixa Postal 20570
01498 — São Paulo — SP

O COMPUTADOR NA CLASSE DE MATEMÁTICA

Rômulo Campos Lins

A comunicação ora apresentada é o resultado do trabalho com crianças e adolescentes sobre o tema COMPUTADOR e resultado também de pesquisa bibliográfica, discussões com colegas da área e reflexão acerca dos atuais processos de utilização do computador nas salas de aula.

Procura, em primeiro lugar, mostrar como o microcomputador entra em cena nos EUA e analisa as diferenças entre este processo e a realidade brasileira, tanto do ponto de vista tecnológico quanto do ponto de vista educacional, buscando uma reflexão crítica sobre a atual onda de informatização na Educação Brasileira.

Levanta em seguida algumas abordagens do microcomputador em sala de aula, analisando pontos positivos e negativos e alguns pontos importantes ainda não explorados (arte no computador, inteligência artificial como instrumento para reflexão sobre nossa forma de pensar e Matemática experimental). A comunicação termina com a apresentação de uma proposta para se abordar o computador a partir de fora, isto é, a partir dos conceitos e preconceitos que os alunos possuem.

Parte-se da proposta "vamos fazer uma lista de máquinas?" e abordam-se pontos como informação, códigos, algoritmos e tecnologia, com o duplo objetivo de desmistificar o computador e de apropriar-se dele como instrumento de trabalho.

Esta proposta é resultado do trabalho com 12 turmas de 8.^a série do 1.^o grau e 2.^a série do 2.^o grau. É feita a comparação entre os resultados das duas séries bem como um levantamento das possibilidades de se fazer esse tipo de trabalho com crianças.

Resta fazer notar que durante todo o semestre os computadores estiveram desligados e esta comunicação apresenta uma análise das reações dos alunos e do processo que se seguiu.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 1.º GRAU

*Grupo de Estudos de Resolução de Problemas **

Alguns consideram a Resolução de Problemas como um objetivo (a Matemática é ensinada para resolver problemas); outros supõem que a Resolução de Problemas é um processo (para desenvolver heurísticas, estratégias de pensamento). Nós consideramos a Resolução de Problemas principalmente como uma METODOLOGIA (meio para que se dê o conhecimento).

Em sala de aula há diferentes utilizações da Resolução de Problemas em decorrência das visões acima mencionadas. (Às vezes, utilizações diferentes decorrem da mesma visão.) A Resolução de Problemas pode ser apenas um elemento motivador ou um procedimento para desenvolver certas habilidades. Pode também ser o meio para o aluno construir conceitos matemáticos ou fazer a SUA Matemática.

As visões e utilizações citadas constituem o tema do minicurso — mas na sua essência, porque a estratégia escolhida para abordar o tema é a própria resolução de problemas. Em vários momentos o participante estará em ação, resolvendo problemas. Essa vivência, e a reflexão sobre ela, devem valer mais que exposições teóricas.

O resultado provável do minicurso será uma nova idéia sobre o processo ensino-aprendizagem de Matemática, englobando intenções de mudança de atitude do professor.

(*) Este trabalho é resultado das experiências, pesquisas e discussões dos membros do grupo composto pelos professores: Maria do Carmo Mendonça, Antonio José Lopes, Maria Lídia Negreiros, Marcelo Lelles, Marcos Pimenta, Dulce Onaga e Maria Amabile Mansutti.

GERP

Rua Quitanduba, 111

05516 — São Paulo — SP

FRAÇÕES

Marlene Daud

Objetivo geral

Assegurar, ao professor de 1.^a a 4.^a série do 1.^o grau, através de metodologia adequada, o desenvolvimento do conteúdo "*Frações*", de modo que seus alunos tenham uma aprendizagem significativa.

Metodologia

A representação de situação-problema que envolve frações através de material concreto.

Resumo da proposta

O presente trabalho está inserido em um projeto maior: "*Melhoria do Ensino de Matemática do 1.^o grau*", e tem a duração de 80 (oitenta) horas. Visa atualizar professores de 1.^a a 4.^a série e alunos dos Cursos de Magistério em conteúdo, métodos e técnicas para melhoria da prática pedagógica, bem como identificar líderes, para atuarem como multiplicadores. Esses multiplicadores têm o acompanhamento parcial de suas atividades, feito pela equipe coordenadora do Projeto (UFU), através de visitas às escolas onde está se desenvolvendo o Projeto, reunião mensal com toda a equipe de multiplicadores para revisão de material, discussão das atividades desenvolvidas, troca de experiências, análise de resultados e revisão de atitudes. Estabeleceu-se um horário de atendimento para que os professores multiplicadores e professores da Rede Oficial de Ensino que estão envolvidos possam fazer consultas e tirar dúvidas sempre que isso se fizer necessário.

Universidade Federal de Uberlândia
Caixa Postal 593
38400 — Uberlândia — MG

CÁLCULO NA ESCOLA BÁSICA: POR QUÊ, O QUÊ E COMO?

Nilson José Machado

São os seguintes os temas a serem tratados neste minicurso:

- ☐ É desejável o ensino do Cálculo na Escola Básica (1.º e 2.º graus). As idéias fundamentais do Cálculo são importantes e estão presentes em muitos dos conteúdos programáticos regulares, embora sejam subutilizadas.
- ☐ O Cálculo não pode ser ensinado na Escola Básica como o é no 3.º grau, tendo como suporte o formalismo dos limites. Em nenhuma hipótese pretende-se que o Cálculo a ser ensinado na Escola Básica seja uma simples antecipação do que deveria ser ensinado no 3.º grau.
- ☐ É possível ensinar Cálculo na Escola Básica a partir de idéias como as de proporcionalidade, linearidade, aproximação linear e outras, de modo revelado, pleno de significados e, simultaneamente, propedêutico ao que será estudado no 3.º grau.

Para o desenvolvimento dos temas acima, o ponto de partida será uma rápida síntese da história do Cálculo, buscando-se recuperar o significado das idéias fundamentais. Tais idéias são freqüentemente obnubiladas por certas ferramentas formais, como por exemplo o conceito de limite.

A partir de noções como as de movimento, taxa de variação, proporcionalidade, linearidade, aproximação linear, da análise de passagens de grandezas discretas a contínuas, de constantes a variáveis, de resultados locais a globais, poder-se-á perceber o real significado do Cálculo como uma disciplina básica na escola elementar.

Os trabalhos serão distribuídos ao longo de quatro sessões do seguinte modo:

1.ª SESSÃO

Síntese da História do Cálculo — Idéias fundamentais do Cálculo que já se encontram presentes nos conteúdos programáticos da Escola Básica. Significado epistemológico do Cálculo: Discreto x Contínuo, Constante x Variável, Local x Global.

2.^a SESSÃO

A noção de Integral — Aproximação de Variáveis por constantes por trechos — Somas com muitas pequenas parcelas — Alguns exemplos: Temperatura Média (Riemann e Lebesgue), Volume do Parabolóide.

3.^a SESSÃO

A noção de Derivada — Taxa de Variação — Aproximação Linear e significado geométrico — Análise qualitativa de gráficos, crescimento, concavidade, inflexão.

4.^a SESSÃO

Um algoritmo para o cálculo da derivada — Utilização da máquina de calcular — O número e a derivada de $y = e^x$ — O teorema fundamental do Cálculo — CONCLUSÃO.

BIBLIOGRAFIA

NATANSÓN, I. P. Problemas Elementales de Máximo y Mínimo. Editorial MIR, Moscou, 1977.

NATANSÓN, I. P. Suma de Cantidades Infinitamente Pequenas. Editorial MIR, Moscou, 1977.

SHILOV, G. E. Cómo Construir las Gráficas. Editorial MIR, Moscou, 1978.

BOLTIANSKY, V. O Conceito de Derivação. Editorial MIR, Moscou, 1983.

CHILOV, G. Analyse Mathématique dans la Classe des Fonctions Rationnelles. Editions de Moscou, 1974.

Universidade de São Paulo — FE-USP

Faculdade de Educação

Caixa Postal 20570

São Paulo — SP

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

Eduardo O. C. Chaves

I. DESCRIÇÃO GERAL

1. Ementa:

- A. Discussão das possibilidades de utilização do computador na educação.
- B. A filosofia da educação que subjaz à visão do computador como uma máquina de ensinar — a instrução programada — e como uma ferramenta de aprendizagem.
- C. A filosofia da educação e a metodologia LOGO: suas raízes deweyanas e piagetianas (o aprender fazendo e o aprender a aprender).
- D. O computador e a criança excepcional.
- E. O computador como instrumento de apoio às atividades do professor: o computador como processador de texto, o computador como arquivo eletrônico, etc.
- F. O computador no apoio à pesquisa pedagógica.
- G. O computador na supervisão pedagógica e na administração escolar.

2. *Clientela*: Professores em geral, diretores de escola e outros administradores educacionais, supervisores e orientadores pedagógicos, principalmente os que não tenham familiaridade com o computador.

II. PLANO DO CURSO

1. Objetivos:

- A. Apresentar o computador — em especial o microcomputador — como o ingrediente essencial da sociedade pós-industrial, informatizada.
- B. Estudar sucintamente o computador, quanto à sua concepção e às suas principais partes e funções.
- C. Analisar a questão da utilização do computador na educação, discutindo as principais justificativas e objeções, sob uma perspectiva pedagógica, filosófica e sócio-política.
- D. Fornecer uma visão geral das possibilidades de aplicação do microcomputador na educação, como recurso auxiliar para o ensino, como ferra-

menta para promoção da auto-aprendizagem, como meio complementar para a educação de excepcionais, como instrumento de apoio ao professor, como recurso útil na pesquisa pedagógica, e como instrumento para a supervisão pedagógica e a administração da educação.

2. Programa:

A. Questões Introdutórias

A.1 O problema da utilização de computadores na educação: fundamentos e críticas.

A.2 A questão dentro da perspectiva da Filosofia da Educação, da Psicologia da Aprendizagem, e da Sócio-Política da Educação.

A.3 O Brasil como sociedade informatizada e o Projeto EDUCOM.

B. O Computador e o Processo de Ensino/Aprendizagem

B.1 O microcomputador como um recurso auxiliar para o ensino.

B.2 Projetos de Instrução Assistida pelo Computador (CAI).

B.3 O microcomputador como uma ferramenta para a promoção da aprendizagem.

B.4 A auto-aprendizagem e a Aprendizagem Assistida pelo Computador (CAL).

B.5 O microcomputador como um meio complementar na educação de excepcionais.

C. Outros Usos do Computador na Educação

C.1 O computador como instrumento de apoio ao professor.

C.2 O computador na pesquisa educacional.

C.3 O computador na supervisão pedagógica.

C.4 O computador na administração da educação.

BIBLIOGRAFIA

Eduardo O. C. Chaves, *Informática: Micro-Revelações* (PEOPLE Computação e CARTGRAF Editora, Campinas, 1985)

Eduardo O. C. Chaves e Waldemar Setzer, *O Uso de Computador em Escolas: Fundamentos e Críticas* (Editora Scipione, São Paulo, 1987)

Seymour Papert, *LOGO: Computadores e Educação*, tradução brasileira de Beatriz Bitelman et al. (Editora Brasiliense, São Paulo, 1985)

- Eugene Galanter, Crianças e Computadores: Manual do Microcomputador para Pais e Professores, tradução brasileira de Jorge Branco (Gradiva Publicações, Lisboa, 1984)
- Peter Goodyear, LOGO: Introdução ao Poder do Ensino através da Programação, tradução brasileira de Ricardo Reinprecht (Editora Campus, Rio de Janeiro, 1986)
- Dulce Madalena Autran von Pfuhl e Wilson José Tucci, LOGO: Programação e Aprendizado (Nobel, São Paulo, 1985)
- G. Bossuet, O Computador na Escola: O Sistema LOGO, tradução brasileira de Leda Marita Vieira Fischer (Artes Médicas, Porto Alegre, 1985)
- Fernando José de Almeida e Maria do Carmo Mendonça, LOGO: Teoria e Prática (Editora Scipione, São Paulo, 1986)
- Margarile Axt, Os Micromundos LOGO da Linguagem (CENAFOR/FUNTEVÊ, Rio de Janeiro, 1986)
- Sofia Watt e Miguel Mangada, BASIC para Crianças, tradução de Lúcia Helena Moreira (Editora Campus, Rio de Janeiro, 1986)
- Lucila Santarosa, O Computador na Avaliação Formativa (Editora da Universidade, Porto Alegre, 1982)
- Projeto EDUCOM — Ano I (CENIFOR/FUNTEVÊ, Rio de Janeiro, 1986)

UNICAMP

Caixa Postal 5631

13091 — Campinas — SP

A GEOMETRIA DAS DOBRADURAS

Luiz Márcio P. Imenes

As dobraduras com papel fazem parte da cultura japonesa. Seus origamis são graciosos. Há muita Matemática “escondida” nesta Arte. Nossas crianças gostam de montar bichinhos e fazer aviões de papel. Podemos aproveitar o tema como motivação e trabalhar com dobraduras de papel nas aulas de Geometria. Cabe ao professor explicitar a Matemática envolvida nesta brincadeira. Indo mais além, podemos formular problemas interessantes, a serem resolvidos fazendo dobras no papel. Como construir duas retas perpendiculares? Como obter o incentro de um triângulo? Como dobrar um retângulo em três retângulos iguais? Como construir um pentágono regular? Como construir um icosaedro regular?

O material necessário para esta atividade é simples: papel para rascunho, com um lado limpo, é suficiente. Uma régua comum de plástico ajuda a cortar o papel.

A proposta do minicurso é simples: pretende colocar os colegas professores em contato com estas idéias.

BIBLIOGRAFIA

- KANEGAE, M. e HAGA, A. Brincando com papel, São Paulo, Edart, 1986.
- SÁ, DARIO DE (org.). Origami — arte japonesa em dobras de papel, Editora Tecnoprint, 1987.
- COLEÇÃO ORIGAMI (04 volumes). Tradução: Hikari Traduções Ltda. Casa Ono Comércio e Importação Ltda.
- BREDA, A. VAN. Origami — el arte del papel plegado. Buenos Aires, Editorial Kapelusk S.A., 1972.
- NAKAMURA, EIJI. Flying Origami — vigami from pure to true science. Japan, Japan Publications Ine, 1977.
- MANDER, J.; DIPPEL, G. and GOSSAGE, H. The great international paper airplane book, New York, Simon and Schuster, 1967.

MOUVEMENT FRANÇAIS DES PLIEURS DE PAPIER. Pliage et mathématiques, 1985.

IMENES, L. MÁRCIO. Geometria das dobraduras. São Paulo, Editora Scipione, 1988.

Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do
Ensino de Ciências — FUNBEC
Caixa Postal 2089
São Paulo — SP

BIBLIOGRAFIA

- KANEHARU, M. e HAGA, A. *Remendo com papel*. São Paulo: Edart, 1986.
- SA, DARIO EB (org.). *Origami — arte japonesa em dobrar de papel*. Edições Teogonias, 1987.
- COLEÇÃO ORIGAMI (04 volumes). Tradução: Hikari Teogonias Ltda. (sem Ono Consórcio e Imprensa Ltda).
- BRIDA, A. VAN. *Origami — el arte del papel plegado*. Buenos Aires: Editorial Kapelink S.A., 1977.
- NAKAMURA, EIT. *Évangé Origami — vigané from paper to new science*. Japan Publication Inc, 1977.
- MANDER, L.; DUTTEL, G. and GOSSAGE, H. *The great international paper airplane book*. New York: Simon and Schuster, 1987.

COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS

Antonieta Moura Leite

*Dione Lucchesi de Carvalho **

A proposta do Minicurso fundamenta-se em estudos e dados da avaliação obtidos em cursos de reciclagem, realizados durante os dois últimos anos por uma equipe de professores de Matemática de 1.º e 2.º graus, responsável pelo Projeto “Aperfeiçoamento Metodológico de Professores de 1.º Grau — Ensino de Geometria” em convênio SEM/CAPES.

Propomos como temas de estudo:
Composição e Decomposição de figuras planas.

Esta escolha se deve ao fato de que os tópicos relativos a áreas são quase sempre desenvolvidos pelos professores, porém de forma muito tímida, limitada, reduzindo-se a:

- a) introdução e fixação de unidades padronizadas;
- b) transformações de unidades;
- c) fórmulas tiradas de casos particulares e imediatamente generalizadas.

Ao selecionarmos tais temas para este curso, pretendemos ressaltar uma nova abordagem metodológica em um assunto familiar ao professor. As atividades dão uma visão geral e vertical do tema. Não se constituem em uma proposta graduada por série escolar, ao contrário caracterizam-se por oferecer múltiplas opções, fornecendo subsídios para que o professor as selecione e as amplie em função da clientela a ser atingida.

As atividades iniciais abordam informalmente conceitos e princípios geométricos diversos, bem como propõem problemas de naturezas diferentes, quanto ao conteúdo e processos implícitos. Enfatizam-se operações geométricas qualitativas — estudo de formas, posições mútuas, relações — desenvolvendo-se gradualmente operações quantitativas e caminhando-se progressivamente para a sistematização de determinados conceitos ou sistemas de relações.

A análise, descrição e sistematização das situações proporciona condições para que o aluno:

- a) ultrapasse o nível de uma percepção global das formas, conhecendo as propriedades geométricas que as caracterizam;

- b) constate a permanência e/ou regularidade nas montagens obtidas diferenciando figuras congruentes de figuras equicompostas;
- c) desenvolva a habilidade de reconhecer e construir retângulos, paralelogramos, trapézios e triângulos equicompostos, obtendo cada um deles por meio de transformações efetuadas em outros.

BIBLIOGRAFIA

- BOLTIANSKI, V. G. (1981). Figuras Equivalentes x Equicompostas. Lecciones populares de matemáticas. Editorial MIR, Moscú.
- BKOUCHE, R. (1979). Du Mauvais usage de l'épistémologie in Bulletin inter I.R.E.M. n.º 18, Edité para L'I.R.E.M. de Lyon, França.
- FRANCHI, A. e CARVALHO, D. LUCCHESI (1985). Considerações Metodológicas sobre Educação Matemática. Original mimeografada. Documento discutido pelos elementos do grupo Momento em Seminário sobre o Ensino de Geometria — abril de 1985.
- GAULIN, C. (1974). Genuine Geometrical Activities for Elementary Schools Paper presented in ICME JSME Regional Conference on Curriculum and Teacher Training for Mathematical Education. Tokyo, Japan.
- CASTELNUOVO, E. (1982) © 1963. Didáctica de la Matemática Moderna. Editorial Trillas, México.
- HOFFER, Alan (1983). Van Hiele — Based Research, Academic Press.

DOCUMENTOS

- ERMEL (Equipe de Recherche Mathématique a l'École Elementaire) — (1978). Apprentissage des Mathématiques a l'école elementaire — Cycle elementaire. Tome I. Semap OCDL, Paris.
- ERMEL (Equipe de Recherche Mathématique a l'École Elementaire) — (1978). Apprentissage des Mathématiques a l'école elementaire — Cycle Moyen.
- Relatório do Projeto de Aperfeiçoamento Metodológico de Professores de Primeiro Grau. Ensino de Geometria, desenvolvido no quadro do Projeto para Melhoria do Ensino de Ciências e Matemática — Subprograma Educação para a Ciência. CAPES/PADCT — 1985.

(*) Este trabalho é fruto de uma reflexão do grupo da SEM no desenvolvimento do Projeto de Aperfeiçoamento metodológico de professores do 1.º grau, financiado pelo PADCT/CAPES. Participam deste grupo os professores: Ana Regina Lanner de Moura, Anna Franchi, Antonieta Moura Leite, Antonio José Lopes, Dione Lucchesi, Jeanette V. Weiss, Maria Cecília Doneaux, Maria Verônica Rezende de Azevedo e Silvia Hamburger.

Sociedade de Educação Matemática — SEM
Av. Antártica, 568, ap. 141
05003 — São Paulo — SP

A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA E ÁLGEBRA LINEAR NO 2.º GRAU

*André Luiz Rodrigues Chaves
Estela Kaufman Fainguelernt*

Este trabalho é a complementação do que vem sendo feito no ensino de Geometria no 1.º grau, bem como o estudo das noções fundamentais de Álgebra Linear pela sua ampla gama de aplicações.

No 2.º grau a faixa etária dos alunos no curso regular é de 14 a 18 anos; é o período em que, segundo Piaget, o pensamento já deveria estar na fase abstrata. Entretanto, isto não acontece com a maioria dos alunos; nesta etapa, o pensamento dos alunos se abre para a abstração. Portanto, é necessário que as atividades matemáticas os auxiliem na passagem do concreto ao abstrato.

Abordamos a Álgebra Linear, levando o aluno a adquirir, de forma elementar, o conceito de espaço vetorial. A partir daí, utilizando o ponto de vista vetorial, estudamos a Geometria Analítica plana e espacial, chegando aos conceitos e fórmulas tradicionais. Esta abordagem tem provado ser de fácil assimilação pelos alunos que empregam, com naturalidade, os conceitos de direção, paralelismo, perpendicularismo etc.

Enfocamos a Geometria Euclidiana, procurando desenvolver mais sistematicamente a capacidade de representar em duas dimensões os objetos que têm três dimensões e, inversamente, reconhecer os objetos que têm três dimensões, a partir de uma de suas representações e/ou planificações em duas dimensões e, daí, desenvolver o estudo de seus elementos e as deduções do cálculo de áreas e volumes.

Para mostrar o profundo relacionamento da Álgebra Linear com outros setores da Matemática, podemos deduzir as diferentes aplicações à Geometria Euclidiana em duas e três dimensões, como por exemplo:

- na 4.ª série do 1.º grau o aluno adquire a noção intuitiva de área de uma figura plana;

- ☐ na 8.^a série do 1.^o grau, ele aprende a calcular estas áreas usando os recursos da Geometria Euclidiana;
- ☐ na 3.^a série do 2.^o grau, ele calcula estas mesmas áreas utilizando a interpretação geométrica do módulo do produto vetorial.

Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática — GEPEM
 Rua Fernando Ferrari, 75
 22231 — Rio de Janeiro — RJ

GEOMETRIA PLANA: ATIVIDADES QUE LEVAM À FORMAÇÃO DE CONCEITOS

Gelson Iezzi

O objetivo deste minicurso é contribuir para a superação dos obstáculos e preconceitos que envolvem o ensino da Geometria Plana Elementar: “a passividade do aluno, a abstração da geometria, a desvinculação com a realidade, a dificuldade nos conceitos etc.”

A idéia deste minicurso é propor e analisar algumas estratégias ativas destinadas a engajar o aluno no trabalho, ligar a Geometria ao real e, por via indutiva, formar de maneira mais clara alguns conceitos e justificar certas proposições.

Entre os temas a serem abordados estarão a semelhança de triângulos e a equivalência plana.

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo — PUC-SP
Departamento de Matemática
Rua Marquês de Paranaguá, 111
01303 — São Paulo — SP

NÚMEROS INTEIROS E NÚMEROS RACIONAIS

Maria de Fátima da Silva Saraceno

Vânia Maria Pereira dos Santos

Luiz Claudio da Silva

O minicurso é baseado num trabalho do Projeto Fundação da UFRJ sobre o ensino dos conjuntos dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) e racionais ($\mathbb{Q}$). Este trabalho é um conjunto de sugestões de atividades que tornam o ensino de $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ na 6.^a série do 1.^o grau mais atraente. Nele introduzimos o conjunto dos números inteiros com exemplos de jogos que são construídos pelos alunos e, a seguir, de modo natural, sistematizamos as noções de módulo, simétrico e soma algébrica. Fundamentamos o estudo dos números racionais no conceito de fração como quociente da divisão do numerador pelo denominador. Através de dobraduras o aluno constrói retas numeradas relacionando isto com o que já estudou de frações e números decimais, sendo levado a descobrir que entre dois números inteiros consecutivos existem infinitos números racionais. Além disso, a relação de ordem e a noção de equivalência surgem naturalmente.

Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ
Instituto de Matemática
Campus Universitário — Ilha do Fundão
21910 — Rio de Janeiro — RJ

NÚMEROS DECIMAIS

Ana Lúcia Bordeaux Rego

Ionilde Maria de Azevedo

Neide Parracho Sant'Anna

Objetivos

Sensibilizar o professor da necessidade do ensino dos números decimais, levando em consideração os seguintes aspectos:

- ☐ a conceituação das frações e o domínio do sistema decimal de numeração, principalmente a compreensão do sistema posicional como pré-requisito;
- ☐ intercalar o ensino de números decimais, desde a sua introdução, com formas de aplicação nos sistemas de medidas de comprimento e de área, e no cálculo das porcentagens;
- ☐ construir os números decimais a partir de trabalho com material concreto e dos conceitos de Frações;
- ☐ concluir as técnicas operatórias dos números decimais a partir da sua conceituação, da compreensão do sistema posicional e das operações com frações decimais.

Tópicos abordados

Introdução aos números decimais; reconhecimento, comparação e escrita de números decimais, inseridos em situações concretas; operações com números decimais.

Dinâmica

Trabalho em grupos, usando material concreto.

Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ

Instituto de Matemática

Campus Universitário — Ilha do Fundão

21910 — Rio de Janeiro — RJ

UMA PROPOSTA DE COMO CHEGAR A ALGORITMOS DE CONVERSÃO DE BASES OU DA BABEL-CIMAL À ORGANIZAÇÃO DE UMA ALFÂNDEGA

Cesar Almeida Cruz

Ledo Vaccaro Machado

Norma Whatelly

Sandra M. Di Flora B. da Silva

A LENDA DOS SHI-LINGS

“Os Shi-Lings, um povo antiqüíssimo que habitou a região entre os vales dos rios Amarelo e Azul, ao descobrirem os números, ficaram tão seguros e orgulhosos de si que desafiaram os Deuses a lhes exhibir algo mais puro e perfeito. Foram, então, castigados com um violento cataclisma que terminou por dividir seus domínios em cinco regiões. Todas as regiões usavam o mesmo idioma, mas contavam em bases diferentes: uma contava de dez em dez, como nós; outra, de cinco em cinco; outra, de quatro em quatro; outra, de três em três; e, finalmente, a última contava de dois em dois. Uma verdadeira Babel dos números ou BABEL-CIMAL.

Para restabelecer as relações comerciais entre as diversas regiões, os Shi-Lings tiveram que desenvolver sistemas monetários e algoritmos entre as regiões.”

No MINICURSO, vamos remontar a criação dos sistemas monetários das diversas regiões dos Shi-Lings através do uso de moedas de ouro (JOGO ESTRUTURADO B-CIMAL I), de prata, bronze, etc. (JOGO ESTRUTURADO B-CIMAL II) e atacaremos a forma de conversão de moedas de uma base a outra, chegando a um algoritmo prático que um funcionário da Alfândega poderia usar com o fim de trocar moedas.

A dinâmica usada será a formação de grupos de trabalho que manipularão os JOGOS ESTRUTURADOS, seguindo instruções de fichas de atividades e obedecendo às normas da “Assimilação Solidária”.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO NUM CURRÍCULO DE MATEMÁTICA PARA ESCOLAS DA ZONA RURAL

Maria Delvina Lemos de Fonseca
Sonia Muniz Santos

Como parte do Projeto Melhoria do Ensino de Ciências e Matemática — PADCT/CAPES, está sendo implementado, desde 1985, o subprojeto Melhoria do Ensino-Aprendizagem de Ciências e Matemática em Escolas de 1.º grau — 1.ª à 4.ª série, da Microrregião de Barreiras/BA, através da capacitação de professores e adequação curricular, visando colocar os conhecimentos dessas áreas a serviço da melhoria das condições de vida das comunidades a que serve a escola.

O currículo de Matemática utiliza uma metodologia que oferece condições básicas aos educandos, para a apreensão consciente dos conceitos a fim de poderem assumir atitudes de agentes de transformação em suas comunidades.

Dentro dessa concepção abordamos, entre outros conteúdos, o sistema de numeração. Esse conteúdo foi trabalhado através da manipulação de materiais concretos até que o aluno fosse capaz de fazer abstrações, desenvolvendo desta forma a habilidade de raciocinar logicamente. A abordagem dos conteúdos foi feita através de atividades onde se sugere ao professor ações a serem executadas pelos alunos. As ações foram organizadas de modo que o aluno construísse os conceitos, passando por todas as etapas do processo de formação dos mesmos e assim trabalhasse uma matemática que ele mesmo descobrisse e não aquela “pronta e acabada” como em geral é apresentada nos livros didáticos.

Observação: O minicurso conta com a colaboração da professora Nilza Rocha Medrado Santos.

Universidade Federal da Bahia — UFBA
Faculdade de Educação
Rua Reitor Miguel Calmon s/n.º
40000 — Salvador — BA

CÁLCULO EM ASSIMILAÇÃO SOLIDÁRIA

Roberto Ribeiro Baldino

Este minicurso tem dois objetivos:

1.º) Proporcionar aos cursistas uma revisão dos dois teoremas fundamentais do Cálculo que caracterizam derivação e integração como operações inversas. Esses teoremas, sob forma de concepções provisórias, serão abordado a partir de situações-problema geométricas simples, envolvendo os conceitos de reta tangente e área, enunciadas em fichas de trabalho usadas nos últimos anos em disciplinas regulares para calouros da Faculdade de Farmácia e da Escola de Química da UFRJ. O tema é de extrema relevância também para professores do 1.º e 2.º Graus pois o pensamento diferencial permite visão unificada do discreto numérico e do contínuo geométrico que permeiam toda a Matemática elementar.

2.º) Proporcionar aos cursistas um contato direto com o regime de trabalho, medidas e avaliações em Assimilação Solidária que vem sendo adotado nas disciplinas acima citadas. Tal vivência vai subsidiar o debate sobre propostas alternativas para o ensino de Matemática na Universidade atual.

Estaremos, pois, ocupados em:

- 1.º) No plano do conteúdo matemático, entender por que a derivada da integral é a função e a integral da derivada é o acréscimo da função.
- 2.º) No plano do conteúdo pedagógico, debater as conseqüências da adoção de uma proposta segundo os princípios da Assimilação Solidária:
 1. SUPREMACIA dos grupos sobre os indivíduos e do grupão sobre os grupos.
 2. AVALIAÇÃO DO PROCESSO de trabalho, não do produto dele.
 3. MEDIDA DA DURAÇÃO do trabalho produtivo, não da competência atingida.
 4. Aumento da COMPETÊNCIA MÉDIA da turma, não da competência máxima de alguns.

5. ACOMPANHAMENTO DO RACIOCÍNIO, não correção do resultado.

6. Prêmios e sanções à TURMA e aos GRUPOS, não aos indivíduos.

Cada sessão envolverá trabalho em grupos de 4 e um grupão final, de avaliação e debate.

Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ
Instituto de Matemática
Campus Universitário — Ilha do Fundão
21910 — Rio de Janeiro — RJ

O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA IMAGEM

Abdala Gannam

1. Breve Justificativa

Geralmente, a Matemática é ensinada em sua forma última, já refinada, sem nenhum suporte material capaz de motivar e induzir o descobrimento do caminho que vai do concreto ao abstrato. Isto, sem dúvida, tem sido uma das principais causas de sua má assimilação por grande parte dos estudantes. Que interesse pode ter uma criança ou um adolescente por coisas áridas, que lhes são apresentadas sem nenhuma motivação significativa?

Os últimos avanços tecnológicos têm gerado uma série de equipamentos que contribuem decisivamente no processo de difusão de mensagens dinâmicas, capazes de despertar naqueles a quem se dirigem uma vasta gama de reações psicológicas novas.

Uma adequação destes equipamentos à nossa realidade educacional fornece grande variedade de materiais, que podem ser utilizados harmonicamente como recursos audiovisuais para o ensino da Matemática.

2. Objetivos

O minicurso visa fornecer aos participantes:

- a) Uma breve fundamentação teórica sobre recursos audiovisuais aplicados à educação.
- b) Subsídios para elaboração de material instrucional audiovisual para o ensino da Matemática.

3. Conteúdo e Metodologia

O minicurso, com duração de 5 horas, será composto de duas partes: uma de fundamentação teórica e outra prática, assim discriminadas:

- a) Parte teórica.

Constará de:

- ☐ Retrospectiva histórica da utilização dos audiovisuais na educação.
- ☐ Apresentação de alguns aspectos de natureza psicológica inerentes aos processos de aprendizagem audiovisual.

b) Parte prática.

Será proposta a utilização do retroprojektor no ensino da Matemática, quando serão focalizados os seguintes aspectos:

- ☐ Princípios de funcionamento e utilização do aparelho.
- ☐ Técnicas de exibição.
- ☐ Produção e uso de transparências.
- ☐ Técnicas de superposição de transparências.
- ☐ Simulação de movimento.

Todos os aspectos anteriores serão exemplificados através de materiais apropriados ao ensino da Matemática, que também servirão como instrumentos motivadores à orientação que será dada aos participantes, na elaboração de material instrucional audiovisual para o ensino de tópico do conteúdo da Matemática elementar.

Universidade Federal de Minas Gerais — UFMG
COLTEC
Av. Antonio Carlos, 6627 — Cidade Universitária
30000 — Belo Horizonte — MG

UTILIZAÇÃO DE CALCULADORAS DE BOLSO EM SALA DE AULA

Jovana Ferreira de Rezende

Maria Encarnación Martínez Gonçalves

Objetivo

Trabalhar com os participantes mostrando como podem usar a máquina de calcular como elemento motivador, aproveitando para enfatizar o seu uso adequado.

Desenvolvimento do curso

- a) Histórico do trabalho: fatos que motivaram a sua realização.
- b) Mostrar o objetivo do trabalho através da execução de algumas fichas da apostila elaborada no Projeto Fundão — Setor Matemática durante os anos de 1983 e 1984: “Fichas de atividades para utilização de Calculadoras de Bolso (CB) em sala de aula”.
- c) Apresentação de comentários e avaliações feitos por alunos que já utilizaram o material.

Universidade Federal do Rio de Janeiro — UFRJ
Instituto de Matemática
Campus Universitário — Ilha do Fundão
21910 — Rio de Janeiro — RJ

TÓPICOS DE METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Benedito Castrucci

Objetivo

- a) Problemas fundamentais no ensino das frações ordinárias.
- b) O ensino das regras dos sinais na multiplicação dos números inteiros.
- c) Introdução da geometria no ensino da fatoraão.

Ementa

- a) O conceito de fração, a partir de conhecimentos práticos, como sejam: como de três quartos de polegada, um quarto de quilo de queijo etc. Equivalência de frações ilustrada pela divisão em partes iguais de um mesmo retângulo. A multiplicação e a divisão de frações dadas pelo uso da área do retângulo ou pela aproximação passo a passo (divisão de $\frac{1}{2}$ por x , de 2 por $\frac{1}{2}$ etc.) ou divisão por um processo da idade média (1484 — Chuquet) com redução ao mesmo denominador.
- b) Verificação por absurdo que como $-2x + 3 = -6$, então, $-2x - 3$ não pode ser igual a -6 . Processo da regra dos sinais para $\pm ax \pm b$ usado nos livros elementares alemães usando a propriedade: a paralela a um lado de um triângulo divide os dois lados em partes proporcionais.
- c) Fator em evidência pela soma das áreas de dois retângulos adjacentes convenientemente de altura a e bases b e c : $\text{área} = a \times b + a \times c$ ou $\text{área} = a \times (b + c)$. Fatoraão de caso simples como $x^2 + 5x + 6$ tomado como um quadrado de lado x mais 5 retângulos de x por 1 mais 6 quadrados de lado 1. Reunidas essas figuras convenientemente vem um retângulo de lado $x + 2$ por $x + 3$, onde $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.

BIBLIOGRAFIA

SANFORD, VERA. Short History of Mathematics, 1930 — Houghton Mifflin Co. N.Y. USA.

SCHRODER. Uchtmann — Einführung in die Mathematik, 2, Diesterweg, 1966 — Berlim — Alemanha.

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo — PUC-SP

Departamento de Matemática

Rua Marquês de Paranaguá, 111

01303 — São Paulo — SP

A MATEMÁTICA DO COTIDIANO NA SALA DE AULA

Sérgio Roberto Nobre

É constante a preocupação dos professores de Matemática quanto à motivação e o envolvimento dos alunos com os assuntos trabalhados em sala de aula. Na maioria das vezes não existe nenhuma motivação e com isto o aluno assume, simplesmente, a postura de cumprir as ordens do professor sem realmente entender o que está fazendo, tornando, desta forma, o aprendizado prejudicado. As aulas ficam monótonas e cansativas, pois, na maioria delas, os professores exploram a execução de exercícios que não exigem nada do aluno a não ser decorar esta ou aquela fórmula e aplicá-los em situações irreais, fazendo com que o aluno não sinta a ligação que a Matemática tem com sua vida e, conseqüentemente, não goste de Matemática.

Para que possamos despertar a curiosidade dos alunos e trabalhar uma Matemática que tenha significado para eles, é importante que busquemos nos fatos e acontecimentos que acompanham a vida do aluno a Matemática que ali se encontra, fazendo com que o aluno perceba que existem fortes ligações entre a Matemática e as coisas de seu dia-a-dia. O trabalho com esta Matemática na sala de aula vai fazer com que, a partir de um aprofundamento da Matemática que já faz parte de sua vida, o aluno possa entender melhor o que faz e com isso passe a aperfeiçoar sua prática.

Dois objetivos são importantes de se ressaltar na defesa de se trabalhar assuntos ligados à vida do aluno na sala de aula: 1. O aluno, em contato com fatos e acontecimentos que fazem parte de seu cotidiano, torna-se curioso e isto faz com que aumente sua participação na aula. Aumentando a participação, despertando a curiosidade, aumentam as condições de haver um aprendizado mais efetivo. O professor, por sua vez, é incentivado a buscar outros assuntos para continuar o trabalho, e isto contribui para que ele também se envolva mais e, conseqüentemente, as aulas passam a ser mais envolventes e criativas. 2. Através de um melhor entendimento dos fatos que o acompanham no seu dia-a-dia, o aluno adquire mais condições de reflexão, de traçar ações que venham a influir no processo de construção da

sociedade, passando, portanto, de agente passivo a elemento ativo de sua própria história.

Neste minicurso iremos enfocar situações que fazem parte do dia-a-dia do aluno, que podem ser levadas para a sala de aula para serem analisadas sob o ponto de vista Matemático, dando instrumentos para o aluno refletir tais situações sob o ponto de vista social.

Stênio Roberto Nobre

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" — UNESP
Campus de Rio Claro
Departamento de Matemática
Caixa Postal 178
Rio Claro — SP

A GEOMETRIA NA ESCOLA PRIMÁRIA: O QUE É POSSÍVEL E O QUE É DESEJÁVEL

Arlete Cerqueira Lima

As dificuldades encontradas em todos os países para apresentar a geometria euclidiana, adequadamente, nos primeiros anos da escola secundária, o extraordinário crescimento da população estudantil nessa faixa etária e o conseqüente acelerado treinamento de professores — no espaço de poucos anos — levaram o ensino da geometria a uma séria deterioração. Em adição, houve uma drástica redução na carga horária dessa disciplina nos currículos de matemática.

Motivos como esses levaram vários países à criação de projetos de pesquisa voltados para o ensino da geometria no nível elementar.

Os encontros realizados em todos os continentes mostraram que, embora não haja consenso sobre que geometria deva ser ensinada na escola primária, existe uma tendência a aceitar que “o domínio do espaço” desempenha um papel importante na fundamentação de uma teoria formalizada, a partir dos 14 anos.

O que se entende por “domínio do espaço”, através de atividades geométricas, é o domínio do espaço físico, do entorno fenomenológico relacionado com a realidade da criança.

O minicurso apresentado está dentro deste contexto e constou, principalmente, da apresentação de jogos que envolvem: movimento de figuras de duas a três dimensões através de composição de translações e rotações; simetrias axial e central (utilizando mosaicos); construção de figuras homotéticas, etc. Tais jogos visam à preparação da criança para um estudo informal da geometria das transformações, a partir dos 12 anos.

Foram também abordados modelos de jogos utilizando sombras para o embasamento do estudo de razões, proporções e percentagens.

BIBLIOGRAFIA

Studies in Mathematics Education (publicação da Unesco) (Vol. 5).

New trends in Mathematics Teaching (Publicação da Unesco).

5.^a Conferência Interamericana de Educação Matemática (Publicação da UNICAMP).

Universidade Estadual de Feira de Santana — UEFS

Departamento de Matemática

Campus Universitário — Km 3 — BR 116

44100 — Feira de Santana — BA

GRUPOS DE ISOMETRIA

Francisco César Polcino Milies

Roberto Celso Fabrício Costa

Programa

A métrica de $\mathbb{R}^3$. Isometrias. Rotações e simetrias. Grupos de rotações. Classificação de isometrias em $\mathbb{R}^2$ e em $\mathbb{R}^3$. Grupos de simetrias de polígonos regulares. Grupos finitos de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$. Grupos cristalográficos.

BIBLIOGRAFIA

Grove, L. C. e Benson, C. T. — *Finite reflection Groups*, Springer-Verlag, New York, 1985.

Yale, P. B. — *Geometry and Symmetry*, Holden Day, San Francisco, 1968.

Universidade São Paulo — IME-USP

Instituto de Matemática e Estatística

Caixa Postal 20570

01498 — São Paulo — SP

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

POR QUE ESSA DISCIPLINA NO PROGRAMA DE UM FUTURO PROFESSOR

Eduardo Sebastiani Ferreira

Uma recomendação para se incluir a disciplina de História da Matemática nos programas de formação de professores dessa disciplina aparece em quase todos os relatórios de comitês de estudo do ensino de matemática. Existe então um certo consenso da necessidade de tal estudo, mas o que não se sabe muito bem até hoje é o que faria o futuro professor com tal curso e ainda mais qual seria o conteúdo desse curso.

Os seguintes itens podem nortear então o currículo da disciplina História da Matemática.

- 1 — *Princípio Genético*: Transportado para a educação a Lei de Haeckel pode ser transcrita como:
“Quando se ensina um ramo da ciência (ou teoria, ou conceito) devemos deixar a criança traçar nele as grandes etapas da evolução intelectual da raça humana. Bem entendido, não se coloca aqui de repetir em detalhes os mil e um erros mas unicamente as grandes etapas importantes” (Polya).
- 2 — *Motivação*: “Não há dúvida que material anedótico e bibliográfico alimenta o ensino em classe, também humaniza e desmistifica a matemática” (Boyers).
- 3 — *A História e o Professor*: Os problemas que o professor encontra para o uso de história da matemática em sala de aula, são pelo menos quatro:
 - 1 — O conhecimento histórico pertinente é escasso.
 - 2 — O processo da descoberta é normalmente não lógico e esse é apagado quando o trabalho é publicado.

- 3 — Falta de modelos de ensino adequados.
- 4 — Treinamento para professores.
- 4 — *Princípio Unificador da Matemática*: Hoje é aceito que uma unificação da matemática nunca será alcançada, nem pela teoria dos conjuntos, nem pela teoria das categorias. É evidente entretanto que na análise final a unidade matemática está em educação na sua história.
- 5 — *Revolução na Matemática*: “Em muitas ciências uma geração destrói o que outra construiu e o que uma estabeleceu, outra desfaz. Na Matemática exclusivamente cada geração constrói uma nova história para velhas estruturas” (Hanbel).

IMECC-UNICAMP
Caixa Postal 1170
13100 — Campinas — SP

HISTÓRIA DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Francisco César Polcino Milies

Discute-se a necessidade da introdução dos números complexos como consequência da descoberta da fórmula de resolução de equação de 3.º grau por radicais. O primeiro uso explícito de complexos aparece na “Ars Magna” de Girolamo Cardano em 1545 e o cálculo com estes números, bem como sua utilidade na resolução de equações, na “Álgebra” de Rafael Bombelli de 1572.

A partir dali, acompanha-se seu desenvolvimento gradual, bem como as dúvidas que eles suscitam em matemáticos da época (por exemplo, na “Álgebra” de Leonard Euler, de 1770) até as primeiras tentativas de legitimação.

As tentativas de representação gráfica começam na obra de Wallis em 1685, passam por Wessel em 1797 e Argand em 1806, até o trabalho definitivo de Karl F. Gauss em 1831.

Finalmente, em 1837, Sir William R. Hamilton publica a exposição dos complexos como pares ordenados de números reais que nos é hoje familiar.

IME/USP
Caixa Postal 20570
01498 — São Paulo — SP

**Sessões Coordenadas e
Mesas-Redondas
Conclusões e
Recomendações**

Sessões Coordenadas e
Mesa-Redonda
Conclusões e
Recomendações

I — FRAÇÕES E PROPORÇÕES (sessão coordenada)

Apresentados todos os trabalhos previstos. Do debate final surgiram as seguintes recomendações:

Registro de Frações: inicialmente, deve-se deixar o aluno usar “sua” linguagem e escrever por extenso; aos poucos eles chegam à linguagem formal (simbólica).

— A linguagem formal não deve anteceder à formação do conceito.

Divisão de Frações:

— Não se deve referir a ela como uma divisão ou uma multiplicação; deve-se usar sempre situações concretas.

— Os casos mais complicados (como $2/3 \div 3/5$) não aparecem em situações concretas nos livros didáticos. Por isso, eles devem ser deixados para séries mais elevadas.

— O professor não deve ter pressa de ensinar tudo de uma vez.

— O desenvolvimento de uma atividade matemática tem cinco etapas: concreta, gráfica, oral, escrita e simbólica.

— Deve-se ressaltar a interpretação da fração como uma probabilidade.

— É importante a experimentação em laboratório, com poucos alunos.

II — FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE 1.^a A 4.^a SÉRIES (sessão coordenada)

Todos os trabalhos foram apresentados.

Inicialmente foi levantada a questão: “valerá a pena esta separação Matemática — Educação Matemática? Não seria o caso de juntar forças?”

A partir do debate surgiram as propostas:

— Lutar por reformulações de currículo, tanto de cursos de Preparação para o Magistério de 1.^a a 4.^a séries, quanto dos cursos de Matemática e também dos cursos de Pedagogia, que dão ao pedagogo o direito de lecionar Matemática no 1.^o grau;

- Investir nos Departamentos de Ciências Exatas, quanto a uma mudança de postura em relação à Educação;
- Que as práticas de ensino se iniciem, nos cursos de graduação, desde os semestres iniciais (já existe uma experiência assim no curso de Física, em Cuiabá, MT);
- Que se trabalhem, nos cursos de Matemática, os fundamentos daquilo que o professor vai ensinar: Aritmética, Geometria, Trigonometria, etc.;
- Cursos de reciclagem de professores devem trabalhar não somente conteúdos e metodologia de Matemática, mas tentar promover maior consciência política por parte dos professores, muitos dos quais continuam servindo de instrumento ao autoritarismo e paternalismo do Governo. Criar também ansiedades quanto ao ensino que aí está, os livros didáticos que temos, etc.;
- Cursos de reciclagem só teriam significado se houvesse uma continuidade, sob forma de um acompanhamento desses professores, ao longo do ano;
- Que haja maior democratização das informações a respeito da Educação Matemática. Por exemplo: há excelentes publicações da UNESCO, circulando em âmbito muito restrito. Quase ninguém as conhece;
- Não podemos esperar que o Governo tome as iniciativas para resolver nossos problemas, mas devemos nos unir e lutar em âmbito nacional;
- Que a Prática de Ensino da Matemática não se constitua apenas em Estágio Supervisionado, mas assuma um caráter mais geral de Educação Matemática tratando dos fundamentos do ensino e da prática;
- Que nos cursos de Pedagogia seja incluída a disciplina de pelo menos um semestre voltada ao Ensino da Matemática.

III — PRÁTICA DE ENSINO (sessão coordenada)

Todos os trabalhos foram apresentados.

1. Aspectos abordados:

- estrutura legal da Prática de Ensino;
- temas desenvolvidos nesses cursos;
- técnicas mais freqüentemente utilizadas;
- a pesquisa na Prática de Ensino.

2. *Problemas levantados:*

- A responsabilidade da Prática de Ensino nas séries iniciais do 1.º grau (1.ª a 4.ª séries);
- A deficiência dos licenciandos em Matemática no domínio do conteúdo específico;
- Estruturação e duração do curso; estas se revelaram extremamente diversificadas; a Prática de Ensino voltada unicamente a estágio supervisionado ou estágio mais fundamentação teórica, duração de seis meses ou um ano ou três semestres;
- Em que medida as aulas simuladas (miniaulas) constituem estratégias válidas para a formação do professor.

3. *Caracterização da Prática de Ensino:*

- Proporcionar, aos alunos, condições para a percepção dos problemas da prática docente bem como para o levantamento de alternativas para os mesmos, analisando-as criticamente;
- Promover a articulação entre os conteúdos específicos da área de 1.º, 2.º e 3.º graus;
- Instrumentalizar os licenciandos em aspectos relativos a metodologia da Matemática;
- Favorecer o domínio de técnicas e recursos didáticos.

4. *Recomendações:*

- O estágio supervisionado fornece subsídios para uma reflexão sobre a prática, tendo em vista a situação do ensino de 1.º e 2.º graus e a “realidade” dos alunos destes níveis de ensino. Neste sentido, ressaltou-se a importância de uma investigação mais consistente sobre esses pontos e de uma reflexão crítica sobre os dados obtidos.

5. *Proposta:*

- Prática de Ensino não se reduz o estágio supervisionado, mas deve assumir o caráter de Metodologia da Matemática.

IV — RECICLAGEM DE PROFESSORES DE 1.ª A 8.ª SÉRIES (sessão coordenada)

Todos os trabalhos foram apresentados.

1. *Assuntos abordados:*

- Detalhamento do trabalho realizado no Estado do Mato Grosso do Sul, especificando-se aspectos da realidade local;

- Informações sobre cursos de treinamento de professores realizados em São Paulo por meio do convênio CENP-USP.

2. *Moções aprovadas:*

- Maior atenção para os cursos de licenciatura de Matemática, para que estes ministrem conteúdos Matemáticos do 1.º e 2.º graus com uma visão mais crítica;
- Maior entrosamento entre as Universidades e Secretarias da Educação, visando a definição de uma política de reciclagem aos professores de 1.º e 2.º graus;
- Adequar os conteúdos Matemáticos dos cursos de magistério no sentido de melhorar a formação dos professores de 1.ª a 4.ª séries.

V — FORMAÇÃO DE PROFESSORES: LICENCIATURA E 3.º GRAU (sessão coordenada)

Foram apresentados os trabalhos previstos com exceção de “O Encontro Básico de Matemática a nível de 3.º grau” da Professora Astrea Barreto (UFPE), que foi substituído pelo trabalho “Currículo do Curso de Licenciatura em Matemática” apresentado pela Professora Nilza Bertoni (UnB).

1. *Assuntos abordados:*

- O tema geral da sessão, com ênfase nos aspectos levantados na última apresentação;
- Fatores considerados prejudiciais para a qualidade dos cursos de formação de professores;
- Dificuldades de integração entre os professores que atuam nas disciplinas que envolvem a Matemática “pura” e os professores que trabalham com a Educação Matemática;
- A postura política e didático-pedagógica dos professores que atuam nos cursos de licenciatura, principalmente daqueles da área específica, tem sido incorreta;
- A não preocupação, por parte das Universidades, com os recursos humanos que lidam com a clientela do 1.º grau;
- Deficiência dos cursos de Magistério decorrentes da não preocupação, nas Universidades, com o ensino de 1.º grau, especialmente no que diz respeito às séries iniciais;

- A perda de identidade dos cursos de licenciatura em função dos “cursos nobres”;
- Excesso de carga horária para a disciplina Didática Geral em detrimento da carga horária da Didática Especial, mais significativa para a formação de professores;
- Concentração da “prática de ensino” em uma única disciplina do curso de Licenciatura, a disciplina “Prática de Ensino” na atividade Estágio supervisionado;
- A insignificância da disciplina EPB pela forma como geralmente é ministrada;
- Receio da maioria dos professores, tanto da área pedagógica como da área específica em particular de projetos integradores;
- A não abordagem, nos cursos de Licenciatura, dos problemas da educação brasileira;
- Experiência de integração entre professores de Matemática pura e de Educação Matemática em Rio Claro, por meio do Laboratório de Ensino;
- Experiência de atividades preparatórias para a Prática de Ensino vivenciadas pelos alunos da UnB e UFBA nas disciplinas de Fundamentos, Instrumentação e metodologias.

2. *Sugestões apresentadas:*

- Extinção da disciplina EPB;
- Criação das disciplinas Filosofia e Sociologia da Educação;
- Criação de uma comissão para promover a integração entre os professores responsáveis pelas disciplinas que compõem o Curso de Licenciatura.

3. *Proposta aprovada:*

- Criação de uma disciplina (substituindo EPB ou além da disciplina EPB) que estude a problemática da Educação Brasileira num contexto global (tal disciplina deveria ser ministrada por professores das diferentes Licenciaturas de forma integrada, incluindo professores da Faculdade de Educação).

VI — AVALIAÇÃO (sessão coordenada)

Foram apresentados todos os trabalhos.

Proposta aprovada:

- alertar os participantes do ENEM para a necessidade de, além de encontros amplos como este, mantermos encontros específicos, por temas, com aprofundamento de questões, bem como para a necessidade de organizar um sistema de informações (BOLETIM) e de troca de experiências (DIVULGAÇÃO) entre a comunidade nacional que trabalha em Educação Matemática.

VII — MATEMÁTICA INTUITIVA (mesa-redonda)

Dos três participantes da mesa-redonda só compareceram Ana Lúcia Dias Schlleman e Terezinha Nunes Carraher.

1. Aspectos abordados:

- O aluno não comete em situações de vida muitos dos erros que comete em sala de aula;
- Uma razão para a ausência do hábito de verificar os resultados em cálculos feitos em sala de aula é a falta de ênfase, dada pela escola, ao significado de tais cálculos e a supervalorização das regras;
- Simular situações reais (como vendas, feiras) favorece que a criança faça o controle dos resultados obtidos em seus cálculos;
- Não é fácil sugerir ao professor que as crianças já sabem fatos que a escola ensina;
- Há uma crença difundida de que menino pobre é esperto com cálculos envolvendo dinheiro e burro em outras situações;
- Experiência do grupo de Pernambuco que faz o professor efetuar os seus cálculos mentalmente e pergunta depois como fez, para conscientizá-lo da necessidade de valorizar os processos que a criança usa e minimizar essas crenças;
- A criança que tem que trabalhar com agrupamentos tem de saber mais fatos básicos de matemática;
- Como tornar o professor um pesquisador, no sentido de levar em conta os cálculos feitos pelas crianças e deixar um pouco de lado os algoritmos e regras escolares?

2. *Sugestões apresentadas:*

- Um professor que trabalha com supletivo relatou que pede aos alunos para resolverem os problemas como sabem e depois os expliquem. Ele entrevista os alunos. Os professores precisam tomar conhecimento da realidade do aluno;
- Ser discutido no Encontro o papel social e político da Matemática;
- O professor deve levar em conta a vivência do aluno.

VIII — O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA (mesa-redonda)

Além dos trabalhos previstos foi apresentado, a convite da coordenadora Nilza Bertoni e com aprovação dos presentes, o relato do Professor Reginaldo N. de S. Lima a respeito de suas experiências abordando mudanças curriculares efetuadas informalmente.

Sugestões apresentadas:

- Com exceção de um apresentador, todos os demais concordam sobre a necessidade de mudança em currículos;
- Todos salientaram a necessidade de mudança metodológica no ensino da Matemática;
- Necessidade de certa flexibilidade efetiva, por parte das escolas, na elaboração dos seus conteúdos práticos;
- Necessidade de não assumir mudanças definitivas, mas promover avaliações progressivas;
- Formar Núcleos de Educação Matemática para aprofundar o assunto.

IX — MODELAGEM E INTERDISCIPLINARIDADE

(sessão coordenada)

Todos os trabalhos foram apresentados.

1. Aspectos abordados:

- Pode ser aplicada a qualquer nível de ensino;
- Procura tornar o ensino mais dinâmico, mais vivo e significativo (para o aluno);
- Procura desenvolver o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação;
- As atividades procuram favorecer a leitura, a interpretação, a reflexão e a análise;
- Os conteúdos se repetem várias vezes no decorrer das atividades em momentos diferentes;
- A avaliação deve ser contínua (cada atividade pode ser avaliada) e tem sempre como objetivo a reorientação do processo educacional através da avaliação de objetivos.

2. Propostas:

- Introdução de um curso de Modelagem no currículo do curso de licenciatura em Matemática;
- Manter um centro de captação de modelos executados, nas diferentes regiões, com a finalidade de uma maior divulgação desta proposta para outros grupos (sugestão: UNICAMP ou UNESP-RC);
- Troca de informações (Boletim);
- Divulgação dos cursos de Modelagem entre os professores.

X — MATEMÁTICA E ALFABETIZAÇÃO/ ETNOMATEMÁTICA (sessão coordenada)

Foram apresentados todos os trabalhos previstos.

1. Tópicos abordados:

- Sugestão sobre como incorporar na proposta pedagógica a Matemática do dia-a-dia;

- Descrição de experiência mostrando como é possível desenvolver conceitos e estratégias de resolução de problemas em situações reais de execução de um projeto como o de construção de uma horta (o grupo de crianças de 9 a 12 anos participaram dos projetos no horário em que não tinham aulas, em centro independente da escola); a diretriz central era deixar que as crianças procurassem encontrar as soluções para os problemas que surgiam e, através de perguntas, auxiliar a construção de modelos. A ajuda dos pais e de outros membros da comunidade era aceita e proporcionou formas adequadas de resolução de vários problemas;
- Exemplos para mostrar como a compreensão e uso de escolas, entre outros conteúdos, eram objeto de discussão que promoveu a descoberta de soluções;
- Análise do conhecimento matemático desenvolvido no contato do jogo do bicho e o problema da generalização desse conhecimento para outras situações entre cambistas escolarizados e não escolarizados;
- Na prática de trabalho é desenvolvido conhecimento matemático que vai além do que seria de esperar pelo nível de escolarização dos cambistas. A prática também contribui para o desenvolvimento de regras, memorização de fatos e estratégias de cálculo mental efetivas;
- A contribuição da escola revelou-se em uma habilidade mais geral para analisar e generalizar os modelos matemáticos implícitos na prática e não no uso de técnica ou algoritmos específicos.

2. Sugestões:

- A escola deve incluir entre suas atividades aplicações práticas dos modelos matemáticos que pretende transmitir. Essas aplicações devem ser variadas para evitar que os modelos sejam vistos como válidos apenas para uma situação ou conteúdo específico;
- A escola deve procurar integrar as estratégias desenvolvidas fora de sala de aula, ao conhecimento formal que pretende transmitir, como meio para desenvolvimento do conhecimento formal com compreensão;
- Os estudos sobre a Matemática desenvolvida fora da escola não visam absolutamente a substituir a Matemática escolar pela Matemática de rua. Seu objetivo é que o conhecimento Matemático desenvolvido fora da escola seja considerado pela escola como forma de dar significado à Matemática formal que é e deve ser desenvolvida na escola, mas que não pode ser desprovida de significado como freqüentemente acontece.

XI — RELATOS DE EXPERIÊNCIAS DE 5.^a A 8.^a SÉRIES E 2.^o GRAU (sessão coordenada)

Foram apresentados os trabalhos previstos, exceto o tema oficina.

1. Aspectos apresentados:

- Trabalho a partir do cotidiano do aluno e atendendo às suas necessidades cognitivas e sociais;
- Experiências como monitores (alunos);
- Desenvolvimento do espírito crítico dos alunos mediante a observação da prática do professor;
- Limitações no trabalho docente em face das exigências da administração escolar, como também dos próprios colegas, professores.

2. Questionamentos:

- Implicações práticas do desenvolvimento da experiência ao nível da instituição;
- Formalização do conceito Matemático, após uma atividade em situação real e/ou concreta;
- Quantidade de conteúdo apresentado, adotando uma metodologia não-convencional;
- Repercussão da experiência e/ou adesão dos professores;
- Os limites do concreto.

3. Sugestão:

- Possibilidade de introduzir os conteúdos de Matemática Financeira, no programa. Tentar essa inserção de forma integrada com os demais conteúdos.

XII — GEOMETRIA

Todos os trabalhos foram apresentados.

Problemas levantados:

- O ensino da geometria deve ser desenvolvido por meio de atividades que favoreçam a exploração e o estabelecimento de relações entre objetos do mundo físico e a construção de diferentes formas de representação do mesmo.

- Definições de entes geométricos devem emergir das atividades tornando-se mais precisas e rigorosas de acordo com o desenvolvimento cognitivo do aluno e seu nível de informação prévia.

Recomendações:

- A necessidade de um laboratório de geometria em Escolas de 1.º e 2.º grau e nos Cursos de formação de professores.
- Além da geometria euclidiana deve ser incentivado o ensino de outras geometrias visando enfatizar relações entre os conceitos geométricos. Esta recomendação objetiva o favorecimento de uma percepção mais ampla do aluno diante das múltiplas interpretações dos fenômenos geométricos.

XIII — RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (sessão coordenada)

Todos os trabalhos foram apresentados.

Conclusões

A resolução de problemas constitui uma fonte primordial para construção do conhecimento matemático pelo aluno.

Os problemas devem favorecer a emergência das concepções dos alunos e a evolução dessas concepções.

É importante abordar estratégias que favoreçam a utilização pelo aluno de mecanismos diversificados, que são importantes para essa evolução e para a posterior generalização e formalização do conhecimento matemático.

Recomendações

O apoio à pesquisa em Resolução de Problemas deve ser uma das metas dos educadores envolvidos com educação matemática.

Em consequência de questões levantadas sugerindo que os problemas geradores surgissem da realidade social do aluno, recomendou-se que, entre os aspectos pesquisados, sejam inseridas indagações relativas à relação entre o contexto de um problema e a realidade social do aluno.

— Obediência às regras prescritas de uma maneira que não implique nenhuma
 — Obediência às regras prescritas de uma maneira que não implique nenhuma
 — Obediência às regras prescritas de uma maneira que não implique nenhuma

Recomendações:

- A resolução de um problema de matemática em Escalas de 1.º e 2.º
 grau e nos cursos de formação de professores.
- A resolução de problemas de matemática deve ser incentivada e estimulada de modo
 a proporcionar aos alunos a oportunidade de desenvolverem suas habilidades
 matemáticas e a capacidade de resolver problemas de matemática.
- Uma recomendação objetiva a favor do uso de materiais manipuláveis para
 ajudar os alunos a compreenderem melhor os conceitos matemáticos.

XIII — RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (sessão coordenada)

Todos os problemas devem ser resolvidos.

Condições:

- A resolução de problemas constitui uma tarefa fundamental para o
 desenvolvimento da matemática.
- Os problemas devem ser resolvidos de modo a proporcionar aos alunos
 a oportunidade de desenvolverem suas habilidades matemáticas.
- É importante abordar situações que envolvam a resolução de problemas
 no contexto da matemática, pois são importantes para o desenvolvimento
 da capacidade de resolver problemas matemáticos.

Recomendações:

- O aluno deve ter a oportunidade de resolver problemas de matemática
 em situações reais e contextualizadas.
- É importante abordar situações que envolvam a resolução de problemas
 no contexto da matemática, pois são importantes para o desenvolvimento
 da capacidade de resolver problemas matemáticos.
- Uma recomendação objetiva a favor do uso de materiais manipuláveis para
 ajudar os alunos a compreenderem melhor os conceitos matemáticos.

ENEM — ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

02 a 06 de fevereiro de 1987

PROMOÇÃO:

FACULDADE DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E FÍSICAS DA PUC-SP

LOCAL:

Rua Marquês de Paranaguá, 111 — Consolação — São Paulo, SP

COMISSÃO ORGANIZADORA

- Anna Averbuch (RJ)
- Antonio José Lopes (SP)
- Aparecida F. da Silva (PR)
- Eduardo Sebastiani (SP)
- Ester P. Grossi (RS)
- Lucília Bechara (SP)
- Luis Roberto Dante (SP)
- Manoel O. de Moura (SP)
- Maria do Carmo Villa (MG)
- Maria Laura M. Leite (RJ)
- Marília B. Toledo (SP)
- Martha Souza Dantas (BA)
- Monica Bertoni (RS)
- Nilson J. Machado (SP)
- Nilza Bertoni (RS)
- Paulo Figueiredo (PE)
- Regina M. Pavanelo (SP)
- Roberto R. Baldino (RJ)
- Rômulo C. Lins (SP)
- Seiji Hariki (SP)
- Silvia Dias A. Machado (SP)
- Tadeu O. Gonçalves (PA)
- Tânia Maria C. Campos (Coordenadora)
- Terezinha N. Carraher (PE)
- Vania Maria I. Santos (RJ)

APOIO

PUC-SP, CAPES, CNPq, FAPESP, SBM, Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, INEP, Atual Editora, VARIG, Editora Scipione, BANESPA, NESTLÉ, SPAL, Livraria da Vila.

OBJETIVOS

- Reunir profissionais das áreas de matemática, pedagogia, psicologia, professores de 1.º, 2.º e 3.º graus, bem como pesquisadores em educação matemática ou áreas afins, em busca de caminhos para a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis.
- Propiciar a troca de experiências entre os participantes, bem como divulgar tendências atuais em educação matemática.
- Caracterizar a educação matemática como uma área de estudos de caráter interdisciplinar e com objeto próprio de pesquisa.

HOMENAGENS

PRESIDENTE DE HONRA DO ENCONTRO

- *Prof.^a Martha Souza Dantas* (BA)

HOMENAGEM ESPECIAL

- *Prof. José Carlos de Melo e Souza* (RJ)
- *Prof. Ubiratan D'Ambrósio* (SP)

HOMENAGEM PÓSTUMA

- *Prof. Omar Catunda* (BA)

CONFERÊNCIAS

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS 90:
PERSPECTIVAS E DESAFIOS — CONFERÊNCIA DE ABERTURA**
Ubiratan D'Ambrósio (UNICAMP-SP)

**MESTRADO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
NO BRASIL**

Luiz Roberto Dante (UNESP-Rio Claro)

**NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA À LUZ DO CONHECIMENTO
DO PROCESSO COGNITIVO**

Esther Pillar Grossi (GEEMPA-RS)

PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Maria Laura M. Leite Lopes (UFRJ)

GEOMETRIA EUCLIDIANA E NÃO-EUCLIDIANA

Paulo Figueiredo (UFPE)

CONCEITOS E CONTROVÉRSIAS

Elon Lajes Lima (IMPA-RJ)

**INICIAÇÃO AO PENSAMENTO MATEMÁTICO
NO 1.º GRAU**

Scipione Di Pierro Netto (PUC-SP)

MINICURSOS

ENSINO DA GEOMETRIA BASEADO EM TRANSFORMAÇÕES

Martha Maria de Souza Dantas — UFBA

SOBRE A CONSTRUÇÃO DOS INTEIROS

Dora Kindel, Maria de Fátima Pacheco e Armando José Salgado Marinho — UFRJ

INTEIROS — DIFICULDADES HISTÓRICAS E UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ULTRAPASSÁ-LAS

Maria Terezinha Jesus Gaspar — UnB

ENSINO E APRENDIZADO DE GEOMETRIA

Lucília Bechara Sanches — Escola Vera Cruz-SP

O ENSINO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE

Adriano Ruiz — UE Maringá — PR

O ENSINO DE GEOMETRIA NOS DIVERSOS NÍVEIS ESCOLARES

Eronides de Jesus Biscola — UFMS

O ENSINO DE OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NO 1.º GRAU

José Maurício de Figueiredo Lima — UFPE

ALGORITMOS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NAS SÉRIES INICIAIS

Sheila Maris Goulart Cordeiro e Dulce Helena Moraes dos Santos Costa — CECIMIG-UFMG

ENSINANDO FRAÇÕES ATRAVÉS DE JOGOS

Tania Margarida Lima Costa e Heloisa Pena Borges — CECIMIG-UFMG

REGRA DE TRÊS SEM REGRA

Rafaela Mousinho Guidi e Rosália Horta Rodrigues — UnB

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Flávio W. Rodrigues — IME-USP

O COMPUTADOR NA CLASSE DE MATEMÁTICA

Rômulo Campos Lins — SP

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 1.º GRAU

Antonio José Lopes, Marcelo Lellis, Marcos Cassio I. Pimenta, Maria do Carmo Mendonça e Maria Lydia de Mello Negreiros — GERP-SP

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS É UMA SOLUÇÃO?

Seiji Hariki — IME-SP

FRAÇÕES

Marlene Daud — Un. Fed. Uberlândia - MG

CÁLCULO NA ESCOLA BÁSICA: POR QUÊ, O QUÊ E COMO?

Nilson José Machado — FE-USP

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

Eduardo Chaves — UNICAMP-SP

GEOMETRIA DAS DOBRADURAS

Luiz Marcio Pereira Imenes — FUNBEC-SP

O ENSINO DE GEOMETRIA: COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS

Ana Regina Lanner de Moura, Anna Franchi — PUC-SP, *Antonieta Moura Leite, Antonio José Lopes, Dione Luchesi, Jeanette V. Weiss, Maria Cecília Doneaux, Maria Verônica Rezende de Azevedo e Silvia Hamburger* — SEM-SP

A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA E ÁLGEBRA LINEAR NO 2.º GRAU

André Luiz Rodrigues Chaves e Estela K. Fainguelernt — GEPEM-RJ

GEOMETRIA PLANA: ATIVIDADES QUE LEVAM À FORMAÇÃO DOS CONCEITOS

Gelson Iezzi — PUC-SP

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Eduardo Sebastiani — UNICAMP, *César Polcino* — IME-USP e *Geraldo Ávila* — UnB

NÚMEROS INTEIROS E RACIONAIS

Maria de Fátima da Silva Saraceno, Vânia Pereira dos Santos e Luiz Cláudio da Silva — JFRJ

NÚMEROS DECIMAIS

Ana Lucia Bordeaux Rego, Ionilda Maria de Azevedo e Neide Parracho Sant'ana — UFRJ

GRUPOS DE ISOMETRIA

César Polcino Millies e Roberto Celso Fabrício Costa — IME-USP

UMA PROPOSTA DE COMO CHEGAR A ALGORITMOS DE CONVERSÃO DE BASES

Cesar Almeida Cruz, Ledo Vaccaro Machado, Norma Whately e Sandra Maria Di Flora Barreto da Silva — CECI-RJ

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Sonia Santos, Maria Delvina Lemos da Fonseca e Nilza Rocha Medrado Santos — UFBA

CÁLCULO EM ASSIMILAÇÃO SOLIDÁRIA

Roberto Ribeiro Baldino — UFRJ

O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA IMAGEM

Abdala Gannam — UFMG

ATIVIDADES COM A CALCULADORA DE BOLSO EM SALA DE AULA

Jovana F. de Rezende e Maria Encarnación M. Gonçalves — UFRJ

TÓPICOS DE METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Benedito Castrucci — PUC-SP

MATEMÁTICA DO COTIDIANO NA SALA DE AULA

Sérgio Roberto Nobre — UNESP-Rio Claro

A GEOMETRIA NA ESCOLA PRIMÁRIA: O QUE É POSSÍVEL E O QUE É DESEJÁVEL

Arlete C. Lima — UEFS

MESAS-REDONDAS

TECNOLOGIA NA SALA DE AULA

Nelly de Souza Pinto — Cenifor (Funtevê), *Waldemar Waingort Setzer* (IME-USP) e *Rômulo Campos Lins* (SP)

MATEMÁTICA INTUITIVA

Terezinha Nunes Carraher, *Ana Lúcia Dias Schellemann* e *David William Carraher* (UFPE)

AVALIAÇÃO DO IMPACTO DO SUBPROGRAMA:

EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA PADCT/CAPE

Eda B. Coutinho (CAPES-MEC), *Luiz R. Dante* (UNESP-Rio Claro), *Reginaldo N. Lima* (CECIMIG), *Silvio Botomé* (UFSCar) e *Ubiratan D'Ambrósio* (UNICAMP-SP)

O ENSINO DE GEOMETRIA: PROPOSTAS E TENDÊNCIAS

Ana Regina L. de Moura (SEM-SP), *Arlete Cerqueira Lima* (UEFS), *Estela Kaufman Fainguelernt* (GEPEM-RJ) e *Geraldo Perez* (UNESP-Rio Claro)

PROFESSOR DE MATEMÁTICA: FORMAÇÃO X RECICLAGEM

Cleide Farias Medeiros (Un. Fed. Rural de PE), *Luis Carlos Pais* (UFMS), *Manoel Oriosvaldo de Moura* (FE-USP), *Gilda Palis* (PUC-RJ) e *Maria do Carmo Vila* (CECIMIG)

SESSÕES COORDENADAS

TEMA: GEOMETRIA I

- INTRODUÇÃO AO ENSINO DA PERSPECTIVA ATRAVÉS DA ARTE
Célia Regina R. M. Pomárico (SP)
- RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA: PERCEPÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS TRIDIMENSIONAIS
Maria Verônica Rezende de Azevedo (SEM-SP) e *Anna Franchi* (PUC-SP)
- SOBRE A IDÉIA GEOMÉTRICA DE COMPRIMENTO
Maria Dolores Ceccato Mendes (UNESP-Rio Claro)
- UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE ÂNGULO
Luciano de Lemos Meira (UFPE-PE)

TEMA: FRAÇÕES E PROPORÇÕES

- UM MODO INTERESSANTE DE DIVIDIR FRAÇÕES
Solange Amorim e Amato (UnB)
- PESQUISA PARA AVALIAÇÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES
Lucia A. de Albuquerque Tinoco (UFRJ)
- PROPOSTA DE ENSINO DE PROPORÇÕES
Lilian Nasser, Luciana Gétirana de Santana (UFRJ)
- REGRA DE TRÊS SEM REGRA
Rafaela Mousinho Guidi e Rosália Marta Rodrigues (UnB)
- CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DA CAIXA DE FRAÇÕES
Diva Maria Bretas Noronha (UFRJ)

TEMA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE 1.^a A 4.^a SÉRIES

- DIRETRIZES PARA UM PROGRAMA DA DISCIPLINA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA — FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE 1.^a A 4.^a SÉRIES DO 1.^o GRAU
Dione L. de Carvalho (SEM-SP)
- PROFESSOR DE PROFESSOR E A ORGANIZAÇÃO DE SUA AÇÃO
Manoel Oriosvaldo de Moura (FE-USP)
Maria do Carmo Vila (CECIMIG)

TEMA: PRÁTICA DE ENSINO

- EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PERCEPÇÃO DO ALUNO REPROVADO NO ENSINO DE 1.^o E 2.^o GRAUS
Antonio Pinheiro de Araújo (UFRN)
- RELATO DE ALGUMAS EXPERIÊNCIAS NA PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA
Luis Carlos Pais (UFMS)
- A UTILIZAÇÃO DE VIDEOCASSETE NA PRÁTICA DE ENSINO EM MATEMÁTICA
Maurício Carlos Ruggiero (UFSCar)

TEMA: RELATOS DE EXPERIÊNCIA — 3.º GRAU

- DIFICULDADES NO ENSINO DE MATEMÁTICA — UMA PESQUISA REALIZADA POR ALUNOS DE PRÁTICA DE ENSINO
Nilson J. Machado e Alunos da FE-USP
- ENCONTRO INFORMAL DE JOVENS EDUCADORES EM ENSINO DE MATEMÁTICA COM O PROF. UBIRATAN D'AMBRÓSIO

TEMA: RECICLAGEM DE PROFESSORES DE 1.ª A 4.ª SÉRIES

- DA AÇÃO À ABSTRAÇÃO — UM PROGRAMA DE ATIVIDADES LÓGICO-MATEMÁTICAS PARA A PRÉ-ESCOLA: EXPERIMENTAÇÃO, IMPLANTAÇÃO E CAPACITAÇÃO DE PROFESSORES

Maria Helena Fávero (SE)

- MATERIAIS DIDÁTICOS E O CONTEXTO ESCOLAR: PESQUISA-AÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Antonio Pinheiro de Araújo (UFRN)

- ATIVIDADES MATEMÁTICAS — UMA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA EM ESCOLAS PÚBLICAS ESTADUAIS DE SÃO PAULO

Célia Pires, Maria Nues e Marília Toledo (CENP-SP)

- PROJETO MATEMÁTICA NO 1.º GRAU

Marger da Conceição Viana (Un. Fed. Ouro Preto)

TEMA: RECICLAGEM DE PROFESSORES DE 5.ª A 8.ª SÉRIES

- EDUCAÇÃO MATEMÁTICA — RELATO DE ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM PROFESSORES

José Luiz Magalhães de Freitas (UFMS)

- CONVÊNIO CENP-USP

Maria Inês Diniz (IME-USP)

TEMA: ÁLGEBRA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

- A EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA — UMA PROPOSTA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Antonio José Lopes (SEM/GERP-SP)

- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA VISTA COMO CONTEXTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ema Luiza B. Prado (UNESP-Rio Claro)

José Geraldo A. Mendes da Silva (UNESP-Rio Claro)

TEMA: RELATOS DE EXPERIÊNCIA DE 1.ª A 4.ª SÉRIES

- UMA PROPOSTA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Centro Pedagógico da UFMG

- RELATO DE UMA PRÁTICA DO TRABALHO DE MATEMÁTICA COM 1.ª SÉRIE

Eleonora Sampaio Castelano (Escola Ágora — Cotia-SP)

- FRAÇÕES NA 4.ª SÉRIE

Marcos Cássio I. Pimenta (Escola Crescer — Cotia-SP)

- A MATEMÁTICA DA 1.^a À 4.^a SÉRIES — CONSTRUÇÃO, JOGOS E FANTASIA
Rita e Tina (Escola Pirâmide — SP)

TEMA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES: LICENCIATURA E 3.º GRAU

- UMA EXPERIÊNCIA DESENVOLVIDA POR PROFESSORES DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO DA UFBA NA DISCIPLINA — METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA
Prof.^a Adelaide Reis Mendonça (UFBA)
- PROJETO: MATEMÁTICA, COMUNIDADE E UNIVERSIDADE
Gilda Palis (PUC-RJ), *João Bosco Pitombeira* (PUC-RJ) e *Maria Aparecida Mamede Neves* (Depto. Educ. PUC-RJ)
- CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO “LATO-SENSO” EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (especialização)
Estela Kaufman Fainguelernt (RJ)
- PROPOSTA PARA UM NOVO CURRÍCULO PLENO (PLANO DE CURSO) PARA O CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA
Marlene Daud (UFUB)
- LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA DISCIPLINA NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
Gelsa Knijnik (UFRS) e *Renita Klusener* (UFRS)

TEMA: AVALIAÇÃO

- ASSIMILAÇÃO SOLIDÁRIA
Roberto Ribeiro Baldino (UFRJ)
- APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ANÁLISE DE ERROS
Ary V. Barradas (UFRJ) e *Izabel C. Barroso* (UFRJ)

TEMA: DIVERSOS

- O CAMINHO DO DEDUTIVO NO ENSINO DA MATEMÁTICA
Cláudia C. de Vianna e Mário T. Teixeira (UNESP-Rio Claro)
- MATEMÁTICA E REALIDADE DO ALUNO
Vania M. Pereira dos Santos (UFRJ)
- NÚMEROS PRIMOS
Maria Auxiliadora M. Paiva (UFPE)
- O PENSAMENTO DE ENGELS SOBRE A MATEMÁTICA
Gilson Puppim, Charles Guimarães Filho e Ana Luíza Guimarães (RJ)

TEMA: O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

- UMA NOVA PROPOSTA CURRICULAR DE MATEMÁTICA PARA O 1.º GRAU, HOJE
Equipe da CENP-SP
- A REORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE 2.º GRAU E A NECESSIDADE DE UMA NOVA PROPOSTA CURRICULAR DE MATEMÁTICA
Regina Maria Pavanello, Roberto Barbosa e Susana L. Cândido (CENP-SP)

- UMA PROPOSTA DE CURRÍCULO POR ATIVIDADES DE 1.^a A 4.^a SÉRIES — MATEMÁTICA
Maria Auxiliadora Sampaio Araújo (UFBA)
- UM NOVO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DE 1.^a A 8.^a SÉRIES
Nilza Eigenheer Bertoni (UnB)

TEMA: GEOMETRIA II

- O PROBLEMA ESPECIAL DA GEOMETRIA
Arlete Cerqueira Lima (UEFS-BA)
- OS CAMINHOS DA GEOMETRIA — 2.^o SEGMENTO DO 1.^o GRAU
André Luiz Rodrigues Chaves, Estela Kaufman Fainguelernt e Sandra Maria Di Flora B. da Silva (RJ)
- A INTUIÇÃO DO ENSINO DE GEOMETRIA ELEMENTAR
Maria Aparecida V. Bicudo e Rut de Rogatis Ceron (UNESP-Rio Claro)
- ENSINAMOS GEOMETRIA NO 1.^o GRAU
Geraldo Perez (UNESP-Rio Claro)

TEMA: MODELAGEM E INTERDISCIPLINARIDADE

- MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA 5.^a SÉRIE
Rodney C. Bessazzi e Dionísio Burak (UNESP-Rio Claro)
- O ENSINO DE ALGUNS TÓPICOS DE MATEMÁTICA NA 5.^a SÉRIE ATRAVÉS DE MODELAGEM MATEMÁTICA
Odesnei Aparecida Pastori e Miriam G. Penteado da Silva (UNESP-Rio Claro)
- MATEMÁTICA DAS QUANTIDADES FÍSICAS
Paulo Figueiredo Lima (UFPE)

TEMA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: FENOMENOLOGIA E EPISTEMOLOGIA

- CONCEPÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PESQUISA FENOMENOLÓGICA
Cleide Farias de Medeiros (Un. Fed. Rural de PE)
- IMPLANTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA ATIVA NAS ESCOLAS OFICIAIS DO ENSINO REGULAR DO 1.^o GRAU NO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Diva Maria Bretas de Noronha (Centro de Ciências FAMERJ)

TEMA: MATEMÁTICA E ALFABETIZAÇÃO/ETNOMATEMÁTICA

- MATEMÁTICA E ALFABETIZAÇÃO
Manoel Lima Teixeira e Tania C. B. Cabral (RJ)
- ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: UMA QUESTÃO A SER ESTUDADA:
Maria Aparecida V. Bicudo e Ocsana Sonia Danyluk (UNESP-Rio Claro)
- ETNOMATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA A FAVELA DA VILA NOGUEIRA (SÃO QUIRINO)
Eduardo Sebastiani Ferreira (UNICAMP), *Marcelo de Carvalho Borba e Maria Aparecida V. Bicudo* (UNESP-Rio Claro)

- ESCOLARIZAÇÃO E CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO JOGO DO BICHO

Nadja Maria Acioly e Analucia D. Schliemann (UFPE)

TEMA: SISTEMAS DE NUMERAÇÃO DE 1.^a A 4.^a SÉRIES

- SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Regina Célia S. do Amaral Carvalho (DEPLAN-SP)

- APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA E DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO: RELATO DE OBSERVAÇÃO EM SALA DE AULA

Lucília Bechara Sanches, Mara Vada e Tereza Cristina Meyer

(Esc. Vera Cruz-SP)

- SISTEMA DE NUMERAÇÃO NUM CURRÍCULO DE MATEMÁTICA PARA ESCOLAS DA ZONA RURAL

Maria Delvina Fonseca e Sonia Santos (BA)

- ALGORITMO DA DIVISÃO E DA MULTIPLICAÇÃO NAS SÉRIES INICIAIS: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA REALIZADA NO CENTRO PEDAGÓGICO DA UFMG

Centro Pedagógico da UFMG

TEMA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA CONSTRUÇÃO E DESMI(S)TIFICAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Antonio José Lopes (GERP/SEM-SP)

- ABORDAGEM CRÍTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: DOMINÂNCIAS COGNITIVAS

Maria Cristina S. A. Maranhão (FFCL-Santo André)

- CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA SALA DE AULA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO E DA TRANSFORMAÇÃO DE PROBLEMAS

Rômulo Campos Lins (SP)

TEMA: INTEIROS

- NA MECÂNICA, UM ISOMORFISMO DA MULTIPLICAÇÃO EM $\mathbb{Z}$

José Barreto de Souza (SP)

- SOBRE A CONSTRUÇÃO DOS INTEIROS

Armando José Salgado Marinho (Centro de Ciências-FAPERJ),

Dora Soraia Kindel (CECI-RJ) e Maria de Fátima Pacheco (UFRJ)

- NÚMEROS INTEIROS E NÚMEROS RACIONAIS

Vania Maria Pereira dos Santos, Maria de Fátima da Silva Saraceno e

Luiz Cláudio da Silva (UFRJ)

- INTEIROS: DIFICULDADES HISTÓRICAS E UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ULTRAPASSÁ-LAS

Maria Terezinha Jesus Gaspar (UnB)

TEMA: CRIATIVIDADE E ATIVIDADES EXTRACURRICULARES

- EXPERIÊNCIA DE UMA METODOLOGIA INOVADORA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA A NÍVEL DE 1.^o GRAU E FEIRA DE MATEMÁTICA

Wilmar José Zermiani e José Waldir Floriani (Un. Reg. de Blumenau-SC)

- MATEMÁTICA, CIÊNCIA, LAZER E ARTE
Tadeu Oliver Gonçalves, Neivaldo O. Silva, Lúcia R. V. Silva e Nelson L. Cardozo (UFBA)
- CRIATIVIDADE E ENSINO DE MATEMÁTICA
Célia Regina R. Machado Pomárico / Sec. Est. São Paulo

**TEMA: RELATOS DE EXPERIÊNCIA DE 5.^a A 8.^a SÉRIES
E 2.^o GRAU**

- ENSINO DE MATEMÁTICA NO 2.^o GRAU ELABORANDO O COTIDIANO DO ALUNO
Rute da Cunha Pires (Santo André-SP)
- OFICINA
*Raimunda da Silva Carvalho e João Carlos Borio
EEPSG Prof. Architiclino Santos (SP)*
- EXPERIÊNCIA NA EESG PROF. ALBERTO CONTE
Katia Cristina Stocco Smale (SP)
- CLUBE DE MATEMÁTICA
Mário Takazaki e Vilma Yeiko Magami (EEPG Prof. Edmundo de Carvalho-SP)

TEMA: PERIÓDICOS E PUBLICAÇÕES

- NOVA FASE DO BOLETIM GEPEN
Regina Monken (RJ)
- 5 ANOS DA RPM E OUTRAS PUBLICAÇÕES
Renate G. Watanabe e Alciléia A. H. Melo (SP)
- REVISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS
Equipe do FUNBEC-SP

ABDALA GANNAM
R. Clovis Magalhães Pinto, 50
30000 — Belo Horizonte-MG
ABIMAEI ASCENÇÃO RIBEIRO
R. da Filosofia, 13
65000 — São Luís-MA
ABRAÃO JUVENCIO DE ARAUJO
R. Estevão de Sá, 560
50740 — Recife-PE
ADAIL V. G. ZUPO
R. Morás, 680
05434 — São Paulo-SP
ADELAIDE REIS MENDONÇA
R. Guilar Muniz, 135/102
40000 — Salvador-BA
ADRIANA B. NORONHA
R. Uruana
04019 — São Paulo-SP
ADRIANA F. NÓBREGA
Av. Gel. Bento da Gama, 220
58000 — João Pessoa-PB
ADRIANA SOARES NETTO
R. Dr. Barachisio Lisboa, 61
05441 — São Paulo-SP
ADRIANO RODRIGUES RUIZ
R. Colômbia, 257
18140 — Ibiúna-SP
ALCIDES JORGE C. DOS SANTOS
R. Caetano Moura, 152
40210 — Salvador-BA
ALCILEA A. HOMEM DE MELLO
R. Mateus Grou, 539/121
05415 — São Paulo-SP
ALEXANDRE C. GRANDI CID
R. Diogenes Nascimento das Neves,
164/904
29000 — Vitória-ES
ALEXANDRE KLEIS
R. Olimpio Miranda Jr., 300
88300 — Itajaí-SC
ALICE CARDAMONE DINIZ
R. Alfredo Batini, 783
86060 — Londrina-PR
ANA CECILIA F. P. PEREIRA
R. 25 de Dezembro, 494
79015 — Campo Grande-SP

ANNA FRANCHI
Av. Antártica, 568
05003 — São Paulo-SP
ANA LUCIA BORDEAUX REGO
Av. Copacabana, 759
22050 — Rio de Janeiro-RJ
ANALUCIA DIAS SCHLIEMANN
R. Arão Lins de Andrade, 275
54320 — Jaboatão-PE
ANA LUIZA ESCADA FERREIRA
R. Lígia, 380
21071 — Rio de Janeiro-RJ
ANA MARIA DE C. P. BUENO
Al. Jaú, 150 - ap. 31-B
01420 — São Paulo-SP
ANA MARIA MACEIRA PIRES
R. Eng.º Muniz Aragão, 40
03060 — São Paulo-SP
ANA MARIA M. ROLAND
KALEFF
R. Lopes Trovão, 171 - ap. 1001
24220 — Niterói-RJ
ANA MARIA PIERI FERREIRA
R. Paulo VI, 500
22230 — Rio de Janeiro-RJ
ANA MARIA ZAVALA
R. Conselheiro Pena, 126
06700 — Cotia-SP
ANA SILVIA CASANOVA
R. Tucuna, 328
05021 — São Paulo-SP
ANDRÉ LUIZ R. CHAVES
R. Gustavo Sampaio, 826
32010 — Rio de Janeiro-RJ
ANDRE T. KOROSUE
R. Cel. Oscar Porto, 493
04003 — São Paulo-SP
ANGELA A. LOPES DA SILVA
R. das Laranjeiras, 36 - ap. 302
22240 — Rio de Janeiro-RJ
ANGELA MARIA LOVIZIO
R. da Amendoeira, 58
11680 — Ubatuba-SP
ANNA REGINA L. DE MOURA
R. João Annes, 174
05060 — São Paulo-SP

ANITA AZAMBUJA ROCHA
 Bloco H - 11A - ap. 106
 19225 — S. José dos Campos-SP

ANTONINA MARIANO
 R. Rei Alberto, 121
 05684 — São Paulo-SP

ANTONIO C. GILLI MARTINS
 R. Coriolano R. Alves, 267
 13100 — Campinas-SP

ANTONIO DOS SANTOS
 R. Guarapari, 31
 49000 — Aracaju-SE

ANTONIO ESPOSITO JUNIOR
 R. Dr. Paulo Cesar, 175/604
 24240 — Niterói-RJ

ANTONIO FERNANDO QUINTAL
 R. Augusta, 941 - ap. 72
 01305 — São Paulo-SP

ANTONIO JOSÉ LOPES (Bigode)
 Caixa Postal, 11277
 05499 — São Paulo-SP

ANTONIO L. P. PASTOR
 R. Santa Maria, 367
 03085 — São Paulo-SP

ANTONIO P. DE ARAUJO
 R. Avanhandava, 65 - ap. 902
 01306 — São Paulo-SP

ANTONIO P. DE ARAUJO
 R. Pres. Quaresma, 1198
 59030 — Natal-RN

ANTONIO V. M. GARNICA
 R. Cel. Madeira, 42/22
 12200 — S. José dos Campos-SP

AQUILES CUSTODIO ALMEIDA
 R. Manuel de Santiago Franca, 66
 04902 — São Paulo-SP

ARISTOTELES A. DA SILVA
 R. Humberto, 928 - ap. 52A
 04018 — São Paulo-SP

ARLETE CERQUEIRA LIMA
 R. Campo Formoso, 10
 40000 — Salvador-BA

ARLETE ROMERO
 R. Luiz Monteiro Pinto, 122
 12200 — S. José dos Campos-SP

ARLINDO J. DE SOUZA JR.
 R. Antonio Flaque, 311
 01000 — São Paulo-SP

ARMANDO DOS SANTOS MAIA
 R. Chaves Faria, 415/301
 20910 — Rio de Janeiro-RJ

ARMANDO JOSÉ S. MARINHO
 R. Adalberto Aranha, 60 - ap. 201
 20540 — Rio de Janeiro-RJ

ARTUR DAREZZO FILHO
 R. Ananias E. de Toledo, 440
 13560 — São Carlos-SP

VIEIRA BARRADAS
 R. Major Rubens Vaz, 723
 22470 — Rio de Janeiro-RJ

ASTREA BARRETO
 Av. Boa Viagem, 4700 - ap. 604
 50000 — Recife-PE

AUGUSTO NADDEO JUNIOR
 R. Sud Menucci, 199
 04017 — São Paulo-SP

AURITA DE OLIVEIRA ALVES
 R. Ladeira do Bispo, 36 - ap. 01
 45660 — Ilhéus-BA

BARBARA LUTAIF BIANCHINI
 Av. Cel. Sezefredo Fagundes, 1472 -
 ap. 37
 02306 — São Paulo-SP

BENEDITO CASTRUCCI
 Av. Higienópolis, 578 - ap. 71
 01238 — São Paulo-SP

BENIGNO BARRETO FILHO
 R. Coelho Neto, 29
 11170 — Santos-SP

BERLIZE KO FREITAS
 R. Gel. Daltro Filho, 1187
 93540 — Novo Hamburgo-RS

BRASIL TERRA LEME
 R. 9 de Julho, 2605
 13560 — São Carlos-SP

CACILDA NICOLETTI AUDI
 R. Colonia da Glória, 521
 04113 — São Paulo-SP

CANDIDA L. N. DE CARVALHO
 R. Voluntários da Pátria, 270-ap. 611
 22270 — Rio de Janeiro-RJ

CARLOS ALBERTO CARVALHO
R. Salvador de Ferrante, 1651
81500 — Curitiba-PR

CARLOS ALBERTO LOUZADA
R. Prof. Alfredo Monteiro, 583
78000 — Cuiabá-MT

CARLOS BENTO DE MELLO
Av. Amaral Peixoto, 436 - ap. 206
24140 — Niterói-RJ

CARLOS R. ARAUJO ZACARON
R. Eng.º Moraes Sarmento, 332 -
ap. 302

36100 — Juiz de Fora-MG

CARMEN DO NASCIMENTO
R. Henriqueta Salvador Giacometi, 34
04809 — São Paulo-SP

CARMEN M. G. TABOAS
R. Jacinto Favoretto, 1088
13560 — São Carlos-SP

CATARINA SENA
Palácio Alencastro
78000 — Cuiabá-MT

CECILIA M. P. ALBUQUERQUE
R. Nova Granada, 158
02522 — São Paulo-SP

CELI VASQUES CREPALDI
Av. Feijó, 416 - ap. 91
14800 — Araraquara-SP

CÉLIA REGINA R. MACHADO
POMÁRICO
R. Correa Neto, 560

37700 — Poços de Caldas-MG

CELIA T. K. OSHIMA
R. Dr. Nilo Peçanha, 80 - ap. 174
07010 — Guarulhos-SP

CELINA A. A. PEREIRA ABAR
Av. Dr. Altino Arantes, 958
04042 — São Paulo-SP

CELIO ALVES SIQUEIRA
R. Adélia Chaves, 226
26215 — Nova Iguaçu-RJ

CÉSAR POLCINO MILLIES
IME-USP
Caixa Postal 20570
01498 — São Paulo-SP

CHARLES GUIMARÃES FILHO
R. Ligia, 380

21071 — Rio de Janeiro-RJ

CLARICE SURAH BEZNOSAI
R. Correia de Melo, 72 - ap. 123
01123 — São Paulo-SP

CLAUDIA C. DE S. VIANNA
Av. Angélica, 765 - ap. 302
01227 — São Paulo-SP

CLAUDIA VALVERDE
R. Pedrinhas, 162
05619 — São Paulo-SP

CLAUDIO XAVIER DA SILVA
R. Abaúna, 476
04284 — São Paulo-SP

CLAYDE REGINA MENDES
R. Dr. Antenor S. Gandra, 694
13200 — Jundiaí-SP

CLÉA MENDES DA SILVA
R. Lima Cantuária, 26
03250 — São Paulo-SP

CLÉA RUBINSTEIN
R. Pompeu Loureiro, 32/607-B
22061 — Rio de Janeiro-RJ

CLEIDE CELLI F. DE OLIVEIRA
R. Um, 258
05346 — São Paulo-SP

CLEIDE FARIAS DE MEDEIROS
R. Goiânia, 450 - ap. 101
54410 — Jaboatão-PE

CLEIDIVALDO JOSÉ P. CORREIA
R. Helena C. Ferreira, 40
51130 — Olinda-PE

CLELIA M. I. NOGUEIRA
R. Vaz Caminha, 1296 - Zona 2
87100 — Maringá-PR

CLEUSA M. S. DA CAMARA
R. Ricardo Gumbletan Daunt, 113
01000 — São Paulo-SP

CONSUELO M. G. DE FREITAS
R. John Carneiro, 549
38400 — Uberlândia-MG

CREUZA K. DE M. CATROPA
R. Albuquerque Lins, 992 - ap. 62
01230 — São Paulo-SP

CRISTIANA BASTOS PAIVA
R. Alagoinhas, 22A
40000 — Salvador-BA

CRIATIANE M. C. GOTTSCHAIK
R. Iperoig, 767 - ap. 32
05016 — São Paulo-SP

CRISTIANO ALBERTO MUNIZ
R. Quadra Norte, 316 - Bl. H - ap. 304
70775 — Brasília-DF

CRISTINA VIEIRA MENDES
SQS 203 - BLOCO B - ap. 310
70000 — Brasília-DF

DALNEY V. M. QUINTANILHA
Av. Barão de Rio Branco, 1088
12240 — S. José dos Campos-SP

DALVA MARIA SILVA CARDOSO
R. Piauí, 2010
14600 — S. Joaquim da Barra-SP

DANIEL DE FREITAS BARBOSA
R. Paranaguá, 565 - Bloco 9 - ap. 32
87020 — Maringá-PR

DARIO FIORENTINI
R. Thomaz A. Whately, 123
13085 — Campinas-SP

DENISE BOLDRINI MOLLIET
R. Ernest Molliet, 120
17700 — Oswaldo Cruz-SP

DIONE L. DE CARVALHO
R. Caropá, 519
05447 — São Paulo-SP

DIONÍSIO BURAK
R. Cônego Braga, 1650
85100 — Guarapuava-SP

DIRCE RODRIGUES CAIXÊTA
C. O Bloco B - ap. 221
70910 — Brasília-DF

DIVA M. B. DE NORONHA
R. Sá Ferreira, 210
20000 — Rio de Janeiro-RJ

DORA SORAIA KINDEL
R. Silveira Martins, 132 - ap. 105
22221 — Rio de Janeiro-RJ

DOUGLAS PERES BELLONIO
R. Raul de Carvalho, 765
15025 — S. José do Rio Preto-SP

DULCE HELENA M. S. COSTA
R. Bianca, 740
30000 — Belo Horizonte-MG

EDMAR HENRIQUE RABELO
R. dos Médicos, 814
30820 — Belo Horizonte-MG

EDNA DE LIMA
R. Prof. Flaviano de Melo, 1083
08700 — Mogi das Cruzes-SP

EDNA MARIA QUERO
R. Rui Barbosa, 440 - ap. 43
13250 — Itatiba-SP

EDSON CARDOSO DOS REIS
R. Hum - Urbis I - n.º 24
45200 — Jequié-BA

EDUARDO A. DE M. PARENTE
SQS 405 - Bloco C - ap. 101
70239 — Brasília-DF

EDUARDO A. V. DOMINGUES
R. Soares Avelar, 850 - ap. 74
04306 — São Paulo-SP

EDUARDO O. C. CHAVES
Caixa Postal, 5631
13091 — Campinas-SP

EDUARDO SEBASTIANI
Av. Moraes Sales, 1027 - ap. 73
13100 — Campinas-SP

EDVIRGES ROD. L. RUIZ
R. Ernesto de P. Santos, 130-ap. 602
51021 — Recife-PE

ELEONORA S. CASELATO
R. Guaracym, 181
06300 — Carapicuíba-SP

ELIANE SCHEID GAZIRE
R. Fausto Alvim, 7 - ap. 101
30460 — Belo Horizonte-MG

ELISETE DE MIRANDA
R. Felinto Muller, 1050 - ap. 305
78000 — Cuiabá-MT

ELIZA M. F. VERAS DA SILVA
R. Prof. Sabino Silva, 862 - ap. 101
40155 — Salvador-BA

ELIZABETH DE O. VALDEK
 Av. Capitão João Freire, 610
 58000 — João Pessoa-PB

ELLEN ROSENBLAT
 R. Tupi, 634/13
 01233 — São Paulo-SP

ELON LAGES LIMA
 IMPA
 Estrada Dona Castorina
 22460 — Rio de Janeiro-RJ

ELVIRA M. G. PARADA
 Av. 5, n.º 1014
 14780 — Barretos-SP

ELZA YURI MIZUTANI
 Av. Armando de Andrade, 403
 06750 — Taboão da Serra-SP

EMA RUITA BERALDO
 R. Sete, 646
 13500 — Rio Claro-SP

EMERSON ARNAUT DE TOLEDO
 Av. Colombo, 3690
 87020 — Maringá-PR

ENEIDA GUEDES M. DE SOUZA
 R. Jape, 121
 20000 — Rio de Janeiro-RJ

ENIROSA VALENTE
 R. Eng.º Eugenio Motta, 570
 08700 — Mogi das Cruzes-SP

ERONIDES DE JESUS BISCOLA
 R. Gonçalves Dias, 470
 79100 — Campo Grande-MS

ERZSEBET VERA MANGUCCI
 R. Benjamim Hunicutt, 34
 04356 — São Paulo-SP

ESMERALDA DA S. RIBEIRO
 R. Gel. Eurico Caviglia, 138
 04168 — São Paulo-SP

ESTELA K. FAINGUELERNT
 R. Frei Leandro, 22 - ap. 401
 22430 — Rio de Janeiro-RJ

ESTHER PILLAR GROSSI
 R. Pedro Ivo, 865
 90420 — Porto Alegre-RS

EUCLIDES ELPIDIO DA SILVA
 FEDF-SGAN 607
 70850 — Brasília-DF

EUDA M. L.
 R. Romeu Wanderle,
 50230 — Recife-PE

EUNICE SPADA FIORI
 R. Capitão Raul Fagundes, 350
 12200 — S. José dos Campos-SP

FABIO KRUSE
 Av. Pres. Vargas, 784
 93600 — Estância Velha-RS

FABIO STORANI
 R. Augusto Trevisan, 210
 13200 — Jundiá-SP

FATIMA DE L. CASSOLI JACOB
 R. Brig. Franco, 1861
 80000 — Curitiba-PR

FERNANDO O. FERREIRA
 R. Washington, 645 - ap. 72
 11400 — Guarujá-SP

FERNANDO R. DE ASSIS NETO
 R. João José Figueiredo, 181
 53000 — Sítio Novo Olinda-PE

FLÁVIO MORAES LIMA
 Av. Atlântica, 2440/913
 22041 — Rio de Janeiro-RJ

FLÁVIO WAGNER RODRIGUES
 IME-USP
 Caixa Postal 20570
 01498 — São Paulo-SP

GAMALIEL MACHADO SILVA
 R. José Luciano Siqueira, 76
 49000 — Aracaju-SE

GASTÃO O. FRANCO DA LUZ
 R. Salvador de Ferrante, 1651
 81500 — Curitiba-PR

GELSA KNIJNIK
 R. André Puente, 414/301
 90000 — Porto Alegre-RS

GERALDO ÁVILA
 Unicamp-IMECC
 Caixa Postal 1170
 13100 — Campinas-SP

GERALDO MELOTTO
 R. João Botene, 820
 13400 — Piracicaba-SP

CO ROCHA
-PR
BELO DE SENA
, 320
ecife-PE
FLORES NASCIMENTO
R., 3295
78900 — Porto Velho-RN
GILDA DELA ROCQUE PALIS
R. Soares Cabrail, 66/501
22240 — Rio de Janeiro-RJ
GILSON PUPPIN
R. Terza Guimarães, 185
22280 — Rio de Janeiro-RJ
GIUSEPPINA AMATO
R. Severiano Tolentino, 292
54000 — Jaboatão-PE
GRACE MARA DE O. ROCHA
R. Agenor Paes, 384
38400 — Uberlândia-MG
GRACIA TEREZA B. MARTINS
R. Particular, 120
07000 — Guarulhos-SP
HAYLSE ROSENBERG PONTES
R. Maçaricos, 81
30000 — Belo Horizonte-MG
HEBE MARQUES BRITTO
R. Guararapes, 1156
04561 — São Paulo-SP
HELENA DÓRIA L. DE OLIVEIRA
R. Senegal, 80
91370 — Porto Alegre-RS
HELENILDA MARIA LAGARES
R. C 01 - Lote 11 - ap. 307
72000 — Taguatinga-DF
HELIO SIMILLE MARQUES
R. Salvador de Ferrante, 1651
81500 — Curitiba-PR
HELOISA PENA BORGES
Via Láctea, 191
30000 — Belo Horizonte-MG

HENRIQUE GUZZO JR.
Av. Alfredo Zumkeller, 438
01000 — São Paulo-SP
HERICE TORRES DE AZEVEDO
R. Mauricio Cardoso, 241
78000 — Cuiabá-MT
HORÁCIO FRANCISCO R. FILHO
R. Brejo da Madre de Deus, 180/101
53000 — Paulista-PE
IARA AUGUSTA DA SILVA
R. 7 de Setembro, 645 - ap. 14
79100 — Campo Grande-MS
IARA GUSTONO
R. Cachoeira do Arari, 383
01000 — São Paulo-SP
ILCA MARLI M. AMARAL
Av. Felício Barutte, 610
06750 — São Paulo-SP
INIS SANTOS SOUZA ANTONIO
Av. Paulo Aires, 261 - ap. 11
06750 — Taboão da Serra-SP
IRENE MATHIAS SOARES
R. Aurora, 66
09400 — Ribeirão Pires-SP
IRIA CARLA RODRIGUES
Trav. São Valentim, 140
13250 — Itatiba-SP
ISABEL CAMPOS BARROSO
R. Mario Braga, 77
21341 — Rio de Janeiro-RJ
ISABEL J. DOS R. DE HERRARA
R. Brig. Gama Barcelos, 255
04355 — São Paulo-SP
ISAURA MARIA DE OLIVEIRA
R. Nascimento Bitencourt, 84/101
20000 — Rio de Janeiro-RJ
IVANI I. M. F. ROCHA LIMA
R. Eduardo S. Aranha, 122 - ap. 94
04543 — São Paulo-SP
IVETE MITIKO SUNAMOTO
R. Conde de Irajá, 184 a 126
04118 — São Paulo-SP

IVONE DE MORAES ALMEIDA
 Trav. R. Mario, 120
 07000 — Guarulhos-SP

IZABEL CRISTINA ALVES
 Al. Luiz Barroso, 315 - ap. 27
 04750 — São Paulo-SP

JACQUELINE CASTRO
 R. Almirante Saddock de Sá, 334 -
 ap. 301
 22411 — Rio de Janeiro-RJ

JAILSON ALVES DOS SANTOS
 R. Moncorvo Filho, 35 - ap. 901
 22100 — Rio de Janeiro-RJ

JAIME POZZETTI
 R. Dr. Romeu Ferro, 501
 05591 — São Paulo-SP

JANETE BOLITE FRANT
 R. Pres. Carlos Campos, 115 - ap.
 904 - Bl. 1
 22231 — Rio de Janeiro-RJ

JAQUELINE A. C. SALLENAVE
 R. S. Vicente de Paula, 220 - ap. 401
 45600 — Itabuna-BA

JEANETTE VERONICA WEISS
 R. Particular, 62
 05625 — São Paulo-SP

JEÂNIA SILVA E ROCHA
 Av. Inácio Posta Filho, 276 - ap. 104
 45600 — Itabuna-BA

JOÃO EDUARDO PEREIRA
 R. Ernesto Bjester, 98
 04777 — São Paulo-SP

JOÃO JOSÉ GIARDULLI JR.
 R. Ana Alvim, 113
 04710 — São Paulo-SP

JOÃO REGO BARROS
 Av. Diógenes Ribeiro de Lima, 2000
 Bl. 34 - ap. 9
 05458 — São Paulo-SP

JOEL BARROS BISPO
 R. F, 2 H - IAPI
 40000 — Salvador-BA

JORGE COSTA DO NASCIMENTO
 R. Hum, URBIS I - n.º 24
 45200 — Jequié-BA

JORGE JOSÉ DE OLIVEIRA
 R. Paula Rodrigues, 18 c/02
 06230 — Osasco-SP

JORGE LUIZ HENRIQUE
 32.º GAC - Grupo D. Pedro I
 70630 — Brasília-DF

JOSÉ APARECIDO FIDELIS
 R. Tupi, 513
 86100 — Londrina-PR

JOSÉ A. ELIAS DAMASCENO
 Quadra 29 - Lote 28 - S. Oeste
 72400 — Gama-DF

JOSÉ BARRETO DE SOUZA
 Av. Jaguaré, 325 - Bl. 7 - ap. 73
 05346 — São Paulo-SP

JOSÉ CARLOS C. S. CARDOZO
 R. Coração de Maria, 392 - ap. 507
 22050 — Rio de Janeiro-RJ

JOSÉ CARLOS G. DE OLIVEIRA
 R. Pres. Castelo Branco, 240
 86400 — Jacarezinho-PR

JOSÉ GERALDO A. M. DA SILVA
 Jardim Teresina, Ed. Poty - ap. 310
 64000 — Teresina-PI

JOSÉ INÁCIO M. DE LIMA
 R. Raul Pompéia, 267, Bl. A - ap. 308
 50000 — Recife-PE

JOSÉ L. DE O. GONÇALVES
 R. Três, 2403
 15700 — Jales-SP

JOSÉ LUÍS DUARTE
 R. Cacilda Becker, 65 - ap. 42
 86100 — Londrina-PR

JOSELI NOGUEIRA LELIS
 R. 26, n.º 788
 14780 — Barretos-SP

JOSÉ LUIS ESPÍNOLA LOPES
 R. Bento Martins, 192/41
 90010 — Porto Alegre-RS

JOSÉ LUIZ M. DE FREITAS
 R. Tonico de Carvalho, 456
 79100 — Campo Grande-MS

JOSÉ MARIA TEIXEIRA
 R. Fernando de Albuquerque, 57 - ap.
 704
 01309 — São Paulo-SP

JOSÉ MAURÍCIO DE F. LIMA
R. Cel. Tomás Gonçalves, 43
50000 — Recife-PE

JOSÉ MAURÍCIO F. LIMA
R. Bulandy, 227
50741 — Recife-PE

JOSÉ RUY GIOVANNI JR.
R. Dr. Numa Pereira do Vale, 108
04108 — São Paulo-SP

JOSÉ VALDIR FLORIANI
R. Antonio da Veiga, 140
89010 — Blumenau-SC

JOSI DOS SANTOS POLITI
SQN 115 - Bl. E - ap. 303
70772 — Brasília-DF

JOVANA F. DE REZENDE
R. Visc. de São Lourenço, 195
21940 — Rio de Janeiro-RJ

JULIA BORIN
R. Barcelona, 531
05331 — São Paulo-SP

JUNIA LA S. T. DOS SANTOS
R. Dr. Nuno de Assis, 118 - ap. 11
04746 — São Paulo-SP

JUSSARA DE OLIVEIRA PELLINI
R. Pe. Sundrup, 125 - ap. 504
27500 — Resende-RJ

KATIA CRISTINA S. SMOLE
R. Andaquara, 154
04673 — São Paulo-SP

KAZUMI SATO PEREIRA
R. Vieira de Almeida, 533
04268 — São Paulo-SP

LAÍS REGINA G. MARTINS
R. Japão, 33 - ap. 61
04530 — São Paulo-SP

LAURA GÓES
R. Rei Alberto, 101
05684 — São Paulo-SP

LAURA S. YAMAUCHI
R. Martiniano de Carvalho, 629 -
ap. 52
01321 — São Paulo-SP

LAURA Y. FUKAI UEMURA
R. José Getúlio, 547 - ap. 43
01509 — São Paulo-SP

LAURICENA PINTO DE LIMA
Pça. Dr. Brasil Ramos Caiado, 35
76600 — Goiás-GO

LAURO DE ALMEIDA MENDES
R. Uruguaiana, 140/101
36100 — Belo Horizonte-MG

LEDA CARDOSO M. SIGOLO
R. Baltazar Fortes, 198
11680 — Ubatuba-SP

LEDA MARIA MORTARI LOPES
R. Fernando de Noronha, 741
86100 — Londrina-PR

LEDO VACCARO MALHADO
R. Sá Ferreira, 215 - ap. 901
22071 — Rio de Janeiro-RJ

LEILA P. PINTO ALCURE
R. Humaitá, 144 - ap. 1001
22261 — Rio de Janeiro-RJ

LENICE L. GARZELLA
R. Duque de Caxias, 837
90010 — Porto Alegre-RS

LEONORA PETRY
R. Helvécio C. Rodrigues, 20
88800 — Criciúma-SC

LEONTINA NUNES DE CAMPOS
R. Conselheiro Furtado, 645
01511 — São Paulo-SP

LETICIA GUIMARÃES (RANGEL)
R. Namanguape, 21
22733 — Rio de Janeiro-RJ

LILIAN NASSER
R. Xavier da Silveira, 34 - ap. 902
22061 — Rio de Janeiro-RJ

LOURDES DE LA R. ONUCHIC
R. Paulino Botelho, 441
13560 — S. Carlos-SP

LUCIA A. A. TINOCO
Pça. Radial Sul, 25
22260 — Rio de Janeiro-RJ

LUCIA HELENA M. CARRASCO
R. Ferreira Viana, 865/605
90000 — Porto Alegre-RS

LUCIA N. CAMPOS PINHEIROS
R. Guarará, 117 - ap. 122
01425 — Atibaia-SP

LÚCIA REGINA V. SILVA
R. Passagem Alegre, 129
66040 — Belém-PA

LUCIANA G. DE SANTANA
R. Grão Magriço, 137
21020 — Rio de Janeiro-RJ

LUCIANA G. S. SOUZA
Av. Dr. Vacyr G. Pereira, 107
86170 — Sertanópolis-PR

LUCIANA MANCINI STELLA
R. Inhambu, 770 - ap. 91
04520 — São Paulo-SP

LUCIANO R. DE LEMOS METRA
Prof. Antonio Coelho, 772 - ap. 102
50739 — Recife-PE

LUCÍLIA BECHARA SANCHEZ
Pça. Prof. Emília B. Lima, 51
05448 — São Paulo-SP

LUÍS CARLOS PAIS
R. Hematita, 227
79100 — Campo Grande-MS

LUÍS OLAVO M. CHAVES
R. Portuguesa, 465/303
90620 — Porto Alegre-RS

LUIZ ANTONIO GARCIA
Av. S. Sebastião, 111 - s. 404
22291 — Rio de Janeiro-RJ

LUIZ CARLOS CESAR
R. José de Barros Lima, 334
03904 — São Paulo-SP

LUIZ CLAUDIO DA SILVA
R. Getúlio Vargas, 848 - ap. 404
24400 — Rio de Janeiro-RJ

LUIZ MARCIO P. IMENES
R. do Mar Paulista, 1088
04464 — São Paulo-SP

LUIZA MARIA FALSARELLI
Av. Cons. Rodrigues Alves, 407/74
04014 — São Paulo-SP

LU...
Av. S...
13500 —

LUIZ DA SILVA
R. Bela Cintra, 48
01415 — São Paulo-SP

LUZENÁRIO CRUZ
Al. dos Piratinins, 1046
04065 — São Paulo-SP

MAGALI K. YAMAMOTO
R. 7 de Outubro, 104 - ap. 153A
03407 — São Paulo-SP

MANOEL AMARO PEREIRA JR.
R. João Teixeira, 768
50771 — Recife-PE

MANOEL L. CRUZ TEIXEIRA
R. Eugenio Hussak, 22 - ap. 102
22240 — Rio de Janeiro-RJ

MANOEL O. DE MOURA
R. João Annes, 174
05060 — São Paulo-SP

MANUEL C. SILVA CALDAS
Depto. Matemática - UFRN
59000 — Natal-RN

MARCELO DE C. BORBA
R. Soares Cabral, 21 - ap. 208
22240 — Rio de Janeiro-RJ

MARCELO LELLIS
R. Quitanduba, 111
05516 — São Paulo-SP

MARCIA A. G. DE OLIVEIRA
R. Indonésia, 67
86100 — Londrina-PR

MÁRCIA ANAF
R. José Maria Lisboa, 1003/23
01423 — São Paulo-SP

MARCIA HARUE MUTO
R. Serra do Salibre, 20
22240 — Rio de Janeiro-RJ
07110 — Guarulhos-SP

MARCOS CASSIO I. PIMENTA
R. Morato Coelho, 671
05417 — São Paulo-SP

MARCOS DE PAULA FERREIRA
R. Nicolau Ancona Lopez, 28
01522 — São Paulo-SP

...RAES JR.
...ta, 281 - ap. 82
... São Paulo-SP

MARCUS VINICIUS DE A. BASSO
R. Eng. Otávio Furtado, 238
91700 — Porto Alegre-RS

MARGER DA C. V. VIANA
R. Barão de Cocais, 540 - ap. 202
31030 — Belo Horizonte-MG

MARIA ALICE DE C. ROCHA
Al. Ribeirão Preto, 515 - ap. 44
01331 — São Paulo-SP

MARIA ANGELICA L. SOARES
R. J. E. Silva Lisboa, n.º 5
40000 — Salvador-BA

MARIA A. DELFINO DA SILVA
R. João Pinto, 25
06650 — Itapevi-SP

MARIA APARECIDA PINHEIRO
R. Backer, S/N
01541 — São Paulo-SP

MARIA A. VIGGIANI BICUDO
R. 4, n.º 680
13500 — Rio Claro-SP

MARIA A. SAMPAIO ARAÚJO
Pça. Conselheiro Almeida Couto, 266
- ap. 509
40000 — Salvador-BA

MARIA A. VILELA PAIVA
R. Prof. Waldemar de Oliveira, 59
- ap. 501 - Bloco A
51020 — Recife-PE

MARIA B. R. V. DE OLIVEIRA
R. Goitacazes, 172-402
30190 — Belo Horizonte-MG

MARIA L. M. MARQUES
Al. Equador, 09 - Granja Viana
01436 — São Paulo-SP

MARIA CECÍLIA C. SCHIESARI
R. Min. Gastão Mesquita, 179-101
05012 — São Paulo-SP

MARIA CÉLIA LEME DA SILVA
R. Indianópolis, 338
18100 — Sorocaba-SP

MARIA C. A. DE OLIVEIRA
R. Cabo Eduardo Alegre, 124
01257 — São Paulo-SP

MARIA CRISTINA G. BARRETO
R. Prof. Wolf Neto, 57
01455 — São Paulo-SP

MARIA CRISTINA GUIMARÃES
R. Albert Einstein, 1207
05652 — São Paulo-SP

MARIA CRISTINA SOUZA DE
ALBUQUERQUE MARANHÃO
R. Dona Carlota, 242 - ap. 11
09040 — Santo André-SP

MARIA DA C. R. DOS SANTOS
R. Onze, 61 - Sapetinga
45660 — Ilhéus-BA

MARIA DA P. L. MACHADO
R. Piemonte, 430
31310 — Belo Horizonte-MG

MARIA DE F. A. A. CAMARGO
R. D.^a Alcides Rio de Castro, 79
04027 — São Paulo-SP

MARIA DE F. DA S. SARACENO
R. Régis Bittencourt, 560/101
21021 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA DE FATIMA PACHECO
R. Pedro Manso, 81 - casa 17
21310 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA DE L. F. DE CARVALHO
R. Jaguarão, 227
04318 — São Paulo-SP

MARIA DE LOURDES S. LEIRAS
R. João Bindao, 350
12100 — Taubaté-SP

MARIA D. L. DA FONSECA
R. Francisco Souza, 33
40000 — Salvador-BA

MARIA DO C. D. MENDONÇA
Av. Piassanguaba, 237
04060 — São Paulo-SP

MARIA DO CARMO VILA
R. Des. Paula Mota, 490 - ap. 701
30000 — Belo Horizonte-MG

MARIA DOLORES C. MENDES

R. Monteiro Lobato, 2080

13560 — São Carlos-SP

MARIA E. F. BUNCHAFT

R. Lourival Pereira Bastos, 12

40000 — Salvador-BA

MARIA ELIZETE SERRA

R. Cacilda Becker, 65 - ap. 42

86100 — Londrina-PR

MARIA EMILIA DOS SANTOS

R. Vergueiro, 7133 - ap. 30

04273 — São Paulo-SP

MARIA ENCARNACION DEL

P. M. GONÇALVES

R. Almirante Guilhem, 454 - Bl. 1

22440 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA EULALIA SOUZA VANNI

R. Honório, 623 - casa 13

20781 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA G. DE O. PONTES

R. Napoleão Laureano, 505

60000 — Fortaleza-CE

MARIA HELENA DOS SANTOS

R. Felício Cassali, 200

09300 — Mauá-SP

MARIA HELENA FÁVERO

R. N, n.º 317

49000 — Aracaju-SE

MARIA IARA GIROTO RAMOS

Av. Aratans, 515 - ap. 114

04081 — São Paulo-SP

MARIA IGNEZ DE SOUZA DINIZ

R. Ernesto Znanella, 152

05327 — São Paulo-SP

MARIA INES BOLDRIN

R. Bertha Melman, 163

04689 — São Paulo-SP

MARIA IVONE V. DOMINGUES

R. João Batista de Souza F.º, 293

05515 — São Paulo-SP

MARIA IVONISA A. MORENO

R. E, 215

60000 — Fortaleza-CE

MARIA JOSÉ ARAÚJO

R. Antonio Paneiras, 44 - ap. 302

22411 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA JOSÉ DA S. ESTRELLA

R. Baldomero Carqueja, 214

05780 — São Paulo-SP

MARIA JOSÉ DE AQUINO NETA

R. Cosme e Damião, 381

50000 — Recife-PE

MARIA LAURA M. L. LOPES

R. Alice, 194 - ap. 1104

22241 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA LAURICÉIA SHIMONISHI

R. Vaz Caminha, 1296

87100 — Maringá-PR

MARIA LUCIA R. MARTINS

R. Efigênio Sales, 100/102

20000 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA LUIZA A. DE SOUZA

Av. Getúlio Vargas, 565/406

90060 — Porto Alegre-RS

MARIA LUIZA P. E S. LELIS

R. 26, n.º 788

14780 — Barretos-SP

MARIA L. DE M. NEGREIROS

Al. Bélgica, 300

06400 — Barueri-SP

MARIA P. DA COSTA SILVA

R. Curuá, 118

21021 — Rio de Janeiro-RJ

MARIA S. DE C. FIGUEIREDO

Gov. Pedro de Toledo, 26 - ap. 403

11100 — Santos-SP

MARTA SIMÕES DO E. SANTO

R. Raul Adalberto de Campos, 175

05448 — São Paulo-SP

MARIA S. FURTADO (IRMÃ)

Pça. Dr. Brasil Ramos Caiado, 35

76600 — Vila Boa de Goiás-GO

MARIA TERESA A. VERGUEIRO

R. Jorge Tibiriçá, 266

04126 — São Paulo-SP

MARIA TEREZINHA J. GASPAR
SQN 206 - Bloco B - ap. 605
70844 — Brasília-DF

MARIA ZELIA DA SILVA
Av. José Moura Candelária, 31
12200 — S. José dos Campos-SP

MARIE CLAIRE RIBEIRO PÓLA
R. Guadalajara, 264
86050 — Londrina-PR

MARILENA VALENTINI HANSER
Av. dos Estudantes, 188
07700 — Caieiras-SP

MARÍLIA B. DE A. TOLEDO
R. Dr. Jesuíno Maciel, 1654
04615 — São Paulo-SP

MARINA F. R. DOS SANTOS
R. Major Manoel Faria, 156
24510 — São Gonçalo-RJ

MARIO LUCIO DA C. FERREIRA
R. Cinegrafista Marques, S/N
64000 — Teresina-PI

MARIO MAGNUSSON JUNIOR
R. Frei Caneca, 784 - ap. 102
01307 — São Paulo-SP

MARISA HELENA GONZALEZ
R. Pirapora, 215
04008 — São Paulo-SP

MARISTELA F. TOMÁS
Av. Goes Calmon, 526
45610 — Buerarema-BA

MARLENE ALVES DIAS
R. Salim Antonio Curiati, 173
04691 — São Paulo-SP

MARLENE DAUD
Av. Rio Branco, 01
38400 — Uberlândia-MG

MARLY DOS SANTOS BROTTTO
Estrada dos Romeiros, 102
06500 — Santana do Parnaíba-SP

MARTA IGNÁTIOS DE ALMEIDA
R. MMDC, 22 - ap. 32
13023 — Campinas-SP

MARTHA MARIA DE S. DANTAS
Av. Presidente Vargas, 2079
40210 — Salvador-BA

MARY LUCIA G. PEDRO
R. Berta Wezassek, 95
04403 — São Paulo-SP

MAURÍCIO CARLOS RUGGIERO
R. Marechal Deodoro, 1678
13560 — São Carlos-SP

MAURO R. A. DE ENCARNÇÃO
R. Inhambuguaçu, 13
04653 — São Paulo-SP

MEORI RAPPAPORT
R. Emílio de Menezes, 56 -
8.º andar
01231 — São Paulo-SP

MIGUEL MONTEIRO RAMOS
R. Hélio Manzoni, 50A
07000 — Guarulhos-SP

MIRIAM GODOY P. DA SILVA
Av. 1A, n.º 341 - Cid. Nova
13500 — Rio Claro-SP

MÍRIAN SALGADO
R. Alfredo de Moraes, 83
23080 — Rio de Janeiro-RJ

MIRIAN VARANDA
R. Benjamim Constant, 876
13250 — Itatiba-SP

MIZUE JYO
Pça. Carlos Gomes, 46
01501 — São Paulo-SP

MOISÉS DE CASTRO OLIVEIRA
R. Eduardo Benj. Hosken, 133
86020 — Londrina-PR

MONICA M. CAMPELO DE MELO
Av. Afonso Olindense, 1383
50000 — Recife-PE

MÔNICA M. G. TORKOMIAN
R. Prof. Eduardo Monteiro, 407
05614 — São Paulo-SP

MONICA RABELLO DE CASTRO
R. das Laranjeiras, 102 - ap. 708
22240 — Rio de Janeiro-RJ

NADJA MARIA ACIOLY
R. Turiaçu, 192
50000 — Recife-PE

NAIR MARTINS
R. 11A - ap. 212 - C.T.C.
12225 — S. José dos Campos-SP

NANCI DE OLIVEIRA
Av. Japão, 349
12300 — Jacareí-SP

NAOMI OHISHI
Palácio Alencastro
78000 — Cuiabá-MT

NEIDE DA F. P. SANT'ANNA
R. Padre Achotegui, 65 - ap. 1101
22430 — Rio de Janeiro-RJ

NEIVA IGNES GRANDO
R. Morom, 1693 - ap. 12
99100 — Passo Fundo-RS

NEIVALDO OLIVEIRA SILVA
Passagem Alegre, 129
66040 — Belém-PA

NELSON LEITE CARDOSO
R. Mondurums, 2809 - c/5
66000 — Belém-PA

NELSON LUIZ C. CARVALHO
R. Gal. Osório, 343-22
13013 — Campinas-SP

NEUZA BERTONI PINTO
R. Líbano, 94
78020 — Cuiabá-MT

NILSON JOSÉ MACHADO
R. Heitor Ariento, 250
05541 — São Paulo-SP

NILZA APARECIDA MACHADO
R. Timótheo Ubriaco, 394
08600 — Suzano-SP

NILZA BEZERRA RAMOS
Av. Brasil, 481
78000 — Cuiabá-MT

NILZA EIGENHEER BERTONI
SQS 211 - Bloco G - ap. 301
70274 — Brasília-DF

NILZA ROCHA M. SANTOS
R. Rubem Berta, 314 E
40000 — Salvador-BA

NOELIR DE C. BORDINHÃO
Av. Eptácio Pessoa, 3330 - ap. 2204
22471 — Rio de Janeiro-RJ

NORMA RODRIGUES WHATELY
R. Eurico Cruz, 33 - ap. 701
22461 — Rio de Janeiro-RJ

OCSANA SÔNIA DANYLUK
Av. Rio Claro, 1424
13500 — Rio Claro-SP

ODESNEI APARECIDA PASTORI
Av. Visconde do Rio Claro, 2112
13500 — Rio Claro-SP

ODILIA DE O. YOKOZAWA
R. Michigan, 74
86060 — Londrina-PR

OLGA SARTONI FARINELLI
R. Dom Bosco, 1765
78000 — Cuiabá-MT

ORDALIA TOMOE OKUNO
R. Cali, 99
12235 — S. José dos Campos-SP

ORLANDO JOIA
Av. Higienópolis, 983
01238 — São Paulo-SP

OSTIVALDA SÁ DE CARVALHO
R. Santa Maria Goretti, 241 - ap. 201
40000 — Salvador-BA

OSWALDO LUIZ PRATES
R. Evelásio, 414
30000 — Belo Horizonte-MG

PATRICIA FURTADO
R. Pedroso Alvarenga, 522
04531 — São Paulo-SP

PAULO ALEX FREITAS ABREU
AQS 7 - Bloco E - ap. 314
70650 — Brasília-DF

PAULO A. VAZ DIAS SOUZA
R. Sta. Justina, 244/32
04545 — São Paulo-SP

PAULO EVANDRO DE OLIVEIRA
R. D. Dica, 485
07000 — Guarulhos-SP

PAULO J. M. TEIXEIRA
R. Conselheiro Jobin, 269
20950 — Rio de Janeiro-RJ

PAULO SÉRGIO WANNER
Al. das Tamareiras, 140
34000 — Nova Lima-MG

PEDRO AUGUSTO P. BORGES
R. São Francisco, 501
98700 — Ijuí-RS

PEDRO Q. M. JUNIOR
R. Correia Meier, 266 - c/1
25000 — Duque de Caxias-RJ

PERINA GEOVANINI
R. Felisberto de Menezes, 31-608
20000 — Rio de Janeiro-RJ

POLONIA ALBINO MATA
R. Assis Chateaubriand, 523
79100 — Campo Grande-MS

RAFAELA MOUSINHO GUIDI
SQN 106 - Bloco J - ap. 102
70742 — Brasília-DF

REGINA BATHOLT MOLZ
R. André Marques, 267
97050 — Santa Maria-RS

REGINA CELIA H. DE FREITAS
R. Prof. Gabizo, 174 - 301
20271 — Rio de Janeiro-RJ

REGINA CELIA RAMOS
R. José Martinez Molina, 221
19200 — Piraporinha-SP

REGINA CELIA SANTIAGO DO
AMARAL CARVALHO
R. Vergueiro, 3680
04102 — São Paulo-SP

REGINA C. S. J. DOS SANTOS
R. Major Dantas Cortez, 1128 - ap. 21
02206 — São Paulo-SP

REGINA FLEMMING DAMM
R. Luiz D'acampora, 481
88000 — Florianópolis-SC

REGINA L. DA MOTTA WEY
R. Barão do Triunfo, 571
04602 — São Paulo-SP

REGINA MARIA PAVANELLO
Al. Joaquim Eugênio de Lima, 1667
- ap. 63
01403 — São Paulo-SP

REGINA MONKEN
R. Homem de Melo, 150 - 702
20510 — Rio de Janeiro-RJ

REGINALDO N. DE S. LIMA
R. Cordilheiras, 85
30880 — Belo Horizonte-MG

REMO ALBERTO FEVORINI
R. Pio XI, 2300
05060 — São Paulo-SP

RENATA BECKER
Almirante Barroso, 59 - ap. 1101
40000 — Salvador-BA

RENATE G. WATANABE
R. Alvarenga, 715
05509 — São Paulo-SP

RENITA KLUSENER
Av. Alberto Bins, 820/810
90000 — Porto Alegre-RS

RICARDO APPARICIO BACCI
R. Renê de Souza Pereira, 143
13065 — Campinas-SP

RITA MARIA LOPES SOARES
R. Viriato Ribeiro, 1640
60000 — Fortaleza-CE

RITA MARTA G. CALDAS
Trav. Presidente Kennedy, 227
96200 — Rio Grande-RS

RIVA RAPPAPORT
R. Emílio de Menezes, 56 - 8.º andar
01231 — São Paulo-SP

ROBERTO C. F. COSTA
IME-USP
Caixa Postal 20570
01498 — São Paulo-SP

ROBERTO PERIDES MOISÉS
R. Cel. Luiz Americano, 129
03308 — São Paulo-SP

ROBERTO RIBEIRO BALDINO
R. Sebastião de Sampaio, 52 - ap. 102
21910 — Rio de Janeiro-RJ

ROBERTO SHINJI KAMAKURA
Av. São Paulo, 600
86015 — Londrina-PR

RÔMULO CAMPOS LINS
R. João Miguel Jarra, 15 - ap. 15
05417 — São Paulo-SP

ROSA DE F. G. CAVALCANTI
Av. Eng.º Abdias de Carvalho, 2800
50000 — Recife-PR

ROSALIA HORTA RODRIGUES
SQN 205, Bloco E - ap. 506
70843 — Brasília-DF

ROSANE DE ALMEIDA VALE
(Insc. via Bigode)
ROSANE PAIM ROSSETTO
Vila Cassino, B - n.º 9
92110 — Canoas-RS

ROSANGELA DO NASCIMENTO
R. Expedicionário M. F. Gomes, 256
27500 — Resende-RJ

ROSANGELA G. DA SILVA
Av. Barueri, 139
06320 — Carapicuíba-SP

ROSELENE CRISTINA DE SOUZA
R. Ubirajara, 101
86060 — Londrina-PR

RUT DE ROGATIS CERON
R. Dois, n.º 48
13500 — Rio Claro-SP

RUTE DA CUNHA REIS
R.ª Pirambóia, 721
09000 — Santo André-SP

RUTH ELISA L. MARIANO
R. Sagitário, 11
06700 — Cotia-SP

RUTH PORTANOVA
R. Corte Real, 395/301
90610 — Porto Alegre-RS

SAKUYA AOKI HONDA
R. Gualachos, 55
01533 — São Paulo-SP

SANDRA M. DI F. B. DA SILVA
R. Haddock Lobo, 456
20510 — Rio de Janeiro-RJ

SCHEILA MAIA KISTEMANN
R. Tutóia, 1023
04007 — São Paulo-SP

SCIPIONE DI PIERRO NETTO
R. Lomas Valentinas, 87
05084 — São Paulo-SP

SEIJI HARIKI
R. Francisco Leitão, 678 - ap. 92
05414 — São Paulo-SP

SÉRGIO ANTONIO WIELEWSKI
R. Dr. Eduardo Levi, 979
78000 — Cuiabá-MT

SÉRGIO LORENZATO
W3 Sul - 705 - Bloco G - casa 11
70350 — Brasília-DF

SÉRGIO ROBERTO NOBRE
R. Dr. Betim, 383 - V. Marieta
13040 — Campinas-SP

SHEILA MARIS G. CORDEIRO
R. Ver. Sócrates A. Pereira, 747
30710 — Belo Horizonte-MG

SILVIA DIAS A. MACHADO
R. Girassol, 464 - ap. 132
05433 — São Paulo-SP

SILVIA ELIZABETH F. MAULE
Av. Paul Marris, 620
86100 — Londrina-PR

SOLANGE DOS R. A. E AMATO
Colina Bloco C - ap. 24
70910 — Brasília-DF

SONIA DA SILVA ROSA
R. Condessa A. Matarazzo, 355
02652 — São Paulo-SP

SONIA MARIA DE S. CORRADI
R. D. Pedro I, 294
96200 — Rio Grande-RS

SONIA MARIA F. DE AZEVEDO
R. Douilio José Quaglia, 140
09570 — São Caetano do Sul-SP

SONIA MUNIZ SANTOS
R. Sinésio de Farias, 20 - ap. 204
40000 — Salvador-BA

SUELI DE ALENCASTRO
R. Dr. Luiz de Couto, 9
76600 — Goiás-GO

SUELI RITA C. RODRIGUES
R. Sebastião Barbosa, 104
03334 — São Paulo-SP

SUZANA M. MARINGONI
R. Carlos Gomes, 77
06300 — Carapicuíba-SP

TADEU OLIVER GONÇALVES
Trav. Castelo Branco, 2073
66000 — Belém-PA

TÂMARA M. P. A. MARQUES
R. Santa Maria Goretti, 56 - ap. 42
40000 — Salvador-BA

TAMIKO SASAKI UEGAMA
R. Franco Tapajós, 379
04153 — São Paulo-SP

TANIA CRISTINA B. CABRAL
R. Sebastião de Sampaio, 52 - ap. 102
21910 — Rio de Janeiro-RJ

TANIA CRISTINA I. TAVARES
R. Tabela Casemiro Avelar, 41
37410 — Três Corações-MG

TANIA M. CAMPOS
R. Marquês de Paranaguá, 111
01303 — São Paulo-SP

TANIA MARGARIDA L. COSTA
R. Abadessa Gertrudes Prado, 33
- ap. 203
30000 — Belo Horizonte-MG

TANIA MARQUES
R. Dr. Cesar, 630 - ap. 11
02013 — São Paulo-SP

TANIA MICHEL PEREIRA
R. São Francisco, 501
98700 — Ijuí-RS

TARCÍSIO HENKE FORTES
Av. Pinheiro Machado, 663
11065 — Santos-SP

TEREZINHA N. CARRAHER
R. Mendes Martins, 112
50000 — Várzea-Recife-PE

THAIS B. L. G. DE ARAÚJO
R. Visc. de Ouro Preto, 51 - ap. 161
01303 — São Paulo-SP

THEREZINHA TINEN
R. Messias da Silva Ramos, 310
09450 — Rio Grande da Serra-SP

THIAGO A. S. LEANDRO
R. Guaianazes, 1313
17600 — Tupã-SP

TULANE B. ALMEIDA
R. Tiradentes, 52 - Pico do Amor
78050 — Cuiabá-MT

UBIRATAN D'AMBROZIO
Universidade de Campinas
Caixa Postal 1170
13100 — Campinas-SP

VALDIR RODRIGUES
R. Dr. Paulino Augusto, 220
02616 — São Paulo-SP

VALÉRIA GONÇALVES BORGES
Av. Cesário Alvim, 2940
38400 — Uberlândia-MG

VANIA MARIA P. DOS SANTOS
R. Min. Correa de Mello, 99 - ap. 103
22430 — Rio de Janeiro-RJ

VANILDO DE JESUS XAVIER
R. Silveira Martins, 132 - ap. 105
22221 — Rio de Janeiro-RJ

VERA LUCIA CUNHA PASSOS
R. Banco dos Ingleses, 30 - ap. 702
40120 — Salvador-BA

VERA LUCIA GUENA FRAGOSO
R. Prof. Wolf Neto, 57
01455 — São Paulo-SP

VERA LUCIA GUIMARÃES REIS
R. Teodoro da Silva, 785 - ap. 104
20560 — Rio de Janeiro-RJ

VERA MARIA F. RODRIGUES
R. Moura Brito, 209 - ap. 1006
20520 — Rio de Janeiro-RJ

VERA MARIA M. PELLEGRINI
R. Conselheiro Brotero, 717 - ap. 53
01232 — São Paulo-SP

VILMA KEIKO M. YAMADA
R. Padre Antonio Tomaz, 228 - ap. 74
05003 — São Paulo-SP

VILMAR JOSÉ ZERMIANI
R. Antonio da Veiga, 140
89010 — Blumenau-SC

VINCENZO BONGIOVANNI
Av. Epitácio Pessoa, 572 - c/68
11030 — Santos-SP

VINÍCIO DE MACEDO SANTOS
R. Mario Gessulo, 11
05450 — São Paulo-SP

VIRGINIA A. ALANO DE SOUZA
R. São Salvador, 89 - ap. 304
22231 — Rio de Janeiro-RJ

WALDEMAR W. SETZER
IME-USP
Caixa Postal 20570
01498 — São Paulo-SP

WANIA TADESCHI
R. Camanducaia, 82
04606 — São Paulo-SP

WERNER LEONARDO DAMM
R. Luiz D'acampora, 481
88000 — Florianópolis-SC

YARA MASTRANDREA
Av. Açocê, 661
04075 — São Paulo-SP

YONE VICENTINI GOMES
R. Tamoios, 819
38400 — Uberlândia-MG

ZILDA ALVES COSTA AVELINO
R. Barata Ribeiro, 323 - ap. 22
01308 — São Paulo-SP

TABELA 1**TRABALHOS APRESENTADOS**

UNIDADE	FREQUÊNCIA	
	FEDERAL	RELATIVAS
	ABSOLUTAS	
SP	62	45.5%
RJ	26	19.1%
PE	10	7.3%
RS	2	1.4%
DF	7	5.1%
MG	11	8.0%
BA	8	5.8%
MS	4	3.0%
RN	2	1.4%
SC	2	1.4%
SE	1	1.0%
PA	1	1.0%
TOTAIS	136	100.0%

GRÁFICO 1

*Distribuição de Frequência
Trabalhos Apresentados*

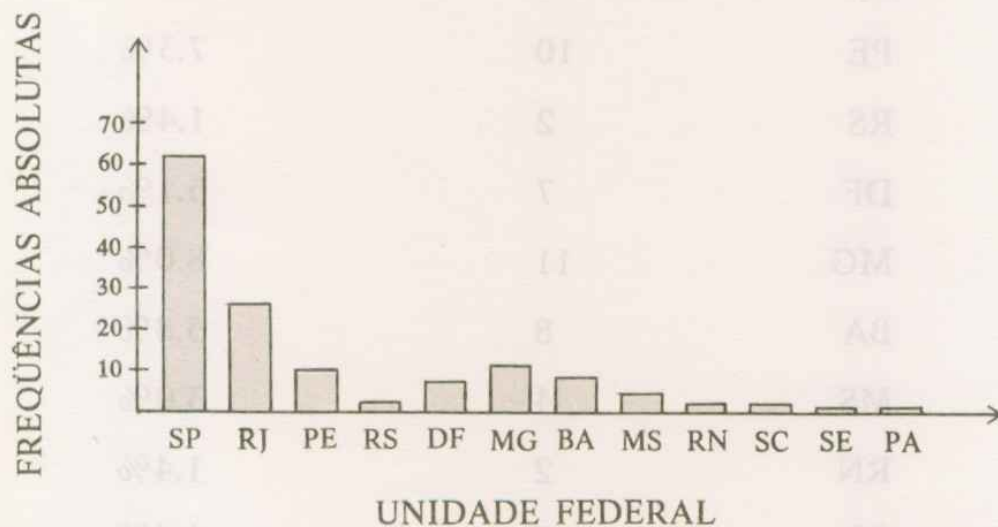


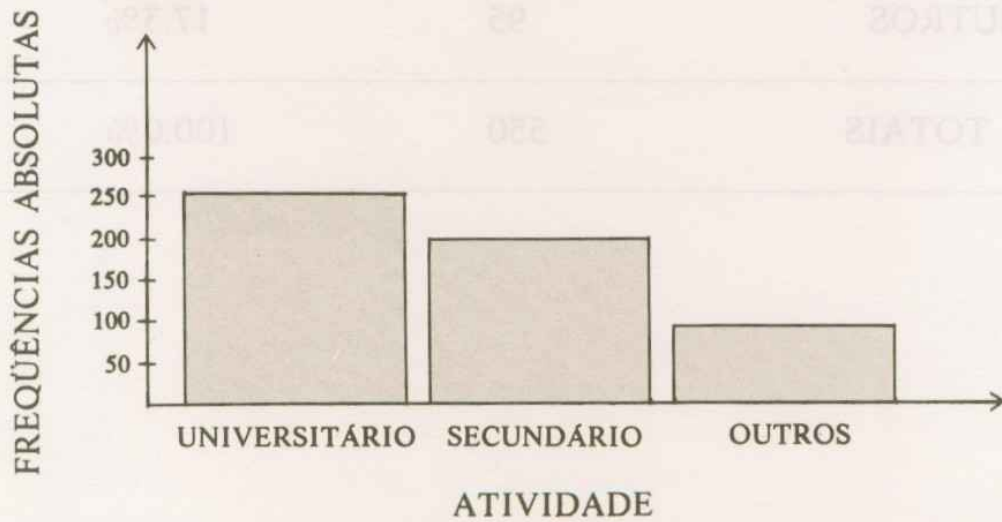
TABELA 2*Atividade dos Participantes*

ATIVIDADE	FREQÜÊNCIAS	
	ABSOLUTAS	RELATIVAS
UNIVERSITÁRIO	252	45.8%
SECUNDÁRIO	203	36.9%
OUTROS	95	17.3%
TOTAIS	550	100.0%



GRÁFICO 2

*Distribuição de Frequência
Atividade dos Participantes*



DAG GRÁFICA E EDITORIAL LTDA.

Imprimiu

Av. Nossa Senhora do Ó, 1.782

Tel.: 857-6044