A MODELAGEM MATEMÁTICA AO LONGO DA HISTÓRIA E O SURGIMENTO DA MODELAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

FERREIRA, Gessé Pereira
IFF- Campus Cabo Frio
gessepferreira@gmail.com

SILVEIRA, Alexis
IFF- Campus Cabo Frio
prof.alexissilveira@gmail.com

DA SILVA, Leonardo Andrade
IFF- Campus Cabo Frio
leonardolas@yahoo.com.br

Resumo
O processo de modelagem matemática é tão antigo quanto a própria matemática e é usado atualmente como estratégia de ensino. Para mostrar a veracidade da nossa afirmação fazemos, inicialmente, uma retrospectiva na História da Matemática, através de pesquisa bibliográfica, para ilustrarmos alguns eventos em que se faz o uso desta importante ferramenta. Ainda, como parte do objetivo deste trabalho, de cunho científico, apresentamos grupos de pesquisa que usam a modelagem matemática como linha de pesquisa para o desenvolvimento do ensino da matemática no Brasil.

Palavras Chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; História da Matemática.

1. Introdução

A modelagem matemática é uma importante ferramenta para a introdução de novos conteúdos em sala de aula. Além disso, é ideal para a implantação das ideias socioconstrutivistas, em que a aprendizagem de uma nova teoria matemática é feita pela introdução de uma situação problema. Algumas dessas situações não surgem necessariamente em laboratórios ou em pesquisas direcionadas à própria matemática, mas em eventos do cotidiano, em que, num primeiro momento, nada tem a ver com a matemática.

O fato de a modelagem matemática romper as barreiras entre as ciências propondo, de certa forma, uma multidisciplinaridade chamou a atenção dos pesquisadores em Educação Matemática, sendo atualmente uma grande área de pesquisa no processo de ensino-aprendizagem em matemática. O uso da modelagem como método de ensino de matemática é chamado, por muitos pesquisadores, sem perda de generalidade, de Modelação Matemática.

2. Modelos matemáticos ao longo da história

Grande parte do currículo abordado em matemática se desenvolveu, e ainda se desenvolve, na tentativa de se resolver algum tipo de situação problema. Dessa forma, não seria exagero afirmar que o processo de modelagem matemática já é praticado desde o início da própria matemática. Para Biembengut e Hein, "a modelagem é tão antiga quanto a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos" (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, P.8). Segundo Bassanezi, um dos pioneiros em pesquisas sobre modelagem matemática no ensino aqui no Brasil, "modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2006, p.16). Outros pesquisadores apresentam definições mais específicas sobre modelagem matemática: Barbosa, por exemplo, com um enfoque para a Educação Matemática, conceitua modelagem matemática como "um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade" (BARBOSA, 2007, p.161).

Para tentarmos mostrar a veracidade da proposição feita por Maria Salet Biembengut e Nelson Hein vamos apresentar três situações da História da Matemática (e por que não dizer: da humanidade) em que podemos observar claramente o uso da modelagem matemática para resolver uma situação problema. A primeira acontece durante a Antiguidade, com a participação de Arquimedes de Siracusa; a segunda, no início da Era Cristã, mas ainda na Antiguidade (séc. II), envolve Klaudius Ptolemaios; e a terceira, durante a Idade Moderna[1], tem, no elenco, a figura ímpar na História da Matemática de Leonhard Euler.

É claro que poderíamos sugerir outras situações envolvendo modelagem matemática. Situações, inclusive, anteriores a de Arquimedes de Siracusa. No século V a.C., por exemplo, os egípcios, segundo o grego Heródoto[2], usavam conceitos de geometria plana para que, após as enchentes do rio Nilo, os agrimensores determinassem a redução sofrida pelo terreno, passando o proprietário a pagar um tributo proporcional ao que restara. Eventos como este, em que se usa Matemática como ferramenta na solução de algum problema do cotidiano, é comum na história antiga da Matemática.

3. Arquimedes e a coroa do Rei Hieron

Arquimedes nasceu em 287 a.C. na cidade de Siracusa, Sicília. É considerado o maior matemático da Antiguidade. Para Aaboe "nenhum tratado de matemática clássica supera os trabalhos de Arquimedes" (AABOE, 2002, p.93). Suas contribuições, não só em matemática, mas também em física, são tão importantes que o colocaram no rol dos três maiores matemáticos de todos os tempos, juntamente com o inglês Isaac Newton (1642-1727) e o alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Segundo Garbi "a humanidade teve que esperar dezenove séculos para que, com Newton, surgisse alguém que a ele pudesse ser comparado" (GARBI, 2007, p.80).

Entre os vários trabalhos publicados por Arquimedes, existe o tratado *Sobre os Corpos Flutuantes*, onde é encontrado o que hoje conhecemos como Teorema ou Princípio de Arquimedes. Nesse trabalho, ele afirma que "todo corpo mergulhado em um fluido recebe um empuxo[3], de baixo para cima, igual ao peso do volume do fluido deslocado". Nesse tratado, para Boyer, Arquimedes, "começando com um simples postulado, sobre a natureza da pressão dos fluidos, obtém resultados muitos profundos" (BOYER, 1996, p.84), como o teorema supracitado.

[1] Para fins didáticos, a Idade Antiga ou Antiguidade é computada de cerca de 4.000 a.C. até 476 d.C., quando ocorre a queda do Império Romano do Ocidente e a Idade Moderna, vai de 1453 até 1789, com o advento da Revolução Francesa.
[2] Heródoto viveu no século V a.C. e é considerado o Pai da História.
[3] Empuxo é a força, de sentido para cima, que o líquido exerce no corpo imerso em um líquido.

Em uma obra notável sobre *Arquitectura* dividida em dez livros, sem uma data precisa, Marcus Vitrúvio Pollio[4], engenheiro e arquiteto romano que viveu no século I a.C., relata, no livro IX que trata de materiais de construção, de obras de edifícios públicos, de decorações, de hidráulica e de máquinas acompanhando as noções práticas da teoria correspondente, como Arquimedes teria descoberto o seu Princípio:

> *Hieron de Siracusa tendo chegado ao poder real, decidiu colocar em um templo, por causa de seus sucessos, uma coroa de ouro que havia prometido aos deuses imortais. Ofereceu assim um prêmio pela execução do trabalho e forneceu ao vencedor a quantidade de ouro necessária, devidamente pesada. Este, depois do tempo previsto, submeteu seu trabalho, finalmente manufaturado, à provação do rei e, com uma balança fez uma prova do peso da coroa. Quando Hieron soube, através de uma denúncia, que certa quantidade de ouro havia sido retirada e substituída pelo equivalente em prata, incorporada ao objeto votivo, furioso por haver sido enganado, mas não encontrando nenhum modo de evidenciar a fraude, pediu a Arquimedes que refletisse sobre isso. E o acaso fez com que ele fosse se banhar com essa preocupação em mente e ao descer à banheira, notou que, à medida que lá entrava, escorria pra fora uma quantidade de água igual ao volume do seu corpo. Isso lhe revelou o modo de resolver o problema. Sem demora, ele saltou cheio de alegria para fora da banheira e completamente nu, tomou o caminho de sua casa, manifestando em voz alta para todos que havia encontrado o que procurava. Pois em sua corrida ele não cessava de gritar: encontrei, encontrei... (MARTINS, 2000. p. 117)*

Embora muitos autores considerem a história narrada por Vitrúvio como lenda (talvez pelo fato de que em nenhuma obra de Arquimedes tal situação seja mencionada), será ilustrada em uma linguagem matemática moderna como Arquimedes pôde ter resolvido o problema, já que a sugerida na obra de Vitrúvio é vista por muitos físicos (inclusive Galileu Galilei)[5], como grosseira e muito longe da perfeição e que por isso não poderia ter sido essa a solução dada pelo gênio Arquimedes[6].

[4] Um pequeno trecho sobre a vida de Vitrúvio é encontrado no livro do português Fernando de Almeida e Vasconcellos chamado de *História das Matemáticas na Antiguidade*. Esta obra foi publicada em 1925. Vasconcellos, Coronel de Engenharia, foi professor de Cálculo Diferencial e Integral e de Probabilidade da Universidade de Lisboa.

[5] Galileu Galilei (1564-1642), notável cientista italiano, fez descobertas fundamentais no campo da Física e da Astronomia, revolucionando a ciência de sua época.

[6] A solução proposta na obra de Vitrúvio é bastante questionada. Maiores detalhes poderão ser encontrados no artigo escrito por Roberto de Andrade Martins intitulado *Arquimedes e a coroa do rei: problemas históricos*, que pode ser encontrado no sítio http://www.fsc.ufsc.br/ccef/port/17-2/artpdf/a1.pdf.

Seja P_1 o peso da coroa medido no ar, com $P_1 = x + y$, onde x é a quantidade de ouro e y a quantidade de prata e P_2 o peso da coroa mergulhada na água, com $P_2 = \frac{x+y}{d}$, onde $d \in R$ e $d > 0$. Ora, de fato $P_1 > P_2$, por causa do empuxo.

Suponhamos agora, um bloco de ouro com peso A_1 igual ao da coroa medido no ar. Daí, $A_1 = nx$, com $A_1 = P_1$ e $n \in R$. Segue-se que, medindo o bloco de ouro, mergulhado na água, encontramos um peso A_2 tal que, $A_2 = \frac{nx}{d^{'}}$, com $d^{'} \in R$ e $d^{'} > 0$. Analogamente, temos $A_1 > A_2$.

Feitas as aferições pode-se chegar as seguintes conclusões:

1.º - Se os volumes fossem iguais os empuxos também o seriam e, portanto, $A_2 = P_2$. Nesse caso a denúncia seria falsa.

2.º - Se a coroa contiver prata, então seu volume será maior do que do bloco de ouro puro e o empuxo também será maior. Com isso $A_2 > P_2$. Nesse caso, estaria provado o furto do ourives.

Vale a pena acrescentar que, construindo um bloco de prata com o mesmo peso da coroa, medidos no ar, poderíamos descobrir a proporção de prata usada pelo ouvires com uma boa aproximação (através da resolução de um sistema de equações).

Lenda ou não, o fato é que através de um modelo matemático Arquimedes resolveu uma situação problema que, aparentemente, não tinha nada a ver com mundo da matemática. É importante acrescentar que, segundo Martins, "o conhecimento científico atual pode ser necessário para reconstruir o objeto de investigação" (MARTINS, 2000, p.120). O gênio Arquimedes foi morto em 212 a.C. em Siracusa, Sicília.

4. O modelo planetário de Claudio Ptolomeu

Entre as diversas definições que podemos encontrar sobre o conceito de modelo matemático, vamos observar a sugerida por Lima Filho: “um modelo matemático é uma representação aproximada e seletiva (respectivamente, em termos matemáticos) de uma dada situação” (LIMA FILHO, 2008, p.16). Um exemplo de modelo matemático marcante é o modelo Geocêntrico do Sistema Planetário apresentado por Ptolomeu no século II d.C. O sistema dominou a astronomia durante quatorze séculos até ser refutado por Nicolau Copérnico[7] (1473-1543) e seu sucessores.

Klaudius Ptolemaios (c. 85 d.C. – 165 d.C.), que latinizado virou Claudius Ptolemaeus e atualmente é conhecido como Cláudio Ptolomeu, foi matemático, astrônomo e geógrafo grego. Assim como Euclides de Alexandria[8], pouco se sabe sobre sua vida, mas acredita-se que tenha vivido também em Alexandria durante o segundo século d.C. Segundo Boyer, “Ptolomeu fez observações em Alexandria de 127 a 151 d.C. e por isso supomos que nasceu pelo fim do primeiro século. Suidas, escritor que viveu no século dez, diz que Ptolomeu viveu ainda sobre Marco Aurélio (imperador de 161 a 180 d.C.)” (BOYER, 1996, p.112).

Entre as obras publicadas por Ptolomeu vamos destacar a que os historiadores consideram como a mais importante: *O Almagesto*. Composta por treze livros, a *Síntese Matemática*, que os árabes traduziram chamando-a *Al-Midschisti* (do grego *Megistos*, “muito grande”) donde derivou o nome *Almagesto* ou obra muito grande, é, segundo Vasconcellos, “uma enciclopédia das aplicações da Geometria à Astronomia, constituindo, como depósito das observações dos antigos” (VASCONCELLOS, 1925, p.470).

Ao contrário de Euclides, Ptolomeu faz uso do que conhecemos hoje como referência bibliográfica, sendo as obras de Hiparco[9] sua principal ferramenta matemática. Garbi afirma que “Ptolomeu foi extremamente cuidadoso em seu célebre tratado, fazendo referências minuciosas a seus antecessores (o que nos permitiu conhecer bastante da antiga astronomia grega)” (GARBI, 2007, p.111).

[7] Astrônomo polonês estudou na Universidade de Cracóvia, Polônia. Conseguiu provar, matematicamente, a teoria do modelo heliocêntrico, mas não conseguiu apoio de quase ninguém; na época, o sistema de Ptolomeu e as ideias de Aristóteles eram doutrinas estabelecidas tanto na religião como na filosofia.

[8] Euclides (c. 330 a.C. – 275 a.C.) autor de *Elementos*, obra em treze livros dedicados à Matemática. *Elementos de Euclides* possui uma parte direcionada a teoria dos números, mas o ponto forte da obra é a geometria, com 5 postulados e 467 teoremas.

[9] Geômetra e Astrônomo, Hiparco de Nicéia (c. 180 a.C. – 125 a.C.) é considerado o criador da Trigonometria.

No livro I do *Almagesto* Ptolomeu marca a posição da Terra usando resultados de Hiparco e considerando-a imóvel. Em seguida, com a Terra como centro do Universo, distribui os corpos celestes, que giravam em torna dela, na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol e Marte. Os corpos, com exceção da Lua e do Sol que não possuíam epiciclo, executavam basicamente dois movimentos:

- Epiciclo: um pequeno círculo imaginário da esfera celeste, cujo centro se encontrava na circunferência de outro círculo;

- Deferente: o círculo imaginário descrito pelos corpos celestes em seus movimentos em volta da Terra.

A figura abaixo é um esboço[10] do sistema de Ptolomeu:

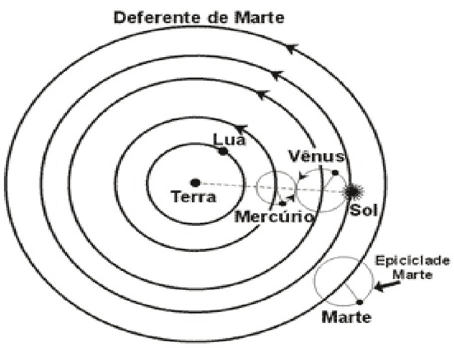

Figura 1 – Sistema Planetário de Ptolomeu

Embora Aristarco[11] já tivesse defendido a tese de que a Terra estivesse em rotação em torno de si mesma e, ao mesmo tempo, em torno do Sol, todas as atenções estavam voltadas para o modelo Geocêntrico, defendido pelo grande filósofo Aristóteles[12] e indo ao

[10] Esboço retirado do sítio http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Ptolemy.htm.
[11] Aristarco de Samos (c. 310 a.C. -230 a.C.), um dos pioneiros do heliocentrismo e o primeiro a calcular as distâncias entre o Sol, a Terra e a Lua.
[12] Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) filósofo grego, fundou a lógica sendo um dos primeiros a elaborar um sistema filosófico dos corpos e do mundo físico que o cercava. Para Aristóteles, toda e qualquer matéria era

encontro dos ideais teológicos da época que recusava qualquer sistema em que a Terra não tivesse posição de destaque como centro do Universo.

No *Almagesto,* Ptolomeu elevou a astronomia matemática a uma posição nunca antes alcançada, seguindo as ideias da escola pitagórica segundo a qual “os fenômenos naturais podem ser descritos e previstos matematicamente”. A obra apresenta também várias contribuições para a trigonometria como o conceito do seno, valor aproximado de π, resolução de triângulos esféricos e triângulos retilíneos. Estuda ainda a teoria dos eclipses, a teoria dos planetas e apresentando, na época, um catálogo das estrelas.

A contribuição de Ptolomeu é tão importante que figura também entre os modelos do universo juntamente com os modelos de Newton e Einstein[13] como mostra a tabela abaixo destacada em Lima Filho (2008):

MODELO	ÉPOCA	TIPO	DISCIPLINA EM QUE SE BASEIA
Babilônicos	2 000 a.C.	Aritmético (estático)	Aritmética
Ptolomeu	Séc. II	Geométrico	Geometria Euclidiana
Newton	Séc. XVII	Analítico	Cálculo
Einstein	Séc. XX	Geometria-diferencial	Geometria-diferencial

Para Aaboe, o *Almagesto, “*mais do que qualquer outro livro contribuiu para a ideia tão básica nas atividades cientificas de que uma descrição quantitativa e matemática dos fenômenos naturais, capaz de fornecer predições confiáveis são possíveis e desejáveis” (AABOE, 2002, p.131).

composta de quatro elementos: Terra, Água, Fogo e Ar. Aristóteles defendia que os planetas, o Sol e a Lua giravam em torno da Terra em órbitas circulares e a Terra não se movia.

[13] Albert Einstein (1879 - 1955) professor, físico e matemático alemão naturalizado norte-americano conhecido principalmente por ter desenvolvido a Teoria da Relatividade, na qual expõe a célebre equação $\boldsymbol{E = mc^2}$, pela qual a energia $\boldsymbol{E}$ de uma quantidade de matéria, com massa $\boldsymbol{m}$, é igual ao produto da massa pelo quadrado da velocidade da luz, representada por $\boldsymbol{c}$. Em1921 ganhou o Prêmio Nobel de Física, pelos seus serviços prestados à Física Teórica e por seus trabalhos sobre efeitos fotoelétricos.

5. O Problema das Pontes de Königsberg

Afirmamos no início deste trabalho que grande parte da matemática se desenvolve na tentativa de se resolver algum tipo de situação problema. Queremos esclarecer ao leitor que essa situação problema não precisa ser necessariamente de cunho científico. A teoria das probabilidades, por exemplo, teve como ponto de partida uma correspondência entre Pascal[14] e Fermat[15] que tratava sobre jogo de dados. De certa forma, a Teoria dos Grafos tem um início bastante parecido, começando como um simples problema entre os habitantes da cidade de Königsberg que também, pelo menos à primeira vista, não se tratava de um problema científico.

Os habitantes de Königsberg na Prússia, hoje Kaliningrad, Rússia, costumavam passear atravessando as sete pontes que ligavam o Rio Pregel à cidade.

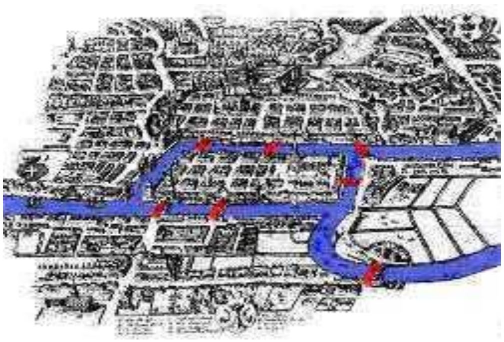

Figura 2 - Esquema de pontes[16] da cidade de Königsberg no século XVIII

Durante essa caminhada um fato intrigava aos que ali faziam tal percurso: seria possível, partindo-se de qualquer uma das regiões, margens ou ilhas, atravessar as sete pontes do Rio Pregel, sem passar duas vezes na mesma ponte, retornado ao ponto de partida? Essa situação problema, tratada por muitos pesquisadores como lenda, enigma, recreação ou ainda como “charada matemática”, ficou conhecida como *O Problema das Pontes de Königsberg* e coube ao grande matemático Leonhad Euler resolvê-la.

---

[14] Blaise Pascal (1623-1662). Matemático francês; trabalhou principalmente com as cônicas e com a hidrostática. Nenhuma de suas obras foi concluída, Pascal diversificava seus interesses e não se fixava.

[15] Pierre de Fermat (1601-1665). Embora não tenha sido um matemático profissional, cursou Direito em Toulouse. Fermat é tido como moderno fundador da teoria dos números, devido sua grande contribuição dentro dessa área da Matemática.

[16] Figura retirada do sítio http://www.mat.uc.pt/~alma/escolas/pontes/

Euler apresentou a solução do problema a Academia de Ciências Russa de São Petersburgo no ano de 1736. Vale ressaltar que no ano anterior, 1735, a fama de Euler começou a se espalhar pelo mundo ao encontrar a soma da série infinita dos inversos dos quadrados dos números naturais e em 1776, publicou *Mechanica*, onde apresentou a mecânica newtoniana dentro da linguagem do Cálculo Diferencial e Integral, um verdadeiro marco na História da Física e o primeiro, dentre muitos outros trabalhos sobre o mesmo assunto publicado por Euler.

Em uma linguagem moderna, poderíamos dizer que Euler criou um modelo matemático representado por um diagrama parecido com o da figura[17] abaixo:

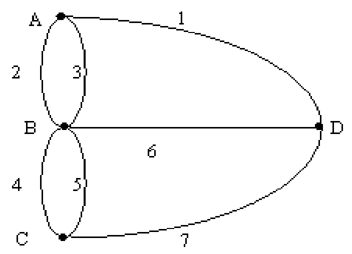

Figura 3 – Modelo matemático das pontes da cidade de Königsberg .

No diagrama acima temos:

- A, B, C e D são os pontos associados às partes que contém terra firme, onde A e C são as duas margens e B e D são as ilhas. Os pontos são chamados, atualmente, de vértices;

- 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são as linhas que representam as sete pontes que ligam as ilhas as margens e as ilhas entre si (linha 6). Essas linhas são chamadas de arestas.

Ao elevar a charada matemática a um grau de problema de matemática, Euler, como de costume, não se contentou em simplesmente resolvê-lo, deu também um rigor a solução. Rigor em matemática relaciona-se com definições, postulados ou axiomas e, principalmente, com teoremas.

[17] Diagrama retirado do sítio: http://users.prof2000.pt/agnelo/grafos/pontesh.htm

Considerando que um vértice é par ou ímpar, dependendo do número de arestas incidentes a ele seja par ou ímpar, Euler fez as seguintes descobertas:

1. Um diagrama pode ser atravessado começando e acabando num mesmo ponto sem passar duas vezes na mesma aresta se, e somente se, todos os vértices forem pares.

2. Um diagrama que contém, no máximo, dois vértices ímpares também pode ser atravessado, entretanto sem voltar ao local de partida.

3. Se o diagrama contém *2n* vértices ímpares, onde n é um número inteiro qualquer, para atravessá-lo será necessárias *n* passagens distintas por uma mesma linha**.**

Observe que no diagrama, que representa o passeio pela cidade de Königsberg, todos os vértices são ímpares e, portanto, podemos concluir, de acordo com o exposto acima, que não é possível efetuar todo o percurso, retornado ao local de partida, sem cruzar duas vezes a mesma ponte. Este resultado, formulado nos dias atuais com maior elegância, é conhecido como Teorema de Euler e é considerado como marco inicial da Teoria dos Grafos.

São muitas as contribuições de Euler para as Ciências Exatas, especialmente a Matemática. Para muitos historiadores seria mais justo que tivéssemos, ao invés do "Power Trio" (Arquimedes, Newton e Gauss), "O Quarteto Fantástico" (Arquimedes, Newton, Gauss e Euler) completando o célebre time dos maiores matemáticos de todos os tempos. Euler escreveu mais de 900 tratados e ainda publicou vários livros e estudos. Acredita-se que nenhum outro matemático tenha superado Euler em produção científica. Morreu em 18 de setembro de 1783, aos 76 anos. Seu corpo foi enterrado em São Petersburgo e até hoje a Rússia o considera um dos seus grandes matemáticos, não só pelas três décadas que esteve a seu serviço, mas pelo carinho com que o abrigou durante tanto tempo.

6. A intensificação da criação de modelos e o surgimento da Matemática Aplicada

Mesmo estando, de certa forma, conscientes de que a modelagem matemática caminha lado a lado com a própria História da Matemática, o termo em si é bem mais recente, guardadas as devidas proporções. Biembengut e Hein afirmam que "a expressão, em seu conceito moderno, surge durante o renascimento[18], quando se constroem as primeiras ideias da física apresentadas segundo linguagem e tratamentos matemáticos" (BIEMBENGUT E HEIN, 2003, p.8). Já a ideia de modelo matemático, segundo Lima Filho, "vem sendo amplamente usada por engenheiros, físicos, estatísticos e economistas desde a década de 1940, pelo menos" (LIMA FILHO, 2008, p.15).

A modelagem matemática, então, serviu e serve como a principal ferramenta para uso principalmente das outras ciências, promovendo uma inter-relação da matemática com as outras áreas do conhecimento humano, se encaixado na corrente de pensamento conhecida como estruturalismo[19]. Essa tendência contribuiu para o surgimento de um novo ramo dentro da própria matemática, chamado de Matemática Aplicada, onde os matemáticos emprestam sua capacidade de generalização para a criação de modelos que possam explicar fenômenos aparentemente não matemáticos.

Com o crescente interesse dos matemáticos profissionais na Matemática Aplicada, os modelos ganharam mais precisão e confiabilidade, passando a ser essencial nas estruturas das ciências ditas não exatas. Assim, observamos que o objetivo da modelagem matemática é transformar em linguagem matemática uma situação dada. Entretanto, o matemático tende a não limitar o estudo de tal fenômeno, buscando sempre que possível generalizar a situação na tentativa de descobrir as possíveis estruturas matemáticas que podem, de certa forma, estarem inseridas dentro do problema. Como Euler fez com *O Problema das Pontes de Königsberg*: modelou a situação e a generalizou, dando início a Teoria dos Grafos. É claro que nem sempre é preciso uma nova teoria matemática para se modelar um problema.

Uma vez que as estruturas são identificadas, Lima Filho (2008) destaca as vantagens do uso de modelos sustentados por alguma teoria matemática:

---

[18] No início da Idade Moderna ocorreu em várias partes do continente europeu um movimento de transformação conhecido pelo nome de Renascimento. O Renascimento iniciou-se na Península Itálica e expandiu-se nos séculos XV e XVI para outras partes da Europa. Dentre outros fatores que justificam o pioneirismo italiano, destacamos a herança da rica cultura árabe que se sedimentou na Sicília, servindo de base para uma renovação, em especial na Medicina e na Matemática.

[19] O estruturalismo é um método de análise usado principalmente na segunda metade do século XX, sendo uma corrente do pensamento dentro das Ciências Humanas, que acredita na realidade social como um conjunto formal de relações; é largamente adotado dentro da Filosofia da Matemática.

1. Informações novas sobre a situação problema.

2. Previsões e projeções.

3. Estratégias.

4. Economia: situações diferentes podem admitir um mesmo modelo.

7. Tendências da Modelação Matemática no Brasil.

A forma imparcial em que o processo de modelagem promove a matemática e as diversas formas de se construir ciência, chamou a atenção dos educadores e a partir da década de 1970 surgem os primeiros trabalhos, aqui no Brasil, sobre modelagem matemática no ensino, promovidos, segundo Biembengut e Hein (2003), pelos professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi.

Na década de 1980 surgem os primeiros Cursos de Pós-graduação em Modelagem Matemática, a partir daí, a modelagem matemática ganha proporções maiores como estratégia de ensino aprendizagem e em 2001 a Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM, cria o Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática. Em Blumenau, Santa Catarina, surge, em 2006, o Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino, CREMM.

Segundo informações extraídas do próprio sítio oficial do GT de Modelagem Matemática, que também é conhecido por GT10 (por ter sido o décimo Grupo de Trabalho a ser criado pela SBEM), o grupo tem como principal missão "favorecer o debate e a colaboração dos pesquisadores brasileiros que realizam investigações sobre modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, articulando o desenvolvimento dessa frente de pesquisa no país".

O GT10 se reúne a cada três anos durante o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, SIPEM. Participa também da organização da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, CNMEM, e ainda do Encontro Nacional de Educação Matemática, ENEM. Além da afinidade em usar o processo de modelagem matemática como ferramenta de ensino aprendizagem, o GT10 possui em comum com CREMM a busca da integração dos professores, e pesquisadores em geral, com o material disponível sobre modelação Matemática .

O CREMM apresenta como uma das principais metas “reunir, cada vez mais, produções acadêmicas de modelagem do Brasil e demais países do mundo e divulgar esses materias a todos os interessados e, ainda, promover um conjunto de ações virtuais e presencias com apoio de pesquisadores e professores”. No sítio oficial do CREMM encontramos o endereço da Universidade Regional de Blumenau, o telefone, além do endereço eletrônico. Tudo para facilitar o contato do pesquisador com CREMM.

Em 2007, o GT10 reuniu diversos artigos sobre modelação matemática e os publicou em um livro intitulado *Modelagem Matemática na Educação Matemática: Pesquisas e Práticas Educacionais.* A obra apresenta a modelagem matemática de diversas maneiras e em diversas situações, fazendo emergir, de certa forma, quatro grandes áreas de concentração ou, em outras palavras, as tendências da modelagem matemática no ensino:

I. Aspectos teóricos da modelagem matemática: em um primeiro momento, os artigos apresentam uma preocupação com o aprofundamento teórico que contribua para a aplicação da modelação matemática.

II. Modelagem e prática de sala de aula: aqui são apresentadas as pesquisas de campo tanto no Ensino Básico como no Ensino Superior. É o momento onde as estratégias são testadas.

III. Modelagem matemática e as tendências da informação e da comunicação – nessa tendência, os artigos defendem o uso da modelagem matemática através dos ambientes virtuais de aprendizagem.

IV. Modelagem matemática e formação de professores: a modelação matemática aqui é apresentada como estratégia de ensino para o educador e para o educando.

Em tempo, queremos ressaltar que além do GT10 e do CREMM existem vários outros grupos de estudos, aqui no Brasil, que defendem o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizado. Entre eles, destacamos o Centro Virtual de Modelagem, o CVM, que além de funcionar como ambiente virtual para os pesquisadores interessados em modelagem matemática tem sido também uma ponte entre a modelagem e a internet, desenvolvendo projetos de modelagem on-line de forma colaborativa.

8. Considerações finais

Uma das formas de apresentar uma teoria é através de uma situação problema, estratégia comum na Modelagem Matemática que pode ser usada como meio de introdução do conteúdo contribuindo para a democratização do aprendizado. Este procedimento motiva os estudantes no ambiente escolar e ajuda a desenvolver no educando a capacidade de transformar uma situação real em uma situação matemática. Dentro desse contexto, o professor orienta o desenvolvimento de ensino-aprendizagem e formaliza a teoria após os discentes já estarem familiarizados com o problema.

Ressaltamos que, de maneira alguma, estamos querendo afirmar que é mais produtivo ensinar matemática iniciando com uma situação problema do que com exposições teóricas. Entretanto, ilustramos algumas situações da História da Matemática que ratificam a eficiência do processo de Modelagem Matemática e, ainda, apresentamos alguns grupos de pesquisa que defendem a Modelação Matemática como importante linha de pesquisa para o engrandecimento da Educação Matemática em nosso país e no mundo.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem à professora Renata Cristina Nunes pelas sugestões dadas para o desenvolvimento desta pesquisa.

10. Referências Bibliográficas

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

ARAÚJO, A. **As pontes de Königsberg**. http://www.mat.uc.pt/~alma/escolas/pontes/. Acesso em: 14 fev 2009.

BARBOSA, C. B., CALDEIRA, A. D., ARAÚJO, J. L.(Orgs). **Modelagem na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BOYER, C.B. **História da matemática**. 2.ed. São Paulo:Edgar Blucher, 1998.

CALDEIRA, A. D., ARAÚJO, J. L.(Orgs). **Modelagem na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

CENTRO de REFERENCIAS de MODELAGEM no ENSINO – CREMM http://www.furb.br/cremm/. Acesso em: 22 fev 2009.

FERREIRA, G.P. **Viabilidade de modelagem discreta como atividade extracurricular**. 2009. 94 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, Duque de Caxias, 2009.

FIORENTINI, D., LORENZATO, S**. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

GARBI, G.G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GRUPO de TRABALHO de MODELAGEM MATEMÁTICA da SBEM - http://www.sbem.com.br/gt10/index.html. Acesso em: 21 de fev de 2009.

LIMA FILHO, E. C. **Modelos matemáticos nas ciências não exatas**. In: NOGUEIRA, E.D., MARTINS, L. E. B., BRENZIKOFER, R (orgs). Modelos matemáticos nas ciências não exatas: um volume em homenagem a Euclydes Custódio de Lima Filho. São Paulo: Blucher, 2008.

MARTINS, R.A. **Arquimedes e a coroa do rei: problemas históricos.** http://www.fsc.ufsc.br/ccef/port/17-2/artpdf/a1.pdf. Acesso em: 14 de jan de 2009.

O PROBLEMA DAS SETES PONTES DE KÖNIGSBERG. http://users.prof2000.pt/agnelo/grafos/pontesh.htm. Acesso em 14 fev 2009.

VASCONCELLOS. F.A. **História das matemáticas na antiguidade**. Lisboa: Aillaud e Bertrand, 1925.