

## O ENSINO DO CÁLCULO NO BRASIL: BREVE RETROSPECTIVA E PERSPECTIVAS ATUAIS

Gabriel Loureiro de Lima  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)  
gllima@pucsp.br

### Resumo:

Inspirados no tema geral proposto para o XI ENEM – *Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas* apresentamos uma breve retrospectiva do ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil desde 1810, ano em que tal disciplina foi introduzida no currículo brasileiro, até os dias atuais. Com base nos dados obtidos, na tese de doutorado de Lima (2012), por meio da metodologia da História Oral Temática e analisados segundo os princípios da Análise Paradigmática, destacamos diversos momentos importantes na trajetória do desenvolvimento da disciplina de Cálculo no país. Em seguida, apontando algumas perspectivas atuais para o trabalho com este conteúdo, salientamos preocupações que estão em pauta atualmente dentre diversos professores e, finalmente, argumentamos a respeito da necessidade de se construir, urgentemente, uma identidade para a disciplina de Cálculo nos mais diversos cursos de graduação brasileiros.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral; Análise Matemática; Ensino Superior.

### 1. Introdução

Inspirados no tema proposto para o XI ENEM – *Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas* – optamos por apresentar uma breve retrospectiva a respeito do que se passou no ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil, desde o momento em que essa disciplina foi introduzida no currículo brasileiro até os dias atuais, para, em seguida, apontarmos tendências que começam a se manifestar em alguns trabalhos referentes ao processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo matemático.

Os dados aqui apresentados foram, em sua maioria, obtidos na tese de doutorado que desenvolvemos, sob orientação do Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva, no âmbito do projeto *As diversas componentes envolvidas no processo de Ensino e Aprendizagem do Cálculo*, no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Nesta, nos propusemos a investigar como se deu a implantação e o desenvolvimento da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral ministrada no curso de graduação em

Matemática da Universidade de São Paulo, desde a fundação desta instituição, em 1934, até 1994. Investigamos como se deu o processo de transição de uma disciplina que, quando implantada, era de Análise Matemática, para outra efetivamente de Cálculo Diferencial e Integral e quais foram os níveis de rigor e as preocupações didáticas presentes nos cursos analisados e nos manuais que lhes serviram de referência. Para a realização de tal investigação, nos baseamos em considerações teóricas específicas a respeito dos eixos de análise estabelecidos, como, por exemplo, discussões a respeito da constituição do Cálculo e da Análise como campos de conhecimento e como disciplinas acadêmicas universitárias, as diferentes concepções de rigor e suas relações com a intuição e o surgimento de preocupações didáticas na universidade, em especial no ensino da Matemática. Os dados foram obtidos primordialmente por meio de entrevistas com pessoas que em determinado momento estiveram envolvidas no processo de ensino de aprendizagem do Cálculo na graduação em Matemática da instituição de interesse na pesquisa, sejam como estudantes ou como professores. Essas entrevistas foram planejadas e realizadas segundo os princípios da História Oral Temática que, na área da Educação Matemática, tem como principal referência estudos de GARNICA (2003, 2004a, 2004b, 2007). Ainda visando coletar dados, analisamos aqueles livros-texto de Cálculo que nossos depoentes disseram ter utilizado quando eram alunos ou professores de tal disciplina, além de documentos oficiais e pesquisas anteriores. Após a coleta/produção dos dados, os mesmos foram analisados, de acordo com aquilo que Bolívar (2002) denomina de Análise Paradigmática, que, segundo este autor, é bastante semelhante à Análise de Conteúdo tradicional.

Passemos então, na próxima seção, para uma breve retrospectiva a respeito da trajetória do ensino do Cálculo no Brasil, elaborada tomando por base os dados trazidos por Lima (2012) a respeito do que se passou no curso de Matemática da Universidade de São Paulo, que durante muito tempo serviu de referência, para o ensino universitário de Matemática no Brasil. Dividiremos essa retrospectiva em cinco momentos, sendo eles:

- (i) O ensino do Cálculo nas Escolas Militares e Politécnicas entre o final do século XIX e o início do século XX;
- (ii) A fundação da USP e a introdução da Análise Matemática no país;
- (iii) A introdução de uma disciplina de Cálculo precedendo à de Análise;
- (iv) Tentativas de promover uma compreensão efetiva, por parte do aluno, de uma abordagem do Cálculo feita com alto nível de rigor simbólico-formal;

- (v) O predomínio das técnicas e/ou conflito pedagógico entre o que se faz e o que se pede.

## 2. Breve retrospectiva do ensino do Cálculo no Brasil

### 1º momento: O ensino do Cálculo nas Escolas Militares e Politécnicas entre o final do século XIX e o início do século XX

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral foi ministrada pela primeira vez no Brasil em 1810, no *Curso Mathematico* da então recém-criada Academia Real Militar do Rio de Janeiro. Nessa instituição, o ensino de tal conteúdo baseava-se em uma tradução para o português do livro *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral* do francês Sylvestre François Lacroix (1765-1843), principal autor de livros-texto de sua época. A tradução utilizada na Academia Real Militar foi feita em 1812 por Francisco Cordeiro da Silva Torres Alvin (1775-1856) e se tornou, de acordo com Silva (1996), o primeiro livro-texto de Cálculo, em língua portuguesa, a ser adotado para o ensino da Matemática superior no Brasil, sendo durante décadas a principal referência teórica para o ensino desta disciplina no país.

Em 1893, foi criada, nos moldes da Eidgenössische Technische Hochschule de Zurique, a Escola Politécnica de São Paulo, que, de acordo com Lima (2006), na prática seguia as concepções e técnicas estabelecidas pela École Polytechnique de Paris. Segundo Oliveira (2004), o ensino do Cálculo nesta instituição tomava como referência o livro *Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal* de Hyppolite Sonnet, lançado em 1869, que trata o conteúdo em questão de acordo com a concepção de Leibniz (1646-1716) e Newton (1642-1727), dando ênfase aos infinitésimos e à noção intuitiva de limite.

Tanto nos cursos de Cálculo da Academia Real Militar do Rio de Janeiro quanto nos da Escola Politécnica de São Paulo, as grades curriculares eram construídas com a finalidade de formar profissionais da área militar e engenheiros; ou seja, pessoas que deveriam ser capazes de utilizar, em seu cotidiano profissional, as ferramentas fornecidas pela Matemática ou, para sermos mais precisos, as técnicas de cálculo de derivadas e de integrais, uma vez que, aparentemente não eram apresentadas situações práticas envolvendo as aplicações dos conceitos do Cálculo; o conteúdo resumia-se basicamente a derivação e integração, sempre com ênfase nas regras destes processos, nos exercícios de cálculo. E os próprios livros-textos eram adotados levando em consideração este objetivo.

Na Escola Politécnica de São Paulo, por exemplo, o manual utilizado, de acordo com Oliveira (2004, p.60), era direcionado prioritariamente a viabilizar a prática do futuro engenheiro, mostrando um Cálculo Diferencial e Integral elementar e prático, sem preocupações com as demonstrações das regras ou teorias trabalhadas. Podemos afirmar que, durante todo o século XIX e início do século XX, uma das características principais do ensino do Cálculo no Brasil foi exatamente esse caráter prático, supervalorizando as regras.

## **2º momento: A fundação da USP e a introdução da Análise Matemática no país**

Em 1934 foi criada, em São Paulo, a USP, primeira universidade do país e, em sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras passou a funcionar o primeiro curso de graduação em Matemática do Brasil. Buscou-se fundar uma instituição que seguisse os mesmos moldes das conceituadas universidades europeias e, para que tal objetivo fosse atingido, diversos pesquisadores estrangeiros foram contratados, dentre os quais o analista italiano Luigi Fantappiè, que trouxe para o Brasil o modelo de ensino presente nos cursos de Matemática da Itália e de diversos outros países europeus, no qual não havia no currículo uma disciplina chamada Cálculo Diferencial e Integral. Os conceitos fundamentais deste ramo do conhecimento eram trabalhados diretamente em uma disciplina chamada Análise Matemática, ministrada, desde o primeiro ano do ensino superior, com alto nível de rigor simbólico-formal e sem enfatizar, em momento algum, a manipulação de procedimentos de cálculo de limites, derivadas e integrais.

Ao introduzir, na USP, o ensino da Análise Matemática, Fantappiè foi o responsável por uma mudança de orientação e de objetivos com os quais o Cálculo passou a ser trabalhado nas instituições de ensino superior do país. Muitas delas deixaram de oferecer cursos com esta denominação e introduziram em seus currículos disciplinas de Análise, mas mesmo naquelas em que a nomenclatura Cálculo foi mantida, a abordagem dada aos conteúdos, bem como os objetivos ao se ensiná-los, sofreram mudanças significativas. Enquanto, conforme destacamos no primeiro momento desta breve retrospectiva, nas escolas militares e politécnicas, o curso tinha um caráter prático, cujas características principais eram a ênfase nos procedimentos algorítmicos, a apresentação apenas das definições e deduções que fossem realmente essenciais para o desenvolvimento da disciplina e a capacitação dos egressos de tais cursos para que estes pudessem utilizar os elementos do Cálculo como ferramentas em suas carreiras profissionais, na disciplina de

Análise implantada por Fantappiè, a ênfase passou a ser a formalização do conteúdo trabalhado, apresentado sempre com um elevado nível de rigor, e acompanhado das demonstrações de todos os resultados enunciados. As técnicas de cálculo perderam quase que completamente seu espaço e o objetivo da disciplina passou a ser fornecer aos estudantes uma sólida conceitualização dos elementos matemáticos estudados.

O curso de Análise Matemática trazido ao Brasil por Fantappiè introduziu no país o rigor simbólico-formal no ensino do Cálculo. A partir de então, na maioria das universidades brasileiras, tal conteúdo passou a ser abordado por meio de uma organização weierstrassiana, na qual a noção topológica de limite, que a maioria das pessoas conhece como definição de limite via épsilons e deltas, embasa os conceitos de continuidade, derivada e integral.

### **3º momento: A introdução de uma disciplina de Cálculo precedendo à de Análise**

Fantappiè ficou no Brasil de 1934 a 1939, quando voltou para a Itália e foi substituído, na cátedra de Análise Matemática da FFCL da USP, por Omar Catunda. No início da década de 1950, a professora Elza Furtado Gomide, ainda como assistente de Catunda, passou a ministrar as aulas teóricas de Análise para os alunos do primeiro ano e começou a refletir se era mesmo adequado ensinar diretamente Análise Matemática aos alunos que ingressavam na Universidade. Talvez, o ideal fosse que os mesmos cursassem inicialmente uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na qual os conceitos fundamentais fossem trabalhados de forma mais manipulativa e menos crítica para, posteriormente, aí sim na disciplina de Análise, serem revistos com mais detalhes em uma abordagem mais crítica.

Uma das razões que levaram Gomide a este questionamento foi sua própria experiência discente. De acordo com ela, ao ingressar na Universidade de São Paulo, o primeiro assunto que estudou na disciplina de Análise, na ocasião ministrada por Catunda, foi a construção dos números reais via noção de cortes de Dedekind, e este conteúdo, além de não ser compreendido pela grande maioria dos alunos, também não era motivador a eles naquele primeiro contato com os conceitos do Cálculo, já que ainda não possuíam a maturidade matemática necessária para compreender verdadeiramente os detalhes e refinamentos teóricos envolvidos naquela construção. Desta forma, a disciplina só começava a interessar quando o professor chegava às idéias de diferenciação e integração e, conseqüentemente, às situações que davam maiores possibilidades aos alunos de

manipularem os conceitos que estavam sendo estudados. Quando se tornou professora, Gomide passou então a defender que, para compreender verdadeiramente as discussões teóricas que eram feitas na disciplina de Análise, o estudante deveria, inicialmente, passar por um curso no qual os conceitos lhes fossem apresentados com um nível de rigor adequado à sua maturidade matemática e de forma que pudessem ser manipulados.

Percebe-se, portanto, que tal docente já concebia a idéia de que o rigor não é absoluto, que pode variar de acordo com o contexto em que se está trabalhando e também com a maturidade matemática dos alunos, ideias estas que coadunam com aquelas de Grattan-Guinness (1997). Não lhe parecia adequado ministrar um curso com um nível de rigor tão alto quanto aquele adotado na disciplina de Análise Matemática para um aluno que, por estar acabando de ingressar na Universidade, não tinha desenvolvimento matemático suficiente para aproveitá-lo integralmente. Convém destacar, no entanto, que, em momento algum, Gomide defendeu a substituição de um modelo Teoricista para outro Tecnicista (Salinas & Alanís, 2009). O foco da disciplina deveria continuar sendo a teoria que, no entanto, poderia ser trabalhada de forma mais acessível aos alunos ingressantes na universidade, deixando para um momento posterior do curso alguns refinamentos. Por outro lado, as técnicas de cálculos de limites, derivadas e integrais que, até então não tinham qualquer espaço no curso inicial de Análise Matemática, deveriam sim ser incorporadas à disciplina, não como sua parte central, mas como ferramentas que possibilitassem ao estudante manipular aqueles conteúdos que haviam estudado, o que também é importante em um primeiro contato com os mesmos.

Começou a haver então, a partir dessas reflexões de Gomide, um redirecionamento na maneira como a disciplina inicial de Análise era trabalhada. Passou-se a buscar uma abordagem que estivesse mais próxima do Cálculo do que da Análise e que adotasse um nível de rigor mais moderado. As mudanças, que a princípio, foram bastante sutis e praticamente imperceptíveis, com o passar do tempo começaram a se tornar mais explícitas. A intuição do estudante passou a ser mais valorizada no processo de ensino e aprendizagem, principalmente a intuição geométrica, e iniciou-se a busca por uma abordagem que fosse menos abstrata, porém nem por isso não rigorosa, daquilo que estava sendo trabalhado; passou-se a procurar o nível de rigor que fosse mais adequado ao público-alvo daquela disciplina.

Em 1964 colheu-se o primeiro fruto oficial deste redirecionamento discutido no último parágrafo: a renomeação da cátedra de Análise Matemática da FFCL da USP, que passou a se chamar Cálculo Infinitesimal, mudança que, provavelmente, também tenha

sido influenciada pela chegada ao Brasil, por meio de livros-didáticos e de professores universitários que porventura viajavam até aquele país fazer pós-graduação, do modelo adotado nos Estados Unidos para o ensino do Cálculo e da Análise. Em tal país, os estudantes cursavam primeiramente uma disciplina de Cálculo, na qual os conceitos fundamentais deste campo do conhecimento eram trabalhados de maneira menos analítica, mais intuitiva, com um nível mais moderado de rigor e com maior ênfase nos significados do que nos fundamentos para, posteriormente, em um curso de Análise ou, conforme nomenclatura também bastante utilizada na época, de Cálculo Avançado, rever tais conteúdos de acordo com uma orientação mais crítica e mais voltada aos fundamentos do que a manipulação.

Assim como a introdução do curso de Análise Matemática na FFCL da USP em 1934 refletiu na forma como o Cálculo passou a ser ensinado em outras instituições universitárias que foram surgindo no país a partir de então, essa reorientação da disciplina, também na USP, na década de 1950 e que culminou com a introdução, em 1964, no currículo do curso de Matemática, de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral também teve reflexos nos currículos de outras universidades que haviam adotado o modelo implantado por Fantappiè. Essas instituições também passaram a buscar o nível de rigor e de formalismo mais adequado para se trabalhar em uma disciplina destinada aos alunos ingressantes, uma forma de abordagem dos conceitos do Cálculo que fosse condizente com a maturidade matemática daqueles que estavam iniciando seus estudos universitários.

#### **4º momento: Tentativas de promover uma compreensão efetiva, por parte do aluno, de uma abordagem do Cálculo feita com alto nível de rigor simbólico-formal**

Podemos dizer que, a partir daquelas reflexões de Gomide e de outros professores que eram favoráveis a um redirecionamento daquele curso de Análise implantado por Fantappiè em 1934, houve um longo período que, de acordo com Chervel (1990), pode ser classificado como de *perturbação* (ou de *transição*), no qual pôde ser observada a existência simultânea de dois modelos, o antigo – ensinar diretamente Análise – que ainda não havia caído totalmente por terra e o novo – ensinar inicialmente Cálculo – que começava a se instaurar.

Ao longo dos primeiros anos deste processo de transição, pudemos perceber uma série de preocupações didáticas, quase sempre, relacionadas ao desejo dos professores de possibilitar a seus estudantes uma compreensão efetiva daquele tratamento, na maioria das

vezes rigoroso e formal, que estava sendo dado ao Cálculo. O surgimento deste tipo de preocupação, possivelmente, também foi influenciado pelas mudanças ocorridas no perfil dos ingressantes nas universidades desde que as mesmas foram criadas no país. Até, pelo menos, o final da década de 1960, os estudantes universitários, em geral, assumiam uma postura mais passiva e não tinham o hábito de questionar os professores a respeito de seus métodos didáticos ou sobre algo que não haviam compreendido bem. Conseqüentemente, não cobravam de seus professores condições para que pudessem ter um aprendizado mais significativo. Mas, a partir do início da década de 1970, começou-se a observar uma mudança de postura e de perfil por parte dos universitários e, com isso, os professores acabaram precisando buscar alternativas didáticas.

No caso da disciplina inicial de Cálculo ministrada no curso de Matemática da USP, duas experiências foram marcantes durante a década de 1970: a adoção do livro *Cálculo: um curso universitário* de Moise como referência bibliográfica e a implantação de uma metodologia de ensino baseada em roteiros de estudo e trabalhos em grupo. Na primeira delas, a ideia fundamental era fazer com que os alunos, por meio da abordagem em espiral trazida pelo manual adotado como referência, entrassem em contato com o mesmo conceito diversas vezes, sendo que, a cada nova aparição, este era tratado com maiores níveis de detalhamento, rigor e formalismo. Já na segunda, a idéia era de fato promover uma quebra no estilo de aula em vigor até então; uma mudança de um modelo de ensino baseado na “transmissão” de conhecimentos, por parte dos professores, para outro no qual os mesmos fossem construídos pelos estudantes. O objetivo dos que colocaram em prática essas duas experiências didáticas diferenciadas não foi tornar a disciplina mais “fácil” para os estudantes, mais próxima de um curso atual de Cálculo do que de um curso de Análise, mas sim tentar possibilitar aos alunos que eles realmente interiorizassem aquele tratamento rigoroso e formal que estava sendo dado ao assunto naquela ocasião e não apenas o memorizassem e tentassem conseguir bons resultados nas avaliações. Convém destacar, inclusive, que não havia preocupação em contextualizar aquilo que estava sendo trabalhado. Nos roteiros, notamos que grande parte das questões trabalhadas nos roteiros não fornecia subsídios para que o estudante pudesse perceber em quais contextos – matemáticos ou não – aquilo que estava sendo estudado poderia ser aplicado ou utilizado, o que é fundamental em um curso inicial de Cálculo. As atividades propostas, embora abrissem algum tipo de espaço para a intuição dos alunos, privilegiavam os aspectos formais dos conceitos abordados, ao invés de explorarem algo que, para os pesquisadores da Educação Matemática preocupados com questões ligadas ao ensino e

aprendizagem do Cálculo, é um dos pontos centrais em um primeiro contato dos alunos com a disciplina em questão: os aspectos epistemológicos e cognitivos de seus entes fundamentais.

Um dos aspectos importantes dessa experiência com os roteiros é que a mesma não se resumiu a uma modificação nos métodos de ensino, mas envolveu também mudanças na relação entre professor e aluno e na forma da avaliação da aprendizagem. Por outro lado, apesar destes aspectos positivos, a maioria dos alunos continuava apresentando um rendimento abaixo do esperado na disciplina de Cálculo; o estranhamento com a linguagem simbólico-formal com a qual os conceitos eram apresentados, ainda que, provavelmente, em menor grau, permanecia. E essa talvez tenha sido uma das razões para que, entre o final da década de 1970 e o início da década de 1980, o curso de Cálculo tenha se tornado, para alguns docentes, muito menos rigoroso do que deveria ser. Para estes, o rigor simbólico-formal era uma das características principais deste curso desde a implantação da Análise Matemática na universidade, em 1934, e, por esta razão, deveria ser mantido. Mas esta era a opinião de alguns professores e não algo consensual. Assim, ao longo da década de 1980, observamos uma grande variedade de orientações dadas à disciplina, sendo que estas dependiam exclusivamente das concepções do docente responsável por ministrar aquele conteúdo naquele momento. Desta forma, não é de estranhar que o rigor com o qual o conteúdo foi trabalhado também tenha variado significativamente: percebemos, neste período, a convivência de disciplinas conduzidas com níveis de rigor mais altos do que aqueles encontrados em cursos atuais de Análise com outras conduzidas de maneira bastante semelhante à maioria dos cursos de Cálculo ministrados atualmente. Em alguns momentos os procedimentos algorítmicos foram privilegiados em demasia, enquanto que em outros as técnicas de cálculo de limites, derivadas e integrais voltaram a ser quase banidas do programa, fazendo com que os alunos concluíssem a disciplina sem ser capazes de manipular estes conceitos ou utilizá-los na resolução de problemas, tarefas que também são importantes no ensino superior. Em diversas ocasiões, imperou entre alguns professores a idéia de que não se podia “baixar o nível” dos cursos e então, a custo disso, deixou-se de levar em consideração a maturidade matemática daqueles que estavam ingressando no ensino superior e se estes realmente tinham condições de acompanhar, logo no início de suas graduações, disciplinas conduzidas de maneira tão rigorosa e formal.

No final da década de 1980, um grupo de professores, para os quais o nível de rigor do curso de Cálculo estava cada vez mais aquém do que deveria ser e daquele que o havia

caracterizado até então, resolveu tentar uma retomada daquilo que, na opinião deles, estava se perdendo. Para isto, optaram por adotar como referência no curso inicial de Cálculo o manual de Spivak, que traz uma abordagem essencialmente analítica para os conceitos tratados. Tal experiência não foi muito bem recebida pelos estudantes, que achavam o curso completamente voltado para si mesmo e, por esta razão, muito difícil. De acordo com um dos entrevistados de Lima (2012), o livro era praticamente reproduzido em sala de aula, sem qualquer consideração adicional; havia, inclusive, aspectos importantes do ponto de vista didático, como, por exemplo, o apelo à visualização gráfica e a discussão dos significados das notações empregadas, que estavam presentes no livro e que não eram levados para a sala de aula; o aluno só entraria em contato com estas discussões se fosse estudar pelo livro, o que não necessariamente ocorreria. Por outro lado, é preciso salientar um aspecto positivo agregado por esta experiência à formação daqueles que dela participaram e que também foi destacado por um dos entrevistados de Lima (2012): alguns destes estudantes que, em um primeiro contato com o Cálculo, utilizaram como referência o texto de Spivak, passaram a exigir que, nas demais disciplinas, os professores também adotassem uma abordagem mais cuidadosa e com maior nível de rigor; para estes alunos, o rigor simbólico-formal e a justificação lógica daquilo que estava sendo apresentado passaram, de fato, a ser características intrínsecas do trabalho com a Matemática de nível superior.

**5º momento: O predomínio das técnicas e/ou o conflito pedagógico entre o que se faz e o que se pede.**

Conforme destacamos nas considerações apresentadas ao longo do 4º momento desta retrospectiva, a questão do nível de rigor simbólico-formal a ser adotado em um curso inicial de Cálculo sempre foi um elemento central nas discussões relativas ao processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo. Os estudantes, em geral, manifestam dificuldades em acompanhar, logo ao ingressar na universidade, uma disciplina ministrada com alto nível de rigor simbólico-formal e, por esta razão, várias tentativas foram feitas com o intuito de possibilitar aos mesmos um aprendizado efetivo. No entanto, como as dificuldades continuaram existindo, muitos professores passaram, atualmente, a enfatizar, em um primeiro curso de Cálculo, as técnicas e os procedimentos algorítmicos, deixando a formalização dos conceitos para um segundo momento. O grande problema é que essa primazia dos cálculos de limites, derivadas e integrais acaba também, na maioria das vezes,

esvaziando completamente de sentido a disciplina. Os estudantes aprendem a fazer cálculos, mas não são levados a refletir a respeito dos significados dos conceitos envolvidos nos mesmos e ou sequer de suas aplicações, seja em outras ciências ou na própria Matemática.

Da mesma forma que reduzir o curso inicial de Cálculo a um conjunto de procedimentos algorítmicos é uma tendência bastante observada atualmente, alguns professores têm defendido que os estudantes entrem em contato com um tratamento rigoroso e formal dos conteúdos já no primeiro curso de Cálculo que vivenciam na universidade, mas que, nas avaliações, essa abordagem feita com altos níveis de rigor não deve ser cobrada. Nestes momentos, devem prevalecer aqueles exercícios efetivamente de cálculo de limites, derivadas e integrais. Com relação a esta prática, é preciso destacar que a mesma acentua aquilo que Rezende (2003) denomina de *conflito pedagógico entre o que se faz e o que se pede*. De acordo com Artigue (1995), um dos principais problemas decorrentes desta escolha didática é que a mesma faz com que o aluno não valorize o conceito trabalhado e seus significados, mas sim os procedimentos operatórios associados a ele. Afinal, são estes últimos que serão cobrados e, para muitos estudantes, é por meio daquilo que figura nas listas de exercícios e provas que se percebe o que, de fato, é fundamental de ser aprendido em determinada disciplina.

### **3. Perspectivas: algumas preocupações atuais e a necessidade de se construir uma identidade para o curso de Cálculo**

Em Lima (2012) há uma série de depoimentos de professores que atualmente ministram Cálculo e que explicitam algumas das preocupações atuais dos docentes que trabalham com esse conteúdo. Uma destas preocupações diz respeito às aplicações daquilo que está sendo estudado. É importante que o professor explicita para seus alunos quais são as aplicações daqueles conceitos do Cálculo que estão sendo trabalhados. Afinal, foi a necessidade de resolver problemas que levou ao desenvolvimento daquelas ideias que ensinamos atualmente em nossas aulas. E, em nossa opinião, tais aplicações, não necessariamente, precisam ser em situações presentes no cotidiano do aluno - algo defendido por alguns e que, muitas vezes, leva ao tratamento de questões extremamente artificiais e tão desprovidas de significado quanto qualquer exercício de treinamento algorítmico; podem ser aplicações na própria Matemática, situações que ilustrem a

importância do conceito que está sendo abordado para o tratamento de questões relevantes para esta ciência.

Outro aspecto que, atualmente, tem merecido atenção por parte de alguns professores de Cálculo diz respeito às dificuldades algébricas que os livros didáticos e muitos professores costumam enxertar nos exercícios desta disciplina. Os docentes que manifestam preocupações neste sentido destacam que muitos de seus colegas e também diversos manuais, por não cobrarem dos alunos uma formalização, com alto nível de rigor, daquilo que está sendo apresentado, acham que devem propor exercícios nos quais ao menos os cálculos algébricos sejam trabalhosos. Desta forma, acaba se tornando usual propor exercícios envolvendo o cálculo de derivadas nos quais a regra da cadeia deve ser aplicada sucessivas vezes ou exercícios de determinação de limites envolvendo fatorações bastante trabalhosas. É preciso levar em consideração que dificuldades como estas, em muitas ocasiões, podem se tornar obstáculos maiores para os alunos do que o próprio rigor simbólico-formal com que os conceitos, às vezes, são trabalhados na disciplina ou a abordagem mais analítica que alguns docentes porventura dão a mesma.

As dificuldades com os conteúdos da educação básica trazidas pelos ingressantes no ensino superior também vem, já há algum tempo, sendo alvo de preocupações de diversos professores de Cálculo, que têm procurado fazer com que os estudantes superem estes obstáculos trazidos da escola básica e que possam atrapalhar o desenvolvimento da disciplina. De acordo com estes professores, é muito importante que, no Cálculo, sejam retomados, com outro enfoque, alguns conteúdos dos ensinamentos fundamental e médio, que são primordiais para a compreensão daquilo que será estudado na universidade. Bonomi (2009) destaca, por exemplo, que o tratamento dado, no ensino médio, ao tema função é sempre muito particionado e, então, na universidade é preciso dar unidade a ele: “você estuda um tipo de função e depois outro, outro, outro e uma coisa não tem nada a ver com a outra. Então, com relação às funções, eu tento dar uma espécie de uniformidade a elas, tratá-las de um jeito que me é interessante para o Cálculo.

Dentre aqueles professores que atualmente ministram Cálculo e que foram entrevistados em Lima (2012), outra preocupação bastante presente é, desde o início, mostrar aos alunos que de nada adianta eles decorarem coisas; é preciso que os estudantes percebam que este é um aspecto fundamental em sua formação. Da mesma forma, eles devem aprender a não aceitar tão facilmente aquilo que lhes é dito em sala de aula. Neste sentido, Bonomi destaca que: “eles precisam começar a questionar. (...) Eu acho

importante mostrar aos alunos que eles têm um monte de crenças, mas não sabem de onde elas vêm. E isso não dá!” (BONOMI, 2009, sem numeração de páginas).

Nos parágrafos anteriores, pontuamos algumas preocupações atuais dos professores de Cálculo; tais preocupações, a nosso ver, são relevantes e devem ser consideradas por aqueles que forem ministrar essa disciplina. Mas, por meio dos dados obtidos em Lima (2012), concluímos que, tão importante quanto levar tais reflexões em conta, é empenharmos nossos esforços para construirmos, o mais urgentemente possível, uma identidade para a disciplina de Cálculo nos mais diversos cursos de graduação dos quais ela é parte integrante do currículo.

O Cálculo foi introduzido nos cursos superiores brasileiros inicialmente como uma disciplina que deveria fornecer aos futuros militares e engenheiros as ferramentas matemáticas necessárias para que os mesmos pudessem resolver problemas de suas áreas de atuação. Com a fundação da Universidade de São Paulo em 1934 e com a introdução do curso de Análise Matemática de Fantappiè, o ensino do Cálculo no país passou por grandes transformações e adquiriu como uma de suas características mais marcantes a valorização do rigor simbólico-formal na apresentação dos conteúdos. Com isso, grande parte das universidades brasileiras – mesmo aquelas que diziam continuar ensinando Cálculo Diferencial e Integral – na prática passaram a ensinar Análise. A partir de meados da década de 1950, as dificuldades enfrentadas pelos ingressantes no ensino superior na disciplina de Análise levaram à introdução de uma disciplina de Cálculo precedendo àquela de Análise que existia anteriormente. Estabeleceu-se então, primeiramente na USP e posteriormente, com esta instituição servindo de modelo para outras, na maioria das universidades brasileiras, a ideia do Cálculo como sendo um pré-requisito para a Análise. Em resumo, o ensino do Cálculo passou por diversas transformações ao longo dos anos, mas não houve uma preocupação em discutir quais deveriam ser os objetivos específicos dessa disciplina e, principalmente, o seu papel nos mais diversos cursos de graduação. De acordo com Rezende (2003), da maneira como as disciplinas de Cálculo e de Análise estão estruturadas no ensino superior, é a Análise quem traça as diretrizes para o ensino do Cálculo, ocorrendo uma contradição em relação à origem histórica destes dois campos de conhecimento. Com isso, o ensino do Cálculo é o grande prejudicado, já que não consegue ter outro ponto de referência que não seja esta visão pré-analítica de tal disciplina.

Também conforme destaca Rezende (2003), a disciplina inicial de Cálculo do curso de Matemática enfrenta uma crise de identidade causada principalmente pela subordinação

desta à Análise, levando, na maioria dos casos, a uma abordagem excessivamente rigorosa e formal do Cálculo que dificulta a compreensão, por parte dos alunos, de suas ideias básicas e seus respectivos significados. Mas essa crise de identidade manifesta-se também naqueles cursos nos quais o Cálculo é uma disciplina de serviço. Nestes, embora os estudantes não passem, posteriormente, pela disciplina de Análise, o Cálculo continua sendo ministrado como uma preparação para ela; é, em geral, um curso no qual o foco é ganhar habilidade em cálculos de limites, derivadas e integrais. Desta forma, valoriza-se a técnica em detrimento dos significados dos conceitos abordados. E os desempenhos obtidos pelos estudantes mostram que, também nestes cursos, a aprendizagem do Cálculo continua bastante problemática.

Estamos de acordo com Rezende (2003), quando este pesquisador aponta como caminho para superar a referida crise de identidade enfrentada pela disciplina de Cálculo a necessidade de se voltar o ensino do Cálculo para o próprio Cálculo, seus problemas construtores, suas potencialidades e seus significados. É preciso procurar nele mesmo o nível de rigor possível e as metas de seu ensino, rompendo o cordão que submete o ensino deste conteúdo ao da Análise. Além disso, os professores precisam ter consciência do real papel desempenhado pela disciplina de Cálculo nos currículos dos mais diversos cursos superiores nos quais ela está presente.

#### 4. Referências

ARTIGUE, M. La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. In: ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L. & GÓMEZ, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica em educación matemática*, pp. 97 – 140. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

BOLÍVAR, A. “De nobis ipsis silemus?”: Epistemologia de al investigación biográfico-narrativa em educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1). Disponível em <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>. Último acesso em 16/11/2011.

BONOMI, M. C. *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 06 de março de 2009.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n. 2, p. 177-229, Porto Alegre: Palmarinca, 1990.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática: de um inventário a uma regulação. In: *Zetetiké*, vol. 11, n. 19, pp. 9-55, Jan./Jun. 2003 – CEMPEM/FE/UNICAMP – Campinas – SP.

\_\_\_\_\_. (Re)Traçando Trajetórias. (Re)Coletando Influências e Perspectivas: Uma Proposta em História Oral e Educação Matemática. In: *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. In: (Org.) BICUDO, M. A. ; BORBA, M. C.; São Paulo: Cortez Editora, 151-163, 2004a.

\_\_\_\_\_. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L.; FIORENTINI, D.; GARNICA, A. V. M.; BICUDO, M. A. V. *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004b. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 9).

\_\_\_\_\_. *História oral em educação matemática: outros usos, outros abusos*. Guarapuava: SBHMat, 2007. 84 p. – (Coleção História da Matemática para Professores).

GRATTAN-GUINNES, I. O que foi e o que deveria ser o Cálculo? In: *Zetetiké*, vol. 5, n. 7, pp. 69-94, Jan./Jun. 1997 – CEMPEM/FE/UNICAMP – Campinas – SP.

LIMA, Gabriel Loureiro de. *A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994*. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

OLIVEIRA, A. S. V. *O ensino do cálculo diferencial e integral na Escola Politécnica de São Paulo, ano de 1904: uma análise documental*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), IGCE, UNESP, Rio Claro, 2004.

REZENDE, W. M. *O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SALINAS, P. ; ALANÍS, J. A. Hacia un Nuevo Paradigma en La Enseñanza del Cálculo dentro de una Institución Educativa. In: *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, vol. 12, n. 3, p. 355 – 382, novembro de 2009.

SILVA, C. M. S. O conceito de derivada no ensino da matemática no Brasil do século XIX. In: ICME-8 Satellite Meeting HPM, 1996, Braga. Anais. Braga: Grafis, Coop. de Artes Gráficas, v. 1. p. 80-87, 1996.