(RE) CONSTRUINDO O CONCEITO DE NÚMERO RACIONAL

Wanderley Moura Rezende
Universidade Federal Fluminense
wmrezende@id.uff.br

Bruno Alves Dassie
Universidade Federal Fluminense
badassie@gmail.com

Ana Clara Pessanha Teixeira de Mendonça
Universidade Federal Fluminense
aclara@id.uff.br

Rodrigo Viana Pereira
Universidade Federal Fluminense
rodrigo_viana@id.uff.br

Resumo:

São notórias as dificuldades dos estudantes do ensino médio com a realização de operações com números racionais. Tal fato deve-se, dentre outros fatores, à falta de gerência direta da passagem do aprendizado com as frações, nas séries iniciais do ensino fundamental, para o âmbito dos números racionais. O tema é retomado no 7° ano do ensino fundamental, onde a abordagem dos números racionais é realizada, em geral, de forma aligeirada e tomando por base os conhecimentos anteriores, e é desse modo que as dificuldades no trato com esses números persistem no ensino médio. Assim, torna-se importante a intervenção mais efetiva do professor de matemática na construção deste importante conceito. Este minicurso, com o objetivo de apresentar uma proposta concreta para essa intervenção, desenvolve uma sequência didática para o ensino de números racionais, tendo como referência o problema da medida e o uso do material concreto Frac-soma 235.

Palavras-chave: número racional, Frac-soma 235, operações com frações, ensino de matemática.

1. Objetivo do minicurso

A seguinte proposta de minicurso destina-se a professores de matemática tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio e a alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. O objetivo desta proposta é agregar outro significado ao conceito de número racional a partir do seu problema gerador: o ato de medir. Para isso, utilizaremos o material de apoio Frac-soma 235 e seis fichas de atividades.

2. Material de apoio: Frac-soma 235

Para auxiliar o ensino de números racionais encontramos diversos materiais manipulativos que convergem para esta finalidade, como por exemplo, a Régua de Cuisenaire e o Disco de Frações. O Material Cuisenaire, criado pelo professor belga Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980), tem mais de 50 anos de utilização em todo o mundo. Entretanto, para o desenvolvimento deste minicurso optou-se pelo material concreto Frac-soma 235, desenvolvido pelo professor Roberto Ribeiro Baldino (1983) na década na década de 1980. As razões para essa escolha será explicitada em mais detalhes nas linhas a seguir.

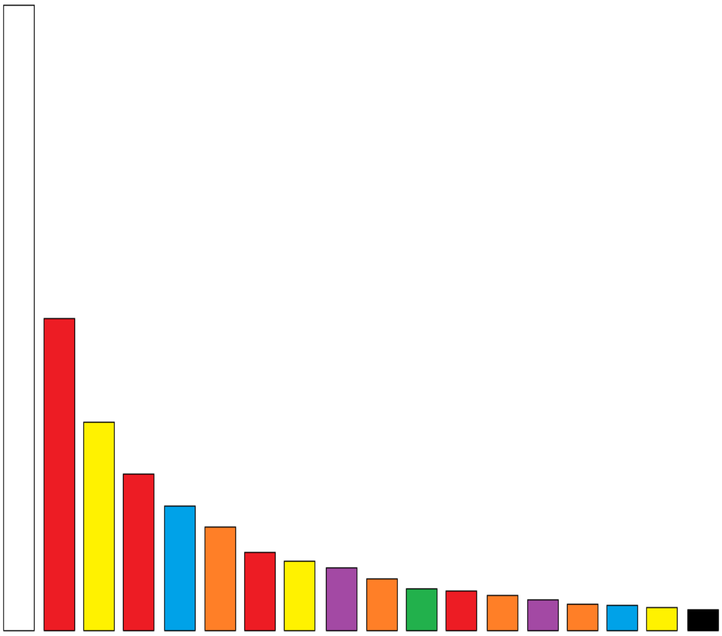

Figura 1 – O material concreto Frac-soma 235

O material concreto Frac-soma 235 (figura 1) possui a seguinte estrutura. A barra inteira, a unidade, é da cor branca. As peças que representam frações com denominadores com potências de 2 são da cor vermelha, as peças que representam frações com denominadores com potências de 3 são da cor amarela; e as peças que representam frações com denominadores com potências de 5 são da cor azul.

Observa-se que as cores das peças relativas aos fatores 2, 3 e 5 são cores primárias (vermelho, amarelo e azul, respectivamente). Esta é uma observação importante, pois as peças que representam as frações com denominadores derivados das combinações entre as potências desses números têm cores referentes às misturas das cores primárias. Vejamos.

As peças de cor laranja representam frações com denominadores formados pelo produto das potências de 2 e potências de 3. As peças roxas representam frações com denominadores formados pelo produto das potências de 2 e de 5, assim como a peça de cor verde representa a fração com denominador formado pelo produto dos números 3 e 5. A peça preta representa a fração que tem em seu denominador, o produto dos números 2, 3 e 5. Então, observando a cor de uma peça é possível supor em quantas partes a unidade foi dividida.

Essa associação com as cores, além de fazer referências a outros saberes, está em consonância com a teoria do construtivismo sócio-histórico de Vygotsky. Para Vygotsky (*apud* Oliveira, 1995), "a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas, fundamentalmente, uma relação mediada". Para o pensador russo, a presença dos elementos mediadores introduz um elo a mais nas relações entre organismo/meio. Nesse sentido, a combinação de cores presente na estrutura do Frac-soma 235 interpõe-se de forma natural entre a escolha da fração equivalente e a combinação dos fatores do denominador desta fração. Ao procurarem-se representações equivalentes para uma peça vermelha e uma peça amarela deve-se então recorrer a peças de cor laranja (ou preta), uma vez que apenas peças dessas cores poderiam caber um número inteiro de vezes em ambas as peças originais. Essa mediação dada pela estrutura deve ser construída por uma manipulação orientada do material. Cabe dizer aqui que esta característica do material já se constitui em uma primeira justificativa para a escolha do Frac-soma 235. A outra justificativa, deixamos para a próxima seção desta proposta.

O kit Frac-soma 235 consiste em: 1 barra branca; 2 peças vermelhas; 3 peças amarelas; 4 peças vermelhas; 5 peças azuis; 6 peças laranja; 8 peças vermelhas; 9 peças amarelas; 10 peças roxas; 12 peças laranja; 15 peças verdes; 16 peças vermelhas; 18 peças laranja; 20 peças roxas; 24 peças laranja; 25 peças azuis; 27 peças amarelas; 30 peças pretas. Assim, o kit é formado de 235 peças. No entanto, a denominação 235 não se deve a este fato. A fração representada por cada uma das peças deriva da divisão do inteiro por um número composto gerado pela combinação das potências de 2, 3 e 5.

A tabela a seguir mostra os tipos de frações representadas pelas peças e suas respectivas cores.

Tabela 1 – Disposição das peças no kit Frac-soma 235

Frações do tipo	Frações representadas por peças do Frac-soma	Cor das peças
$\frac{1}{2^m}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$	Vermelho
$\frac{1}{3^n}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{27}$	Amarelo
$\frac{1}{5^k}$	$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{25}$	Azul
$\frac{1}{2^m3^n}$	$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{24}$	Laranja
$\frac{1}{2^m5^k}$	$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{20}$	Roxo
$\frac{1}{3^n5^k}$	$\frac{1}{15}$	Verde
$\frac{1}{2^m3^n5^k}$	$\frac{1}{30}$	Preto

3. Descrição das atividades do Minicurso

O minicurso será realizado em dois momentos. No primeiro deles, uma discussão da problemática relacionada ao ensino do número racional na educação básica. Em especial, dando ênfase à retomada deste conceito na segunda etapa do ensino fundamental e suas consequências no ensino médio. A questão principal que procuraremos abordar aqui é: como se dá efetivamente na educação básica a passagem do conceito de “fração” para o conceito de “número racional”?

No segundo momento serão realizadas atividades de acordo com o objetivo anunciado. Essas atividades encontram-se grupadas em três grandes blocos como passamos a descrever a seguir.

No primeiro bloco desenvolvem-se atividades com o objetivo de (re)construir o significado de número racional a partir do seu problema histórico fundamental: o problema da medida. Nesse sentido, concordamos com Caraça (1989) que propõe dois fios condutores de raciocínio, dois critérios para se realizar as construções necessárias para o estudo campo racional: (i) a origem concreta dos números racionais, isto é, o seu significado como expressão numérica de medida de segmentos; (ii) o *princípio da economia* que se traduz em dois aspectos – analogia de definições com as dadas em números inteiros; e a manutenção das leis formais das operações. E é exatamente este primeiro item do fio condutor citado por Caraça que ratifica a opção pelo uso do Frac-soma 235. Sua estrutura formada por réguas (além da combinação de cores já mencionada) possibilita em diversos momentos o seu uso direto para a realização de medidas de segmentos. Assim, nesse primeiro bloco, usaremos o Frac-soma 235 como instrumento para a construção do significado do número racional a partir de situações de medida.

O segundo bloco tem como objetivo explorar as caracteristicas do material Frac-soma a partir de atividades de comparação para o entendimento de sua estrutura. Dessa maneira, é possível estabelecer as relações entre as peças considerando as representações por frações e as cores. Destaca-se neste bloco o uso da combinação de cores como elemento de mediação.

O terceiro e último bloco é composto pelas atividades que exploram as operações com números racionais positivos a partir do conceito de medida. Em vez dos segmentos, como sugere Caraça, usaremos as peças do Frac-soma como elementos de comparação. A seguir encontram-se exemplos dos processos que serão explorados.

A abordagem das operações de adição e subtração seguem os princípios dados em Caraça (1989): a soma de dois números racionais é dada pela medida do "segmento soma" e de maneira análoga, a subtração é obtida pela medida do "segmento diferença".

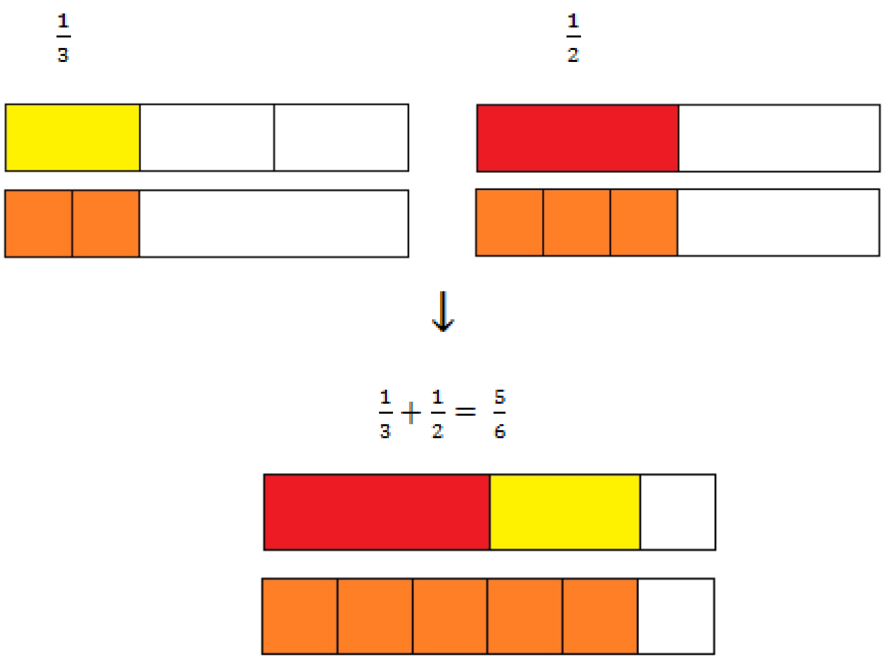

Figura 2 – exemplo de adição com Frac-soma 235

A mesma ideia do exemplo acima poderia ser utilizada para obter $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$.

No caso da multiplicação, atribuimos a um dos fatores a função de operador. Vejamos dois exemplos a seguir: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$.

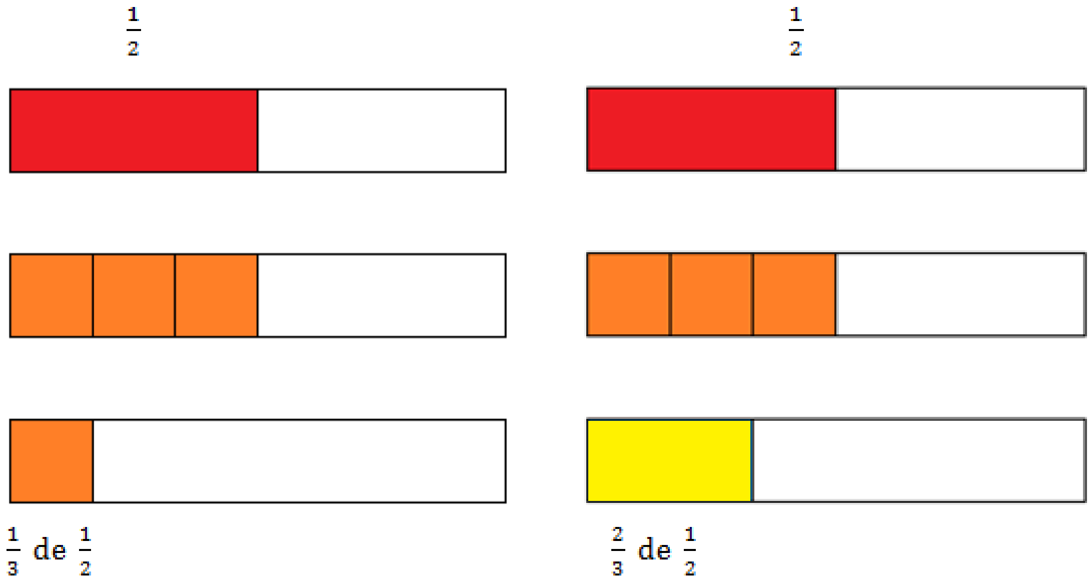

Figura 3 – exemplos de multiplicação com o Frac-soma 235

No primeiro exemplo, a partir de 1/3 como operador, busca-se a peça que cabe três vezes na peça vermelha. Neste caso, obtemos a peça laranja, que representa 1/6. Já no segundo, 2/3 da peça vermelha também pode obtido pela peça laranja. Mas, surge neste exemplo uma das potencialidades do material, a saber, a troca pela peça amarela que representa a resposta 1/3.

Para a divisão de números racionais resgatamos o contexto original do problema da medida. Dividir um número racional por outro significa, por exemplo, responder a pergunta “quantos de um cabem no outro”, utilizando-se uma unidade comum de medida. Vejamos o exemplo de $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$.

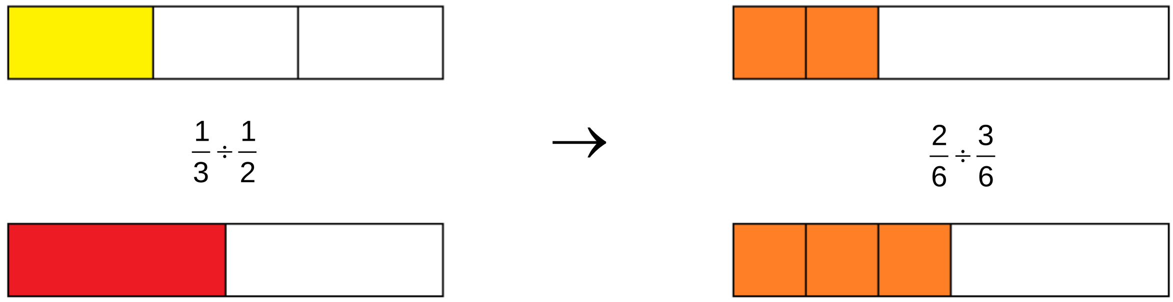

Figura 4 – exemplo de divisão com Frac-soma 235

No exemplo acima, para comparar 1/3 com 1/2 utiliza-se como unidade comum a peça laranja, que representa 1/6. Desse modo, é possível observar que ao medir a peça amarela com a peça laranja, obtemos 2 (duas peças laranjas) e, ao medir a peça vermelha com a peça laranja, obtermos 3 (três peças laranjas). Assim, a razão 2/3, que representa o resultado da comparação realizada, é o resultado da divisão de 1/3 por 1/2. A seguir a representação do processo:

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2 \times \frac{1}{6}}{3 \times \frac{1}{6}} = \frac{2}{3}$$

4. Considerações finais

As dificuldades dos estudantes da educação básica, em especial do ensino médio, em relação às operações básicas com números racionais é uma realidade constantemente observada e experienciada por professores. Tal fato deve-se, dentre outros fatores, à falta de gerência direta da passagem do aprendizado das séries iniciais do ensino fundamental ao ensino médio. Em geral, a abordagem inicia-se com o tratamento de frações a partir do significado de parte todo. Desde então surgem alguns obstáculos que requerem outros significados, principalmente quando as operações são apresentadas. O tema é retomado no 7° ano do ensino fundamental, onde a ampliação para números racionais é realizada, em geral, de forma aligeirada e tomando por base os conhecimentos anteriores, e é desse modo que as dificuldades no trato com esses números persistem até o ensino médio. Prevalece nesse processo uma abordagem que não valoriza a articulação entre conhecimento novo e já abordado, ocorrendo apenas acréscimo sem aprofundamento. Em particular, em relação às operações observa-se a ênfase em procedimentos realizados/propostos sem significado.

Este minicurso, com o objetivo de apresentar uma proposta concreta para uma intervenção por parte dos professores, valoriza o conceito de medida a partir do uso do material concreto Frac-soma 235. Dessa forma, consideramos que esta abordagem torna-se efetiva para a superação de obstáculos para o entendimento do conceito de número racional e suas operações. Com efeito, como visto pelos exemplos citados, a maneira de tratar as operações discute significativamente a natureza dos termos envolvidos, bem como das respostas.

5. Agradecimento

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo financiamento do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID UFF.

6. Referências

BALDINO, Roberto Ribeiro. **Material Concreto: Frac – Soma 235**. Campo Bom: Casquinha – Material de Apoio Pedagógico, 1983.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9 ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico. Série Pensamento e Ação no Magistério. 2ª ed. São Paulo: Editora Scipione, 1995.