

O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Cybelle Passos Bezerra Lara
Universidade Federal Fluminense
cybellelara@ig.com.br

Leonardo L. de Oliveira
Universidade Federal Fluminense
leolisoli@ibest.com.br

Resumo:

O presente texto é um relato de atividades realizadas junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). As atividades aqui discutidas foram aplicadas em duas escolas da cidade de Niterói (RJ). O objetivo das atividades era verificar de que forma alunos do Ensino Médio resolvem questões relacionadas à proporcionalidade. Além disso, buscou-se identificar que tipo de estratégias os alunos utilizam ao resolver problemas nos quais há ou não proporcionalidade e se relacionam a proporcionalidade com outros conceitos como semelhança e taxas. A análise realizada mostra que grande parte dos alunos do 3º ano adquiriu o raciocínio proporcional ao longo de sua jornada na escola. Contudo, os alunos apresentam dificuldades em fornecer justificativas para as soluções. Já os alunos do 2º ano tiveram mais dificuldades com o conceito.

Palavras-chave: raciocínio proporcional; razão; resolução de problemas.

1. Introdução

O presente texto é um relato de atividades realizadas junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). O objetivo das atividades era verificar de que forma alunos do Ensino Médio resolvem questões relacionadas à proporcionalidade.

O propósito era investigar se os alunos conseguem resolver questões envolvendo a proporcionalidade nas quais se solicita uma comparação multiplicativa e não aditiva, bem como se conseguem identificar questões em que não há proporcionalidade. Além disso, a intenção é verificar se os discentes conseguem perceber a relação da proporcionalidade com outros tópicos como a semelhança ou perceber uma razão como uma taxa.

Primeiramente se fez um breve levantamento histórico do conceito de razão e proporção (EVES, 2011; ÁVILA, 1984, 1985, 1986; BONGIOVANNI, 2005; BOYER, 1974; EUCLIDES, 2009), no qual se procurou identificar as diversas interpretações e representações que estiveram presente na criação e no desenvolvimento desses conceitos. Esta revisão serviu

para entender melhor como estas interpretações históricas têm participado do ensino de tais conteúdos.

Posteriormente, foi feito um estudo das principais ideias que envolvem o raciocínio proporcional. Consultamos ainda algumas coleções de livros didáticos e foi possível perceber que os conteúdos de razão e proporção são muito importantes por estarem presentes não apenas em diversos tópicos matemáticos, como também em outras áreas da ciência.

Em concordância com isso (LAMON¹ apud BARRETO, 2001, p.11) descreve:

O raciocínio proporcional desempenha um papel tão importante no desenvolvimento matemático do estudante que foi descrito como um conceito limítrofe, a pedra fundamental dos níveis mais altos da matemática e o arremate dos conceitos elementares.

Para Post, Behr e Lesh (1995, p.90), “o raciocínio com proporções é uma forma de raciocínio matemático. Ele envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações”.

Em função da importância do tema, buscou-se organizar *atividades investigativas autênticas*, inspiradas no entendimento de Ben-Chain, Ilany e Keret (2008, p.133) em função das mesmas apresentarem um problema do cotidiano, “em que surgem questões abertas não rotineiras”.

2. Aplicando problemas de proporção em sala de aula

As atividades descritas foram aplicadas em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, no Colégio Estadual Aurelino Leal, e em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, no Colégio Estadual Baltazar Bernardino, ambos na cidade de Niterói no estado do Rio de Janeiro.

Atividade 1

Paulo aplicou R\$ 50,00 em um investimento de renda fixa por um ano. Roberto aplicou R\$30,00 em um investimento de renda variável no mesmo período de tempo de Paulo. No momento do resgate Paulo recebeu R\$80,00 e Roberto, R\$60,00. Qual foi o investimento mais lucrativo neste caso? Justifique!

Essa questão tinha o propósito de verificar e discutir a utilização de comparações aditivas e multiplicativas. A expectativa era que os alunos realizassem uma comparação multiplicativa e não aditiva. Na turma do 3º ano a maioria dos alunos fez uma comparação

¹ LAMON, S. J. Ratio and proportion: cognitive foundations unitizing and norming In: G. Harel e J. Confrey. The development of multiplicative reasoning of mathematics, 1994. p. 90

multiplicativa. No entanto, as justificativas apresentadas são pouco confusas (Fig. 1). O percentual de acerto do 3º ano foi de 87,5%. Na turma de 2º ano a maioria não conseguiu diferenciar esse dois tipos de comparação (Fig. 2). O índice de acerto foi de apenas 33,3%.

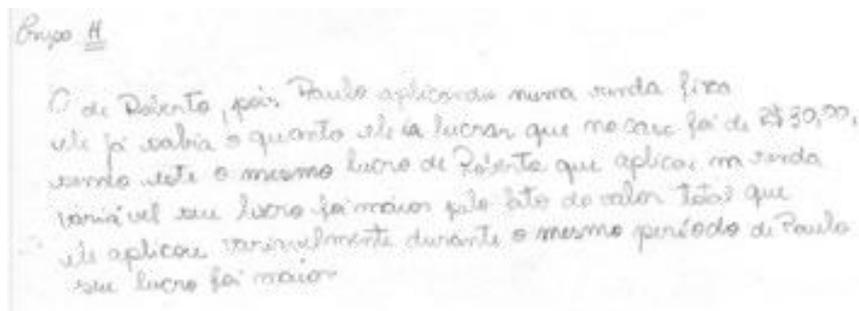


Figura 1 – Exemplo de resposta da Atividade 1 (3º ano)²

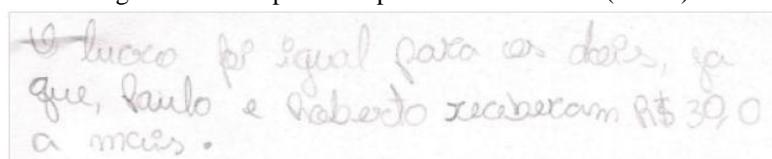


Figura 2 – Exemplo de resposta da Atividade 1 (2º ano)³

Atividade 2 – Você recebeu um envelope que contém vários tipos de retângulos. Separe-os em dois grupos de retângulos semelhantes.

Nessa atividade foram confeccionados dois grupos de retângulos: o primeiro com retângulos com a razão entre o lado menor e o maior igual a $1/3$, (Fig. 3) e o segundo grupo com retângulos com a razão entre os lados de $3/4$ (Fig. 4).

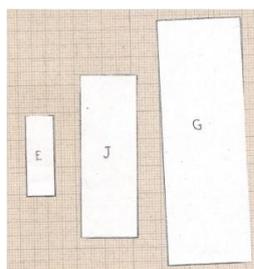


Figura 3 - Primeiro grupo de retângulos semelhantes

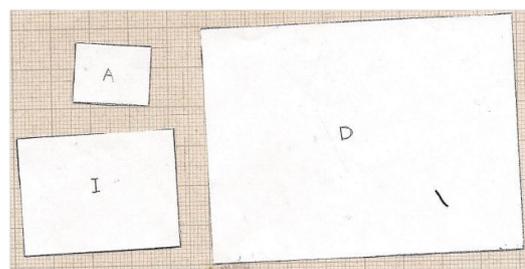


Figura 4 - Segundo grupo de retângulos semelhantes

Essa atividade foi retirada Walle (2009, p.387, atividade 19.3) e o objetivo era que os alunos percebessem a relação entre o conceito de semelhança e o de proporcionalidade. De acordo com Tinoco (1997, p.9) “é preciso construir uma visão mais unificada da matemática,

² O de Roberto, pois Paulo aplicou no de renda fixa ele já sabia o quanto ia lucrar que no caso foi de R\$30,00, sendo este o mesmo lucro de Roberto que aplicou na renda variável seu lucro foi maior pelo fato do valor total que ele aplicou variavelmente durante o mesmo período de Paulo o seu lucro foi maior.

³ O lucro foi igual para os dois, já que, Paulo e Roberto receberam R\$30,00 a mais.

a qual os conteúdos dessa matéria se relacionem”. Isso é um dos motivos de ensinar esses dois tópicos matemáticos juntos. Esperava-se que os alunos identificassem os retângulos de cada grupo e justificassem, de forma intuitiva ou dedutiva, o porquê de sua escolha. Nota-se que, neste caso, se os retângulos forem alinhados como na Figura 5, é possível traçar uma reta que passa pela origem e pelos vértices dos retângulos opostos a origem. Essa reta tem a inclinação igual à razão entre os lados dos retângulos.

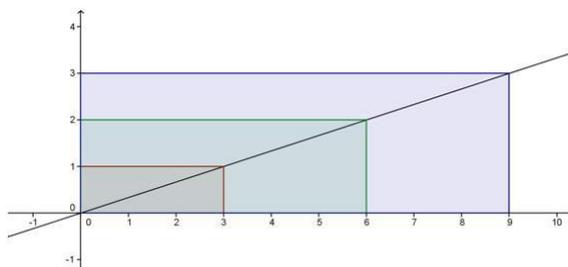


Figura 5 - Retângulos semelhantes alinhados

Todos os alunos conseguiram separar os retângulos de maneira correta, o que demonstra uma noção intuitiva de semelhança. Entretanto, na turma de 3º ano nenhum grupo conseguiu justificar completamente sua escolha (Fig. 6) e na turma de 2º ano apenas 18,2% justificaram (Fig. 7). Dessa forma, parece não ser claro para os alunos que a semelhança de figuras poligonais depende da proporção dos seus lados.

Grupo D
Porque o retângulo (E, J, G) são retângulos finos
e (A, I, D) são retângulos mais largos.

Figura 6 - Exemplo de resposta da 2ª atividade (3º ano)⁴

Grupo 1 - A
D
I
Se parecem por ter ângulos perfeita-
mente retos nos pontos de união entre
elas.
Grupo 2 - G
J
E formas horizontais iguais

Figura 7 - Exemplo de resposta da 2ª atividade (2º ano)⁵

Atividade 3

⁴ Porque o retângulo (E, J, G) são retângulos finos, e (A, I, D) são retângulos mais largos.

⁵ Grupo 1- A D I. Se parecem por ter ângulos perfeitamente retos nos pontos de união entre elas. Grupo 2- G J E. Formas horizontais iguais.

Os maratonistas Vanderlei Cordeiro e Marilson dos Santos estavam correndo com a mesma velocidade ao redor de uma praça. Vanderlei começou primeiro. Quando ele completou 9 voltas, Marilson completou 3 voltas. Quando Marilson completou 15 voltas, quantas voltas Vanderlei completou?

Essa atividade foi adaptada de Walle (2009) e tinha como finalidade evidenciar ao aluno que nem todas as situações são proporcionais. Esperava-se que a maioria dos alunos percebesse que nesta situação não há proporcionalidade, pois a distância entre os corredores sempre é a mesma, devido à velocidade permanecer constante.

Essa atividade foi aplicada somente na turma de 3º ano e 50% dos grupos conseguiram identificar que o problema não envolvia proporcionalidade. Um exemplo de resposta, um pouco confusa foi de um grupo que escreveu que o problema continha uma proporção, mas na sua solução fez como se não houvesse proporcionalidade chegando à resposta correta (Fig. 8).

Grupo: E
Porque a proporção é 9 para 3
então são 6 voltas na frente.
sendo assim $15 + 6 = 21$

Figura 8 – Exemplo de resposta da 3ª atividade⁶

Atividade 4

Estimativa do número de pessoas numa manifestação

Às vezes, a quantidade de pessoas presentes num determinado local é estimada a partir de fotografias aéreas do local da manifestação. Imagine que a ilustração abaixo seja uma foto aérea de um grupo de pessoas que estão em uma manifestação. Cada ponto representa uma pessoa. Dê uma estimativa de quantas pessoas estavam presentes. Explique o método que você utilizou para chegar a sua resposta.

⁶ Porque a proporção é 9 para 3 então são 6 voltas na frente. Sendo assim $15 + 6 = 21$

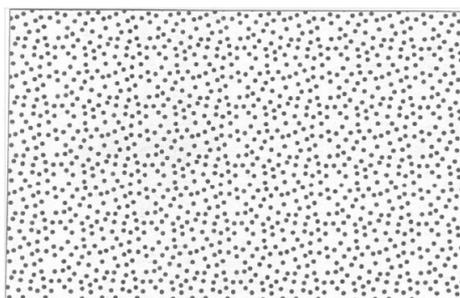


Figura 9 – Fotografia aérea do local da manifestação

Essa atividade foi adaptada do artigo Ben-Chain, Ilany e Keret (2008). O objetivo da atividade era o de evidenciar a razão como uma taxa, em outras palavras, uma comparação multiplicativa das medidas de duas grandezas diferentes. Esperava-se que o aluno dividisse a região da manifestação (um retângulo) em partes iguais e, a partir da razão entre a área de uma parte da região pela quantidade de pessoas contidas nessa parte, conseguissem obter uma estimativa da quantidade total de pessoas. Essa comparação envolve a área da região e a quantidade de pessoas contida nesta área, isto é, grandezas diferentes.

A atividade despertou um interesse maior nos alunos do 3º ano. Conseqüentemente, o resultado foi melhor nesta turma. O percentual de acerto dos grupos foi 75%. Na turma do 2º ano o percentual foi 14,3%. Um dos alunos da turma do 3º ano relatou que começou contando as bolinhas e só depois percebeu que não precisava contar todas, pois era só dividir em partes iguais e contar quantas bolinhas havia em cada parte. Assim, por meio de duas taxas, que envolvem o conceito de densidade, conseguiu resolver o problema aplicando o raciocínio proporcional (Fig. 10).

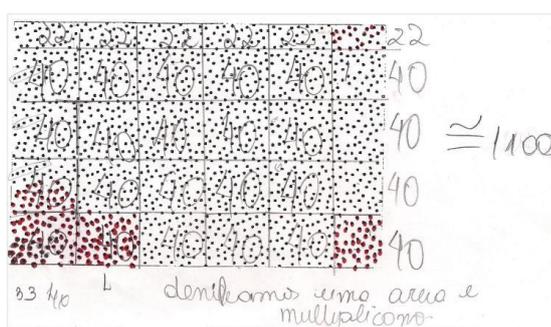
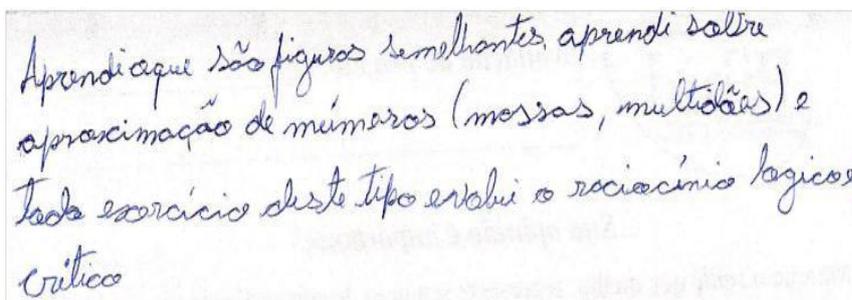


Figura 10 – Resposta da 4ª atividade (3º ano)

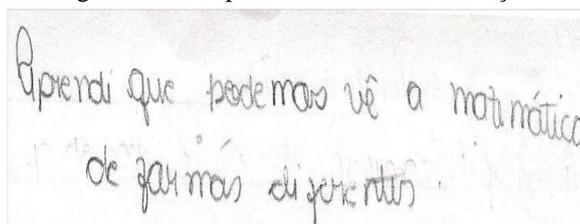
Na turma do 3º ano ficou evidente que os discentes se envolveram bastante e gostaram da dinâmica realizada. Na turma do 2º ano foi elaborada uma ficha com o uso da escala *Likert* para a avaliação das atividades realizadas. Neste levantamento obteve-se um resultado muito bom, e pode-se perceber que a maioria dos alunos gostou das atividades. Pediu-se também aos

alunos que escrevessem o que tinham aprendido de matemática com a realização da atividade. Houve várias respostas positivas, como ilustradas nas figuras 11, 12 e 13.



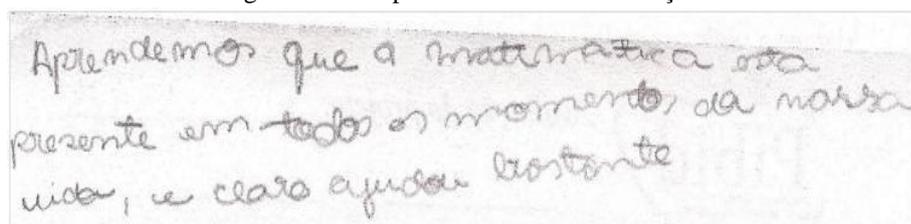
Aprendi que são figuras semelhantes, aprendi sobre aproximação de números (massas, multidões) e todo exercício deste tipo evolui o raciocínio lógico e crítico.

Figura 11 – Resposta 1 da ficha de avaliação⁷



Aprendi que podemos vê a matemática de formas diferentes.

Figura 12 – Resposta 2 da ficha de avaliação⁸



Aprendemos que a matemática está presente em todos os momentos da nossa vida, e claro ajudou bastante.

Figura 13 – Resposta 3 da ficha de avaliação⁹

3. Considerações Finais

Com base na avaliação das respostas dos alunos as atividades propostas, pode-se dizer que mesmo os alunos que parecem ter adquirido alguma habilidade com o raciocínio proporcional ao longo de sua jornada na escola, tem dificuldades de escrever as justificativas para seu raciocínio.

Algumas atitudes que podem ser tomadas para melhorar a aquisição por parte dos alunos deste conceito tão importante, são as aplicações de atividades investigativas autênticas. Elas possibilitam um enfoque nas justificativas, ao contrario de outros exercícios nos quais a ênfase está na resposta. Além disso, é necessária a conscientização por parte dos professores de que, apesar de parecer simples, a proporcionalidade é um conteúdo de difícil aquisição pelos alunos.

⁷ Aprendi o que são figuras semelhantes, aprendi sobre aproximação de números (massas, multidões) e todo exercício deste tipo evolui o raciocínio lógico e crítico.

⁸ Aprendi que podemos vê a matemática de formas diferentes.

⁹ Aprendemos que a matemática está presente em todos os momentos da nossa vida, e, claro, ajudou bastante.

4. Agradecimentos

Agradeço ao PIBID, pelo apoio financeiro e a professora Flavia dos Santos Soares pela orientação desse trabalho.

5. Referências

ÁVILA, Geraldo. Eudoxo, Dedeking, números reais e o ensino de Matemática. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de matemática, n.7, p. 5-10, 1985.

_____. Grandezas incomensuráveis e números irracionais. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de matemática, n.5, p. 6 - 11, 1984.

_____. Razão, proporções e regras de três. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de matemática, n.8, p. 1 - 8, 1986.

BARRETO, I. M. A. *Problemas verbais multiplicativos de quarta - proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução*. 2001. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

BONGIOVANNI, Vincenzo. A teoria das proporções e o método de exaustão. *Revista Iberoamericana de Educação Matemática*. N. 2, jun. ano 2005. Disponível em http://www.fisem.org/web/union/revistas/2/Union_002_008.pdf. Acesso em 03/03/2013

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

CHAIM, David B.; ILANY, Bat-Sheva; KERETZ, Yaffa. Atividades Investigativas Autênticas para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. *Bolema*, Rio Claro, ano 21, n. 31, p. 125 a 159, 2008.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas, SP: Unicamp 2011.

EUCLIDES. *Os elementos de Euclides*. Trad. e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

POST, Thomas R.; BEHR, Merlyn J.; LESH, Richard. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, Arthur F.; Shulte, Alberto P. *As idéias da Álgebra*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 89-103.

TINOCO, Lucia A. A. *Razões e proporções*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

WALLE, John A. V. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução Paulo Colonese. Porto alegre: Artmed, 2009.