

RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

*Anderson Roges Teixeira Góes
Universidade Federal do Paraná
Departamento de Expressão Gráfica
artgoes@ufpr.br*

*Heliza Colaço Góes
FAE – Centro Universitário
helizacol@hotmail.com*

Resumo:

Este artigo relata a utilização de dois recursos no ensino das razões trigonométricas: a Expressão Gráfica por meio do Desenho Geométrico; e a Tecnologia Educacional através da Geometria Dinâmica. Com o desenrolar da metodologia comprovamos que a Geometria Dinâmica e o Desenho Geométrico devem ser inseridos na disciplina de Matemática como alternativa à metodologia tradicional. Com as análises dos resultados, foi possível verificar que a melhoria da qualidade do ensino e, conseqüentemente, a melhoria da sua prática depende do envolvimento do corpo docente na busca por novas metodologias. Além disso, os educadores precisam ter clareza de suas obrigações e assumirem suas responsabilidades como cidadãos, proporcionando aos alunos metodologias sólidas na construção de conhecimento.

Palavras-chave: Trigonometria; Expressão Gráfica; Tecnologia Educacional; Desenho Geométrico; Geometria Dinâmica.

1. Introdução

Há milhares de anos foram feitas as primeiras tentativas de comunicação, pois o Homem possuía a necessidade de se relacionar com seu semelhante, surgindo assim os primeiros registros de linguagem escrita.

Estes registros tinham a forma de desenhos, as chamadas pinturas rupestres, encontradas nas paredes de antigas cavernas que traziam a representação simbólica da forma de viver do homem primitivo, seus conhecimentos, seus medos e suas divindades. Ao longo dos anos, houve uma evolução no sentido da simplificação da linguagem, até

chegarmos à escrita atual, mas nem por isso o desenho perdeu sua importância como meio de comunicação e de expressão, sendo sempre utilizado paralelamente à escrita.

O Desenho como instrumento facilitador do aprendizado da Matemática no Ensino Fundamental e Médio cria possibilidades reais de inserir o aluno em situações-problemas de seu cotidiano. Desta forma, a utilização do Desenho Geométrico no ensino da Trigonometria é uma alternativa à metodologia tradicional, pois resgatamos nela a importância da Geometria no ensino da Matemática.

Outra forma possível de facilitar o ensino da Matemática é com a utilização da Geometria Dinâmica, pois ela possui forte desafio àqueles que a manipulam. Com este tipo de software os alunos se sentem mais envolvidos com as figuras e aprendem a pensar e desenvolver seu raciocínio lógico, além de aprender a identificar formas geométricas e seus elementos. A literatura apresenta algumas metodologias para o ensino e aprendizado da Trigonometria com utilização da Geometria Dinâmica, entre estes trabalhos podemos citar: Martins (2003), Brito e Morey (2004), Lima Filho et al. (2005), Leal e Rodríguez (2009) e Sicre e Munguía (2007).

Desta forma este relato apresenta estes dois recursos didáticos, provenientes do campos de estudo Expressão Gráfica, o “Desenho Geométrico” e a “Geometria Dinâmica” para o ensino de relações trigonométricas.

A Expressão Gráfica é um campo de estudo que utiliza elementos de desenho, imagens, modelos, materiais manipuláveis e recursos computacionais aplicados às diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de apresentar, representar, exemplificar, aplicar, analisar, formalizar e visualizar conceitos. Dessa forma, a expressão gráfica pode auxiliar na solução de problemas, na transmissão de ideias, de concepções e de pontos de vista relacionados a tais conceitos. (GÓES, 2012, p. 53)

Quando apresentado de forma tradicional, o conteúdo Relações Trigonométricas é considerado pelos alunos algo abstrato e de difícil compreensão. As perguntas mais frequentes quando o assunto é Trigonometria são: Porque seno de 30° é 0,5? Porque tangente de 45° é 1?

Para sanar as dúvidas dos alunos propomos atividade investigativa onde apresentamos possibilidades reais de tornar a Matemática agradável.

Os recursos apresentados neste relato foram aplicados em duas turmas diferentes de uma escola da rede municipal de ensino de Araucária/PR, ou seja, uma turma desenvolveu

a atividade com o recurso “Desenho Geométrico” e a outra com o recurso “Geometria Dinâmica”.

2. Recurso didático I – Desenho Geométrico

Na aplicação desta atividade, os estudantes foram divididos em grupos de 3 ou 4 alunos. Cada grupo recebeu 4 folhas de papel para construírem circunferências de raio 10, 8, 6 e 5 cm (cada estudante foi responsável por uma circunferência).

Na construção das circunferências, percebemos que muitos alunos não possuíam habilidade na utilização do compasso, talvez pelo fato da extinção de disciplinas de Desenho Geométrico no currículo atual da maioria das escolas.

Durante a aplicação desta metodologia foi preciso retomar muitos conceitos, começando pela construção das circunferências, seus elementos (raio, diâmetro, centro, curva) e a definição de círculo.

Realizada a construção das circunferências solicitamos o traçado de dois diâmetros perpendiculares (eixos). Apesar de saberem o que são retas perpendiculares, os alunos não sabiam construí-las.

Nesta etapa, desenvolvemos a teoria de retas perpendiculares e as várias situações de construção com régua e compasso, como exemplo: dada uma reta “r” construir uma reta “s” perpendicular a “r” e que contenha o ponto “P”. Na primeira situação “P” pertence a “r” e na segunda situação “P” não pertence a “r”.

Prosseguindo com a proposta os estudantes realizaram o solicitado. (figura 01)

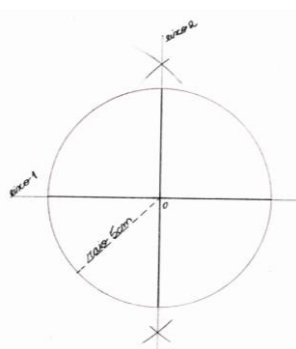


Figura 01 – Eixos perpendiculares.

Os alunos construíram com régua e compasso os ângulos de 30°, 45° e 60° sendo: o vértice desses ângulos é a interseção dos eixos; e um dos lados do ângulo a semirreta

contidas no “eixo 1”. Até esta fase da experiência os alunos não sabiam qual conhecimento estava sendo construído, pois não lhes foi dito. (figura 2)

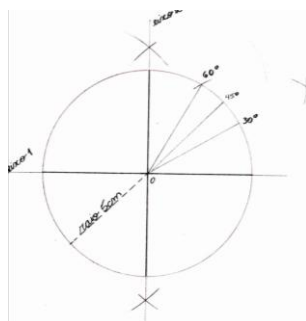


Figura 02 – Ângulos de 30°, 45° e 60°.

Em seguida traçaram, a partir da interseção do lado do ângulo com a circunferência, segmentos perpendiculares ao “eixo 1” utilizando régua e compasso, obtendo assim um triângulo retângulo para cada ângulo. Desta forma, foi definido hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente (Figura 03).

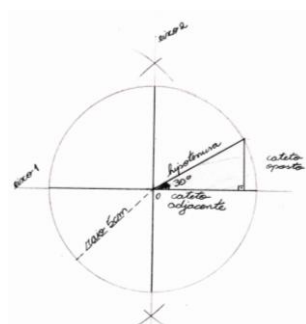


Figura 03 – Exemplo do triângulo retângulo para o ângulo de 30°.

Com a utilização da régua os estudantes mediram os lados destes triângulos e efetuaram cálculos para encontrar a razão entre: cateto oposto e hipotenusa; cateto adjacente e hipotenusa; cateto oposto e cateto adjacente.

Com os resultados elaboraram tabelas para cada circunferência (raio 10, 8, 6 e 5 cm) e ângulo (30°, 45° e 60°). Comparando os valores para cada ângulo nas diferentes circunferências os estudantes verificaram que os resultados possuíam valores aproximados mesmo quando comparado com outros grupos. Após a mediação os estudantes concluíram que os valores deveriam ser iguais, mas devido à precisão do material utilizado nas construções e nos traçados houve imprecisão no desenho, sendo esta a causa do “erro”.

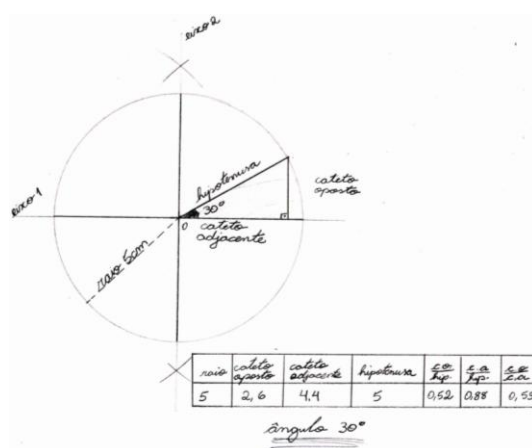


Figura 04 – Resultados obtidos para o ângulo de 30°

Neste momento as definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo, bem como tabela que apresenta os seus valores com precisão foram expostas.

3. Recurso didático II – Geometria Dinâmica

O *software* utilizado nesta atividade é o “C.a.R. Metal” disponível no site <http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal>, uma adaptação do Régua e Compasso (C.a.R. - Compas and Ruler) que oferece as mesmas apresentações que o C.a.R., porém com mais agilidade, pois elimina alguns passos intermediários no processo de construção do desenho. Além disto, a versão do *software* utilizada nesta atividade permite realizar cálculos matemáticos e construção de funções.

A primeira construção realizada pelos alunos foi a circunferência (Figura 05) com a opção “círculo” e a nomeação dos pontos O (centro da circunferência) e Livre (ponto que define o raio da circunferência e que será livre para que o aluno possa explorar nas próximas atividades). Durante a construção da circunferência foi retomado o conteúdo sobre circunferência, seus elementos (raio, diâmetro, centro, curva) e a definição de círculo.

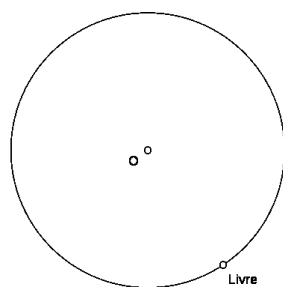


Figura 05 - Circunferência

Após esta construção os alunos traçaram dois diâmetros perpendiculares utilizando as ferramentas “semi-reta”, “segmento”, “perpendicular” e “ocultar objetos”. Eles apresentaram certa dificuldade em lembrar a definição de retas perpendiculares, assim, neste momento, o professor fez a intervenção e solicitou que utilizassem a ferramenta “ângulo” para medir o ângulo entre os diâmetros e assim retomar o conceito de retas perpendiculares (Figura 06).

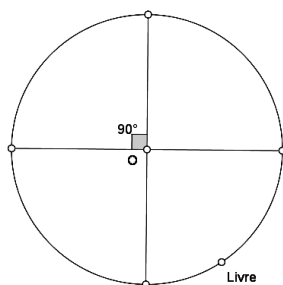


Figura 06 - Diâmetros perpendiculares.

Com a ferramenta “ângulo de amplitude fixa” os alunos construíram o primeiro ângulo notável 30° , de vértice em O, lado OA e assim obtiveram o lado OB. Ao utilizar a ferramenta descrita acima, foi necessário ocultar a semi-reta OB, construir o segmento OB e ainda utilizar a ferramenta ângulo, obtendo assim a Figura 07.

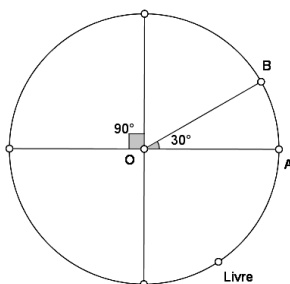


Figura 07 - Ângulo de 30° .

A partir da Figura 07 foram traçadas duas retas, uma perpendicular a AO, contendo o ponto B, e a outra paralela a OA, obtendo o ponto C. Para uma melhor visualização utilizou-se a ferramenta polígono para construir o triângulo OBC. (Figura 08)

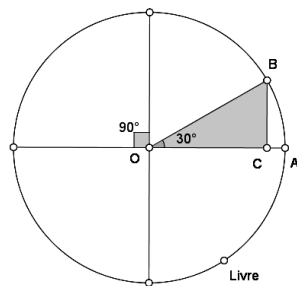


Figura 08 - Ângulo de 30°.

Neste momento foi necessária à intervenção do professor para trabalhar o conteúdo sobre triângulo retângulo e seus elementos. (Figura 09)

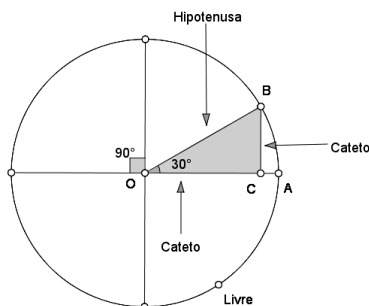


Figura 09 - Elementos do triângulo retângulo OBC.

Com a utilização da ferramenta “mostrar valores dos objetos”, os alunos elaboraram uma tabela (Tabela 01) na qual constava o raio da circunferência (mesmo valor da hipotenusa), a medida dos lados do triângulo e as razões entre cateto oposto e hipotenusa, cateto adjacente e hipotenusa, e ainda cateto oposto e cateto adjacente. Esta tabela foi elaborada com três medidas diferentes de raio da circunferência (Figura 10 (a), (b), (c)), e para isto bastou o aluno mover o ponto Livre.

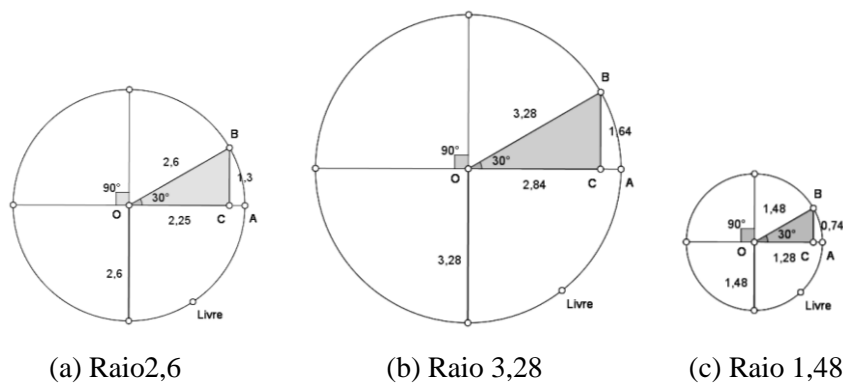


Figura 10 - Exemplos de circunferências.

Tabela 01 - Dados da atividade para o ângulo de 30°

Medidas	Raio 2,6	Raio 3,28	Raio 1,48
Cateto Oposto	1,3	1,64	0,74
Cateto Adjacente	2,25	2,84	1,28
Hipotenusa	2,6	3,28	1,48
Cateto Oposto / Hipotenusa	0,5	0,5	0,5
Cateto Adjacente / Hipotenusa	0,87	0,87	0,86
Cateto Oposto / Cateto Adjacente	0,57	0,58	0,58

Outras duas Tabelas semelhantes à Tabela 01 foram elaboradas uma para o ângulo de 45° e a outra para o ângulo de 60° .

Nesta turma os alunos também notaram que os valores, considerando o mesmo ângulo, eram muito próximos. Como o C.a.R. Metal possui ferramenta que define a quantidade de casas decimais a serem utilizadas (nesta atividade duas casas decimais). Os alunos concluíram que este fato gerou a imprecisão nos resultados. Após estas conclusões a tabela 01 foi apresentada a esta turma.

4. Aplicação dos conceitos matemáticos

Após a formalização da obtenção algébrica/geométrica das relações trigonométricas para os ângulos notáveis 30° , 45° e 60° foram expostas algumas aplicações deste conteúdo, dentre elas a utilização no cálculo de alturas desconhecidas utilizando o teodolito como instrumento de trabalho. Após as explicações do manuseio de um teodolito os alunos foram ao pátio do colégio para realizar a atividade cujo objetivo é determinar a altura do bloco da sala de aula.

Os grupos (mesmos integrantes da primeira fase da experiência) realizaram a coleta de alguns dados necessários para este cálculo. Escolhido o bloco que desejava saber a altura, os estudantes obtiveram o ângulo no teodolito, mediram a distância do teodolito até o bloco e a altura do teodolito. (figura 11)



Figura 11 - Alunos utilizando o Teodolito

Com estes dados, realizaram em sala o desenho da situação vivida e os cálculos necessários para obter a altura desejada do prédio.

Nestes cálculos os alunos utilizaram a relação trigonométrica Tangente, que envolve a medida do cateto oposto ao ângulo e a medida do cateto adjacente a este mesmo ângulo. Não houve dificuldade em realizar cálculos e o esboço da situação, pois os mesmos quando se apropriaram do conhecimento, compreenderam e o adquiriram de forma sólida.

5. Considerações Finais

Durante a aplicação do exercício, verificou-se a motivação dos alunos em realizar a atividade e ao mesmo tempo explorar a construção e compartilhar resultados. A criatividade e a empolgação pela construção do conhecimento se manifestaram em todos os alunos, pois sem exceção todos participaram de todas as etapas do processo. Aqueles que não conseguiram concluir rapidamente uma etapa não foram desmotivados, pois sempre havia um aluno que o ajudava.

Com o desenrolar da metodologia comprovamos que o uso do Desenho Geométrico ou da Geometria Dinâmica pode, e deve, ser inserido na disciplina de Matemática, não só para o ensino de Geometria, mas para suporte de todos os conteúdos possíveis.

Aqui utilizamos o termo “pode, e deve”, pois apesar da maioria das escolas possuírem laboratório de informática, a vivência nos mostra que a maioria absoluta dos professores de matemática não utiliza esta tecnologia em suas aulas para que o conhecimento seja solidificado e tenha sentido. E em relação ao Desenho Geométrico, verificamos que apesar de estar presente nos livros didáticos de Matemática estes esporadicamente são apresentados aos alunos.

No caso específico do conteúdo abordado, a Trigonometria, percebemos que as dúvidas comuns aos alunos não surgiram, diferente do que é presenciado com o uso da forma tradicional de ensino na qual questões, como as apresentadas no início do relato desta metodologia, são frequentes.

A utilização dos recursos aqui apresentados mostra que é possível desenvolver um bom trabalho com os alunos, basta saber utilizar o que se tem disponível, se não for possível a utilização de computadores, o professor pode utilizar a régua e o compasso para obter os mesmo resultados finais para o ensino da Trigonometria.

6. Referências

BRITO, Arlete de Jesus; MOREY, Bernadete Barbosa. Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. Revista Horizontes, v. 22, n.1, p. 65-70, jan./jun. 2004

GÓES, H. C. **Expressão Gráfica: esboço de conceituação**. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática) - Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2012.

LEAL, Jorge Enrique Fiallo; RODRÍGUEZ, Angel Gutiérrez. Unidad de Enseñanza de las Razones Trigonométricas en un Ambiente Cabri para el Desarrollo de las Habilidades de Demostración. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Disponível em <www.uv.es/AngelGutierrez/apregeom/archivos2/FialloGutierrez06.pdf> Acessado em 20 de fev de 2009.

LIMA FILHO, José de Melo Lima Filho; ROCHA, José Arimatéa; CAVALCANTI, Lialda Bezerra. Uso do LEMAT no Ensino de Trigonometria. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2005.

MARTINS, Vera Lúcia de Oliveira Ferreira. Atribuindo significado ao seno e cosseno, utilizando o software Cabri-Géomètre. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP). 2003

SICRE, Oscar Jesús San Martín; MUNGUÍA, José Luis Soto. Construcción de Significados para las Razones Trigonométricas Mediante un Aparato Virtual Diseñado con Cabri. In: XVII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas – Universidad de Sonora. México, 2007.