

## ENSINO-APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: EXPLORANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS

*Maurício Alves Nascimento*

*UEPB*

*mauricioalvinho@yahoo.com.br*

### **Resumo:**

O presente mini-curso é fruto de práticas-teorias-práticas refletidas nos grupos de estudos no mestrado e principalmente, do meu exercício como docente da rede pública do estado da Paraíba, onde assumo a postura de professor pesquisador na perspectiva da pesquisa pedagógica, apresentada por Lankshear e Knobel (2008) onde enfatiza a importância de se ter professores investigando suas próprias salas de aula. Destaco o conteúdo de Trigonometria, para refletirmos/resolvermos/explorarmos situações problemas, devido a situações práticas em nosso cotidiano, como também, a complexidade deste tópico por se encaixar em duas grandes áreas da Matemática – a Geometria e a Álgebra. Pretende-se com este trabalho possibilitar reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Trigonometria, fazendo com que os professores envolvidos possam voltar para suas salas de aulas com novos olhares a respeito do conteúdo.

**Palavras-chave:** Trigonometria; Resolução e Exploração de Problemas; Educação Matemática.

### **1. Introdução**

O presente mini-curso é fruto de práticas-teorias-práticas refletidas nos grupos de estudos no mestrado e principalmente, do meu exercício como docente da rede pública do estado da Paraíba, onde assumo a postura de professor pesquisador na perspectiva da pesquisa pedagógica, apresentada por Lankshear e Knobel (2008) onde enfatiza a importância de se ter professores investigando suas próprias salas de aula.

Neste processo de investigação da minha sala de aula venho destacar o conteúdo de Trigonometria. Pois, ao observarmos as pesquisas em ensino-aprendizagem de Trigonometria, percebemos um grupo de pesquisas que buscam por diferentes alternativas metodológicas – o uso das tecnologias, o uso de sequencias didáticas e da trajetória hipotética da aprendizagem e o uso de olhares históricos – para se pensar a trigonometria na sala de aula. Nesse sentido, fica evidente a preocupação apontada nas pesquisas, através de atividades, por uma melhoria no processo ensino – aprendizagem deste conteúdo.

## **2. O que algumas pesquisas apontam sobre o ensino-aprendizagem de Trigonometria?**

Fazendo um levantamento de pesquisas que apontam a Trigonometria como objeto de investigação (OLIVEIRA, 2010; SAMPAIO, 2008; ROSENBAUM, 2010; BORGES, 2009; BARBOSA, 2009; SILVA, 2005; FERNANDES, 2010) percebemos diversas contribuições para o ensino-aprendizagem da trigonometria.

Essas pesquisas são desenvolvidas por diferentes alternativas metodológicas.

As pesquisas de Barbosa (2009), Rosenbaum (2010) e Silva (2005), trazem uma alternativa metodológica para o trabalho da trigonometria na sala de aula, seja por meio da Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), como também, por meio de uma sequência didática.

Na pesquisa desenvolvida por Barbosa (2009), ele procura “analisar a possibilidade de compatibilizar perspectivas de aprendizagem com a planificação de ensino relacionada às razões e às funções trigonométricas”, e percebe que não basta uma boa sequência de atividades, mas uma postura atuante e reflexiva diante das situações. Embasado por uma visão construtivista, desenvolve seu trabalho tendo como referência a noção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). Foi um trabalho que se desenvolveu em três salas de aula do 2º ano médio, tendo como instrumento de coleta de dados, relatórios de observações.

Tendo este mesmo foco, Rosenbaum (2010) além de propor atividades que potencializassem a aprendizagem dos alunos sobre Funções Trigonômicas, numa perspectiva construtivista, ela analisou diversas pesquisas em Educação Matemática que trazem resultados importantes sobre o assunto. A pesquisadora verificou ainda, “como a atuação do professor de matemática se revela, no que se refere às atividades de planejamento do ensino de Funções Trigonômicas”.

Já Silva (2005), pretendia introduzir as razões seno, cosseno e tangente por meio de investigações. Com isso elaborou uma sequência de quatro atividades, cujo foco era “responder se a produção de uma sequência didática e ensino enfatizando as construções e transformações geométricas articuladas ao tratamento figural proporciona uma apreensão significativa”. Tal pesquisa foi explorada em sala de aula pelo próprio pesquisador.

A pesquisa de Borges (2009) e Fernandes (2010) proporcionam, através do uso das tecnologias, especialmente o software de geometria dinâmica Geogebra, propostas pedagógicas que visam mudanças no processo educacional.

Sendo assim, Borges (2009) desenvolve uma sequência de 12 atividades, onde utiliza o software de geometria dinâmica Geogebra, procura contribuir com o ensino da trigonometria, no que diz respeito, a transição das razões trigonométricas no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico. A pesquisa não se desenvolveu em sala de aula, mas a mesma foi aplicada a um grupo de oito alunos do 2º ano médio fora do horário da aula.

Fernandes (2010) trabalhou especificamente com a construção de conceitos básicos da trigonometria na circunferência. O pesquisador em sua intervenção propôs em um primeiro momento, a construção da circunferência trigonometria, utilizando régua, transferidor e lápis; e no segundo momento, a mesma atividade proposta foi desencadeada por meios tecnológicos (software de geometria dinâmica Geogebra). Este trabalho foi desenvolvido com o grupo de 12 alunos do 2º ano do Ensino Médio. Como professor, numa visão antes da pesquisa, ele ressalta que “os alunos nada mais faziam além de decorar fórmulas e valores de uma tabela de seno e cosseno de ângulos, sem saber o real significado desses números”.

Voltado para a História da Matemática, Sampaio (2008), “buscou investigar o processo de construção de uma abordagem histórico-filosófica por meio de uma reconstrução histórica da trigonometria”. Propôs “como um dos objetivos a investigação da construção de uma sequência didática”, com foco nas funções trigonométricas. Aponta que a História da Matemática é mais do que um recurso didático, tendo um potencial pedagógico que enriquece a prática docente.

Apresentando diversas metodologias, Oliveira (2010), formulou atividades que “relacionassem tanto a necessidade do estudo da Trigonometria do Triângulo Retângulo, quanto sua relação com o Ciclo Trigonométrico gerando as Funções Trigonométricas”.

Revisitando tais trabalhos, é comum perceber que toda pesquisa de cunho pedagógico ou que trabalhe conteúdos explorados na Educação Básica, tenha raízes em dificuldades, em sua grande maioria, oriundas do processo de ensino-aprendizagem no exercício profissional do docente. Portanto, no tópico a seguir, iremos apresentar o que as pesquisas apontam como principais problemas ou dificuldades no ensino da Trigonometria.

### 3. Algumas dificuldades no ensino-aprendizagem da trigonometria

É sabido que algumas dificuldades apresentadas são originadas também de limitações conceituais dos professores, oriundas de sua formação escolar e de sua formação acadêmica (inicial e continuada), que de certa forma reflete em seu exercício. Algumas delas são: transição da trigonometria do triângulo retângulo para a do ciclo trigonométrico; distinção entre arcos e ângulos; tratar simultaneamente as razões e relações trigonométricas de grandezas angulares medidas em graus e as razões e relações trigonométricas de grandezas de medidas lineares medidas em radianos, sem perceber a importância de entender e diferenciar tais situações, as quais ajudarão na compreensão das funções trigonométricas; transmissão do conteúdo sem conhecimento histórico, favorecendo a um conhecimento limitado, pois a história nos coloca de frente a origem dos fatos as quais em muitas vezes, nos dá a compreensão de dúvidas que nos acompanharam desde a formação básica, e que ainda as transmitimos; entre outras.

O ensino da trigonometria, desde a exploração inicial no triângulo retângulo, sempre esteve conectada com inúmeras aplicações concretas, e mesmo quando muito exploradas, dá-se ênfase a repetição das regras tornando o ensino mecanizado, sem compreensão. Quando explorado numa perspectiva histórica, a ênfase é dada as tábuas trigonométricas, devido o seu uso, e não como construção histórica do pensamento científico.

As maiores dificuldades apresentadas pelos alunos dá-se no estudo analítico da trigonometria, e uma delas é a não diferenciação que antes, no triângulo retângulo tinha um significado e agora apresenta outro foco. Evidencia-se exercícios mecânicos nas resoluções de equações e inequações com nenhuma contextualização, não familiarização com as fórmulas, dificuldade na interpretação de situações problemas, como também ênfase em atividades relacionadas a identidades trigonométricas.

Situamos até o momento dificuldades apresentadas por professores e alunos. Queremos discutir o porquê, em nossa concepção, é tão difícil ensinar-aprender Trigonometria. Uma primeira percepção é a *distribuição curricular*. São muitos conteúdos a serem contemplados durante um ano letivo, gerando no professor uma “corrida contra o tempo” para vencer todos os tópicos ali contidos.

Uma segunda percepção que temos é a necessidade de *integração entre os conteúdos*. A Trigonometria está situada em duas grandes áreas de conhecimento na Matemática, a álgebra e a geometria.

Uma terceira percepção nossa é a *falta de significado do conteúdo* para o nosso aluno, o que implica diretamente na aprendizagem. Na vida, o que desperta em nós interesse, na maioria das vezes, é aquilo que nos torna úteis, que tem significado para nós. Nestas condições fica mais prazeroso estudar, fica mais prazeroso aprender. No cotidiano escolar não é diferente. Como professores, corremos o risco de focarmos nos fins, sem levarmos em consideram os meios/o processo. É como quiséssemos que nossos alunos compreendessem os mecanismos para determinar as razões trigonométricas de um ângulo antes de empreender qualquer significado sobre o que venha a ser uma razão. Sabendo da necessidade da significação da Trigonometria para o aluno, não queremos dizer que o aluno tem que aprender o que ele quer ou, que deva decidir o que aprender. Falando sobre programas escolares, Meirieu (2005, p.79), afirma que “*a escolha das disciplinas e de seus conteúdos decorre de uma reflexão geral sobre o perfil do homem que se pretende formar*”, afirma também que:

Não se deve procurar associar seus conteúdos a supostos e mal-identificados interesses imediatos dos alunos, e sim articulá-los às questões a que esses saberes já responderam um dia. Trata-se de aproximar os saberes a sua gênese, inscrevendo-os à dinâmica que os trouxe à tona, remetendo-os ao lugar que ocuparam na história dos homens, fazendo deles não “utilidades escolares”, mas verdadeiros “objetos culturais” com seu próprio poder de atração. Não a nada de muito extraordinário nisso. Simplesmente a preocupação de estar atento à cultura em fase de elaboração, a saberes em fase de construção. (MEIRIEU, 2005, p.83)

#### **4. A resolução de problemas como metodologia de ensino**

Trabalhar o ensino da matemática através da Resolução e Exploração de Problemas cogita a necessidade do professor não preparar a aula que irá lecionar, mas preparar-se para a aula que irá ministrar. Pois, a exploração de problemas favorece a um desfecho de aula que a princípio poderíamos não ter imaginado quando a pensamos. Isso não quer dizer que um trabalho via exploração de problemas seja algo desconectado, sem nexos. Pelo contrário, quando estimulamos a capacidade criativa dos alunos podemos chegar a resultados não antes esperados.

Sendo assim, possibilita-nos a necessidade do conhecimento ser formado. De transformar a sala de aula em um laboratório de pesquisa. Do professor, deixar de ser o dono do saber. Do aluno, ser o construtor da sua aprendizagem. Do desejo de termos cidadãos com uma postura crítica, onde antes de saber fazer se torna necessário saber pensar, e ainda mais, pensar sobre seu próprio fazer.

Fazendo uma analogia, enxergamos que ao proporcionar um ensino de matemática através da REP suscita a reflexão de que a sociedade é constituída, assim como a solução

dos problemas. Se o aluno observa que apropriação do conhecimento é feita através de regras, o aluno enxergará uma sociedade hierárquica, onde não se tem voz e vez. Mas, se propomos um ensino numa perspectiva, onde o aluno formula conjecturas, pensa sobre sua própria ação, avalia o seu próprio processo. Estaremos despertando o ser político adormecido, um ser humano reflexivo, e dificilmente esse aluno será apático diante das circunstâncias que lhe forem propostas.

## **5. Público alvo**

Professores do ensino fundamental e médio.

## **6. Objetivos**

Favorecer aos participantes reflexões sobre o processo ensino-aprendizagem da Trigonometria por meio de situações problemas, procurando discernir a viabilidade de tais situações, tendo em vista que, o cotidiano de nossas salas de aulas apresenta múltiplas faces.

## **7. Metodologia**

No contexto geral: Exposição dialogada com apresentação de algumas experiências, de situações problemas, debates, discussões e momentos de sala de aula.

Especificamente: Serão trabalhados conceitos e ideias teóricos-práticos sobre o ensino-aprendizagem de Trigonometria, motivados por situações problemas, que será dado aos participantes.

## **8. Recursos**

Folhas de atividades (xerox), papel ofício, régua, compasso, transferidor, projetor de multimídia (data show), pincel e quadro branco.

## **9. Considerações Finais**

Tornar o ensino-aprendizagem da Matemática de forma reflexiva, onde a mesma possa contribuir para o desenvolvimento sócio-político-econômico de um cidadão, na perspectiva da educação crítica, não é possibilitada se não adentrarmos com todos os

sentidos no que desejamos estudar. Para isso, se torna necessário diariamente buscarmos entender/compreender o cotidiano escolar, vislumbrando sempre as possibilidades, procurando enxergar o que outros ainda não viram.

Buscar entender, de maneira diferente do aprendido, as atividades do cotidiano escolar ou do cotidiano comum, exige que estejamos dispostos a ver além daquilo que os outros já viram e muito mais; que sejamos capazes de mergulhar inteiramente em uma determinada realidade buscando referências de sons, sendo capazes de engolir sentindo variedades de gostos, caminhar tocando coisas e pessoas e se deixando tocar por elas, cheirando os cheiros que a realidade vai colocando a cada ponto do caminho diário. (ALVES 1998 apud FERRAÇO, 2008, p. 104).

Sendo assim, almejamos ao final do mini-curso possibilitar reflexões sobre o ensino-aprendizagem de trigonometria, fazendo com que os professores envolvidos possam voltar para suas salas de aulas com novos olhares a respeito do conteúdo.

## 10. Referências

BARBOSA, A. A. **Trajetórias hipotéticas de aprendizagem relacionadas às razões e às funções trigonométricas, visando uma pesquisa construtivista.** 2009. 161f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC/SEB, 2008.

BORGES, C. F. **Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: uma sequência para o ensino.** 2009. 151f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2009.

FERNANDES, R. U. **Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência.** 2010. 135f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2010.

FERRAÇO, C. E. Ensaio de uma metodologia efêmera: ou sobre as várias maneiras de sentir e inventar o cotidiano escolar. In: OLIVEIRA, I. B. de. **Pesquisa nos/dos/ com os cotidianos das escolas: sobre redes de fazeres.** Petrópolis: DP&A, 2008. p. 101 – 117.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica: do projeto à implementação.** Porto alegre: Artmed, 2008.

MEIRIEU, Philippe. Tradução Fátima Murad. **O cotidiano da escola e da sala de aula: o fazer e o compreender.** Porto Alegre: Artmed, 2005.

OLIVEIRA, T. de. **Trigonometria: a mudança da prática docente mediante novos conhecimentos**. 2010. 177f. Dissertação (Mestrado) – UFSCar, São Carlos, 2010.

ROSENBAUM, L. S. **Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista**. 2010. 255f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2010.

SAMPAIO, H. R. **Uma abordagem histórico-filosófica na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no ensino médio**. 2008. 190f. Dissertação (Mestrado) – UEL, Londrina, 2008.

SILVA, S. A. da. **Trigonometria no triângulo retângulo: construindo uma aprendizagem significativa**. 2005. 198f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2005.