

## O ENSINO DE TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO POR ATIVIDADE E COM APOIO DE UM MATERIAL CONCRETO

*Pedro Roberto Sousa da Silva*

*CPF:657.471.602-06*

*SEDUC-PA/FACULDADE IPIRANGA*

*[Prof.pedromat@hotmail.com](mailto:Prof.pedromat@hotmail.com)*

*Pedro Franco de Sá*

*UEPA/UNAMA*

*[pedro.franco.sa@gmail.com](mailto:pedro.franco.sa@gmail.com)*

### **Resumo:**

O presente trabalho apresenta o resultado de uma pesquisa realizada junto a 24 alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Belém no estado do Pará, com o objetivo de investigar a potencialidade do ensino de fatoração algébrica por atividades. Para a coleta de dados fizemos uso de um questionário com questões fechadas a fim de traçar o perfil sócio-educacional dos sujeitos e aplicação de uma atividade de acordo com caso de fatoração trinômio quadrado perfeito.

**Palavras chave:** Educação Matemática. Ensino por atividades. Ensino. Fatoração algébrica.

### **1. Introdução**

A educação, historicamente, sempre assumiu papel preponderante para desenvolver as sociedades de modo geral. O Japão que o diga, cuja educação foi base da reconstrução da sua economia no pós segunda Guerra Mundial. A Coréia do Sul foi outro país que se desenvolveu, tomando como estratégia a educação, tornando-se uma das potências mundiais. Neste aspecto educacional, a Matemática foi à primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular, cujo marco ocorreu na Alemanha no início do século XX, sob a liderança do matemático Felix Klein Schubring (1999, *apud* ABDANUR, 2006, p.17).

A grande importância da Matemática no contexto social - em especial a álgebra, é que esta contribui para estimular e desenvolver o lado intelectual do alunado, embora se trate de “um assunto altamente sofisticado e abstrato e que, por isso, não seja fácil a sua compreensão” (Boyer, 1974, p. 1). Esta pouca aprendizagem dos alunos tornou a álgebra - entendida como ciência das equações (Baumgart, 1992) - alvo de reflexões e de discussão no meio intelectual e acadêmico.

Desde então muitos trabalhos de pesquisas de Diagnóstico<sup>1</sup> (Ribeiro, 2001; Valentino e Grando, 2004; Keppke, 2007; Gil, 2008; Burigato, 2007; etc.) e de Experimento<sup>2</sup> (Cárdia, 2007; Rodrigues, 2008; Fanti, Kodama, Martins e Cunha, 2006) têm sido realizados no sentido de revelar os elementos que contribuem para alimentar e sustentar o fenômeno da dificuldade de se aprender álgebra, em especial a fatoração algébrica.

Dentre um conjunto de autores, que sustentam este estudo, se destaca a pesquisa de Ribeiro (2001) que ao analisar o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental a partir dos dados do SARESP/97, conclui que a dificuldade do aprendizado em álgebra é resultado do predomínio de treinamento de habilidades, mecanização e de memorização de técnicas.

Keppke (2007), fazendo uma análise comparativa das diretrizes curriculares para o ensino da álgebra no Brasil, abordando os Guias Curriculares, Propostas Curriculares para o Ensino de Matemática 1º grau e o 13º Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), revelou que o pouco sucesso dos alunos na resolução da álgebra está na incompreensão no uso das letras, que funciona como barreira para abstrair a operação; conseqüência da visão tradicional dos docentes, que valorizam a mecanização estrutural da álgebra.

Ao investigar 46 (quarenta e seis) alunos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Faculdade particular, procurando identificar erros e dificuldades mais freqüentes em álgebra elementar, o estudo de Valentino e Grando (2004) mostrou que 80,43% dos alunos têm grande dificuldade de resolução na categoria tecnicismo algébrica, cuja uma das explicações foi à deficiência conceitual de conteúdo.

Gil (2008), também ao buscar compreender as dificuldades dos alunos da 7ª série, discutindo a questão conceitual e de procedimentos na resolução da Álgebra, constatou que os estudantes simpatizam com a Matemática (50%), porém o restante (50%) afirmou que têm dificuldades nesta disciplina. O pouco conhecimento e a imprecisão da leitura algébrica foram os fatores que explicam esta dificuldade, reflexo da deficiência na linguagem escrita.

---

<sup>1</sup> É uma linha de investigação matemática que busca detectar os principais fatores responsáveis pela dificuldade de resolução da Fatoração algébrica no processo ensino aprendizagem.

<sup>2</sup> Busca agregar ferramentas inovadoras no processo ensino aprendizagem da álgebra, com o propósito de facilitar o aprendizado na prática e estimular o interesse do alunado pelos estudos matemáticos.

Investigando a aprendizagem da fatoração algébrica por meio de recursos computacionais - o software Aplusix Burigato (2007) concluiu que, além de mais da metade dos alunos não se recordarem da fatoração, as dificuldades de resolução desta operação diz ao pouco conhecimento dos conceitos sobre fatoração (divisão e a multiplicação de expressões algébricas, etc.). A não resolução se deve a dificuldade de leitura da expressão e/ou do entendimento conceitual da fatoração algébrica.

Por outro lado, ao pesquisar a fatoração algébrica no campo da experimentação, Cárdua (2007), adotando a Metodologia da Engenharia Didática (Dialética Ferramenta-Objeto e Jogo de Quadros), constatou que a maior dificuldade dos alunos foi fazer a leitura das formas das expressões algébricas, a manipulação das quatro operações fundamentais da matemática, como também fazer a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Após a reflexão destes estudos e da relevância deste assunto para a vida escolar dos alunos, pretendemos com esta pesquisa responder a seguinte pergunta: É viável o ensino de trinômio quadrado perfeito por atividades com apoio de material concreto? Com objetivo de investigar a potencialidade do ensino de fatoração algébrica do caso trinômio quadrado perfeito por atividades com apoio de material concreto.

## **2. Metodologia**

A pesquisa foi desenvolvida numa turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública da rede estadual de ensino da região metropolitana de Belém no Estado do Pará com 36 alunos. A parte experimental da pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: diagnóstico da turma, construção das atividades, apresentação do kit-2D, aplicação das atividades e análise dos resultados.

## **3. O Diagnóstico da turma**

Para o diagnóstico inicial utilizamos um formulário composto por questões fechadas a fim de traçar o perfil social e educacional dos sujeitos, sendo que o formulário foi aplicado no dia 24/10/2012 e participaram 36 alunos. A sistematização das informações gerou o seguinte perfil da turma: A maioria dos alunos era do sexo feminino (63,0%) e possuía faixa etária 12 a 15 anos.

Sobre a localização da escola dos alunos que participaram da pesquisa, aproximadamente (78%) informou que este estabelecimento de ensino fica no mesmo bairro onde mora, sendo que o restante (22%) respondeu que a sua escola fica em bairro diferente de onde mora. Para facilitar a vida e trajetória educacional do estudante, o estabelecimento escolar deve ficar no mesmo bairro onde fica o domicílio do aluno.

Com relação aos responsáveis por esses alunos, 50%, declararam ser o pai, o responsável masculino e a mãe, 86%, o responsável feminino. Por conseguinte, 61% do responsável masculino possuem no máximo o ensino médio completo, haja vista que, 36% dos alunos não informaram a escolaridade de seu responsável masculino, já sobre o responsável feminino, 78% dos discentes afirmaram que seu responsável possui no máximo ensino médio completo, pois, 6% dos alunos não declararam a escolaridade de seu responsável feminino.

A maioria dos alunos (66,6%) gosta pouco de matemática, com destaque para os alunos de 13 anos (36,1%), seguido pela faixa etária de 14 anos (19,4%). Os que gostam muito da disciplina matemática representa um total de 19,5%; com predominância dentre os alunos com 13 anos de idade. Na outra ponta, os alunos que têm aversão à matemática representam 13,9% da amostra pesquisada, com destaque também para os alunos que têm 13 anos de idade (8,3%).

O sentimento pela disciplina matemática tem maior expressividade entre os alunos com 13 anos de idade (58,3%), seguido pela faixa de 14 anos (25,0%). A maioria dos alunos (66,6%) gosta pouco de matemática, com destaque para àqueles alunos (25,0%) que estudam apenas na véspera de prova, seguido daqueles (22,2%) que estudam no período de prova. Àqueles que gostam muito de matemática representa um total de 19,4%, cujo maior percentual em destaque é para aqueles (8,3%) que se dedicam duas ou mais vezes no estudo da disciplina matemática. Com menor expressividade (13,9%), os que têm aversão à matemática, obviamente, estudam o conteúdo da disciplina apenas na véspera de prova (8,3%). A respeito do conteúdo fatoração de trinômio quadrado perfeito todos disseram que ainda não estudaram este conteúdo em sala de aula.

#### **4. A construção das atividades**

A atividade foi construída considerando as sugestões propostas por Sá (2009) e Fossa (2000; 2001).

Não tão bastantes das propostas sugeridas por Sá (2009), Fossa (2000, p. 46) resume seu pensamento a respeito do uso de atividades para o ensino de matemática nos dizendo o seguinte “[...] as atividades tem que ser significante para o aluno”.

Esse caráter significante do ensino de matemática por atividade é que estamos buscando ao adotar esta tendência para o ensino de fatoração.

Concordando com Sá (2009), Fossa (2001) nos reforça que para dar significados as atividades e alcançar os objetivos, é necessário que estes estejam organizadas apropriadamente em seqüencias, sendo necessário um planejamento prévio, não devendo “[...] ser encaradas como instrumento preparatório para os professores iniciarem suas aulas expositivas, pois estas não são instrumentos de aplicação prévia, nem tampouco instrumento de ensino, elas são instrumento de aprendizagem. (Fossa; 2000, p. 47).

#### ATIVIDADE 01

Título: Trinômio quadrado perfeito.

Objetivo: Praticar fatoração de expressão algébrica

Material: Papel, lápis ou caneta, borracha, roteiro da atividade e o kit de fatoração

Procedimento: Com auxílio do kit-2D escreva as expressões na forma de produto, ou seja, fature as expressões

a)  $x^2 + 2xy + y^2 =$

k)  $x^2 - 2xy + y^2 =$

b)  $y^2 + 2yz + z^2 =$

l)  $y^2 - 2yz + z^2 =$

c)  $z^2 + 2z + 1 =$

m)  $z^2 - 2z + 1 =$

d)  $x^2 + 2x + 1 =$

n)  $x^2 - 2x + 1 =$

e)  $x^2 + 4x + 4 =$

o)  $x^2 - 4x + 4 =$

f)  $z^2 + 4z + 4 =$

p)  $z^2 - 4z + 4 =$

g)  $4y^2 + 8y + 4 =$

q)  $4y^2 - 8y + 4 =$

h)  $4x^2 + 4xz + z^2 =$

r)  $4x^2 - 4xz + z^2 =$

i)  $4x^2 + 4x + 1 =$

s)  $4x^2 - 4x + 1 =$

j)  $4y^2 + 4yz + z^2 =$

t)  $4y^2 - 4yz + z^2 =$

Complete as igualdades conforme o exemplo a seguir sem utilizar o kit-2D.

1)  $(x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$

2)  $(y + 4) \cdot (y + 4) =$

3)  $= x^2 + 10x + 25$

4)  $y^2 - 14y + 49 =$

5)  $= z^2 + 16z + 64$

6)  $(2z - 6)(2z - 6) =$

7)  $= x^2 + 20x + 100$

8)  $9x^2 - 12x + 16 =$

9)  $= 16y^2 + 20y + 25$

10)  $49z^2 - 42z + 36 =$

11)  $= (3z + 2x)(3z + 2x)$

12)  $25x^2 - 20xy + 16y^2 =$

13)  $= 64y^2 + 56yz + 49z^2$

14)  $(4x - 3y)(4x - 3y) =$

15)  $= 81z^2 + 32zx + 16x^2$

16)  $81x^2 - 45xy + 25y^2 =$

17)  $= (5y + 2z)(5y + 2z)$

18)  $100y^2 - 60yx + 36x^2 =$

19)  $= 100z^2 + 80zy + 64y^2$

20)  $100x^2 - 30xz + 9z^2 =$

## 5. Kit de fatoração algébrica: “KIT-2D”

O kit de fatoração algébrica “kit-2D” foi elaborado com base na idéia do “ALGEPLAN”, pois o “jogo” Algeplan é formado por 40 peças ou figuras geométricas, a saber:

- Quadrados: Quatro quadrados grandes de lados  $x$ ,  $x > 0$  (onde um valor para  $x$  é fixado, a priori), de área  $x^2$ , representando cada um deles o elemento/expressão do tipo  $x^2$ , quatro quadrados médios de lados  $y$  (com  $y < x$ ), representando cada um deles um elemento/expressão do tipo  $y^2$ , e doze pequenos de lados 1, a unidade (representando o elemento/expressão do tipo  $1=1^2$ ). Total de quadrados: 20.

- Retângulos: Quatro retângulos de lados  $x$  e  $y$  (representando cada um o elemento/expressão do tipo  $xy$ ), oito retângulos de lados  $x$  e 1 (representando cada elemento/expressão do tipo  $x = x \cdot 1$ ) e oito de lados  $y$  e 1 (representando cada o elemento  $y = y \cdot 1$ ). O total de retângulos: 20. As peças são identificadas pelas suas áreas. Pode-se utilizar uma cor para cada tipo de peça ou ainda, tomar todas da mesma cor. Esse material pode ser adquirido em lojas especializadas (em madeira). Nesse caso, usa-se a cor amarela, azul e vermelha para os quadrados grandes, médios e pequenos, respectivamente. Para os retângulos, as cores usadas são lilás, verde e laranja.

### 5.1. Descrição do “KIT-2D”

O “kit-2D” é composto por 138 peças/figuras geométricas a partir, basicamente, de duas formas: Quadrado e Retângulo e foi construído em EVA.

- Quadrados

Oito quadrados de lados  $x$ , (onde um valor para  $x$  é fixado, a priori), de área  $x^2$ , cada um deles representa uma expressão do tipo  $x^2$ , oito quadrados de lados  $y$  (com  $y < x$ ), cada um deles representa uma expressão do tipo  $y^2$ , oito quadrados de lados  $z$  (com  $z < y < x$ ), cada um deles representa uma expressão do tipo  $z^2$  e dezoito quadrados de lados 1, a unidade (cada um deles representa uma expressão do tipo  $1=1^2$ ); resultando em um total de 42 quadrados.

- Retângulos

Dezesseis retângulos de lados  $x$  e  $y$  (cada um deles representa uma expressão do tipo  $xy$ ), dezesseis retângulos de lados  $x$  e  $z$  (cada um deles representa uma expressão do tipo  $xz$ ), dezesseis retângulos de lados  $y$  e  $z$  (cada um deles representa uma expressão do tipo  $yz$ ), dezesseis retângulos de lados  $x$  e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo  $x = x.1$ ), dezesseis retângulos de lados  $y$  e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo  $y = y.1$ ) e dezesseis retângulos de lados  $z$  e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo  $z = z.1$ ). Totalizando 96 retângulos.

O “kit-2D” foi confeccionado em EVA nas cores azul e laranja, sendo 69 peças na cor azul representando as peças “positivas” e 69 na cor laranja representando as peças “negativas”. Foram construídos 10 “kits-2D” para serem utilizados em sala de aula. Usou-se, em particular, as medidas  $x = 10$  cm,  $y = 8$  cm,  $z = 6$  cm e a unidade como 2 cm. Temos como principal diferença entre o kit-2D e o algeplan a quantidade de peças que aumentou consideravelmente pois o algeplan é composto por 40 peças e o kit-2D por 168 peças, as cores e a inclusão de uma nova variável sendo esta a variável “z”.

O principal objetivo do uso do “Kit-2D”, é associar figuras planas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas do primeiro e segundo grau e fatoração algébrica nos casos fator comum, agrupamento, diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito. O “Kit-2D” será utilizado em sala de aula de modo a conduzir o discente a relacionar a área do quadrado e do retângulo com a fatoração das expressões algébricas. Vale ressaltar que o kit-2D assim como o algeplan apresentam algumas limitações, como por exemplo, trabalhar com frações.

De acordo com (BRASIL, 1998, p. 121), “a visualização de expressões algébricas, por meio de cálculos de áreas e perímetros, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas, pois possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões”.

A seguir apresentaremos um exemplo de utilização das peças do kit-2D na fatoração do trinômio quadrado perfeito dispostos na Figura 1.

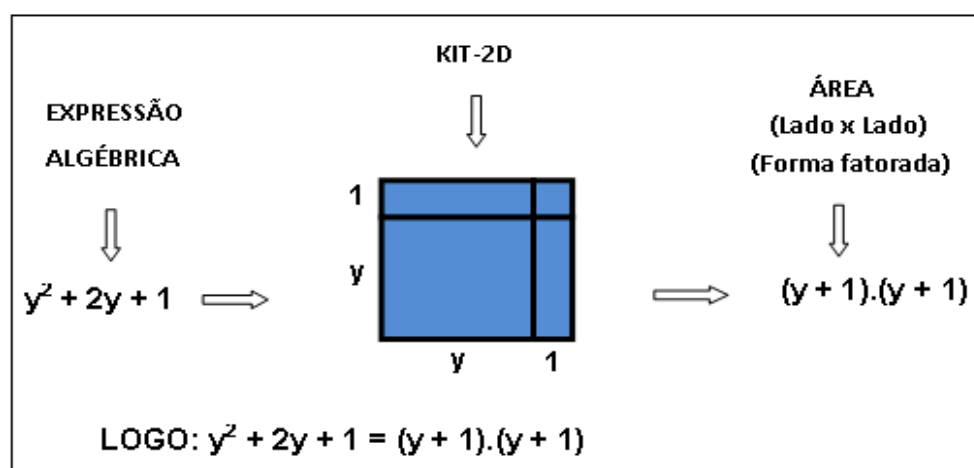


Figura 1: Como fatorar um trinômio quadrado perfeito usando o kit-2D.  
Fonte: Autor.

## 6. Aplicação da atividade

A atividade foi desenvolvida no dia 25/10/2012, com objetivo de praticar a fatoração algébrica. Iniciamos a atividade intitulada “Trinômio quadrado perfeito” pedindo para os alunos formarem grupos de 04 (quatro) alunos participando um total de 24 alunos, codificamos os grupos da seguinte maneira Q1 para o grupo 1, Q2 para o grupo 2, Q3 para o grupo 3 e assim sucessivamente. Temos ainda P para pesquisador. Em seguida distribuímos a folha de roteiro de atividade e as peças do kit-2D e mostramos como manusear as peças do kit-2D apresentando quatro exemplos para cada equipe de como escrever uma expressão algébrica em forma de produto. Após apresentação dos exemplos as equipes ganharam confiança e executaram a atividade. Destacamos que a primeira equipe a concluir a primeira parte da atividade, gastou 27 minutos e a última 34 minutos, onde os mesmos tinham que fatorar as expressões com auxílio do kit-2D. A seguir, revelaremos o desempenho dos alunos na primeira parte da atividade.

De maneira generalizada todas as equipes obtiveram êxito de 100% na fatoração das expressões algébricas, com auxílio do kit-2D. Este excelente desempenho pode estar associado ao uso e exploração do material manipulativo. Pais (2006 apud NOVELLO et al



2009, p.3) - com propriedade, afirmou que: “O uso de material concreto propicia aulas mais dinâmicas e amplia o pensamento abstrato por um processo de retificações sucessivas que possibilita a construção de diferentes níveis de elaboração do conceito”.

Na sequência, mostraremos o desempenho dos alunos na segunda parte da atividade, com a fatoração das expressões sem o auxílio do kit-2D.

Todas as equipes conseguiram fatorar 100% das expressões algébricas sem o auxílio do kit-2D com exceção da equipe Q5 que fracassou na fatoração das expressões “2”, “6”, “11”, “14” e “17” apresentando as seguintes respostas “ $(2y + 4y).(2y + 4y)$ ”, “ $4z - 12$ ”, “ $9z^2 + 6xz$ ”, “ $(16x - 12y).(16x - 12y)$ ” e “ $(25y^2 + 10yz).(25y + 10yz)$ ” respectivamente. O baixo desempenho desta equipe pode ser explicado pela falta de atenção de alguns membros dessa equipe, o que se traduz em diversos erros cometidos, segundo se constatou no processo de pesquisa.

Para minimizar esta adversidade, o pesquisador proferiu palavras motivadoras e de incentivo, com o intuito de mudar a postura e o comportamento dos alunos. Apesar de tudo, a atividade conseguiu alcançar seu objetivo e os alunos praticaram a fatoração algébrica.

## 7. Considerações finais

A análise dos resultados com base nos quadros 01 e 02 nos mostrou que um excelente rendimento dos alunos na fatoração das expressões algébricas tanto na fatoração com o auxílio do kit-2D como na fatoração sem o uso do mesmo, pois lembrando que os discente não tiveram contato com esse conteúdo em qualquer série anterior.

Por tanto concluímos que é viável o ensino de trinômio quadrado perfeito por atividades com apoio de material concreto, cabendo aos professores que adotarem essa metodologia em sala de aula faça uma exposição oral sobre números quadrados perfeitos pois essa informação será de suma importância para o bom andamento da atividade. Vale ressaltar também que as dificuldades encontradas pelos alunos na atividade são consideradas normais, principalmente por terem um primeiro contato com este tipo de metodologia nas aulas de matemática.

## 8. REFERÊNCIAS

ABDANUR, P. **Modelagem matemática: Uma metodologia alternativa de ensino**. Dissertação (Mestrado em educação). 147p. Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG-PR, 2006

BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL **Parâmetros Curriculares Nacionais PCN**. Terceiro e Quarto ciclo. Brasília: MEC/SEE, 1998.

BURIGATO, S. M. M. da S. **Estudo de dificuldades na aprendizagem na fatoração nos Ambiente: Papel e lápis e no software Aplusix**. Dissertação (Mestrado em educação). 154p. UFMS/MS, 2007.

CARDIA, L.S.F. **Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas**. Dissertação (Mestrado em educação matemática). 162p. PUC-SP 2007.

FANTI, E.L.C; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. S.; **Ensinando Fatoração e Funções Quadráticas com o Apoio de Material Concreto e Informática**; UNESP-2006.

FOSSA, J. A. **Características de atividades para o ensino de matemática**. In: Ferreira G. P. (Org.). Educação Básica. Ceará, CE: URCA. 2000.

\_\_\_\_\_. **Ensaio Sobre a Educação Matemática**. Pará: EDUEPA, 2001.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Fac. De Física, PUCRS-2008.

KEPPKE, C. L. **Álgebra nos currículos do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de matemática). 94p. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

NOVELLO *et al.* **Percepções de professores dos anos iniciais à respeito da utilização do material concreto no ensino de matemática**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA. Julho de 2010.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos do ensino fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós – graduação em Educação Matemática.106p. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

RODRIGUES, S. **Uma análise da aprendizagem de produtos notáveis com o auxílio do programa Aplusix**. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de matemática). 164p. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SÁ, P. F. de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém, editora EDUEPA, 2009.

SANTOS, L. M. **Concepções do Professor de Matemática sobre o ensino de álgebra**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós – graduação em Educação Matemática. 100p. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

VALENTINO, Rosalina Leontina Moretti. GRANDO, Regina Célia Grando. **O conhecimento algébrico que os alunos apresentam no início do curso de licenciatura em matemática: um olhar sob os aspectos da álgebra elementar**. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2004.