MOMENTOS DIDÁTICOS EM UMA ATIVIDADE DE GEOMETRIA ANALÍTICA: RELATO DE EXPERIÊNCIA

Antonio Sales
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
profesales@hotmail.com

Resumo:
Este trabalho é o relato de uma experiência desenvolvida com acadêmicos de um curso de Licenciatura em Computação, durante as aulas de Geometria Analítica. A organização didática, praticada nas aulas, procurava privilegiar a argumentação e a vivência dos momentos didáticos conforme preconizados pela Teoria Antropológica do Didático. Durante o processo uma situação foi problematizada tendo como objetivo inserir os acadêmicos no contexto de uma atividade que requeria a mobilização de outros saberes e a "produção" de uma técnica. Os resultados indicam a vivência dos momentos didáticos.

Palavras-chave: Momentos Didáticos; Situação Adidática; Teoria Antropológica do Didático

1. Introdução

De acordo com a Teoria Antropológica do Didático (TAD) o ensino é um dos componentes do processo, porém não o mais importante. A aprendizagem se dá quando ocorre o estudo, isto é, quando o estudante assume um papel ativo no processo.

Os proponentes da teoria denominam de "irresponsabilidade matemática dos alunos" (CHEVALLARD; BOSCH; GASCON, 2001, p. 60) a essa proposta usual do professor ser o responsável pelo ensino. Quando as atividades propostas pelo professor seguem um padrão pré-estabelecido o aluno fica dispensado de pensar moldando o seu fazer pela repetição, à semelhança de trabalhadores que desenvolvem atividades repetitivas carregando inclusive, à semelhança daqueles, as marcas intelectuais desse procedimento (SOUZA; SALES, 2012).

Os autores escrevem que:

> Durante o processo, foi possível constatar que os nossos pressupostos foram verificados. Pressupúnhamos que exercícios repetitivos não contribuem para o desenvolvimento do raciocínio abdutivo, uma vez que a ideia já foi explicitada.

> Não contribui para o raciocínio indutivo porque este deriva do abdutivo e a dedução [...] já se conhece o processo se faz desnecessária .A atividade revelou que o aluno não se deteve em uma análise da mesma, ele já estava com um processo de resolução pré-elaborado, portanto partiu para as etapas finais e, por uma exigência burocrática, se limitou a explicar o que havia feito(SOUZA;SALES, 2012, p.11).

Gardner (1999) analisa as abordagens oriental e ocidental, a primeira diretiva e a segunda centrada na experimentação. Sem classifica-las ou hierarquiza-las em graus de eficiência ele conclui que o modelo oriental é útil para formar estudantes disciplinados, de alta qualidade e competitividade acadêmica e que o modelo ocidental é útil para formar estudantes competentes e inovadores. Portanto, cada um adequado à cultura onde está inserido ou preparando o estudante para finalidades diferentes.

Nas palavras do autor:

> O estudante que recebeu treinamento confuciano pode ser sumamente hábil e competente mas sentir-se-á embaraçado a respeito de mobilizar sua habilidade e competência em novas situações. O estudante progressista ocidental pode ver-se como um indivíduo muito criativo mas, como com demasiada frequência , faltar-lhe-á habilidade para realizar um trabalho competente, quer se trate de uma tarefa familiar ou outra nova (GARDNER, 1999, p. 112).

Como se pode deduzir, no ocidente a prioridade é pelo estudante criativo, inovador, e entendemos que é nessa perspectiva que se insere a proposta da TAD de um estudante como sujeito ativo no processo.

Centramos nossa atividade didática nessa perspectiva e propusemos desafios aos acadêmicos para que pudessem vivenciar os momentos didáticos propostos pela TAD. Este trabalho é um relato dessa experiência.

2.Os Momentos Didáticos

O estudo da Matemática em um curso de licenciatura deve levar em conta o preparo dos sujeitos para a atividade docente. Necessita que sejam trabalhados alguns fatores que conduzam à elaboração de uma organização didática que proporcione a vivência de momentos de estudo (CHEVALLARD, 2001) e também situações didáticas onde entram em jogo fatores que promovam desequilíbrios e oportunizem a experiência de “situações adidáticas” (BROUSSEAU, 2008, p.53), isto é, situações não previstas originalmente, mas que exigem tomadas de decisões sem a intervenção do professor.

Sobre a importância de se oportunizar a vivência de situações adidáticas os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) destacam a questão da autonomia necessária ao estudante para fazer frente às mudanças tecnológicas nos meios de produção.

Destaca ainda, o documento citado, a complexidade sempre crescente da sociedade que exige a produção e incorporação de informação novas em curtos espaços de tempo. É nesse contexto que se justifica a exposição do estudante a desafios ou situações problematizadas que oportunizem a vivência dessa autonomia.

Consta no documento que:

> Essas características dominantes neste final de século imprimem novos sistemas organizacionais ao trabalho. Sistemas que exigem trabalhadores versáteis, dotados de iniciativa e autonomia, capazes de resolver problemas em equipe, de interpretar informações, de adaptar-se a novos ritmos e de comunicar-se fazendo uso de diferentes formas de representação (BRASIL, 1998, p. 34).

Levando em conta o exposto em parágrafos anteriores é que são propostos problemas não convencionais durante as aulas de Geometria Analítica para o curso de Licenciatura em Computação. Os problemas envolvem os conceitos estudados, porém, estão envoltos por uma situação em que são vivenciados, pelos sujeitos que os aceitam, diversos momentos de estudo, isto é, e em que situação adidática se faça presente.

O trabalho apresentado a seguir é resultado de um problema proposto com a finalidade de produzir momentos de estudo na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard, Bosch e Gascón (2011). Esses autores defendem que as ações desenvolvidas no estudo da matemática não acontecem de forma isolada e, observando que há certa regularidade nessas ações, conceberam o conceito de momentos didáticos ou momentos de estudo.

Os momentos de estudo, segundo Chevallard (2001) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001) são vivenciados por todos que assumem a postura de estudar matemática. Uma pessoa pode estudar matemática para responder a uma questão imediata sua ou de algum amigo que solicita a sua ajuda. Nessa concepção uma pessoa estuda quando assume a responsabilidade pela solução de um problema. Para isso mobiliza seus conhecimentos e busca outras informações pertinentes de modo que o problema seja resolvido. Essa pessoa utiliza uma matemática conhecida e produz uma matemática para quem não a conhece, porque produz uma resposta matemática e estabelece uma certeza com base em fundamentos matemáticos.

Há os que estudam por outras razões como a intenção de ensinar alguém ou produzir uma matemática nova. Em todos os três casos se diz que houve uma criação. Nos primeiro caso que é o caso específico deste trabalho, a criação consiste no cultivo da ciência e na reformulação de conceitos. Ocorre a criação de uma nova vivência com a matemática, uma revitalização desse saber. Os conhecimentos produzidos não serão novos em termos de vir à existência, mas serão novos por estarem sendo vistos sob uma nova ótica ou vistos por quem nunca os tinha visto antes.

Em cada um dos casos o sujeito envolvido no processo vive diferentes momentos de estudo. O momento em que se depara com o problema pela primeira vez ou que recebe o desafio de resolver uma tarefa que ainda não resolvera antes, como no caso em pauta. Se o desafio é aceito, se o problema é assumido, passa-se a viver outros momentos sucessiva ou simultaneamente. Este é o momento número um, o encontro com a tarefa ou pode ser um reencontro. Há casos em que já se estudou sobre determinado tema sem a preocupação de fazer dele objeto de reflexões posteriores. No entanto, uma questão desse mesmo tema pode reaparecer com nova roupagem ou como uma necessidade.

O envolvimento com o desafio leva o sujeito a procurar informações complementares e modelos parecidos. Procurar uma técnica existente, encontrar uma fórmula, que possa ser adaptada ou sugerir ideias para a produção de outra técnica.

Este é o momento em que se está ampliando o conhecimento sobre o tema de estudo em que o problema está situado e construindo um discurso que nos convença que o problema é solúvel. A TAD denomina esse segundo momento de exploração de tarefas ou, melhor dizendo, exploração de tarefas similares e elaboração de uma técnica.

Uma vez encontrado o caminho, reunidas as ideias básicas necessárias, começa-se por viver o terceiro momento em que a técnica é experimentada, modificada (quando necessário), e aplicada. Mas esse momento também não acontece isolado, pois o trabalho com a técnica envolve reflexões sobre a sua pertinência, explicações, autoconvencimento e experimentações. Todo entorno teórico-tecnológico está sendo construído nesse momento. Também se denomina momento de construção de um ambiente favorável à resolução de uma tarefa.

Mas não basta resolver um problema. É preciso ter certeza de que a solução encontrada está correta. Chega o momento de conferir a técnica utilizada. Mas não basta verificar se ela resolveu bem aquele problema. Sentimos a necessidade de estar certos de que a solução encontrada não foi uma casualidade, porque nesse caso, é possível que logo mais se descubra que contém equívocos que desmerecem o trabalho de quem produziu tal solução.

Neste quarto momento ocorre a certificação de que a técnica usada tem respaldo nos princípios teóricos da ciência. Esse momento de consolidação é fundamental para dar credibilidade ao trabalho. Todo trabalho produzido, seja ele matemático ou didático, necessita ser validado por uma teoria, ser explicado com base em um saber. Ocorre a avaliação da técnica utilizada. A conclusão de uma organização didática sempre resulta em um conhecimento organizado, estruturado. Esse conhecimento é validado socialmente porque é fundamentado em uma teoria que recebeu o respaldo social. Tendo confirmado a validade da técnica; tendo sido mostrado e aceito o pressuposto de sua validade geral, surge a necessidade de divulgá-la. É o momento, segundo a TAD, da institucionalização da técnica.

Enfim, institucionalizar é dizer que está de acordo com as regras aceitas pelas instituições sociais, pela comunidade acadêmica.

Por fim, se houve o envolvimento pessoal, busca-se por uma forma sintética.

Procura-se pela redução do número de passagens por torná-la aplicável ao maior número de problemas possível. Vive-se então o momento didático da algebrização, da generalização, da transformação da técnica em uma regra geral. É o momento da melhoria da técnica, o sexto momento.

Os autores entendem que tais momentos são experimentados quando as tarefas são cooperativas.

> Quando dispomos de um professor para coordenar o estudo, essas tarefas cooperativas, nas quais participam alunos e professor: o aluno conta com o professor, para que o ajude a viver esses diferentes momentos, e o professor conta com a energia de seus alunos e com o seu envolvimento no processo de estudo [...] (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, P. 263)

Esses momentos didáticos são concebidos como uma experiência pessoal ideal de quem estuda matemática. Por essa razão se adotamos como um modelo para avaliar uma organização didática. Uma atividade matemática elaborada com a finalidade de envolver um grupo de estudantes na resolução de uma tarefa ou um tipo de tarefa deve levar em conta esses seis passos no envolvimento e na produção matemática. Nem sempre, no exercício da atividade de estudo é possível separar os momentos dada à simultaneidade em que ocorrem.

3.O Problema Proposto

Observando três objetos distintos do pátio é possível conceber três pontos também distintos. Imaginemos os pontos definidos pelo topo da palmeira(P), o ponto mais alto da *luminária (L) situada no alto daquele poste e o banco(B) de jardim ali localizados (fig. 1). Imaginemos que uma folha de isopor está apoiada nesses três pontos, qual a equação do plano que serve de suporte para essa folha de isopor?*

A experiência descrita a seguir foi vivenciada pelos acadêmicos do primeiro ano do Curso de Computação-Licenciatura da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina (UEMS/NA) e foi proposta como parte de um trabalho da disciplina de Geometria Analítica, ano 2012.

Estudávamos a equação do plano quando o problema foi proposto e verificamos que os dados satisfaziam ao postulado da "determinação do plano" segundo o qual "um plano pode ser determinado [...] por três pontos não-colineares" (GONÇALVES JUNIOR, 1995, p. 180).

Analiticamente, três pontos não-colineares são suficientes para se determinar as equações de um plano. Dessa condição inicial é possível determinar dois vetores contidos no plano e um vetor normal ao mesmo plano (MACHADO, 1982).

A complexidade do problema residia no fato de que apesar de serem objetos concretos, isto é, palpáveis, a sua localização em um referencial cartesiano não estava definida. Coube aos acadêmicos decidirem sobre a adoção de um referencial a partir da ruas que delimitam o pátio da universidade. No sentido anti-horário as ruas são: Rua Walter Hubacher, Rua Florêncio de Matos, Rua Sete de Setembro e Rua Osvaldo Campesato (fig. 1).

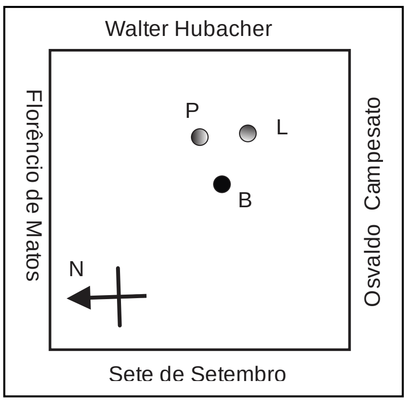

Figura 1 - Esquema da quadra onde os objetos estão situados. Elaborado pelo autor.

A universidade t r Hubacher, mas também tem saída para a Rua Sete de Setembro. Na Rua Sete de Setembro e em frente à universidade está situada uma conceituada escola estadual e cada grupo tomou uma dessas duas ruas como referência.

Foi sugerido que para definir a direção fosse adotado o padrão da Geografia segundo a qual os sentidos Leste e Norte são positivos e as equações de um plano podem ser obtidas seguindo orientações de Steinbruch e Winterle (1987).

4.O Processo

O problema foi proposto para todos os 14 acadêmicos frequentes, mas somente cinco aceitaram o desafio. Dividiram-se livremente em dois grupos. Um grupo de três veteranos identificados por R,G e M (RGM) e o outro de dois calouros identificados por R e E (RE).

RGM adotou como referencial as Ruas Sete de Setembro, como ordenada, e Campesato, como abscissa. Dessa forma os objetos ficaram situados no primeiro quadrante. RE optou por ter como referência as Ruas Walter Hubacher (abscissa) e Campesato (ordenada) e dessa forma os objetos ficaram localizado no quarto quadrante.

O grupo RGM trabalhou com imagens obtidas a partir do Google (fig. 2) para localizar os pontos em relação ao plano xOy. Para altura dos objetos recorreu também a fotos, desta vez obtidas com máquinas digitais do grupo, tendo um integrante do mesmo como referência. Todas as medidas foram obtidas por proporcionalidade. RG, por sua vez, usou uma trena de 30 metros para obter as medidas no plano xOy fazendo aproximações e arredondamentos. A altura dos objetos, no caso de RE, foi obtida pelo princípio utilizado por Tales de Mileto que, segundo a tradição, afirmou que dado um feixe de retas paralelas, se elas forem cortadas por duas retas transversais então ficarão determinados, sobre as paralelas, segmentos proporcionais (LINTZ, 1999), sendo atribuído também a este sábio a façanha de ter determinado a altura da pirâmide no deserto egípcio com a ajuda de um bastão (BOYER, 1996). Também RE utilizou um dos integrantes como referência.

Devido ao desnível do terreno o banco, no método adotado por RGM detectou -0,13 m de altura enquanto que, com as aproximações de RE, o mesmo objeto teve altura nula.

Um importante fato a observar é que ambos os grupos trocaram x por y, o que precisou se corrigido. O relatório de RGM deixa evidente esse equívoco: “ Medindo os pontos com uma régua foram encontrados os seguintes valores em x: B = 4 cm; L =4,6 cm e P= 5,2 cm” (RAVAZE; PIZZINATTO; SILVA; SALES, 2012, p. 6), quando observando a figura (fig.3) esses são valores de y.

A equação originalmente obtida por RGM, conforme consta em Ravaze, Pizzinatto, Silva e Sales (2012, p.10) foi z= - 0,65x + 0,35y + 15. No entanto, com a devida correção obtém-se: 8x - 41,3y + 13z + 1592,7=0. Esse equívoco presente nos dois grupos, veteranos e calouros, requer uma análise específica que foge aos objetivos deste trabalho.

As equações encontradas a partir dos dados fornecidos pelos dois grupos foram, respectivamente:

RGM: z=(-8x+41,3y-1592,7)/13 e RE: z=(305+4x-15y)/26,5 ambas com algumas aproximações para facilitar a plotagem no software *Winplot (figs. 3 e 4)*.

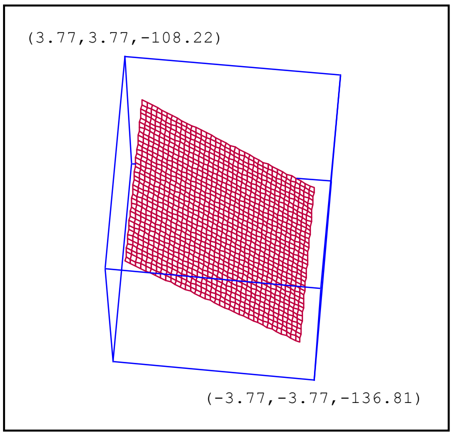

Figura 3- Gráfico produzido no *Winplot* , pelo autor, a partir da equação obtida por RGM

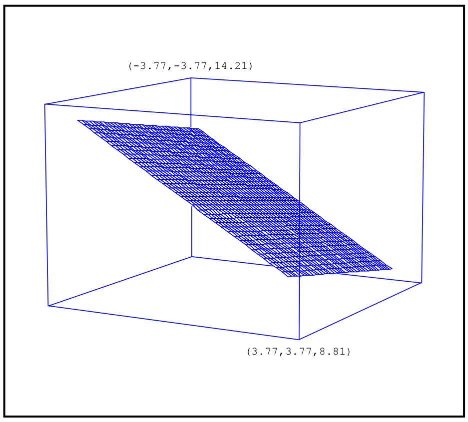

Figura 4 -Gráfico produzido no *Winplot,* pelo autor, a partir da equação obtida por RE.

5.Articulando Teoria e Prática

trabalho é possível ver a vivência dos momentos de estudo de que tratam Chevallard, Bosch e Gascón (2001).

O problema foi proposto e aceito. Não era um problema novo, se novo for entendido com o sentido de que nada se sabia sobre equação do plano. No entanto, era novo no sentido de que era a primeira vez que o problema focalizava algo possível de ser vivenciado com todas as complexidades do cotidiano. A ideia de estender uma lâmina de isopor sobre três pontos reais (uma palmeira, um poste e um banco de jardim) porém, com coordenadas ainda não determinadas e com um referencial ainda a ser construído, e determinar o plano de apoio a essa lâmina, era totalmente nova para os envolvidos no processo. Mas não bastou o desafio ser proposto. Foi preciso encontrar técnicas ou construí-las a partir de outros referenciais como os critérios utilizados pela Geografia para determinar as coordenadas geográficas. Foi necessário utilizar tecnologia não usual em sala de aula para localizar os pontos bem como consultar temas matemáticos abordados em outros domínios dessa ciência.

Vivenciava-se o segundo momento e também os momentos sucessivos quando testavam a validade da técnica, modificavam-na, e, por fim, institucionalizaram-na com base nos princípios estudados na disciplina da Geometria Analítica.

Os gráficos construídos no *software Winplot* para verificar se a equação encontrada fazia sentido se insere no quarto momento. Dado ao fato de ter seguido as regras tanto da Geometria Analítica como da proporcionalidade, demonstradas por autores diversos, a técnica fica por institucionalizada.

6. Referência

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 1966.

BRASIL. Secretaria de Educacao Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matematica. Brasilia: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas*: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCON, Josep. *Estudar Matemáticas*: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHEVALLARD, Yves. Aspectos problematicos de la formacion docente. Conferencia *impartida en las XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación em Didáctica de las Matemáticas (SI-IDM)*, Escuela de Magisterio de Huesca, Universidad de Zaragoza, 1 de abril de 2001.

GARDNER, Howard. *O verdadeiro, o belo e o bom*: os princípios básicos para uma nova educação. Rio de Janeiro: Objetiva, 1999.

GONÇALVES JUNIOR, Oscar. *Matemática por Assunto, volume 6*: geometria plana espacial. 3.ed. São Paulo: Scipione, 1995.

LINTZ, Rubens G. História da Matemática. Blumenau, SC: Ed. Da FURB, 1999 (v.1).

MACHADO, Antonio dos Santos. *Álgebra Linear e Geometria Analítica*. 2.ed. São Paulo: Atual, 1982.

RAVAZE, Gleice de Cristo; PIZZINATTO, Michelly Schaiane; SILVA, Roberta Souza; SALES, Antonio. Momentos de estudo vivenciados na determinação da equação geral de um plano. *In*: *I SIMPCOMP- Simpósio de Computação*. Nova Andradina, MS: 2012. Disponível em: http://www.uems.br/eventos/simpocomp/arquivos/50_2012-10-05_14-31-42.pdf Acessado em: 06 de fevereiro de 2013.

SOUZA, Jéssica Martins de; SALES, Antonio. Um estudo sobre exercícios repetitivos em matemática e sua relação com o raciocínio. *In: XI Encontro Sul-Mato-Grossense de Educação Matemática: Contextualização*: contribuições para o ensino e a aprendizagem da matemática. Nova Andradina, MS: 2012. Disponível em: <http://www.uems.br/eventos/semana2012/arquivos/49_2012-09-28_15-32-42.pdf>
Acesso em: 03 de fevereiro de 2013.

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. *Geometria Analítica*. 2.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.