

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES: ANALISANDO A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Neila de Toledo e Toledo
Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande
do Sul-Câmpus Sertão

neila.toledo@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Câmpus *Sertão* (RS), sobre o objeto matemático Função. O objetivo principal deste trabalho, foi analisar a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, mais precisamente a atividade de conversão e tratamento entre registros em situações-problemas elaboradas e resolvidas por alunos. Os alunos foram organizados em grupos, sendo que cada grupo trouxe tarifas de energia elétrica e de água e faturas da produção leiteira de seis meses consecutivos. Após foram organizadas situações-problema, para que o conceito e as formas de representação de uma Função pudessem ser trabalhados. A turma demonstrou durante a atividade facilidade em realizar conversões entre todos os registros, optando pelo registro tabular como registro de partida.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Função; Educação Matemática; Registros de Representação Semiótica

1. Introdução

A matemática é uma das disciplinas que está presente nos currículos escolares de todos os níveis da Educação Básica, sendo apontada muitas vezes como fator decisivo no desenvolvimento de competências e habilidades necessárias tanto para o ingresso no Ensino Superior como para o exercício da cidadania. Para isso, faz-se necessária uma formação inicial e continuada do educador matemático, sendo convidado não só a conhecer a fundo sua disciplina, mas como também à saber dotar às suas aulas de significado para um público heterogêneo, ou seja, práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica de seu aluno.

Conforme Carneiro (2000), na década de 50 os matemáticos preocupados com a realidade do ensino da matemática no Brasil, iniciaram as discussões para investigar a possibilidade de mudar a realidade crítica do ensino-aprendizagem da Matemática encontrada no cenário escolar e acadêmico, o que veio a dar início aos estudos na área de Educação Matemática no Brasil.

A Educação Matemática é uma grande área de pesquisa educacional, e sua consolidação como tal é relativamente recente, mais precisamente na década de 80, tanto

no Brasil como em outros países. Fiorentini e Lorenzato à consideram como um campo de ensino e de pesquisa com saberes próprios, mas ao mesmo tempo resultante das múltiplas relações entre:

[...] a filosofia, com a matemática, com a psicologia e com a sociologia, mas a história, a antropologia, a semiótica, a economia e a epistemologia têm também prestado sua colaboração. Ou seja, é uma área com amplo espectro, de inúmeros e complexos saberes, na qual apenas o conhecimento da matemática e a experiência de magistério não garantem competência a qualquer profissional que nela trabalhe (FIORENTINI&LORENZATO, 2009, p 5).

O presente trabalho apresenta uma experiência vivenciada durante o processo de ensino-aprendizagem de funções, em que foi utilizado à Modelagem Matemática como método para favorecer a atribuição de sentido e construção de significado matemático e teve como fundamentação teórica, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

2. Aspectos Teóricos Relevantes

De acordo com Bassanezi (2002) o modelo matemático é considerado um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma, o objeto estudado. Para o autor um modelo matemático nem sempre representaria um problema real em toda a sua complexidade, mas poderá levar a soluções bastante próximas daquelas observadas na realidade.

Conforme Bassanezi (2002), a modelagem matemática pode ser considerada como um dos caminhos pedagógicos que desperta maior interesse, que amplia o conhecimento dos alunos e que os auxilia a estruturar a maneira pela qual eles pensam, raciocinam e agem. Esta tendência de ensino tem como objetivo desenvolver a formação de alunos críticos, reflexivos e que estejam atentos aos diferentes problemas que são enfrentados no cotidiano. No entanto, para que o mesmo seja atingido, existe a necessidade de que os alunos estejam inseridos em um ambiente de aprendizagem que proporcione a utilização do conhecimento matemático que eles previamente adquiriram na escola e na comunidade na qual eles estão inseridos.

Barbosa apresenta a Modelagem Matemática como um “ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6). Para ele, o que diferencia sua compreensão de Modelagem Matemática de outras, é o objetivo de desenvolvê-la, o qual tem como foco a importância da matemática escolar em diversos

setores da sociedade, promovendo uma formação crítica do estudante. O pesquisador ainda comenta que o uso da Modelagem

Para Caldeira considera a Modelagem Matemática não como um método de ensino e de aprendizagem cujo foco seria o como ensinar, mas como uma “concepção de educação matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais” (CALDEIRA, 2009, p. 38). Na visão do autor, a Modelagem Matemática seria um dos possíveis caminhos de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar, tanto nos aspectos sociais como culturais, as relações dos conhecimentos matemáticos com a sociedade. Nessa óptica, os conhecimentos estariam sendo construídos de acordo com os interesses sociais, políticos, culturais e econômicos de cada um, pois a Modelagem Matemática estaria intimamente relacionada à realidade do aluno.

O conceito de Função é de suma importância para a construção do conhecimento matemático, sendo este abordado em todos os níveis de ensino, quer seja implícita ou explicitamente, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Com relação à importância do conceito de Função, Rêgo destaca que:

[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas das Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis (RÊGO, 2000, p 20).

Nesta perspectiva, os Parâmetros Curriculares Nacionais (2002) afirmam que o estudo do conceito de Função é apresentado como relevante por permitir aos alunos adquirir tanto a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões “dentro e fora” da própria Matemática. Os PCNs, também fazem considerações a respeito da importância das diferentes representações no durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática:

[...] No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (PCNs, 2002, p 19).

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para Duval (2003), os objetos com que se trabalha são abstratos, ou seja, não estão diretamente

acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos (microscópio, telescópio, etc.), sendo necessário para a sua apropriação uma forma de representação, por isso podemos dizer que no ensino da matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, e somente através dessas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento. Nesse sentido, o autor afirma que:

“Não obstante, as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias. De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis na percepção, ou numa experiência intuitiva imediata, como estão os objetos comumente dito reais” ou físicos“! É preciso portanto poder dar representantes. E, por outro lado, a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado” (DUVAL, 1993, p3).

Conforme Duval (2003), uma abordagem cognitiva desses conceitos, ou seja, para alcançar o entendimento de um conceito e então poder aplicar estes, torna-se necessário uma coordenação por parte do sujeito que aprende, de ao menos dois registros de representação de um mesmo objeto matemático e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

Com relação à Modelagem Matemática, Vertuan (2007) afirma que na utilização desta como alternativa pedagógica, é possível viabilizar o uso de diferentes registros associados ao mesmo objeto matemático, bem como colocar ao aluno a necessidade de realizar a conversão entre os diferentes registros.

Duval (1993) considera que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que são conjuntos de imagens, conceitos, noções, crenças, concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto ou sobre uma situação; as representações internas ou computacionais, caracterizadas pela execução automática de uma tarefa, ou seja, representações internas e não conscientes do sujeito; as representações semióticas, que são externas e conscientes do sujeito, são através dessas que os sujeitos têm acesso aos objetos matemático. Esse tipo de sistema de representação permite preencher as funções de comunicação, objetivação e tratamento que são fundamentais para o funcionamento cognitivo. São consideradas como representações semióticas: a língua natural, os sistemas de escrita (numérico, algébrico e simbólico), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Para que um sistema semiótico seja um registro de representação são necessárias três atividades cognitivas: a primeira é a formação de uma representação identificável, ou

seja, quando é possível reconhecer nesta representação aquilo que ela representa, dentro de um sistema de signos estabelecido socialmente, isso sendo estabelecido através de um enunciado compreensível, na composição de um texto, no desenho de uma figura geométrica, na escrita de uma fórmula; a segunda é o tratamento, que é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo sistema de registros, como, por exemplo, resolver um sistema de equações; a terceira é a conversão, que é a transformação da representação de um objeto matemático em outra representação desse mesmo objeto (DUVAL, 1993).

Para Duval “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma função à sua representação gráfica” (2004, apud, ROSA, 2009, p.113).

Conforme Damm a conversão não pode ser confundida com o tratamento:

[...] A conversão é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento é interno ao registro, já a conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida. A conversão exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre o significado e significante (DAMM, 2008, p.181).

A coordenação entre os diferentes registros é enfatizada por Duval como necessária para a aprendizagem em Matemática, ou seja, não é a determinação das representações ou às várias representações possíveis de um mesmo objeto, que garante a apreensão do objeto matemático, mas sim a coordenação entre esses vários registros de representação. Para Nehring (1996, apud DAMM, 2008, p. 183) “[...] não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto ou através de um desenho, se não conseguir enxergar/coordenar esses procedimentos no tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo essa operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer”.

3. Descrição de uma Atividade de Modelagem Matemática no Ensino Médio

Essa atividade foi realizada no ano de 2012, com uma turma do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Câmpus Sertão (RS). Essa turma era formada por vinte e oito alunos, que estudavam em turno integral, sendo que a maioria dos alunos eram oriundos da zona rural de aproximadamente vinte municípios diferentes

do RS. Uma das características marcantes dessa turma era a disponibilidade que demonstravam em participar das atividades propostas na sala de aula, sendo adolescentes muito ativos e críticos.

A turma foi dividida em grupos de quatro componentes, em que estes teriam como tarefa inicial trazer para a próxima aula, contas de energia elétrica, contas de água e faturas da produção leiteira de seis meses consecutivos.

Na aula seguinte, os grupos apresentaram o material aos colegas, momento este em que o professor foi realizando intervenções e questionamentos, no intuito de fazê-los refletir sobre algumas ideias básicas de grande importância para a apropriação do conceito de Função, como por exemplo: variação entre grandezas, variável independente, variável dependente, regularidade e generalização dos fenômenos, neste momento estava sendo trabalhado o conceito intuitivo de Função.

Após terem sido elaboradas as situações-problema, estas foram representadas nas seguintes formas: representação analítica (consiste na lei de formação ou de associação); representação geométrica (gráficos); representação com Diagrama de Venn.

No momento seguinte, os grupos elaboraram, com o auxílio da professora, situações-problema, atividade esta necessária para evidenciar que o estudo de Funções está relacionado à necessidade de resolver situações-problema advinda da relação do homem com o seu cotidiano. Após terem sido elaboradas as situações-problema, os grupos trocaram estas e resolverão. Toda a atividade teve duração de seis períodos.

4.Aspectos Analisados durante o processo de Modelagem

Para a análise proposta neste trabalho, serão apresentados alguns exemplos de modelagem que foram desenvolvidos pelos grupos de alunos.

Na maior parte das situações modeladas, os alunos apresentaram inicialmente uma representação tabular, forma de representação relatada por eles como meio de melhor interpretar a situação. O registro gráfico e algébrico, não foi utilizado como representação inicial, por nenhum dos grupos, mesmo quando estimulados pelo professor a construírem a representação do objeto matemático através destes registros. No decorrer da atividade, a prática de utilizar tais registros, seja como forma de complementar a resolução ou como meio de melhor interpretar a situação, tornou-se mais frequente. Observou-se que a representação gráfica, surgia geralmente a partir de conversões do registro algébrico ou do registro tabular.

Na Figura 1, é possível observar a conversão entre o registro tabular (registro de partida) e o registro verbal (registro de chegada), esta forma de conversão do objeto matemático apareceu em todas as situações apresentadas pelos grupos.

The image shows a student's handwritten work on a math problem. At the top, there is a table with three columns: 'Mês', 'Consumo (m³)', and 'Valor de m³'. The data points are: 09/11 (7 m³, R\$ 3,43), 10/11 (9 m³, R\$ 3,43), 11/11 (7 m³, R\$ 3,43), 01/12 (8 m³, R\$ 3,43), 02/12 (6 m³, R\$ 3,43), and 03/12 (10 m³, R\$ 3,43). Below the table, there is a paragraph in Portuguese describing a situation where a person named João has a vegetable garden and pays for water based on consumption. The text asks if the relationship can be considered a mathematical function. The student's response is written below: 'A relação é função, pois a medida de consumo aumenta e o preço também aumenta e esse aumento é sempre o mesmo, de R\$ 3,43 em R\$ 3,43. Veja no:'. This is followed by a second table with two columns: 'Consumo (m³)' and 'Preço (R\$)'. The data points are: 6 m³ (R\$ 20,58), 7 m³ (R\$ 24,01), 8 m³ (R\$ 27,44), 9 m³ (R\$ 30,87), and 10 m³ (R\$ 34,30). At the bottom, there is another paragraph explaining that the relationship is a function because consumption determines the price, and this change is a function of the value of each m³.

Mês	Consumo (m³)	Valor de m³
09/11	7 m³	R\$ 3,43
10/11	9 m³	R\$ 3,43
11/11	7 m³	R\$ 3,43
01/12	8 m³	R\$ 3,43
02/12	6 m³	R\$ 3,43
03/12	10 m³	R\$ 3,43

Seu João tem uma horta com 4 canteiros, em sua propriedade, os hortaliças são colhidas e vendidas todos os sábados na feira de produtos rurais na praça da cidade. Uma horta que dá o sustento da família, em alguns meses, em função do estio, foi necessário maior consumo de água na propriedade. Observando a tabela abaixo, determine:

a) A relação pode ser dita uma função matemática?

A relação é função, pois a medida de consumo aumenta e o preço também aumenta e esse aumento é sempre o mesmo, de R\$ 3,43 em R\$ 3,43. Veja no:

Consumo (m³)	Preço (R\$)
6 m³	R\$ 20,58
7 m³	R\$ 24,01
8 m³	R\$ 27,44
9 m³	R\$ 30,87
10 m³	R\$ 34,30

é função também, pois o consumo que determina o preço e esse muda em função do valor de cada m³.

Figura 1- Exemplo de Conversão entre registro tabular e registro verbal

Trindade (2000) ressalta a importância de ser explorada com os alunos a representação verbal (em linguagem corrente, escrita ou oral). Para o autor os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e apresentarem argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica (gráfica). Eles devem ser levados a perceberem e verbalizarem os objetos de mudanças, a explicarem não apenas como muda, mas o que muda.

Durante a atividade, verificou-se que o registro algébrico era considerado um registro necessário e suficiente pelos alunos, às conversões se davam sempre entre o registro inicial, representação verbal, e o registro algébrico, no qual se davam as conversões para obtenção de uma expressão matemática que representasse a situação estudada. Obtida esta expressão, muitos alunos consideravam o problema resolvido, pois

para eles encontrada à lei matemática (representação algébrica) as demais representações, gráfica, ou tabular, ficariam fáceis de serem feitas. Podemos observar na figura 2, uma conversão entre registro verbal e registro algébrico, a qual foi a mais encontrada nas situações de modelagem.

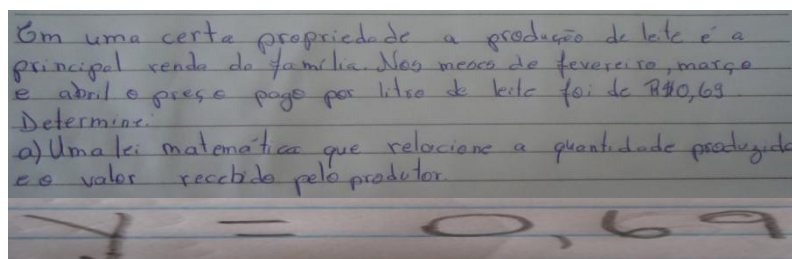


Figura 2- Exemplo de Conversão entre registro verbal e registro algébrico

Nesta situação podemos verificar que os alunos realizaram uma conversão entre um registro de natureza multifuncional (língua natural) para um registro de natureza monofuncional (algébrico), que de acordo com Duval (2003) é mais complexo do que converter registros de mesma natureza. Nessa conversão o registro de chegada é o registro algébrico, que por sua vez não deixa transparecer o registro de partida, que é em língua natural.

Embora as conversões entre os registros gráfico e algébrico tenham acontecido em todos os casos no sentido algébrico para gráfico e nunca no sentido do gráfico para o algébrico, reconhecemos a importância em se utilizar conversões nos dois sentidos, uma vez que as dificuldades e os custos cognitivos de cada conversão são distintos. Segundo Duval (2003) “a conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1, etc.)” (p 17).

De acordo com Trindade:

“O estudo das representações gráficas de funções é, também, de fundamental importância para o aprendizado desse conceito. Representações gráficas são talvez a forma mais utilizada de representação de funções e a maneira mais adequada para apresentar informações sobre linearidade, intervalos de crescimento, [...]”(TRINDADE, 2000, p 45).

Na conversão do registro algébrico para o registro gráfico, na maioria das situações de Modelagem, os alunos não apresentaram dificuldades, embora os mesmos, às vezes, por

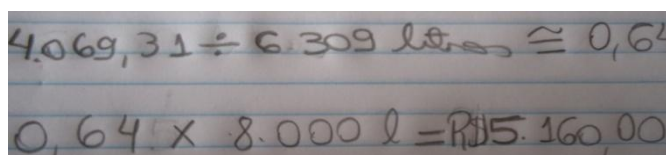
não utilizar uma escala adequada para a construção do gráfico, faziam interpretações equivocadas a respeito da situação.

Apresentamos a seguir, alguns exemplos de tratamento encontrados nas situações modeladas pelos alunos.

Em uma propriedade rural, o consumo de energia elétrica é elevado, devido a grande quantidade de aparelhos elétricos essenciais para o desenvolvimento das atividades agropecuárias. Sendo que o valor a ser pago ao final de seis meses consecutivos é em função do consumo de energia elétrica. Nos meses de janeiro, fevereiro, março, abril e maio de 2011 esse valor a ser pago pode ser expresso por $y = 0,27x$, determine qual foi o valor a ser pago no Mês de janeiro, considerando um consumo 700kwh:

$$\begin{aligned}y &= 0,27 \cdot x \\y &= 0,27 \cdot 700 \\y &= \text{R\$ } 189,00\end{aligned}$$

Figura 3 – Exemplo 1 de Tratamento



Handwritten work on lined paper showing two calculations. The first line is $4.069,31 \div 6.309 \text{ litros} \approx 0,64$. The second line is $0,64 \times 8.000 \text{ l} = \text{R\$ } 5.160,00$.

Figura 4– Exemplo 2 de Tratamento

Analisando o exemplo 1, verificamos que eles apresentam sua resolução no registro algébrico, ou seja, o aluno necessita apenas substituir valores nas equações e realizar a operação. O que significa que ele parte do registro algébrico já fornecido na questão e termina sua resolução no mesmo registro algébrico. Já no exemplo 2, os alunos apresentam a resolução utilizando somente registro aritmético.

5.Considerações Finais

Durante a atividade, as narrativas dos alunos foram significantes, possuindo um papel fundamental para a aprendizagem do conceito de Função, pois os alunos, ao explicitarem suas ideias, pensamentos e raciocínios, estavam refletindo sobre as mesmas e argumentando para justificar seus posicionamentos. As informações obtidas neste trabalho nos levam a crer que as atividades de modelagem matemática podem auxiliar o aluno a compreender o aspecto dinâmico do conceito de função, pensando-a como uma relação entre variáveis. Além disso, na modelagem, o aluno pode perceber o papel instrumental da matemática. Pode perceber a matemática como uma ferramenta, como um instrumento utilizado para explicar e entender situações reais.

Os alunos demonstraram durante a atividade facilidade em realizar conversões entre todos os registros, só observamos que em geral, optam pelo registro tabular como registro de partida, considerando que a partir deste será fácil interpretar e analisar o comportamento

da situação estudada. Já o registro gráfico não é utilizado em nenhum momento como registro de partida, como também apresentam dificuldade em realizar conversões do registro gráfico para o registro algébrico, preferindo fazer conversões do registro algébrico para o gráfico.

Com relação aos tratamentos, demonstraram facilidade em realizá-los, sendo que na maioria dos casos preferiram utilizar a lei matemática, ou seja, registro algébrico já fornecido na questão e concluí sua resolução no mesmo registro algébrico.

6.Referências Bibliográficas

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores. 253f. (doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2001.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.
- CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Educação Matemática no Brasil: uma meta investigação. *Quadrante-Revista Teórica e de Investigação*, Lisboa, 2000, v. 9, n. 1, pp 117-140.
- DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (et. al). *Educação Matemática: uma introdução*. 3ª edição, São Paulo: EDUC, 2008, p. 167-188.
- DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Strasbourg: IREM – ULP, 1993.
- _____, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (org). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, Papirus, 2003.
- _____, Raymond. Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução de Myriam Veja Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogi, *Grupo de Educacion Matemática*, 2004.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Autores Associados: 3ª ed., Coleção Formação de Professores, 2009.
- RÊGO, Regeria Gaudencio do. **Um Estudo sobre a Construção do Conceito de Função**. Tese (Doutorado em Educação) UFRGN, Natal, 2000.
- ROSA, Claudia Carreira. OS Registros de Representação Semiótica e a Modelagem Matemática: A Realização de Conversões em uma Atividade no Ensino Médio. *Diálogos & Saberes*, Mandaguari, 2009, v. 5, n. 1, pp111-124.
- TRINDADE, José Análíio de Oliveira; MORETTI, Méricles Thadeu , Uma Relação Entre a Teoria Histórico-cultural e a Epistemologia Histórico-crítica no Ensino de Funções: A Mediação. *Zetetiké*, Campinas, SP: UNICAMP-FE- CEMPEM, jan-jun/2000 nº 13/14, vol.8, pp7-28.

VERTUAN, Eduardo Rodolfo . **Um olhar sobre a modelagem Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Dissertação (Mestrado), Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.