

NÚMEROS RACIONAIS: ANALISANDO O CURRÍCULO PRESCRITO PARA AS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Diana Maia de Lima
Pontifícia Universidade Católica - PUCSP
prof-diana@hotmail.com

Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica - PUCSP
saddoag@pucsp.br

Resumo:

Este trabalho é parte de nossa tese de doutoramento em andamento e tem como objetivo apontar, entender e exemplificar algumas conexões que podem ser feitas dentro da própria matemática, a cerca dos números racionais por meio da elaboração de mapas conceituais. Os mapas conceituais, a partir do currículo prescrito, que aqui entendemos como sendo os Parâmetros Curriculares Nacionais podem apresentar de maneira gráfica, clara e precisa um desenvolvimento de conceitos que se interligam dentro do assunto proposto. Acreditamos que a importância deste trabalho reside na possibilidade de diminuir a fragmentação conceitual da matemática entre os professores polivalentes. Neste artigo, apresentamos a ideia de currículo prescrito, partindo dos conteúdos e objetivos propostos para o ensino dos números racionais nas séries iniciais do Ensino Fundamental, para tanto faremos uma breve reflexão sobre a relevância do estudo deste tema – números racionais, e discutiremos a ideia do currículo prescrito exemplificando por meio de um mapa conceitual como se dão as conexões intramatemáticas deste tema.

Palavras-chave: Números Racionais; Currículo Prescrito; Formação de Professores; Séries Iniciais do Ensino Fundamental.

1. Introdução

O ensino e aprendizagem dos números racionais constituem uma preocupação internacional. Vários modelos teóricos têm sido propostos para a aprendizagem e compreensão dos números racionais. Por exemplo, Kieren (1976) propôs um modelo com cinco subconstructos que estão inter-relacionados: parte-todo, razão, operador, quociente e medida. Posteriormente, Behr et al (1983) baseados nas ideias de Kieren, propuseram um modelo teórico relacionando as diferentes interpretações das frações, operações com frações, equivalência de frações e resolução de problemas. Vale ressaltar também, que o

grupo de pesquisa *Rational Number Project* (RNP) desde 1979 vem investigando a aprendizagem das crianças quanto aos conceitos de fração, razão, decimais e proporcionalidade.

No Brasil essa preocupação também é visível, dada a diversidade de pesquisas, Campos (2004), Lopes et al (2012), Santana (2012), Silva, (2005) entre outras, relacionadas ao campo dos racionais que documentam as dificuldades conceituais de alunos e/ou professores neste campo, assinalam alguns caminhos para o trabalho com este conteúdo e, ainda apontam falhas na formação de professores que ensinam matemática.

Considerando nossa prática como docente no curso de Pedagogia e observando várias pesquisas de âmbito nacional e internacional verificamos de um modo geral, que alunos e professores apresentam dificuldades de ordem conceitual relacionadas aos números racionais e que tal fato pode ter relação direta sobre suas concepções a respeito do conhecimento matemático e sobre a visão fragmentada de seu ensino.

Procuramos, então, perceber de que maneira uma conexão entre os diferentes blocos temáticos e os números racionais permite encontrar caminhos alternativos para o ensino deste conteúdo nas séries iniciais do Ensino Fundamental, pois assim como Ponte (1998) concordamos que o professor precisa conhecer em profundidade o currículo e ser capaz de recriá-lo de acordo com a sua situação de trabalho.

Com o intuito de entender e exemplificar algumas conexões que podem ser feitas dentro da própria matemática, a cerca dos números racionais, elaboramos cinco mapas conceituais a partir do currículo prescrito.

2. O currículo prescrito

O currículo prescrito, segundo Sacritán (2000), existe em todo sistema educativo, como consequência de um conjunto de regras rigorosas às quais está submetido levando em consideração sua significação social.

Entendemos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Propostas Curriculares da Secretaria da Educação dos Estados podem ser chamados de *currículo prescrito*, uma vez que estes se configuram como um documento de referência para a elaboração de livros didáticos, para a elaboração de planos de ensino e planos de aula pelo professor, e além de indicarem as expectativas de aprendizagem para cada ano da escolaridade.

Pretendemos, aqui, trazer elementos desse currículo prescrito que estejam ligados ao ensino e a aprendizagem dos números racionais de forma intradisciplinar, ou seja, ensinar integradamente a aritmética, geometria e álgebra, uma vez que nosso trabalho tem como proposta inicial visar às conexões intramatemáticas do conceito de número racional.

Sobre a importância de ensinar integradamente a aritmética, geometria e álgebra, Lorenzato (2006) esclarece que

[...] é falacioso pensar que, conhecendo partes do todo, já se conhece o todo. Por isso, todos os campos da matemática previstos no currículo oficial devem ser ensinados, e mais, de *modo integrado*. Se concordamos com as vantagens do ensino interdisciplinar, com mais forte razão devemos professar o *ensino intradisciplinar*, o qual pode ser reduzido, sinteticamente, ao *ensino integrado da aritmética, geometria e álgebra*. Assim fazendo, os alunos irão perceber a harmonia, coerência e beleza que a matemática encerra, apesar de suas várias partes possuírem diferentes características, tal qual uma orquestra. Além disso, seriam eliminadas do ensino da matemática algumas prolixidades que nele persistem e, ainda, seria facilitada a muitos estudantes a desejada aprendizagem. (ibid., p. 60, grifo nosso).

Reforçando essa ideia, enfatizamos que os PCN (Brasil, 1997) informam que há uma consonância nas pesquisas no sentido de que os currículos de matemática para o ensino fundamental devam

contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e medidas (que permite *interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria*). (ibid., p.53, grifo nosso)

E ainda, destacam que a organização de conteúdo pressupõe que se analise a “*variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre os diferentes blocos*”, ou seja,

ao planejar suas atividades, o professor procurará *articular múltiplos aspectos dos diferentes blocos*, visando possibilitar a compreensão mais fundamental que o aluno possa atingir a respeito dos princípios/métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos (proporcionalidade, equivalência, dedução, etc.); além disso, buscará estabelecer ligações entre a Matemática, as situações cotidianas dos alunos e as outras áreas do conhecimento. (ibid., p. 57, grifo nosso)

Essa organização de conteúdo, de acordo com os PCN (Brasil, 1997, pp. 57-58), também pressupõe “*a ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item*”, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais devido à disseminação

das calculadoras e outros instrumentos que a utilizam. E também, “*os níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos*”, ou seja, leva-se em conta que um mesmo tema será investigado em diversos momentos de aprendizagem e sua solidificação se dará pelo número cada vez maior de relações estabelecidas.

Porém, constatamos nas pesquisas de Curi (2005) que nos cursos de formação de professores o conhecimento

‘de e sobre’ Matemática é muito pouco enfatizado, mesmo no que se refere aos conteúdos previstos para serem ensinados aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, principalmente os relacionados a blocos como grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da informação. (Ibid., p. 69).

Em nossa experiência com a formação inicial de professores polivalentes e também nos resultados das pesquisas, como Campos (2004), Lopes et al (2012), Santana (2012), Silva, (2005) entre outras, percebemos que as dificuldades apresentadas pelos professores se assemelham aos obstáculos enfrentados pelos alunos. O conhecimento fragmentado e pouco aprofundado dos conteúdos matemáticos pode ser uma das causas dessas dificuldades. Além das dificuldades, constata-se nessas pesquisas também, que a maioria dos professores das séries iniciais apresenta um sentimento de rejeição à matemática, mas por outro lado também demonstra uma necessidade de possuir conhecimento matemático e conhecer formas diferenciadas de ensinar e aprender que lhes permitam dialogar com os alunos na construção do conhecimento.

Ponte (1998, p.30) acrescenta que a formação matemática dos professores será necessariamente deficiente se estes não contatarem de um modo suficientemente aprofundado com as diversas áreas da Matemática ao longo de sua formação inicial, se não tiverem oportunidade durante esta formação de percorrer um leque variado de experiências matemáticas, incluindo a resolução de problemas, a realização de trabalho investigativo, a construção de modelos de situações reais, etc.

Diante do exposto, avaliamos ser imprescindível analisar as várias fases do currículo a fim de repensar a formação dos professores das séries iniciais de modo a minimizar a fragmentação do ensino da matemática, por exemplo, para o ensino e aprendizagem dos números racionais podemos pensar no estudo das grandezas e medidas, no resultado de uma divisão, na noção de probabilidade, utilização do sistema monetário,

entre outros, de maneira integrada, permitindo que o professor polivalente amplie sua visão acerca da matemática.

A partir dos objetivos e conteúdos sugeridos pelos PCN de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, criamos alguns mapas conceituais a fim de evidenciar os tópicos referentes aos Números Racionais, suas conexões entre os blocos de conteúdos, as implicações de alguns conteúdos anteriores no ensino e aprendizagem dos Números Racionais.

3. Mapa conceitual

De acordo com Okada (2008), um mapa é uma poderosa ferramenta gráfica utilizada para classificar, representar e comunicar as relações entre diversos elementos de qualquer área de conhecimento, sendo útil também como ponto de referência na tomada de decisão e novas descobertas científicas. Um mapa oferece “*o desafio de reorganizar o conhecimento a partir de vários ângulos, pontos de vista e escalas*” (ibid., p. 39).

A autora, então, define um mapa cognitivo “*como uma representação gráfica do mundo intelectual da mente humana*” (ibid., p. 41). Ela destaca também que o objetivo de se construir um mapa é representar diversos componentes da área cognitiva e suas múltiplas conexões.

Utilizamos a técnica dos mapas conceituais de Joseph D. Novak, cujo objetivo é estabelecer relações entre conceitos e sistematizar conhecimento significativo. De acordo com o autor a elaboração de mapas conceituais permite desenvolver novas relações conceituais, principalmente se, de uma forma ativa, construirmos relações proposicionais entre conceitos que previamente não considerávamos relacionados. E, ainda que os mapas conceituais nos ajudem a construir novos significados, pois organizam o conhecimento que se situam na memória de longo prazo e porque funcionam como um tipo de andaime para reunir os fragmentos de conhecimento em nossa memória funcional.

Apoiamos-nos na ideia de Novak (1996) que professores que elaboram mapas conceituais frequentemente se dão conta de novas relações e, por isso de novos significados. Significados, esses, que não possuíam de uma maneira consciente antes de elaborar o mapa. Ou seja, a elaboração de mapas conceituais pode ser uma atividade que fomenta a criatividade.

Agora, então, considerando o tema “Números Racionais”, apresentamos os mapas que mostram as conexões dentro de cada bloco e suas respectivas análises e por fim um mapa que ilustra as possíveis conexões entre todos os blocos.

Vale ressaltar que os mapas foram elaborados com o auxílio do software Cmap Tools. Esse software é gratuito e foi desenvolvido pelo IHMC – University of West Florida. Ele permite construir, navegar, criar apresentações e compartilhar mapas conceituais de forma individual ou colaborativa. É interessante na medida em que basta um clique na tela para que surjam retângulos, nos quais inserimos conceitos, e a partir daí, interligá-los por linhas retas ou curvas. Podemos também inserir links para textos, figuras, vídeos, sons, URLs e outros mapas, e salvá-los como imagem. Pode ser encontrado no endereço <http://cmap.ihmc.us/download>.

As relações evidenciadas, por meio das linhas e setas, servem, por exemplo, para que o professor perceba que o que foi aprendido anteriormente pode auxiliar a aprendizagem de um novo conceito ou provocar algum tipo de obstáculo¹ nessa aprendizagem.

A figura 1 descreve sob a perspectiva de mapa conceitual as possíveis conexões de conteúdos no bloco Números e Operações do 1º e 2º ciclos, destacando elementos relevantes para o ensino e aprendizagem do número racional a partir dos conhecimentos de número já adquiridos no 1º ciclo.

¹ Aqui entendemos obstáculo no sentido de Brousseau, isto é, o obstáculo como um “conhecimento” que oferece resultados corretos ou vantagens observáveis em um determinado contexto, mas revela-se falso ou totalmente inadequado em um contexto novo ou mais amplo. (Brousseau, 2008, p.49, grifo do autor).

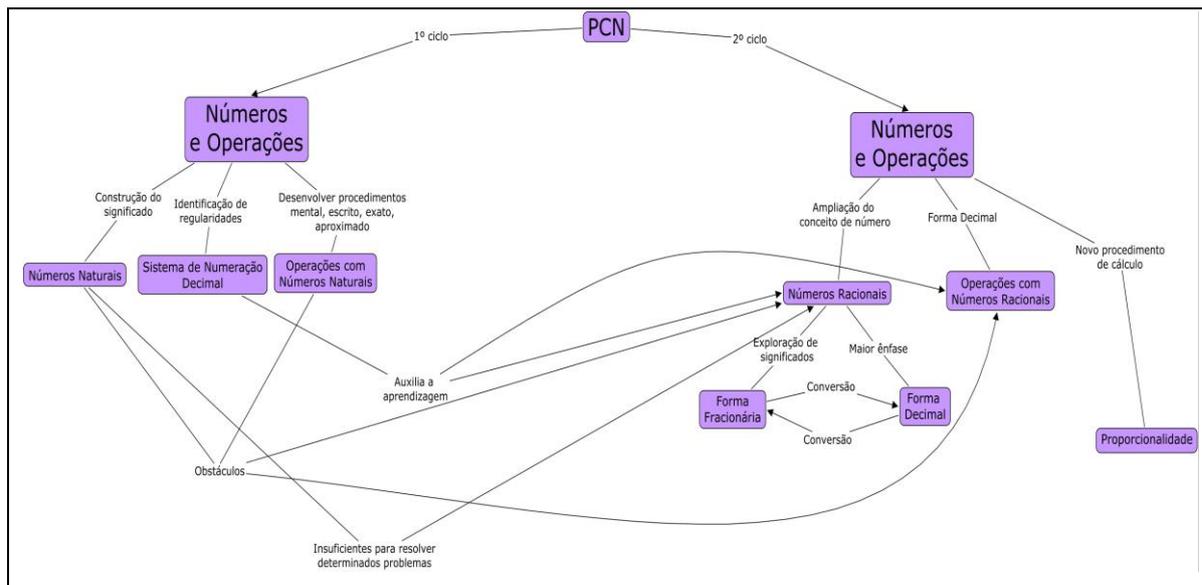


Figura 1 – Mapa Conceitual: Conexões no bloco Números e Operações

Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio da ferramenta Cmap Tools

Segundo os documentos oficiais, o objetivo principal da abordagem dos números racionais no 4º e 5º anos do Ensino Fundamental (referente ao 2º ciclo dos PCN) é levar os alunos a perceberem que os números naturais, que foram abordados anteriormente, são insuficientes para resolver determinados problemas. No entanto, essa abordagem supõe rupturas com as ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais. De acordo com os PCN (Brasil, 1997), o aluno que raciocina sobre os números racionais como se fossem naturais enfrenta vários obstáculos, estes relacionados com

- a representação que pode ser feita por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias, como por exemplo, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{4}{20}$,...;
- a comparação entre racionais não é mais tão evidente quanto nos naturais, ou seja, escrever $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ parece contraditório, uma vez que estão acostumados a escrever $2 < 4$;
- o “tamanho” da escrita numérica deixa de ser um bom indicativo da ordem de grandeza uma vez que comparar 1,5 e 1,235 não obedece os mesmos critérios da comparação entre dois números naturais;
- as operações apresentam outras regras, por exemplo, na multiplicação de dois naturais (diferentes de 0 ou 1) o aluno está habituado a encontrar um número maior que ambos, e ao multiplicar 30 por $\frac{1}{3}$ se espanta ao ver um resultado menor do que 30;

- não se fala mais em sucessor e antecessor, pois, entre dois racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; desta forma, o aluno precisará entender que entre 1 e 2, estão números como 1,12 ou 1,225.

Ampliar as regras do Sistema de Numeração Decimal pode facilitar a compreensão dos números racionais na forma decimal, de acordo com os PCN (Brasil, 1997, p.103), “o uso da calculadora permite aos alunos perceber que essas regras podem ser aplicadas para se obter a escrita dos racionais na forma decimal, acrescentando-se novas ordens à direita da unidade e de forma decrescente”.

No 2º ciclo, a noção de número racional pode ser compreendida a partir de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal. Neste ciclo, os procedimentos de cálculo também são aperfeiçoados e são construídos novos procedimentos, como por exemplo, o cálculo envolvendo proporcionalidade.

A figura 2 descreve as possíveis conexões entre os blocos “Espaço e Forma” e “Números e Operações”. Mostramos que a observação das formas geométricas está presente nos dois ciclos, porém temos uma conexão com o bloco números e operações, na medida em que no 2º ciclo o aluno além de explorar as características das figuras, poderá agora, utilizar o conceito de homotetia para ampliar e reduzir figuras com o auxílio da malha quadriculada, porém agora com a introdução dos números racionais, o professor poderá, por exemplo, trabalhar com medidas que incluem esse “novo” tipo de número, e ainda trabalhar a noção de proporcionalidade.

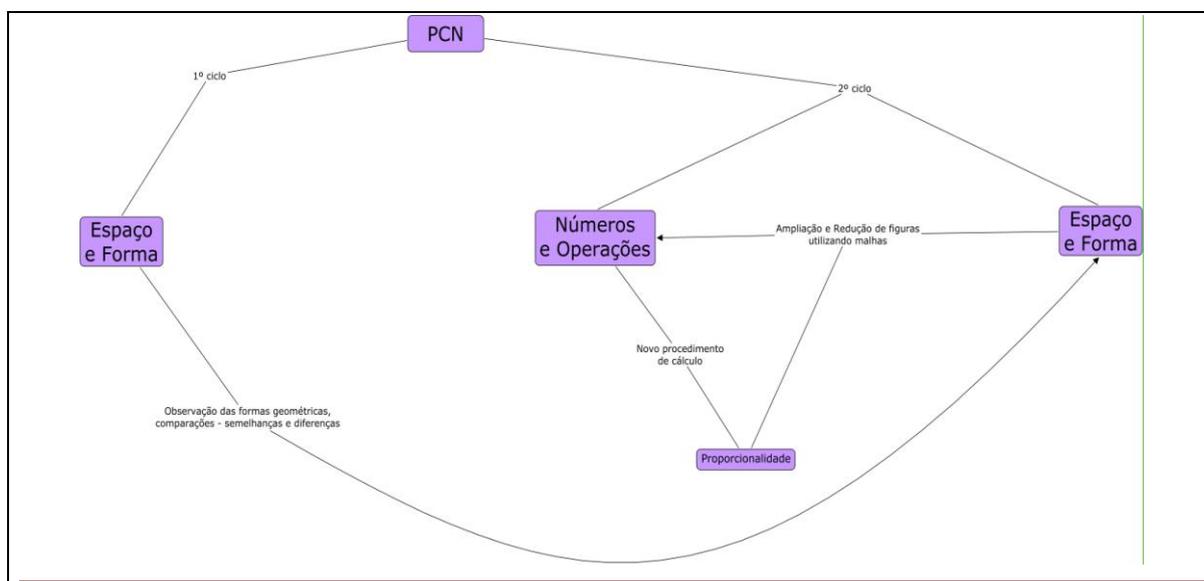


Figura 2 – Mapa Conceitual: Conexões entre “Espaço e Forma” e “Números e Operações”

Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio da ferramenta Cmap Tools

Quanto ao bloco Espaço e Forma, os PCN, apontam a importância do trabalho como malhas e diagramas e a estimulação da observação de características das figuras tri e bidimensionais. Com o uso das malhas é possível trabalhar ampliação e redução de figuras planas utilizando a ideia de proporcionalidade vistas no bloco “Números e Operações”.

A figura 3 descreve as possíveis conexões entre os blocos “Grandezas e Medidas” e “Números e Operações”. Nesse mapa, evidenciamos que nos dois blocos o aluno é convidado a reconhecer grandezas mensuráveis e utilizar instrumentos de medidas, porém no 2º ciclo o aluno começa a relacionar a medida com o número racional em sua forma decimal. Ao iniciar o estudo dos sistemas de medidas decimais, o aluno pode utilizar os conhecimentos adquiridos com o sistema decimal, para ajuda-lo a realizar conversões simples.

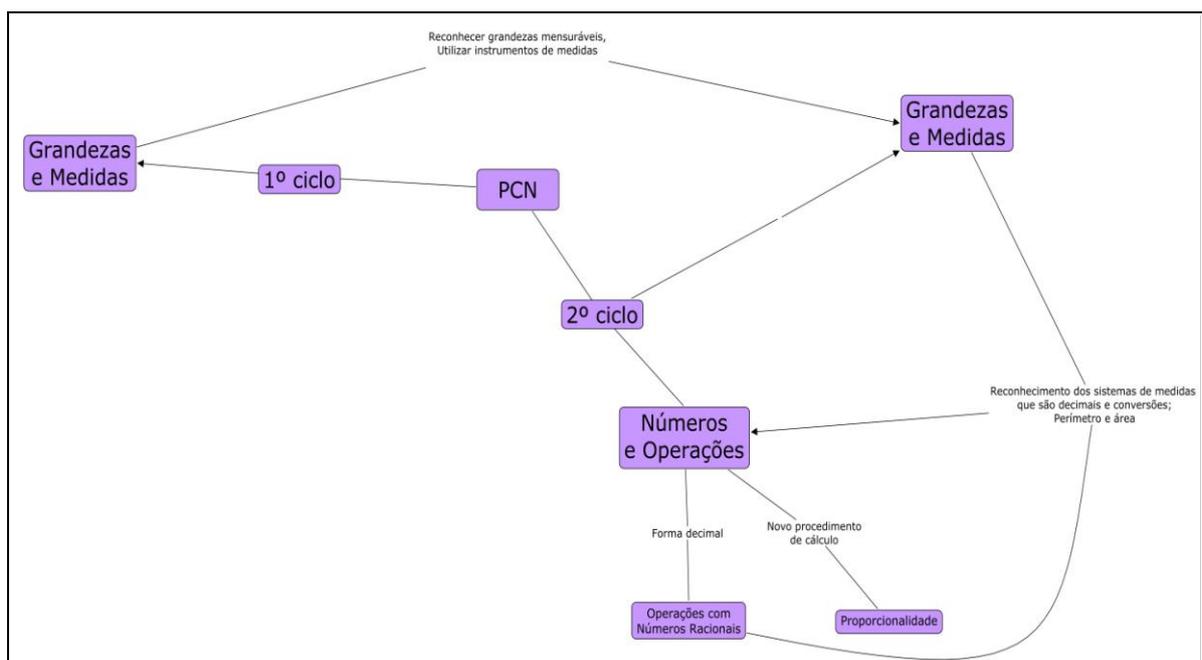


Figura 3 – Mapa Conceitual: Conexões “Grandezas e Medidas” e “Números e Operações”

Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio da ferramenta Cmap Tools

No bloco Grandezas e Medidas, referente ao 1º ciclo, o aluno é levado a compreender o procedimento de medir para que no 2º ciclo ele compreenda melhor como se processa uma dada medição, perceba a necessidade de escolher uma unidade de medida adequada, explore as relações usuais (metro, centímetro, grama, quilograma, etc.). Aqui,

também é possível evidenciar as relações entre os sistemas de medida, sistema monetário e sistema de numeração decimal.

Neste bloco ainda é possível trabalhar o cálculo de perímetro e área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e a comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmula, por exemplo, a relação entre a área do triângulo e do quadrado, evidenciado a ideia de metade.

A figura 4 evidencia as possíveis conexões entre os blocos “Tratamento da Informação” e “Números e Operações”. Neste mapeamento, evidenciamos que a exploração da função do número está presente no bloco Tratamento da Informação dos dois ciclos, e que esta exploração vai se solidificando a medida que o aluno começa a investigar a ideia de probabilidade e obter e interpretar a média aritmética.

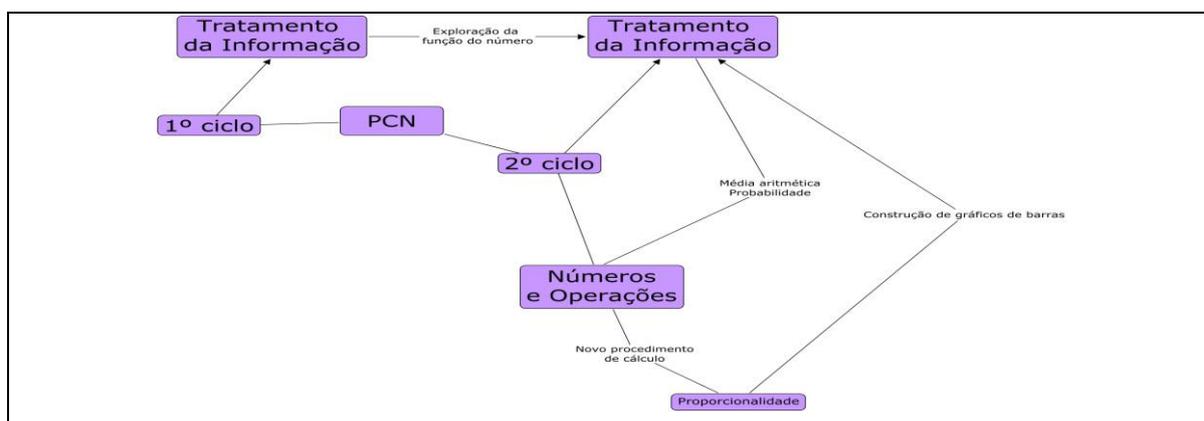


Figura 4 – Mapa Conceitual: Conexões “Tratamento da Informação” e “Números e Operações”

Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio da ferramenta Cmap Tools

Quanto ao bloco Tratamento da Informação, no 1º ciclo, o aluno pode explorar a função do número como código na organização de informações, interpretar e elaborar listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barras. Neste sentido, ele será preparado para que no próximo ciclo ele consiga estabelecer relações entre acontecimentos e, em alguns casos, fazer previsões. Ou seja, ao observar a frequência de ocorrência de um fenômeno, após certo número de experiências, o aluno pode desenvolver suas primeiras noções de probabilidade. Ainda, é possível explorar o conceito de média aritmética.

Finalizando, a figura 5 descreve o mapa conceitual que evidencia a complexidade das conexões realizadas separadamente nas figuras anteriores.

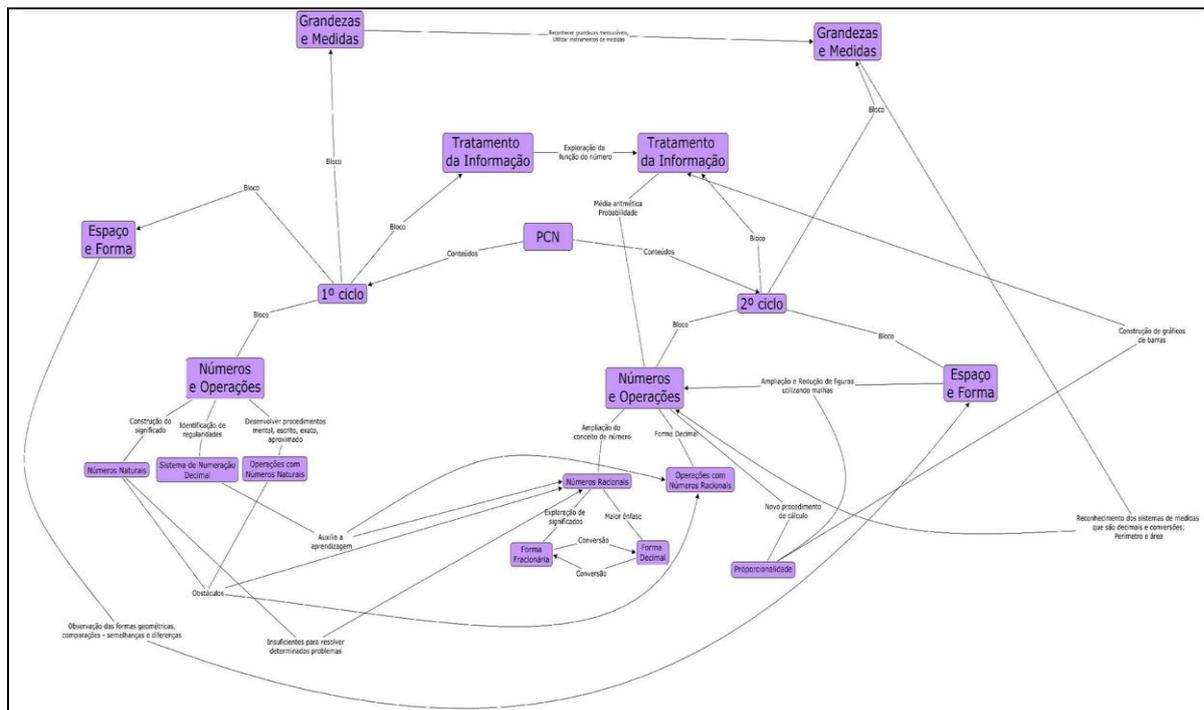


Figura 5 – Mapa Conceitual: Números Racionais – conexões
Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio da ferramenta Cmap Tools

Neste mapa é possível perceber a gama de conexões possíveis, os diversos pontos de vistas para o ensino dos Números Racionais. Por exemplo, se o professor partir do bloco Espaço e Forma, pode propor questões a cerca de redução de figuras em malhas quadriculadas que exijam uma medida menor que a unidade, surgindo então a necessidade de um novo tipo de número. Ou ainda, trabalhar em conexão com o bloco grandezas e medidas, representando distâncias em escalas, as relações entre as medidas de comprimento usuais (quilômetro, metro e centímetro).

Novak (1996) destaca que os mapas conceituais são instrumentos extraordinariamente eficazes para tornar visíveis concepções alternativas. Acreditamos que após a construção de um mapa, o professor poderá, por exemplo, ter melhores condições de observar o ensino como um todo, deixando a visão fragmentada de lado.

4. Resultados Parciais da Pesquisa e Perspectivas

Estamos no início de nossa pesquisa e pretendemos aprimorar a ideia do trabalho com mapas, explorar as possibilidades de *softwares* para este fim e criar situações para a sua aplicabilidade. Ao se sobrepor os quatro primeiros mapas propostos obtemos o quinto

mapa, no qual serão contemplados, de forma em que seja possível ver a interligação, todos os conceitos sobre números racionais.

Analisaremos também, as outras fases do currículo propostas por Sacristán (2000): currículo apresentado, currículo moldado, currículo em ação, currículo realizado e currículo avaliado, apontando as características comuns e as nuances que podem se apresentar em contato com os educandos.

Pretendemos também, a partir desta primeira análise dos mapas, fazer relações com a teoria dos registros de representação de Duval para que possamos aperfeiçoar e aprofundar as ideias apresentadas neste artigo. Os registros de representação apresentados nos mapas conceituais construídos pelos professores cuja prática será estudada poderão apresentar os caminhos que o currículo de matemática, especificamente no caso dos números racionais podem ser traçados da concepção dos órgãos educacionais aquele apresentado em sala de aula.

O estudo realizado a partir da construção e análise dos mapas conceituais permite encontrar caminhos alternativos para o ensino dos números racionais. Acreditamos que a partir dessa análise será possível criar uma sequência de atividades envolvendo as conexões entre os blocos temáticos e os números racionais e conseqüentemente fazer evoluir a fragmentação de conceitos a um continuum desejado.

Ou seja, de acordo com Novak (1996), para assimilar novas aprendizagens é necessário relacionar os conhecimentos prévios, tendo estes um papel fundamental no estabelecimento de elos entre o antigo e o novo. Os mapas conceituais auxiliam a quem aprende a tornar mais evidente os conceitos chave que serão estudados, uma vez que sugerem conexões entre os conhecimentos novos e aquilo que já se sabe.

Nosso intuito é utilizar os mapas conceituais para decidir em conjunto com os professores que caminhos podem ser percorridos de maneira a organizar os significados e conteúdos para o ensino de Números Racionais nas séries iniciais, bem como localizar e evidenciar as ideias errôneas que estes professores possam ter acerca do assunto.

5. Referências

BEHR, M., LESH, R., POST, T. R., & SILVER, E. Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, pp. 91-125, 1983. Disponível em: < http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html>. Acesso em 8 set. 2012.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. V. 03. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008. 128p.

CAMPOS, E. M. Aprender frações... Sim, mas como? Quando? **Ciências & Letras**. Porto Alegre, n. 35, p.121-136, jan./jun. 2004. Disponível em: <<http://www1.fapa.com.br/cienciaseletras/php/sumario.php?sum=35>>. Acesso em 18 ago. 2012.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005. 175p.

KIEREN, T.E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), **Number and Measurement: Papers from a Research Workshop**. ERIC/SMEAC, Columbus, OH, pp. 101–144, 1976.

LOPES, A. R. L. V. et al. Professoras que ensinam matemática nos anos iniciais e a sua formação. **Linhas Críticas**. Brasília, DF, v. 18, n. 15, p. 87-106, jan./abr., 2012.

OKADA, A. O que é cartografia cognitiva e por que mapear redes de conhecimento. In: OKADA, A. (org.). **Cartografia Cognitiva: mapas do conhecimento para pesquisa, aprendizagem e formação docente**. Cuiabá: KCM, 2008. pp.37-65.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B.; VALADARES, C.. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1996.

PONTE, J. P. da. Da formação ao desenvolvimento profissional. In **Actas do ProfMat**, 1998, p.27-44. Lisboa: APM. Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte\(Profmat\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte(Profmat).rtf)> Acesso em: 10 set. 2012.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Artmed, 2000. 352p.

SANTANA, L. E. de L. **Os saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação inicial, acerca de fração**. 2012. 182f. Dissertação. (Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 302f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.