



ARITMÉTICA E SUAS IMPLICAÇÕES NA APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Edelweis José Tavares Barbosa

Universidade Federal de Pernambuco-(UFPE-CAA)

edelweisb@yahoo.com.br

Clovis Gomes da Silva Junior

Universidade de Estadual de Pernambuco-UPE/FACETEG

gomesclv@ig.com.br

Resumo

No processo de escolarização tradicional, o aluno é introduzido ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, para depois estudar as operações Algébricas. Este estudo analisou os reflexos da Aritmética nas operações e manipulações Algébricas, a partir de uma abordagem metodológica descritiva e uma análise quantitativa. A amostragem foi composta por 45 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Foram aplicados dois testes com seis questões, sendo o primeiro sobre Aritmética e o segundo sobre Álgebra. Podemos observar as seguintes constatações: que os alunos são bem sucedidos na resolução de problemas aritméticos, mas não têm o mesmo êxito na resolução de problemas algébricos; existe uma similaridade entre os erros cometidos nas operações Aritméticas e Algébricas.

Palavras Chaves: Aritmética; Álgebra e Ensino.

1. Introdução

No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Desta forma, quando os alunos iniciam o ensino fundamental, utilizam os números para efetuarem as operações básicas de Aritmética de forma mecanizada, muitas vezes sem noção das aplicações em seu cotidiano. De maneira geral os alunos desenvolvem habilidades numéricas, iniciando-se o ensino da Álgebra apenas no 7º ano, quando há uma mudança nas operações Matemáticas, sendo introduzidos os cálculos algébricos nas operações.

Para Garcia (apud TELES, 2004) a passagem da Aritmética à Álgebra é fonte de conflitos e fracassos na Matemática escolar. O autor refere que as causas dessas dificuldades têm diversas origens. Uma delas, se não a mais importante, é a comunicação através de uma linguagem estranha para o aprendiz, diferente, puramente simbólica; uma linguagem nova que permite o manejo e a manipulação do desconhecido.

Conforme Lins e Gimenez (1997), na educação Matemática há uma prática prejudicial, fortemente enraizada, de que é preciso aprender antes Aritmética para depois desenvolver a aprendizagem algébrica. Estes autores apresentam como tendência para o século XXI que a educação Aritmética e Algébrica ocorra de forma integrada, a um só tempo, e não apenas integradas entre si, mas integradas ao mundo fora da escola, cumprindo seu papel de organizar este mundo e ajudando aos alunos a aumentar seu repertório de modo a produzir significados.

Assim, podemos observar que a prática pedagógica interfere na construção do conhecimento algébrico pelo aluno. Na atualidade estão em discussão duas práticas pedagógicas em relação à inserção da Álgebra no currículo do ensino fundamental. Tradicionalmente introduz-se o ensino da Aritmética anteriormente ao da Álgebra conforme acima apresentado, no entanto, há autores que defendem que o ensino da Álgebra deve acontecer em paralelo ao da Aritmética, pois, uma se beneficia da outra, são interdependentes (LINS, GIMENEZ, 1997). Assim, nosso objetivo foi identificar os erros cometidos na Aritmética e suas consequências na resolução de operações algébricas.

2. Álgebra

Para Lins e Gimenez (1997) afirmam que a Álgebra consiste em um conjunto de ações para os quais é possível produzir significado em termos de números e operações. Mas, no entanto percebe-se que o trabalho com o estudo algébrico não vai muito adiante de manipulações de símbolos que na maioria das vezes não possuem nenhum significado, sendo o seu estudo desenvolvido de forma mecânica.

Para Booth (1995) os conteúdos da Álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de regras de procedimento que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto. Outra grande diferença entre Álgebra e Aritmética está no uso de letras para indicar valores. A letra m , por exemplo, pode-se ser utilizada em aritmética para representar metros, mas não para representar o *número* de metros, como em Álgebra.

Neste contexto, Germe (1997) destaca três diferentes status possíveis para as letras na Matemática escolar:

1- Para Designar: As letras servem para designar uma dimensão (largura, comprimento, altura, etc.) nas fórmulas de cálculo de perímetro e área, ou ainda para designar

objetos geométricos simples (pontos, retas, círculos, ângulos). A letra nessas situações é uma ferramenta de designação;

2- *No cálculo Algébrico*: A letra é considerada como um número desconhecido numa equação:

Neste estágio reside uma real dificuldade didática: designado um número desconhecido por uma letra nós o manipulamos, na verdade, como se ele fosse conhecido, os números que faltam são pensados como números precisos, designados provisoriamente por letras de maneira que a nossa ignorância inicial não nos impeça de fazê-los participar do cálculo (BOUJADDI, 1996, apud GERMI, 1997, p. 62).

A aparição de resoluções de equações mais complexas desencadeia a necessidade de operações elementares sobre expressões literais, portanto, as letras tomam um novo status: elas tomam então um status indeterminado, no sentido que elas não têm mais necessidade, para essas representações, de ser um número;

3- *No Quadro Funcional*: A utilização de tabelas e gráficos obriga a considerar as letras como números desconhecidos, que não são fixos. A letra não é mais considerada como definida por um valor numérico desconhecido, mas, *como definido pelo fato de pertencer a um conjunto conhecido de números*, ou seja, enquanto variável.

Assim, passaremos a descrever o que vem a ser uma equação do 1º grau e seus elementos.

Mais um ponto complicador no uso das letras é a sua equivocada interpretação, muitas vezes referidas como variáveis ou incógnitas, sem diferenças, o que é incorreto. Para Usiskin (1995), muitas vezes se associa o estudo de Álgebra com o estudo de variáveis, que não está correto já que nem sempre representações feitas por letras estão associadas à ideia de variação.

Usiskin (1995) categorizou quatro concepções em relação à Álgebra no que se refere ao seu estudo e aplicação sendo elas: (1) Álgebra como Aritmética generalizada; (2) Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; (3) Álgebra como estudo de relações entre grandezas e (4) Álgebra como estudo das estruturas. Como descreveremos abaixo:

1- *Álgebra como Aritmética generalizada* significa que as variáveis são generalizadoras de modelos. Nessa concepção, os principais objetivos para o aluno são traduzir e generalizar. Nessa função ou dimensão da Álgebra, a letra aparece como uma variável que será utilizada para generalizar fatos aritméticos.

2- *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problema*, as variáveis como sendo incógnitas ou constantes. As variáveis são apenas incógnitas consideradas como valores numéricos a serem descobertos por meio da resolução de uma equação ou de um sistema de equações.

3- A *Álgebra como estudo de relações entre grandezas*, a variável sendo argumento (representa valores do domínio de uma função) ou parâmetro (representa um número do qual dependem outros números), enfatizam que as variáveis variam e espera-se do aluno que ele relacione quantidades e faça o gráfico.

4- A *Álgebra como estudo das estruturas*, a variável é um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades (grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, por exemplo) e o aluno tende a tratar as variáveis como sinais no papel, sem nenhuma referência numérica. Deseja-se que o aluno tenha em mente os referenciais (geralmente números reais) quando utilizam as variáveis e que ao mesmo tempo sejam capazes de operar com variáveis sem precisar voltar ao nível desse referencial. Aqui as letras aparecem como símbolos abstratos com os quais podemos operar. Nesta dimensão da Álgebra enquadram-se as operações com polinômios, os produtos notáveis, entre outros.

O PCN de Matemática (BRASIL, 1998) traz diferentes interpretações da Álgebra como: (1) Aritmética Generalizada; (2) Funcional; (3) Equações e (4) Estrutural:

1- *Aritmética Generalizadora* – as letras são utilizadas como generalizações do modelo aritmético. O PCN orienta o professor a propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a formação da ideia da Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades.

2- *Funcional* – as letras são variáveis para expressar relações e funções, conceitos e procedimentos envolvidos e variação de grandezas. No desenvolvimento de conteúdos referentes à geometria e medidas, os alunos terão oportunidades de identificarem regularidades, fazerem generalizações, aperfeiçoarem a linguagem algébrica e obterem fórmulas, como, para cálculos de áreas.

3- *Equações* – as letras são utilizadas como incógnitas e conteúdo na resolução de equações;

4-Estrutural – as letras são símbolos abstratos e os conceitos e procedimentos são o cálculo algébrico e a obtenção de expressões equivalentes.

Essas funções, conforme as orientações do PCN deverão ser trabalhadas pela exploração de situações-problema, que permitirão ao aluno generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis, como também representar problemas por meio de equações e inequações.

No entanto, Teles (2004) considera que algumas dificuldades que o aluno tem em Álgebra estão relacionadas a dificuldades conceituais em Aritmética que não foram corrigidas. Souza e Diniz (apud TELES, 2004) exemplificam a não compreensão da propriedade distributiva, que se constitui em dificuldade Aritmética, que entre outras coisas, impede a manipulação de expressões algébricas.

Observamos que neste processo do ensino da Álgebra e da Aritmética deve-se perceber que a diferença está no acréscimo de signos (símbolos) para se trabalhar com as mesmas estruturas operacionais (ao menos as bases operatórias das operações básicas). Sendo perceptíveis os mesmos significantes operacionais serem observados com significados diferentes. Para Vergnaud (1986) os alunos podem encontrar dificuldades na extensão da significação das operações ao analisarmos as estruturas aditivas e multiplicativas.

Tal cenário remete à necessidade de investigação e reflexão sobre os resultados que vêm sendo alcançados pela educação Matemática no contexto nacional e regional no ensino da Aritmética e da Álgebra, a fim de que sejam implementadas ações no sentido de revisão dos currículos escolares, inovação nas práticas educativas, bem como outras estratégias de enfrentamento dos limites identificados, para que se alcance a efetividade no ensino-aprendizagem aritmético e algébrico.

3. Metodologia

O presente estudo foi de cunho descritivo e uma análise quantitativa, feito com uma população de 45 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do interior de Pernambuco, esta escola fica situada na periferia da cidade de Caruaru. A pesquisa foi composta de dois momentos: no primeiro semestre 2011 foi realizado o primeiro teste aritmético com problemas referentes as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), no segundo semestre de 2011 ocorreu o segundo teste com os problemas que

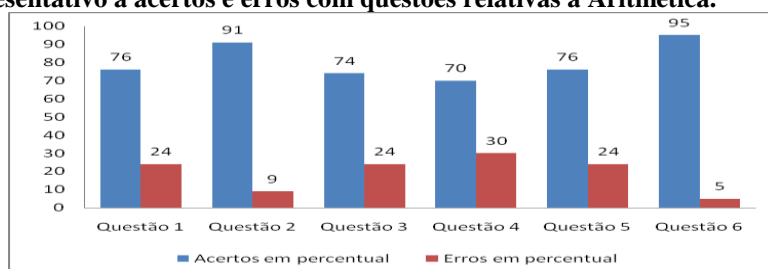
envolviam as quatro operações com letras nas suas operações. Conforme descreveremos abaixo:

Para tal análise, tivemos dois momentos, todos quantitativos e comparativos: a análise sobre acertos e erros com operações Aritméticas, a análise sobre acertos e erros com operações Algébricas. O teste com estrutura relativa a operações Aritméticas foi composto com seis questões de estruturas diferentes.

4. Resultados

Os resultados obtidos por nós sobre os testes contendo questões Aritméticas e Algébricas estão representados nos gráficos abaixo.

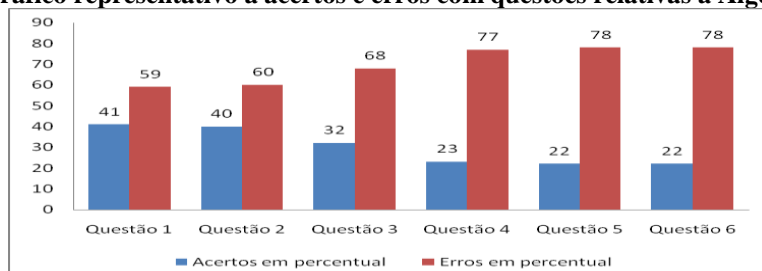
Figure 1- Gráfico representativo a acertos e erros com questões relativas a Aritmética.



Observamos que para as questões 1, 3 e 5 envolvendo operações de multiplicação, multiplicação com três fatores e divisão foi obtido o mesmo percentual de acertos e erros. Estes resultados podem estar relacionados à falta de prática no uso dos algoritmos de multiplicação e divisão.

O teste com estrutura relativa as operações algébricas assim como o teste com operações Aritméticas possuía seis questões. Os dados inerentes ao teste com as questões com estruturas algébricas estão representados no gráfico abaixo.

Figure 2- Gráfico representativo a acertos e erros com questões relativas a Álgebra.



Em relação ao teste algébrico, houve um aumento em todos os percentuais de erros acompanhado por uma redução no percentual de acertos, o que pode ser atribuído à introdução das letras nas operações algébricas. Estudo envolvendo alunos do Reino Unido com idade de

13 a 16 anos (oitava a décima séries), que teve como objetivo identificar os erros que os alunos comumente cometem em Álgebra, obteve dentre as causas atribuídas aos erros cometidos pelos alunos o significado das letras e das variáveis e os tipos de relações e métodos usados em Aritmética. (BOOTH, 1995, p. 23). Por exemplo, trazemos um recorte (quadro 1) onde na questão aritmética o aluno segue todo processo do algoritmo. No entanto, com relação à questão algébrica (quadro 2) o aluno simplesmente mostra um resultado como se a variável alterasse o resultado composto pelo algoritmo que conduz ao resultado.

2º) Gabriel tinha 24 bolas de gude. Ganhou 12 bolas na primeira partida, perdeu 8 bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?

$$\begin{array}{r} 24 \\ +12 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ -8 \\ \hline 28 \end{array} \quad \underline{28 \text{ bolas}}$$

Quadro 1: Extrato do teste Aritmético

4º) Gabriel tinha 24y bolas de gude. Ganhou 12y bolas na primeira partida, perdeu 8y bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?

Ficou com 32y bolas de gude

Quadro 2: Extrato do teste Algébrico

Para as questões que tiveram uma estrutura multiplicativa, a diferença entre os índices de acertos do teste aritmético em relação ao algébrico é de 35%. Para esta e todas as demais questões, observa-se redução importante no número de acertos, quando se compara o teste aritmético ao algébrico, o que pode estar relacionado ao enfrentamento de novos algoritmos de cálculo pelo aluno (FALCÃO apud TELES, 2004).

No quadro 3 seguinte, é posto de forma clara pelo aluno, o desenvolvimento de um algoritmo que ele já domina. No entanto, observamos no quadro 4, que o aluno simplesmente desenvolve o algoritmo algébrico, seguindo os parâmetros aritméticos e desconsiderando o algoritmo novo para ele e que envolve a parte literal.

1º) Um livro tem 82 páginas com 35 linhas em cada página. Quantas linhas têm esse livro?

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 35 \\ \hline 410 \\ 246 \\ \hline 2870 \end{array} \quad \underline{2870 \text{ linhas}}$$

Quadro 3: Extrato do teste Aritmético

1º) Se as linhas de um livro são representadas por x e tendo $35x$ em cada página. Quantos x terá um livro de 82 páginas?

$$\begin{array}{r} 82x \\ \cdot 35x \\ \hline 430 \\ \hline 2860 \end{array}$$

R/ 2860x linhas

Quadro 4: Extrato do teste Algébrico

Os resultados acima apresentados indicam com clareza dificuldades dos alunos em realizar cálculos algébricos. Na maioria das vezes, mesmo para as questões em que houve domínio das operações Aritméticas houve redução no número de acertos no teste algébrico, o que está de acordo com autores como Teles (2004) e Lins e Gimenez (1997).

5. Considerações finais

Este estudo sobre os reflexos da Aritmética no ensino-aprendizagem da Álgebra com alunos do 9º ano trouxeram como subsídios as seguintes constatações:

A dissociação entre o ensino da Aritmética e da Álgebra gera dificuldades de ensino-aprendizagem relacionadas à construção do raciocínio abstrato. Segundo Da Rocha Falcão (1993) os problemas algébricos implicam no enfretamento de novos algoritmos de cálculos.

Os alunos desenvolvem parcialmente a habilidade de resolução de operações algébricas devido, entre outras coisas, a dificuldade de manipulação das incógnitas. Dentre alguns fatores influentes na apropriação do conceito algébrico esta a sua relação com a aritmética. Para Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato do aluno trazer para o contexto algébrico, dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estenderem para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

Verifica-se que os alunos são bem sucedidos na resolução de problemas aritméticos, mas não têm o mesmo êxito na resolução de problemas algébricos, Para Rocha Falcão (1995) e Souza e Diniz (1996) Convêm considerar que algumas das dificuldades observadas pelos alunos iniciantes em Álgebra são de fato problemas herdados da Aritmética, que apenas perduram num novo contexto. Comprovados nesse estudo que e os erros cometidos nas operações Aritméticas são herdados em parte para operações algébricas.

6. Referências

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 3, p. 23-36

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998, 142 p.

FALCÃO, J. T. R. - **A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas**, em SCHLIEMANN, A. D. e outros, Estudos em Psicologia da Educação Matemática, p. 85-107, ed. UFPE, Recife, 1995.

GERMI, P. E. Statut des lettres et notion de variable. Petit x, número 45, p. 59- 79. Grenoble/França, 1997.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papirus Editora, 1997, 176 p.

OLIVEIRA, A.T. C.C. Reflexões sobre a aprendizagem da Álgebra. *Educação Matemática em Revista*, Ano 09, n. 12, p 35-39, junho de 2002.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. de S. V. **Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções**. São Paulo: IME-USP, 1996, 111 p.

TELES, R. A. de. **A Aritmética e a Álgebra na Matemática escolar**. *Educação Matemática em Revista*, Ano 11, n. 16, p 8-15, maio de 2004.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Org.). **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 2, p. 09-22.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e Didática das Matemáticas. Um exemplo das estruturas aditivas. 1986.