

Equação do Primeiro Grau em Livros Didáticos: um Estudo das Organizações Praxeologias

Edelweis Jose Tavares Barbosa

Universidade Estadual da Paraíba- UEPB,

Universidade Federal de Pernambuco- UFPE- (CAA)

edelweisb@yahoo.com.br

Abigail Fregni Lins

Universidade Estadual da Paraíba- UEPB,

bibilins2000@yahoo.co.uk

Resumo

Como pesquisa de mestrado, a introdução do conceito de equação do primeiro grau em Livros Didáticos brasileiros do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi analisado. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard e seus colaboradores, norteou nossa pesquisa. No presente artigo discutimos tal referencial bem como apresentaremos o delineamento metodológico proposto para a análise dos dados. Duas coleções de Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental aprovadas nas avaliações de 1999 e 2011 foram analisadas. Os resultados indicam que as organizações existentes nesses livros nem sempre são feitas de forma a esclarecer as diferenças existentes entre os subtipos de tarefas trabalhadas bem como as potencialidades das técnicas organizadas ou sistematizadas. Além disso, ao longo dessas duas avaliações do PNLD, as duas coleções não alteraram as praxeologias matemáticas, modificando apenas as praxeologias didáticas.

Palavras-chave: análise de livro didático de matemática, equação do primeiro grau, PNLD, TAD.

1.Introdução

A Matemática tem relevante papel social, seja no ambiente escolar ou nas ruas, na forma de incluir ou excluir pessoas. Para Lins e Gimenez (1997), as crianças aprendem ainda muito pequenas as noções de números e operações sem usar regras formais, fazendo as operações da forma mais simples possível, usando na maioria das vezes, o cálculo mental. No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações básicas tais como adição, subtração, multiplicação e divisão. Inicia-se, então, o seu percurso no estudo da Matemática, que vai acompanhá-la por toda sua vida escolar.

Todavia, no ambiente escolar existe a ideia de que a Aritmética trata de números e a Álgebra de letras. Tenta-se também estabelecer limites entre conteúdos, sendo que no currículo escolar a Aritmética é trabalhada desde a educação infantil do Ensino Fundamental e os conteúdos da Álgebra, tais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, são abordados a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, além de considerar que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios para a introdução da Álgebra.

Assim, analisamos duas coleções de livros didáticos brasileiros do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Para isso, tomamos como referencial a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, a qual parece responder com mais eficácia nossa questão de pesquisa.

Sendo assim, apresentamos o artigo em duas seções. A primeira com relação à fundamentação teórica, modelização a priori e seleção e caracterização das obras analisadas. A segunda seção discute os principais resultados e algumas considerações.

2. Álgebra Escolar: aspectos históricos e concepções

Traduzindo de forma literal o título do livro de Al-Khowarizmi, encontramos a ciência da restauração (ou reunião) e redução. Matematicamente seria melhor ciência da transposição e do cancelamento, ou ainda a transposição de termos subtraídos para o outro membro da equação e o cancelamento de termos semelhantes (iguais) em membros opostos da equação (BOYER, p.156).

No desenvolvimento da Álgebra observa-se que, desde civilizações antigas do Egito e Babilônia até os dias atuais, a linguagem Matemática veio gradativamente evoluindo, passando por várias fases que marcaram época. Os historiadores dividem a história da Álgebra em três principais fases: retórica ou verbal, sincopada e simbólica. (GUELLI, 2005; BOYER, 1996):

Álgebra Retórica (ou verbal) – A fase retórica ou verbal se estende desde os Babilônios (1700 a.C.) até o matemático grego Diofanto ou Diofante (250 d.C.). É caracterizada pela completa ausência de símbolos e abreviações que possam expressar o pensamento algébrico; todos os passos relativos a números e equações eram descritos na linguagem corrente. Esta teria sido a Álgebra dos Egípcios, dos Babilônios e dos gregos pré-diofantinos;

Álgebra Sincopada – Essa fase teria surgido com Diofanto de Alexandria, e ficado marcada pela introdução de um símbolo para a incógnita, utilizando uma forma mais abreviada e concisa para expressar suas equações. É registrada também na história uma sincopada similar à de Diofanto, que surgiu por meio dos Hindus, especialmente por Brahmagupta (século XII). Essa fase se prolongou até o início do século XVI. Neste momento histórico temos a impressão de que os matemáticos não demorariam muito tempo para descobrirem os sinais; e,

Álgebra Simbólica – Os registros indicam que essa fase teve seu início a partir do momento em que as ideias algébricas passaram a ser expressas somente através de símbolos, deixando de lado o uso das palavras. Embora o jurista francês François Viète (1540- 1603), ainda utilizasse um estilo sincopado, foi ele o principal responsável pela criação de novos símbolos na Álgebra.

No Brasil. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) fizeram uma abordagem histórica e evidenciam três concepções de educação algébrica que vêm exercendo maior influência no Ensino de Matemática elementar.

A primeira, chamada de lingüístico-pragmática, baseia-se no papel do Ensino da Álgebra buscando fornecer um instrumental técnico (superior ao da Aritmética) para a resolução de equações ou de problemas equacionáveis. Para o aluno adquirir essa capacidade considera-se necessário e suficiente primeiro dominar, ainda que de forma mecânica, as técnicas requeridas pelo transformismo algébrico (sintaxe).

O currículo de Ensino da Álgebra tem, portanto, como ponto de partida, o cálculo literal (operações de adição, subtração, multiplicação/fatoração e divisão de expressões

algébricas), o qual é desenvolvido por meio de muitos exercícios visando capacitar os alunos no manejo preciso dessas expressões algébricas. Só depois disso é que são introduzidos problemas do tipo aplicação algébrica.

Os mesmos autores apresentam a segunda concepção, Fundamentalista-estrutural, que surge aproximadamente, na segunda metade do século XX, predominantemente nas décadas de 1970 e 1980, e vem contrapor à ideia anterior com um cunho fundamentalista. O papel do Ensino da Álgebra seria o de fornecer os fundamentos lógico-matemáticos para toda a Matemática escolar, inclusive aqueles tradicionalmente considerados algébricos, como o cálculo algébrico e o estudo das equações. Isto é realizado por meio da introdução dos campos numéricos, da Teoria dos Conjuntos, das estruturas e das propriedades (fechamento, comutativa, elemento neutro,...), das relações e funções. Assim, o emprego das propriedades estruturais das operações serve para justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico.

A terceira concepção, Fundamentalista-analógica, é uma síntese das duas anteriores, pois tenta recuperar o valor instrumental da Álgebra e preserva a preocupação fundamentalista, não mais com base nas propriedades estruturais, por meio do uso de modelos analógicos geométricos (blocos de madeira ou mesmo figuras geométricas) ou físicos (como a balança) que visualizam ou justificam as passagens do transformismo algébrico. A Álgebra geométrica era didaticamente superior a qualquer outra abordagem lógico-simbólica, pois tornam visíveis certas identidades algébricas.

O ponto problemático e comum entre essas três concepções, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1992), é que elas praticamente reduzem o Ensino da Álgebra aos seus aspectos lingüísticos e transformistas, dando mais ênfase à sintaxe da linguagem algébrica que ao pensamento algébrico e seu processo de significação (a semântica). As três concepções enfatizam o Ensino de uma linguagem algébrica já constituída, priorizando o domínio, por parte do aluno, de habilidades manipulativas das expressões algébricas. Além disso, a Álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde 1799, momento em que a Álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil, até o início da década de 1960, prevaleceu um Ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, no qual tudo era essencial. A Matemática escolar apresentava-se dividida em compartimentos estanques. Primeiro estudava-se a Aritmética, depois a Álgebra e, em seguida, a Geometria. Neste período, segundo a autora, a Álgebra apresentava um caráter mais instrumental, útil apenas para resolver equações e problemas.

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) ressaltam o fato de que a Álgebra pós Matemática Moderna parece retomar seu papel, anteriormente ocupado, ou seja, de um estudo com a finalidade de resolver equações e problemas. Tentou-se recuperar seu valor instrumental, mantendo seu caráter fundamentalista. Os autores destacam ainda que a Álgebra, apesar de ocupar boa parte dos livros didáticos atuais, não tem recebido a devida atenção nos debates, estudos e reflexões a respeito do Ensino da Matemática.

3. Álgebra no Currículo da Educação Básica

Educadores demonstram preocupação com a compreensão da Álgebra no ensino da Matemática, e especialmente as noções que devem ser trabalhadas para a compreensão do que venha a ser uma equação (BRITO MENEZES, 2006). De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo, propiciando ao aluno o desenvolvimento e o exercício de sua capacidade de abstração e generalização.

Lee (1996) propõe que a Álgebra é uma mini-cultura na cultura da Matemática. Nesse sentido, existem concepções e perspectivas específicas acerca desse saber que se faz necessário de serem compreendidas para que possamos ter uma noção da dimensão e do potencial da Álgebra, sobretudo focalizando o seu ensino (BRITO MENEZES, 2006).

Lins e Gimenez (1997) caracterizam a Álgebra como sendo um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.

Segundo Souza e Diniz (1996), a Álgebra é a linguagem da Matemática utilizada para expressar fatos genéricos. Como toda linguagem, a Álgebra possui seus símbolos e suas regras. Para Garcia (1997), a Álgebra revoluciona por ser uma ferramenta a serviço da resolução de problemas e ser um objeto matemático em si, um ramo autônomo das Matemáticas de que todas as disciplinas científicas se nutrem para estabelecer melhores e mais cômodas vias de comunicação entre elas e com o exterior.

Entretanto, as atividades propostas pelos educadores seguem em caminhos contrários, isto é nas orientações para o trabalho com os problemas algébricos é dada ênfase puramente ao processo de resolução. Fazer o aluno pensar, questionar fica em segundo plano, tornando estas atividades puramente mecânicas, rotineiras e muitas vezes desinteressantes para o mesmo.

Para Bednardz, Kieran e Lee (1996) a Álgebra escolar pode ser feita por meio de ideias, ou seja, resolução de equações, privilegiada no ensino atual da Álgebra; resolução de problemas que historicamente tem assumido um importante papel no desenvolvimento e ensino da Álgebra; generalização de leis envolvendo regularidades numéricas e de fenômenos, recentemente bastante enfatizada nos currículos; introdução de conceitos de variável e de função, com extensas raízes históricas, estudo das estruturas algébricas privilegiado no currículo escolar nos anos 60 sob a influência do movimento da Matemática Moderna.

Neste contexto, Germe (1997) destaca três diferentes status possíveis para as letras na Matemática escolar:

1- Para Designar: As letras servem para designar uma dimensão (largura, comprimento, altura, etc.) nas fórmulas de cálculo de perímetro e área, ou ainda para designar objetos geométricos simples (pontos, retas, círculos, ângulos). A letra nessas situações é uma ferramenta de designação;

2- No cálculo Algébrico: A letra é considerada como um número desconhecido numa equação:

Neste estágio reside uma real dificuldade didática: designado um número desconhecido por uma letra nós o manipulamos, na verdade, como se ele fosse conhecido, os números que faltam são pensados como números precisos, designados provisoriamente

por letras de maneira que a nossa ignorância inicial não nos impeça de fazê-los participar do cálculo (BOUJADDI, 1996, apud GERMI, 1997, p. 62).

A aparição de resoluções de equações mais complexas desencadeia a necessidade de operações elementares sobre expressões literais, portanto, as letras tomam um novo status: elas tomam então um status indeterminado, no sentido que elas não têm mais necessidade, para essas representações, de ser um número (BOUJADDI, 1996);

Denomina-se equação do 1º grau toda equação na forma $ax+b=0$, onde a incógnita possui expoente 1. A equação do 1º grau é chamada linear, pois sua representação gráfica é uma linha reta.

As operações e propriedades dos polinômios, enunciadas anteriormente, nos permitem ainda elaborar os princípios que fundamentam a resolução de equações (ARAÚJO, 2009, p. 45):

Princípio aditivo: se adicionarmos a ambos os membros (por exemplo: $2x+4=x-1$ antes da igualdade chamamos de 1º membro e após a igualdade de segundo membro) de uma equação um mesmo número ou uma mesma expressão algébrica, obteremos uma equação equivalente à primeira; e,

Princípio multiplicativo: se multiplicarmos ambos os membros de uma equação pelo mesmo número (diferente de zero) ou uma mesma expressão algébrica (não nula), obteremos uma equação equivalente à primeira.

Estes dois princípios acima são usados na elaboração de técnicas para resolver, por exemplo, equações do 1º grau.

Em relação ao ensino de resoluções de equações, Bernard e Cohen (1995) recomendam um conjunto gradativo de ensino para encontrar as raízes de uma equação, sendo descrito em quatro métodos, assim denominados: (1) gerar e avaliar; (2) esconder; (3) desfazer e (4) equações equivalentes. Para estes autores, cada novo método é subsequente de resolução deriva de seu anterior, beneficiando a passagem de procedimentos aritméticos para o algébrico.

O método de gerar e avaliar incide em levar o aluno a pensar no conceito de número e a provocar diferentes valores para serem testados por tentativa e erros. Bernard e Cohen (1995) analisam que nesse de gerar e avaliar, o aluno não se limita a ficar fazendo tentativas e erros, aleatoriamente. Para estes autores, intuitivamente, o aluno segue um esquema de cálculo de valores que se realimenta no processo de geração de valores.

O método de esconder consiste em levar o aluno a resolver a equação pensando sobre o ela pede. Por exemplo, a equação $10 - x = 6$ esconde-se o “x” e pergunta-se que número devemos subtrair de 10 para 6? Os autores consideram que este método permite chegar a uma conceituação mais ampla de incógnita, levando o aluno a perceber que uma expressão pode ser uma incógnita.

O método de desfazer fundamenta-se na noção de operações inversas e na reversibilidade de um processo, envolvendo um ou mais passos invertíveis. Desse modo, o aluno deve ser orientado a raciocinar sobre o que esta acontecendo operacionalmente com

uma incógnita e criar uma seqüência de perguntas dirigidas sobre como voltar ao ponto de

$$\frac{7(2x-3)-5}{10} = 5$$

partida, isto é, a incógnita. Assim por exemplo, no caso da equação

Figura 1: Modelo gerado pelo método de desfazer Fonte: Bernard e Cohen (1995, p.117)



Esse procedimento de voltar ao ponto de partida, utilizando apenas cálculo aritmético, estimula o aluno a desenvolver a reversibilidade, a análise e a resolução de problema.

O método de equações equivalentes fundamenta-se em efetuar operações de equilíbrio nos dois membros da igualdade (somando um número ou expressão aos dois membros da igualdade) até que um lado esteja a incógnita e do outro, um número. As novas equações obtidas por esse processo preservam o mesmo conjunto de soluções e por isso são denominadas equações equivalentes.

4. Teoria Antropológica do Didático

Segundo Chevallard (1999, p.1), essa teoria estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações Matemáticas. Um motivo para utilização do termo antropológica é que a TAD situa a atividade Matemática e, em consequência, o estudo da Matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Assim sendo, a TAD considera como elementos primitivos INSTITUIÇÕES (I), INDIVIDUOS (X) e OBJETO (O).

Chevallard (1999, p.1) considera que uma instituição (I) é um dispositivo social total que pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite – e impõe – a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e de pensar. Sob a ótica da TAD cada saber é saber de pelo menos uma instituição; um mesmo objeto do saber pode viver em instituições diferentes e para viver em uma instituição; um saber necessita submeter-se a certas imposições, o que o conduz a ser transformado.

A TAD consiste no desenvolvimento da noção de organização praxeológica ou praxeologia que, de acordo com Chevallard, acrescenta às noções acima descritas, as noções de (tipo de) tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Para ele, tais noções vão permitir modelizar às práticas sociais em geral as atividades Matemáticas, como descritas a seguir.

4.1 Organização Praxeológica ou Praxeologia

Podemos entender uma organização praxeológica, ou praxeologia, como a realização de certo tipo de tarefa t que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo T , através de uma técnica τ , justificada por uma tecnologia θ , que por sua vez, é justificada por uma teoria Θ . Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998) de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação $[t, \tau, \theta, \Theta]$.

Chevallard (1998) considera ainda que o par $[t, \tau]$ está relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par $[\theta, \Theta]$ relacionado a razão, é compreendido como o saber. O mesmo autor define assim a Organização Praxeológica $[t, \tau, \theta, \Theta]$, em que temos um bloco prático $[t, \tau]$, composto das tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico $[\theta, \Theta]$, composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber. Considera ainda que a existência de um tipo de tarefa Matemática em um sistema de ensino está condicionada à existência de, no mínimo, uma técnica de estudo desse tipo de tarefa e uma tecnologia relativa a esta técnica, mesmo que a teoria que justifique essa tecnologia seja negligenciada.

Os tipos de tarefas (t) que se situam em acordo com o princípio antropológico supõem a existência de objetos bem precisos e que não são obtidos diretamente da natureza. Eles são artefatos, obras, construtos institucionais, como por exemplo, uma sala de aula, cuja reconstrução é inteiramente um problema, que é o objeto da didática (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009). Por exemplo, resolva a equação $2x + 6 = 10$. A noção de tarefa, ou especificamente do tipo de tarefa, tendo como um objetivo bem definido, por exemplo, encontrar o valor de x é um tipo de tarefa, mas “calcular” não explicita o que é calcular. Assim, calcular o valor de uma equação é um tipo de tarefa, mas somente calcular não seria um tipo de tarefa. Para esse exemplo, calcular é gênero de tarefa.

Uma técnica (τ) é uma maneira de fazer ou realizar as tarefas $\tau \in t$. Segundo Chevallard (1998), uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa t necessita, em princípio, de uma técnica τ relativa. No entanto, ele afirma que uma determinada técnica τ pode não ser suficiente para realizar todas as tarefas $\tau \in t$. Ela pode funcionar para uma parte $p(\tau)$ das tarefas t e fracassar para t/p (τ). Isso significa que em uma praxeologia pode existir uma técnica superior a outras técnicas, ao menos no que concerne à realização de certo número de tarefas de t (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009). Por exemplo, a multiplicação no conjunto dos números naturais sempre aumenta, mas que pode fracassar em outro conjunto numérico.

A tecnologia (θ) é definida inicialmente como um discurso racional sobre uma técnica τ , cujo primeiro objetivo consiste em justificá-la racionalmente, isto é, em assegurar que a técnica permita que se cumpra bem a tarefa do tipo t . Em Matemática, tradicionalmente, a justificação de uma técnica é realizada por meio de demonstração. O segundo objetivo da tecnologia consiste em explicar, tornar inteligível e esclarecer uma técnica τ , isto é, em expor por que ela funciona bem. Além disso, a tecnologia tem também a função de reproduzir novas técnicas, mais eficientes e adaptadas à realização de uma determinada tarefa (CHEVALARD, 1998 apud ARAUJO, 2009).

A teoria (Θ) tem como objetivos justificar e esclarecer a tecnologia, bem como tornar inteligível o discurso tecnológico. Passa-se então a um nível superior de justificação-explicação- produção, [...] retomando com relação à tecnologia o papel que esta tem em relação à técnica. O autor adverte, no entanto, que geralmente essa capacidade de justificar e de explicar a teoria é quase sempre obscurecida pela forma abstrata como os

enunciados teóricos são apresentados freqüentemente (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009).

Uma organização Matemática é elaborada em torno de uma noção, ou conceito, inerente à própria Matemática. As Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo como realizar o estudo de determinado assunto. Refere-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tarefas, de técnicas, de tecnologias, entre outras, mobilizadas para o estudo de um tema. Por exemplo, encontrar o valor de uma incógnita de uma equação.

Quaisquer que sejam as escolhas adotadas nos cursos dos trabalhos de estudo de dada OM algumas situações estão necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto de forma quantitativa como qualitativamente falando. Estas situações serão denominadas de momentos de estudos, ou momentos didáticos, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou a um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

O primeiro momento é o primeiro encontro com a organização que está sendo estudada. O segundo é o da exploração do tipo de tarefas t e de elaboração de uma técnica τ relativa a este tipo de tarefas. O terceiro momento é o da constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica. O quarto é o do trabalho da técnica que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada e aumentar o controle que se tem sobre a técnica. O quinto momento é o da institucionalização que mostra o que realmente é a OM constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na OM e os que serão dispensados.

Finalmente, o sexto momento, o da avaliação, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, demanda a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

5. Analisando as Coleções

A metodologia seguida para a caracterização, análise e comparação das organizações Matemáticas e Didáticas existentes sobre o ensino de equações do 1º grau em duas coleções aprovadas no PNL D, constitui-se de duas etapas do trabalho. A primeira trata-se da modelização a priori, das praxeologias matemáticas pontuais existentes em torno da resolução de equações do 1º grau, ao menos em termos de subtipos de tarefas, técnicas e tecnologias, a partir de estudos teóricos e didáticos. A segunda etapa constitui-se da caracterização das obras analisadas, apresentando sua identificação, os motivos da escolha, descrição da estrutura e da forma de organização dos conteúdos.

5.1 Modelização a Priori

Chevallard (1994) classifica os procedimentos de resoluções de equações do primeiro grau em duas categorias: (1) equações do tipo $ax + b = c$, que podem ser resolvidas por procedimentos aritméticos e (2) equações do tipo $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$, que

não podem ser resolvidas por procedimentos que se apóiem especificamente em operações aritméticas. Nessa definição, x é a incógnita e $a_1, b_1 \in \mathfrak{R}$ com $a_1 \neq 0$

No entanto, nem sempre as equações do 1º grau apresentam-se escritas nas formas simplificadas. Frequentemente, numa atividade, elas aparecem sob diferentes formas, dentre as quais destacamos outras duas categorias: equações dos tipos $A(x) = c$ e $A_1(x) = A_2(x)$, em que $A(x)$, $A_1(x)$ e $A_2(x)$ são expressões polinomiais, na variável x , que ainda não foram reduzidas à forma canônica $ax + b$, e $a, b \in \mathfrak{R}$ e $a \neq 0$, mas que podem ser reduzidas a esta forma por processo de desenvolvimento e redução.

Portanto, para este estudo, classificamos e caracterizamos a priori os seguintes subtipos de tarefas relativos à resolução de equações do 1º grau com uma incógnita, no campo do \mathfrak{R} , em quatro categorias: (1) resolver equação uma equação do tipo $ax + b = c$ (t1), como por exemplo, $2x + 5 = 10$; (2) resolver uma equação do tipo $A(x) = c$, sendo $A(x)$ uma expressão polinomial não reduzida à forma (t2), por exemplo, $2(x + 3) + x = 7$; (3) resolver uma equação do tipo $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$ (t3), por exemplo, $2x - 2 = x + 10$; (4) resolver uma equação do tipo $A_1(x) = A_2(x)$, sendo $A_1(x)$ ou $A_2(x)$, expressões polinomiais não reduzidas à forma canônica (t4), por exemplo, $6(x - 2) + 3x = 2x - 2$.

Para resolver tais subtipos de tarefas foram identificadas e categorizadas a priori as seguintes técnicas (τ): a) Testar a igualdade (τ TI), por tentativas e erros; b) Transpor termos ou coeficientes (τ TTC), invertendo as operações; c) Neutralizar termos ou coeficientes (τ NTC), efetuando a mesma operação nos dois membros da igualdade; d) Reagrupar os termos semelhantes (τ RTS), invertendo o sinal dos termos transpostos.

Além dessas técnicas próprias de resoluções de equações, para os casos dos subtipos de tarefas $\tau 2$ e $\tau 4$, temos também a seguinte técnica: e) Desenvolver ou reduzir expressões (τ DRE), eliminando parênteses e/ou agrupando termos semelhantes. Enfim, dependendo das variáveis mobilizadas na construção das equações, podemos mobilizar uma ou mais técnicas, dando origem às técnicas mistas.

Para justificar as técnicas caracterizadas acima para resolver equações do 1º grau com uma incógnita, foram identificadas e caracterizadas a priori as seguintes tecnologias: a) Princípios de equivalência entre equações: equações com as mesmas soluções ou raízes (θ PE); b) Princípio aditivo: quando aos dois membros de uma equação se adiciona (ou deles se subtrai) a mesma quantidade, obtém-se uma nova equação equivalente à primeira; c) Princípio multiplicativo: quando aos dois membros de uma equação se multiplica (ou deles se divide) a mesma quantidade (diferente de zero), obtém-se uma nova equação equivalente à primeira; d) Propriedades das operações inversas em \mathfrak{R} (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos (θ POI): 1) Se a, b, c são números reais tais que $a + b = c$, então $a = b - c$; 2) Se a, b e c são números reais tais que $a \cdot b = c$, então $a = c \div b$, $b \neq 0$; 3) Propriedades gerais da igualdade (θ PGI) ou lei do cancelamento: 1) Se $a + b = a + c \Leftrightarrow b = c$; 2) Se $a \cdot b = a \cdot c \Leftrightarrow b = c$ com $a \neq 0$; 3) Propriedades distributivas

(θ PDM): Se k, a, b, c e d são números reais, então $k(a + b) = ka + kb$ e $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Depois da apresentação e categorização das tarefas, bem como de suas tecnologias, analisamos duas coleções didáticas do 7º ano do Ensino Fundamental aprovados nas avaliações do PNLD de 1999 e 2011. As coleções são Matemática de Imenes e Lellis e Ideias e Desafios de Iracema e Dulce.

Apresentamos os principais resultados desse estudo comparativo das organizações existentes nestes livros.

6 Principais Resultados

Em outras instâncias (BARBOSA e LINS, 2011 e 2013) discutimos alguns de nossos resultados. Aqui analisamos os principais resultados do estudo das organizações didáticas e das praxeologias matemáticas nas coleções didáticas do 7º ano, especificamente o capítulo de equações do 1º grau. Desse modo, utilizamos as categorias modelizadas a priori relativas às praxeologias matemáticas relativas ao subtipo de tarefa resolver equações do primeiro grau, em termos de subtipos de tarefas, técnicas e tecnologias:

Quadro 1: Comparativo entre dois livros aprovados no PNLD de 1999 quanto aos Subtipos de Tarefas

SUBTIPOS DE TAREFAS	LIVRO MATEMÁTICA		LIVRO IDEIAS E DESAFIOS	
	TÉCNICA	TECNOLOGIA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
t1: $A_1(x) = A_2(x)$	τ TTC	θ POI	τ TI	Regras de propriedades operatórias
			τ NTC_ τ TTC	θ PEE
				θ PGI_PEE
t2: $A(x) = c$	τ DRE_ τ TTC	θ PDM	τ TTC	θ PGI_PDM
				θ PGI
t3: $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$	τ N TC	θ PGI	τ ED_DRE_NTC	θ DRE_PGI
t4: $A_1(x) = A_2(x)$	τ DRE_ NTC	θ PDM / θ PGI		θ DRE_PEE

A coleção Matemática em relação à transposição das praxeologias matemáticas existentes em torno dos subtipos de tarefas referentes às resoluções de equações do 1º grau ocorreram em três momentos: primeiro momento- introdução de um problema ou situação realizada para formar ou sistematizar a técnica eletiva para resolver a equação (subtipo de tarefa) procurada na situação, por meio da explicação do procedimento de resolução. Além disso, nesse momento se enunciam as propriedades ou afirmações que integram os elementos tecnológicos que explicam ou justificam a técnica sistematizada.

O segundo momento é destinado à avaliação dos elementos técnico-tecnológicos que surgem na situação e ocorrem nas seções denominadas conversando sobre o texto. Assim, nesse momento o aluno tem chance de participar de maneira significativa de sua aprendizagem, pois é nele que os autores apresentam questionamentos que permitem ao

aluno fazer indagações sobre os conceitos e procedimentos explorados no momento anterior.

O terceiro momento é dedicado ao trabalho da técnica, indicado nas seções intituladas problemas e exercícios. Concluimos que neste livro a passagem de procedimentos aritméticos para procedimentos algébricos não é realizada de forma explícita, posto que os autores afirmem que há dois processos (técnicas) principais que podem ser agrupados para resolver equações. Eles não deixam claro quais tipos de equações podem ser resolvidos utilizando-se das operações inversas e quais tipos só podem ser resolvidos efetuando a mesma operação nos dois membros da equação.

Na coleção Ideias e Desafios a transposição das praxeologias matemáticas existentes em volta dos subtipos de tarefas referentes à resolução de equações do 1º grau se deram por meio de três momentos: o primeiro momento introdução de um problema ou uma situação realizada para formar ou sistematizar a técnica eletiva para resolver a equação (subtipo de tarefa) procurada na situação, por meio de uma explicação do procedimento de resolução. No entanto, é nesse momento que se enunciam as propriedades ou afirmações que integram os elementos tecnológicos que explicam ou justificam a técnica sistematizada.

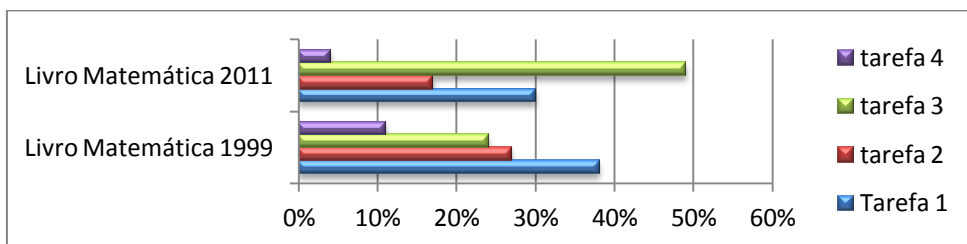
O segundo momento é destinado à avaliação dos elementos técnico-tecnológicos, ocorrendo de forma implícita nos enunciados.

O terceiro momento é dedicado ao trabalho da técnica, indicado nas seções exercícios; exercícios complementares e problemas.

Concluimos que a transposição dos procedimentos aritméticos para os procedimentos algébricos não é realizada de forma explícita nessa coleção. As autoras indicam dois processos (técnicas): o processo geral para resolução de equações em que adota procedimentos para encontrar a raiz da equação e o outro processo em que a regra prática resumiria as etapas, isto é, isolar o x para o 1º membro invertendo os sinais dos coeficientes ou incógnitas.

No que concerne à organização didática, o mesmo se dá em dois momentos didáticos. O primeiro, denominado de elaboração e sistematização das técnicas eleitas para resolver equações (subtipos de tarefas) exploradas nas situações introdutórias que se realizam por meio da explicação do processo de resolução. É nesse momento que se enunciam as propriedades ou afirmações que constituem os elementos tecnológicos que explicam ou justificam as técnicas sistematizadas. O segundo, denominado momento do trabalho das técnicas, ocorre através da realização de exercícios apresentados logo em seguida ao processo de sistematização:

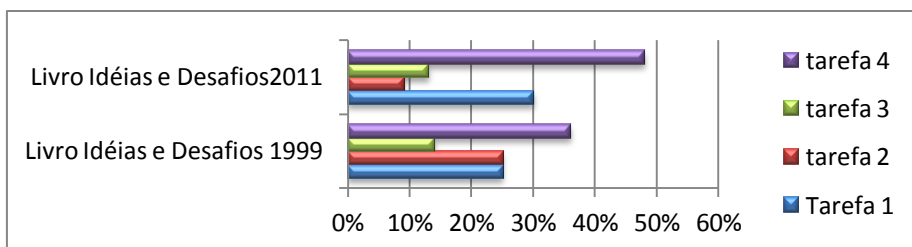
Gráfico 1: Comparativos Subtipos de Tarefas livro Matemática 1999 e 2011



Podemos destacar com base na tabela acima que a coleção Matemática dá uma ênfase maior nas tarefas t1 ($ax+b=c$, ou seja equações do tipo $2x+4=30$ com (38%) das atividades proposta nos exercícios. E na avaliação 2011 t3 ($a_1x+b_1=a_2x+b_2$), por exemplo, $2x-2=x+10$ com (49 %).

Já, com relação à coleção Ideias Desafios o gráfico 2 mostra:

Gráfico 2: Comparativos Subtipos de Tarefas livro Ideias e Desafios 1999 e 2011

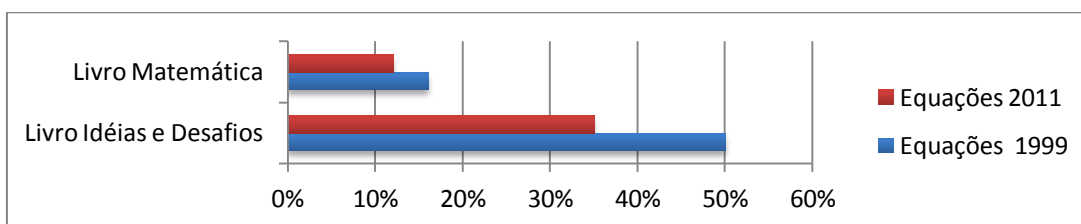


A coleção Ideias e Desafios concentra-se nas tarefas t4 ($A_1(x) = A_2(x)$) equações do tipo $2(x+3)=2(2x-1)$ com (36%) das atividades propostas nos exercícios, e em 2011 alterou o percentual que passou a ser de (48%). De forma que podemos inferir que a coleção Matemática concentra-se nas questões mais simples de introdução as equações do primeiro grau e a coleção Ideias e Desafios faz o oposto, trabalhando mais as equações mais complexas.

Na avaliação de 1999 essa avaliação fez uso de mais tecnologias e concentrou-se na tecnologia da propriedade distributiva da multiplicação e propriedades gerais da igualdade com 32%. Em 2011 com 61%, permanecendo maior concentração nas propriedades distributivas da multiplicação/propriedades gerais inversa.

Podemos destacar que a coleção Ideias e Desafios faz uso de mais equações (prontas para serem resolvidas) chegando a quase três vezes mais equações apresentadas que a coleção Matemática, como mostra o gráfico 3:

Gráfico 3: Comparativo de equações nos Livros Matemática e Ideias e Desafios



A coleção Matemática prioriza desde a primeira avaliação os exercícios referentes aos problemas com 80% dos capítulos e as equações prontas para serem resolvidas não chegam a 20% nesses capítulos.

Na primeira avaliação a coleção Ideias e Desafios tem os exercícios divididos em 50% com problemas e 50% com equações prontas para serem resolvidas, de forma que, na avaliação seguintes houve uma inversão, os problemas passaram a serem na ordem de 65% e as equações com 35%.

7.Considerações Finais

Tomando como referência as coleções aprovadas nos PNLD de 1999 e 2011, este trabalho de pesquisa nos permitiu concluir que as coleções analisadas desenvolvem trabalhos de elaboração e sistematização de diferentes técnicas para realizar os diferentes subtipos de tarefas relativos à resolução de equações do 1º grau. Todavia, tais coleções não justificam a existência dessas diferentes técnicas, assim, não deixam claro os limites ou potencialidades de cada técnica, além de não esclarecerem a distinção entre procedimentos aritméticos e algébricos (CHEVALLARD, 1984).

As transposições didáticas realizadas nessas coleções relativas ao conceito de equação do 1º grau falham em não deixar clara a transição dos métodos de resolução aritméticos para os métodos de resolução algébricos, assim como não realizarem adequadamente a passagem da Aritmética para Álgebra, como também apontou Araujo (2009). O uso da metáfora da balança de dois pratos nessas coleções são bem presentes nessas avaliações.

Por fim, podemos inferir que as coleções passaram por mudanças no tocante ao quantitativo de exercícios. A coleção Matemática desde a primeira avaliação fazia uso de mais problemas relacionado a equações. A coleção Ideias e Desafios na avaliação de 1999 fazia uso de 50% de problemas e 50% de equações. Nas avaliações seguintes passou a fazer mais uso de problema, ficando cerca de 25% de equações para serem resolvidas nos exercícios.

Verificamos que as coleções não modificaram as praxeologias matemáticas ao longo das avaliações. Contudo, percebemos que os autores modificaram suas coleções em relação às praxeologias didáticas.

8.Referências

ARAUJO, A. J. de, O ensino de Álgebra no Brasil e na França: um estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. Tese de doutorado, UFPE, 2009.

BARBOSA E. J. T.; LINS A. F. (Bibi Lins). Equação do Primeiro Grau: um estudo das organizações matemática e didática. In: Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, PE, junho de 2011.

_____.(No Prelo). Equações Polinomiais do Primeiro Grau em Livros Didáticos: Organizações Matemática e Didática. Educação Matemática Pesquisa.

BEDNARDZ, N., KIERAN, C. et LEE, L. Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers, London, 1996.

BERNARD, J.E.; COHEN, M.P. Uma integração dos Métodos de Resolução de Equações numa Sequência evolutiva de Aprendizagem. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. Parte 3: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 10, p. 111-126.

BOOTH,L. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 3, p. 23-36.

- BOUJADDI, M. Algèbre et généralisation en classe de seconde: ‘à chacun sa vérité’. Mémoire professionnel: I.U.F.M. de Grenoble, 1996.
- BOSCH, M. GASCÓN, J. Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BOYER, C. B. História da Matemática. 2º edição – tradução: Elza F. Gomide, Editora: Editora Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Guia de Livros Didáticos. Brasília, DF, 1998, v. único, 5ª a 8ª séries. 599 p.
- _____. _____. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Guia de Livros Didáticos. Brasília, DF, 2010, v.3, 6º a 9º séries. 96 p.
- _____. _____. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática. Brasília, DF, 1998. 142 p.
- BRITO MENEZES, A.P.A.. Contrato Didático e Transposição Didática: Inter- Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado, UFPE, 2006.
- CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.
- _____. Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège: l'évolution de la transposition didactique. In : Petit X n° 5, IREM, Grenoble, 1984.
- _____. Le passage de l'arithmétique a l'algebre dans l'enseignement des mathématiques au college. Deuxieme partie. Petit x n° 19, IREM de Grenoble, pp.43-75, 1989.
- _____. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L’approche anthropologique. Actes de l’U.E. de la Rochelle, 1998.
- FIORENTINI D; MIORIM, M. A; MIGUEL, A. As concepções de educação algébrica. Pro-Posições. São Paulo: Cortez, 19 mar, v.1, n.1, p.39-54, 1993.
- FREITAS, J. L.M. Produção de Provas em Aritmética-Álgebra por Alunos Iniciais de Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII Encontro de Educação Matemática, Recife, PE, 2004.
- FIORENTINI D; MIORIM, M. A; MIGUEL, A. As concepções de educação algébrica. Pro-Posições. São Paulo: Cortez, 19 mar, v.1, n.1, p.39-54, 1993.
- FREITAS, J. L.M. Produção de Provas em Aritmética-Álgebra por Alunos Iniciais de Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais do VIII Encontro de Educação Matemática, Recife, PE, 2004.
- GARCIA, F. F. Aspectos históricos del paso de la aritmética al Álgebra. In: Revista de Didáctica de las Matemáticas. Número 14, ano IV, outubro de 1997. Barcelona: Graó.
- GERMI, P. E. Statut des lettres et notion de variable. Petit x, número 45, p. 59- 79. Grenoble/França, 1997.
- IMENES, L. M. Matemática. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione, 1ª ed. 1998.
- _____. Matemática. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. São Paulo: Moderna, 1ª ed. 2009.
- KIERAN, C. The learning and teaching of algebra. Montreal: Université du Québec à Montréal, 1992.

KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

LEE, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. Em: BEDNARZ, N.; KIERAN, C. & LEE, L. (Eds.) (1996). Approaches to Algebra: Perspectives of Research and Teaching. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 87-106.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI. 4 ed. Campinas: Papirus Editora, 1997, 176 p.

MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?, Prô-posições, vol. 3, n° 1, Campinas, SP, 1992.

MIORIN, Â; MIGUEL, A e FIORENTINI, D. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre Álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. Zetetiké - n°1, UNICAMP, Campinas, SP, 1993.

MORI, I. Matemática: idéias e desafios. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 6ª ed. 1998.

_____. Matemática: idéias e desafios. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9ºano. São Paulo: Saraiva, 15ª ed. 2009.

SOUZA, E. R; DINIZ, M. I. S. V. Álgebra: das variáveis às equações e funções. 2 ed. São Paulo: IME-USP, 1996. 111 p.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Org.). As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995, Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 2, p. 09-22.