ANÁLISE DE ERROS: UMA POSSIBILIDADE DE TRABALHO EM CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Helena Noronha Cury
Centro Universitário Franciscano
curyhn@gmail.com

Resumo:
Neste trabalho é apresentada uma investigação realizada com 141 alunos de cursos de Licenciatura em Matemática, que resolveram cinco questões de um teste sobre conteúdos de Matemática da educação básica. As soluções foram submetidas à metodologia de análise de conteúdos dos erros e os resultados mostram que a maior parte desses alunos têm dificuldades na resolução dessas questões, evidenciando problemas em relação às operações algébricas e suas propriedades, a conceitos como os de número primo e de equação e à generalização de padrões. Considera-se que, se essas dificuldades não forem discutidas nos cursos de Licenciatura, serão levadas adiante, para a própria sala de aula do futuro professor, trazendo como consequência um ensino frágil, que pode levar seus alunos a erros do mesmo tipo.

Palavras-chave: Análise de erros; formação inicial de professores; cursos de licenciatura em matemática.

1. Introdução

Neste trabalho, são relatados os resultados finais de uma pesquisa desenvolvida de 2010 a 2012. A investigação compreendeu duas fases distintas: na primeira, cujos resultados já foram apresentados em artigos ou capítulos de livros, foi feito um levantamento de dissertações e teses disponibilizadas em sites de Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática e foram classificadas essas produções.

Na segunda fase da investigação, aqui relatada, foi aplicado um instrumento de pesquisa a 141 licenciandos em Matemática de oito Instituições de Ensino Superior de quatro regiões brasileiras, com o objetivo de analisar dificuldades encontradas por professores em formação inicial, para aprofundar os estudos sobre as possibilidades do uso da análise de erros como abordagem de pesquisa e ensino em Educação Matemática, em cursos de formação inicial e continuada.

O teste constou de cinco questões sobre conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental ou Médio, retiradas de exames de Matemática realizados no Brasil ou no exterior, para os níveis de ensino citados (ou correspondentes).

Os procedimentos metodológicos e os resultados da aplicação do teste são aqui relatados, bem como as conclusões obtidas após a análise dos dados.

2. Embasamento Teórico

A análise de erros em questões de Matemática, solucionadas por alunos em qualquer nível de ensino, é uma atividade desenvolvida pelos professores, em geral como parte do processo de avaliação. No entanto, se nos restringirmos a apontar os erros, não estaremos aproveitando seu potencial para qualificar a aprendizagem, pois o aluno não está sendo desafiado a utilizar seus erros para construir novos conhecimentos.

Os erros evidenciam dificuldades na aprendizagem, mas sua ocorrência não deve ser apenas apontada ou penalizada; é preciso utilizá-los para promover a aprendizagem, a partir de estudos e pesquisas e da elaboração de estratégias de ensino baseadas nas dificuldades detectadas. Portanto, há pontos em comum entre a avaliação e a análise de erros, mas cada atividade pode ser desenvolvida separadamente e cada uma tem seus objetivos específicos.

Desde a última década do século XX, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) vem promovendo estudos, pesquisas e avaliações sobre o Sistema Educacional Brasileiro. Os resultados da Prova Brasil, do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), do ENADE (Exame Nacional de Desempenho de Estudantes) e do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) mostram a situação dos alunos de vários níveis de ensino e trazem preocupações para as instituições responsáveis pelo Ensino Fundamental, Médio ou Superior, haja vista os resultados às vezes desanimadores, em especial os relacionados à Matemática.

No entanto, mesmo sendo uma fonte de informações claras e confiáveis, que podem subsidiar os professores, gestores e pesquisadores na busca de melhorias para os processos de ensino e aprendizagem, a maior parte dos resultados desses exames, divulgados pela mídia ou pelo próprio site do INEP, enfocam aspectos quantitativos das soluções dadas pelos respondentes. É preciso aprofundar a análise dos dados, enfocando as respostas às questões abertas que são propostas em alguns desses exames. O conhecimento das estratégias de solução, bem como das dificuldades apresentadas pelos alunos ao tentar resolver os problemas, podem evidenciar aspectos do processo de ensino de Matemática que não são detectados em questões de múltipla escolha.

A análise de erros como abordagem de pesquisa vem sendo desenvolvida desde os anos iniciais do século XX, com abordagens distintas segundo a orientação dos diferentes pesquisadores. Alguns trabalhos não se referem explicitamente a erros, mas a dificuldades ou obstáculos (KRUTETSKII, 1976; BROUSSEAU, 1983). Os trabalhos de Borasi (1987, 1988, 1996) enfatizam as várias maneiras de utilizar os erros como ferramentas para a aprendizagem e a autora propõe uma taxionomia de uso dos erros, enfocando-os segundo o objetivo (remediação, exploração ou descoberta) e o nível de discurso matemático (tarefas específicas, compreensão de um conteúdo técnico-matemático ou compreensão sobre a natureza da Matemática). É de Borasi (1996) a ideia de aceitar os erros e trabalhar com eles em cursos de formação de professores, para desequilibrar suas certezas e levá-los a reconstruir conhecimentos que se constituem em obstáculos.

Buscando exemplos de pesquisas sobre dificuldades em Matemática ou, especificamente, erros cometidos por estudantes, são encontrados trabalhos estrangeiros e brasileiros, desde 1940 até os dias atuais. As pesquisas sobre dificuldades ou erros são realizadas, preferencialmente, nos níveis fundamental e médio do ensino, sendo encontradas análises de erros cometidos por alunos de ensino superior somente nos últimos anos (CURY, 2007). Sobre a análise de erros cometidos por professores, também não é frequente encontrar publicações, mas há, como exemplo, as dissertações de Segura (2005) e Ferreira (2009), bem como a comunicação de Souza et al. (2008).

No trabalho com a produção escrita em Matemática, de alunos ou de professores, os procedimentos desenvolvidos constam, em geral, de correção das soluções segundo critérios previamente estabelecidos, descrição das soluções e classificação dos erros. Alguns pesquisadores (RADATZ, 1979; ENGLER et al., 2004; JOJOT, 2009) apresentam apenas as classificações dos erros; outros procuram interpretar as dificuldades dos alunos, buscando formas de auxiliar os estudantes ou de diminuir a ocorrência de erros (ESTELEY; VILLARREAL, 1996; CABRAL; BALDINO, 2004).

Dependendo da abordagem metodológica da pesquisa, as classificações podem envolver critérios *a priori* ou *a posteriori*. As interpretações dos erros podem se apoiar em pressupostos teóricos prévios ou em considerações posteriores, por comparação com resultados encontrados por outros investigadores.

No trabalho com professores em formação inicial e continuada, o objetivo principal do trabalho com análise de erros pode ser o de explorar o potencial dos erros detectados, especialmente porque a discussão das próprias dificuldades pode desafiar os professores a refletirem sobre suas “certezas” e a melhor capacitá-los para o trabalho com seus alunos.

Como referência para a formação inicial do professor de Matemática no Brasil, encontram-se as Diretrizes Curriculares Nacionais, para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2001a) e para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena (BRASIL, 2001b). O primeiro documento menciona que

> Os conteúdos descritos a seguir, **comuns a todos os cursos de Licenciatura**, podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela IES:
> · Cálculo Diferencial e Integral
> · Álgebra Linear
> · Fundamentos de Análise
> · Fundamentos de Álgebra
> · Fundamentos de Geometria
> · Geometria Analítica
> A parte comum deve ainda incluir:
> a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
> b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
> c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (BRASIL, 2001a, p. 5-6. Grifos originais).

No momento em que essas diretrizes indicam que tais conteúdos “podem” ser distribuídos, dá margem a que haja uma diversidade muito grande nas matrizes curriculares e nas cargas horárias das disciplinas dos cursos de Matemática, evidenciada em uma busca aos sites dos cursos de Licenciatura em Matemática disponibilizados na página do INEP. Os resultados do ENADE mostram que uma grande parte dos futuros professores não domina os conteúdos que devem ser ensinados no Ensino Fundamental ou Médio e dessa forma o problema se expande, com consequências sobre os resultados de exames tais como SAEB, ENEM e PISA.

Entre as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas nos cursos de Licenciatura em Matemática, segundo o mesmo documento, encontram-se a “capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento” (p. 3-4), a participação em programas de educação continuada e a realização de estudos pós-graduados. Ora, se há dificuldades em conteúdos matemáticos, evidenciadas no ENADE e em pesquisas sobre erros, já mencionadas anteriormente, então o engajamento em programas de formação continuada e os estudos pós-graduados deveriam ser estimulados em todas as Instituições de Ensino Superior.

Já o parecer CNE/CEP 009/2001 (BRASIL, 2001b) disserta amplamente sobre a formação do professor da Educação Básica e menciona que:

> Nos cursos atuais de formação de professor, salvo raras exceções, ou se dá grande ênfase à transposição didática dos conteúdos, sem sua necessária ampliação e solidificação –*pedagogismo,* ou se dá atenção quase que exclusiva a conhecimentos que o estudante deve aprender – *conteudismo* , sem considerar sua relevância e sua relação com os conteúdos que ele deverá ensinar nas diferentes etapas da educação básica. (p. 21. Grifos originais).

Essa parece ser ainda a situação dos cursos de Licenciatura, pois as mudanças curriculares que foram efetivadas nos últimos anos, com grande atraso em relação à data originalmente estabelecida, não superaram o "conteudismo" e nem solidificaram os conhecimentos que os professores precisam dominar para ensinar na Educação Básica. Assim, muitos deles, conscientes das dificuldades para ensinar certos tópicos, buscam cursos de formação continuada, *lato* e *stricto sensu*.

Referindo-se à formação continuada de professores, Oliveira (2003) enfatiza:

> A formação do professor não finaliza com o término da graduação e nem pode ser concebida de maneira estanque. Esta ocorre também no cotidiano do professor, no exercício da sua prática docente e na participação em ações de formação continuada (cursos, projetos, leituras, trocas de experiências e pesquisas). (p. 19-20).

Assim, a possibilidade de discutir os problemas da prática, como as dificuldades relacionadas a determinados conteúdos matemáticos e os erros cometidos por professores em formação, é uma forma de complementar a formação inicial e pode fazer com que o docente se acostume a refletir sobre seus próprios erros, trocando experiências com colegas mais experientes.

3. Procedimentos Metodológicos

Para a aplicação do teste a alunos de Licenciatura em Matemática, foram convidados docentes que lecionam em cursos de formação inicial ou continuada de professores, em Instituições de Ensino Superior (IES) de quatro regiões brasileiras. Dessa forma, foi obtida uma amostra intencional de 141 licenciandos e a distribuição por região é indicada no Quadro 1, a seguir:

Quadro 1 – Distribuição dos respondentes por região

Região	Nº de licenciandos

Norte	32
Nordeste	53
Sudeste	29
Sul	27
Total	**141**

Para a análise dos dados obtidos a partir das respostas dos alunos, foi empregada a metodologia de análise de conteúdo dos erros (CURY, 2007), baseada em Bardin (1979) e realizada em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados.

Na primeira fase, os testes respondidos foram fotocopiados e numerados, com indicação do nome do aluno e número, ao lado de cada questão. Em seguida, foram recortadas as soluções e as respostas válidas de cada questão (as que não estão em branco) foram coladas em folhas tamanho A4, permitindo ao pesquisador a leitura de todas as respostas. Esse conjunto de questões organizadas forma o *corpus*, sobre o qual o investigador se debruça para realizar a análise das respostas.

Na correção das respostas, foram seguidos os procedimentos adotados na correção de questões do PISA, considerando quatro categorias: resposta correta (código “2”), resposta parcialmente correta (código “1”), resposta incorreta (código “0”) e ausência de resposta (código “9”).

A segunda fase da análise, de exploração do material, envolveu o processo de unitarização e classificação das respostas parcialmente corretas ou incorretas, lidas novamente para definir as categorias de erro. Os critérios de classificação foram determinados *a posteriori*, a partir do próprio material, com o agrupamento das respostas semelhantes.

Já na fase de tratamento dos resultados, foi elaborado um texto-síntese sobre as categorias de erros, com apoio de exemplos retirados do próprio *corpus*.

Nem as IES nem os alunos foram identificados e os estudantes, ao responder ao teste, autorizaram a utilização das respostas nos relatos da pesquisa.

4. Resultados Obtidos na Pesquisa

Esperava-se que os participantes desta pesquisa, alunos de Licenciatura em Matemática, cursando pelo menos o terceiro semestre, já tivessem desenvolvido habilidades que lhes permitissem resolver a maior parte do teste aplicado. No entanto, pelo

Quadro 2, que indica a distribuição de respostas em cada categoria, vê-se que a situação é distinta.

Quadro 2 – Distribuição das respostas por categoria e por questão

Categorias	**Questões**									
	1		**2**		**3**		**4**		**5**	
	N.	%	N.	%	N.	%	N.	%	N.	%
Correta	17	12	18	13	3	2	47	33	56	40
Parcialmente correta	29	21	3	2	72	51	81	57	12	9
Incorreta	77	55	86	61	61	43	8	6	65	46
Em branco	18	13	34	24	5	4	5	4	8	6
Total	**141**	**100**	**141**	**100**	**141**	**100**	**141**	**100**	**141**	**100**

Primeiramente, nota-se que em nenhuma questão houve mais do que 40% de respostas corretas; em seguida, vê-se que as percentagens de respostas incorretas nas questões 1 e 2 ultrapassam 50%. Se esses futuros professores apresentam tais dificuldades, então é possível supor que seus alunos também terão problemas na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Na análise qualitativa das respostas, para cada questão foi feita uma classificação dos erros, sendo descritas e exemplificadas cada uma das classes (que variaram de questão para questão).

Na questão 1, era solicitado*: Quais são os números primos p tais que p^4+1 também é número primo?*

Verificou-se, entre respostas parcialmente corretas e incorretas, os seguintes casos:

a) o aluno emprega estratégia correta, com demonstração ou, pelo menos, justificativa para a resposta por meio de conceitos de número par ou ímpar, mas faz algum erro de cálculo;
b) o aluno emprega estratégia correta, com demonstração ou, pelo menos, justificativa para a resposta por meio de conceitos de número par ou ímpar, mas considera que p=1 satisfaz a propriedade;
c) o aluno apresenta a resposta correta (p=2), mas só justifica por tentativa, calculando o valor de p^4+1 para p=2 ou para mais alguns primos;
d) o aluno apenas cita números, sem apontar qualquer cálculo;
e) o aluno testa alguns números naturais, primos ou não, na expressão p^4+1 e conclui que 1 e 2 são as soluções ou não indica qualquer conclusão ou, ainda, não testa p=2 e assim conclui que não existem primos que satisfaçam a expressão;

f) o aluno apresenta uma resposta errada que envolve radical;

g) o aluno apresenta resposta errada, sem testar valores, emitindo conceitos errôneos.

Na segunda questão do teste, solicitava-se: *Quantos pares (x,y) de números reais existem, tais que* $x + y = xy = \frac{x}{y}$ *?*

Ao concluir a análise das respostas, nota-se que as soluções dadas à questão parecem indicar que os alunos não visualizaram, nas duas igualdades apresentadas, a possibilidade de separar em três equações e resolver cada uma delas, para utilizar os dados em outra. Não estando a equação apresentada na forma mais usual (dois membros separados por um sinal de igualdade), os alunos tentaram apenas indicar um par ordenado de reais que, em sua opinião, satisfazia a alguma das equações ou então concluíram que não existia resposta.

Nos casos em que tentaram desenvolver a solução, os alunos fizeram erros relacionados às propriedades das operações com números reais, como, por exemplo, a distributiva da multiplicação em relação à adição. Também notamos que alguns alunos parecem ter introjetado a ideia de que, ao "passar para o outro membro deve-se trocar o sinal", sem entender que essa "propriedade" vale quando se está somando ou subtraindo a mesma quantidade dos dois lados da equação, mas não quando se está multiplicando ou dividindo ambos os membros por um mesmo valor. Como exemplo, é reproduzida a resposta de um dos participantes, na Figura 1:

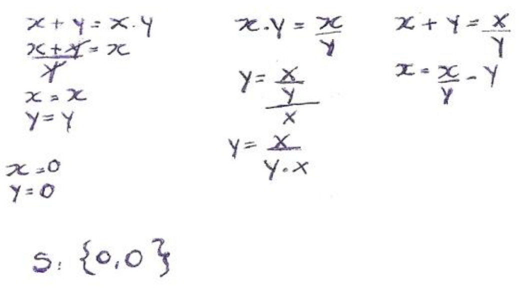


Figura 1 – Resposta errada de um dos licenciandos

Nesta questão, ao se depararem com uma situação matemática que remete ao significado processual-tecnicista (RIBEIRO, 2008) – uma equação escrita na forma algébrica simbólica – os alunos não se utilizaram de alguma técnica ou processo que conheciam para buscar a solução para a questão. Pelo contrário, vários deles utilizaram tentativas de substituição de valores para buscar a resposta ao problema.

Na terceira questão, solicitava-se: *Determine, para* $x \varepsilon IR^*$, *a expressão mais simples que é equivalente a* $\dfrac{\frac{x}{4}-\frac{1}{x}}{\frac{1}{2x}+\frac{1}{4}}$

As respostas parcialmente corretas, em geral, mostraram alguns lapsos, tais como não fazer a ressalva de que x tem que ser diferente de -2 ou errar o mínimo múltiplo comum entre 2x e 4. Já entre as respostas erradas, nota-se que os alunos:

a) não dominam as operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão de frações algébricas;
b) não simplificam a expressão até a forma mais simples;
c) igualam o numerador ao denominador ou igualam um dos membros ou ambos a zero ou, ainda, igualam a expressão final a zero;
d) não empregam adequadamente a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (ou subtração), porque não efetuam corretamente a fatoração e erram o cancelamento;
e) substituem x por um valor numérico para fazer os cálculos.

Apresentando nessa questão uma solicitação aparentemente trivial, de simplificação de uma expressão algébrica, esperava-se que os futuros professores já dominassem esse assunto, trabalhado desde o Ensino Fundamental. No entanto, as dificuldades e erros mostram que é necessário investir mais tempo em tópicos que serão ensinados por eles desde a Educação Básica.

A questão 4 foi adaptada do problema de número 54 do ENEM de 2008 e tem o seguinte enunciado: *O triângulo de Sierpinski é uma das formas elementares da geometria fractal. Para construí-lo, considere um triângulo equilátero e, ligando os pontos médios de cada lado, remova o triângulo interno. Para cada um dos triângulos pretos remanescentes, repita esse processo, de forma que, em cada estágio, o triângulo interno seja removido, conforme vemos nas figuras abaixo:*

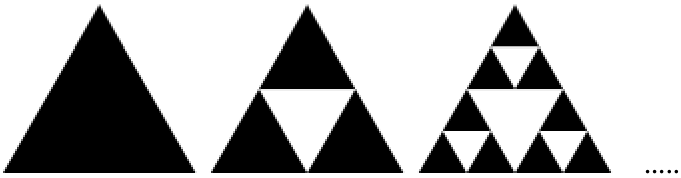


Figura 1 Figura 2 Figura 3

De acordo com esse procedimento, quantos triângulos pretos têm a Figura 4 (Figura de ordem 4) da sequência acima? E a Figura de ordem n?

Esta questão teve maior número de acertos. Os erros cometidos mostram que alguns dos licenciandos participantes não conseguem generalizar o número de triângulos pretos para uma figura de ordem n, procedimento bastante exigido no Ensino Fundamental ou Médio. Como exemplos de erros cometidos, citamos algumas soluções:

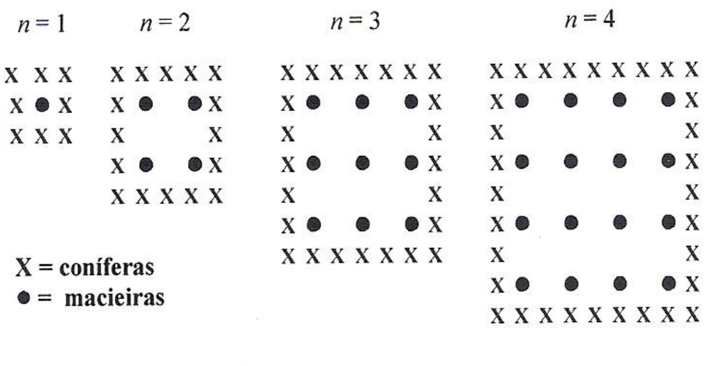
a) um aluno indicou o número de triângulos pretos (24); a seguir, escreveu: f(2)=2, f(3)=9 e f(4)=24. Com esses valores, fez a suposição de que f(x) seja uma função de 2º grau, $f(x)=ax^2+bx+c$, e escreveu: f(2)=4a+2b+c=3 e f(3)=9a+3b+c=9. Após, o aluno fez as diferenças entre as equações criadas e indicou, ao final, que f(x) não é de 2º grau. Concluiu então: "*Fazendo esses testes (contas) sucessivamente, podemos descobrir qual é a f(x), i.e, função que rege a lei de formação da quantidade de triângulos pretos. Para corroborar a fórmula, basta fazer o Princípio da Indução Finita*";

b) um aluno fez um desenho, riscou uma parte, escreveu "27" ao lado da figura, concluiu que 81 é o próximo número, mas não expressou uma forma geral nem respondeu às questões;

c) um aluno respondeu: "*a figura 4 tem 81 triângulos*" e, abaixo, "*n será a sua antecessor ao quadrado*";

Além da dificuldade em encontrar uma fórmula para generalizar o número de triângulos pretos, nota-se que alguns desses licenciandos ainda "misturam" conceitos estudados, como o princípio da indução finita, e não conseguem se expressar em linguagem matemática.

A questão 5, adaptada do PISA, teve o seguinte enunciado: *Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protegê-las contra o vento, ele planta coníferas ao redor do pomar. O diagrama abaixo mostra essa situação, no qual se pode ver as macieiras e as coníferas, para um número n de filas de macieiras.*



Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima, em função do número n de filas de macieiras. Determine-as e utilize-as para encontrar o valor de n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas.

Nessa questão, também houve maior número de acertos, mas parece que os participantes que erraram o fizeram por não atender ao que Radford (1996) considera como habilidades complementares: a generalização de padrões e a resolução de problemas.

Além disso, sendo um problema contextualizado, esperava-se que ficasse clara a condição inicial, a saber: existem macieiras e coníferas na plantação representada e n=0 não é resposta plausível.

Os 65 alunos que responderam incorretamente a questão apresentaram erros bastante variados, tais como:

a) só há testagem de valores para obtenção da resposta;
b) só há indicação de números de macieiras ou coníferas no desenho apresentado, mas o aluno não efetua qualquer cálculo nem responde às perguntas;
c) há apenas a escrita de uma das fórmulas mas não há resposta para a segunda pergunta, sobre o valor de n que iguala o número de macieiras e coníferas;
d) o aluno escreve uma resposta totalmente equivocada ou erra na contagem das árvores do desenho ou, ainda, não consegue obter qualquer uma das fórmulas. Como exemplo, citamos uma das respostas classificada nessa categoria: *c=2m+1, utilizando m para o número de macieiras e c para o número de coníferas. O valor de m para o qual o número de macieiras seja igual ao número de coníferas é: 2m+1=c/2 - 1*

No segundo semestre de 2011 e no início de 2012, foram reaplicadas questões do mesmo instrumento de pesquisa a alunos de uma turma de Licenciatura em Matemática e de uma turma de mestrado em Ensino de Matemática, com nova análise dos dados, realizada da mesma forma. Discutindo os resultados com alguns graduandos que participaram das duas etapas, destacam-se algumas opiniões: "*os resultados não foram tão proveitosos devido que as questões aplicadas não são trabalhadas no curso de graduação*"; "*os resultados obtidos nas questões não foram satisfatórios, mas o ensino na universidade não é ruim, os nossos erros vieram da base*"; "*acho que o resultado foi muito fraco, por se tratar de alunos do 5º período em diante e que já deveriam estar com uma bagagem de conhecimentos suficientes para responder corretamente as questões*".

O interesse dos licenciandos em receber o *feedback* de seu desempenho e de discutir os erros cometidos, bem como as respostas acima apontadas, mostram que, efetivamente, ao serem confrontados com suas dificuldades, esses alunos têm a oportunidade de refletir sobre problemas que poderão enfrentar em sua prática docente.

Os depoimentos revelam que esses futuros professores de Matemática reconhecem a existência de lacunas na sua formação inicial. Essa tomada de consciência oportuniza uma reflexão sobre seus erros e sobre o processo de ensino, pois o aprender a ser professor vai além do domínio dos conteúdos e das técnicas de resolução, envolve uma reflexão sobre a prática, em que a análise de erros passa a ser uma ferramenta que contribui para o processo de aprendizagem.

5. Considerações finais

Retomando os erros cometidos por esses licenciandos em Matemática, pode-se supor que, se essas dificuldades não forem discutidas no curso de Licenciatura, serão levadas adiante, para a própria sala de aula do futuro professor, trazendo como consequência um ensino frágil, que pode levar seus alunos a erros do mesmo tipo.

As dificuldades em entender os números primos, por exemplo, e justificar a resposta para a pergunta feita mostram que é necessário revisar o ensino desse conteúdo em cursos de Licenciatura em Matemática, para propiciar que os futuros professores tenham uma boa base matemática que lhes permita ensinar tal tópico aos seus alunos, desde o Ensino Fundamental. Da compreensão sobre números primos dependem muitos outros conceitos, apresentados em qualquer nível do ensino de Matemática.

Moreira e David (2005) criticam o processo de formação de licenciandos que se recusa a discutir “conceitos e processos que são fundamentais na educação escolar básica em Matemática” (p. 42) e perguntam se o “não-saber” proveniente de deficiências na formação pode ser superado pela prática. Acredita-se, enfaticamente, que a resposta a essa pergunta é “não” e concorda-se com os autores quando salientam que, a par do conhecimento “produzido na prática docente, há que se compreender também a natureza dos ´não-saberes` associados a essa mesma prática.” (Ibid., p. 43).

Conforme Borasi (1996), a análise de erros, dependendo dos objetivos com os quais é realizada, pode proporcionar remediação dos erros, exploração ou descobertas feitas a partir deles. No trabalho realizado neste projeto, com professores em formação inicial e continuada, o objetivo principal foi a exploração do potencial dos erros detectados, especialmente porque a discussão das próprias dificuldades pôde desafiar os professores a refletir sobre suas “certezas” e a melhor capacitá-los para o trabalho com seus alunos.

6. Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo auxílio para o desenvolvimento desta pesquisa, conforme Processo CNPQ 310947/2009-0.

7. Referências

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 1979.

BORASI, R. Alternative perspectives on the educational uses of errors. In: COMISSION INTERNATIONALE POUR L´ÉTUDE ET L´AMÉLIORATION DE L´ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, 39., 1987, Sherbrooke, Canada. *Proceedings*... Sherbrooke; CIEAEM, 1987. p. 1-12.

______. Sbagliando s’impara: alternative per um uso positivo degli errorri nella didattica della matematica. *L‘insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, v. 11, n. 4, p. 365-404, apr. 1988.

______. *Reconceiving mathematics Instruction*: a Focus on Errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais, para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília, 2001a. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 29 dez.. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.* Brasília, 2001b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf >. Acesso em: 20 dez. 2012.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, v. 4, n.2, p. 165-198, 1983.

CABRAL, T. C. B.; BALDINO, R. R. O ensino de matemática em um curso de engenharia de sistemas digitais. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas matemáticas em cursos superiores*: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 139-186.

CURY, H. N. *Análise de erros:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

ENGLER, A. et al. Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa de la Sociedad Argentina de Educación Matemática*, v. 6, n. 23, p. 23-32, nov. 2004.

ESTELEY, C.; VILLARREAL, M. Análisis y categorización de errores en matemática. *Revista de Educación Matemática*, v.11, n.1, p. 16-35, 1996.

FERREIRA, P. E. A. *Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática*. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

JOJOT, B. N. Identificación y análisis de los errores cometidos por los estudiantes de introducción a la matemática. In: REUNIÓN DE DIDACTICA DE LA MATEMÁTICA DEL CONO SUR, 8., 2009, Asunción. *Actas*... Asunción: CEMPA, 2009. 1 CD-ROM.

KRUTETSKII, V. A. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

OLIVEIRA, A. M. P. de. *Formação continuada de professores de matemática e suas percepções sobre as contribuições de um curso*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

RADATZ, H. Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.10, n.3, p.163-172, May 1979.

SEGURA, R. de O. *Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de matemática*. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SOUZA, G. A. et al. Capacitando professores para o ensino de matemática financeira. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 6., 2008, Rio de Janeiro. *Anais*... Rio de Janeiro: SBEM-RJ, 2008. Disponível em: <http://www.sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/c4.pdf> . Acesso em 20. Dez. 2012.

RADFORD, L. Some reflections on teaching algebra through generalization. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Eds.). *Approaches to Algebra*. Dordrecht, The Nederlands: Kluwer, 1996. p. 107-111.

RIBEIRO, A. J. *Multisignificados de equação e o ensino de Matemática:* desafios e possibilidades. São Paulo: Blucher Acadêmico, 2008.