

## O PROBLEMA DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE MASCHERONI (1750 – 1800): ABORDAGEM E SOLUÇÃO HISTÓRICA ALIADA A SOLUÇÃO COM SOFTWARES GEOMÉTRICOS

*José Damião Souza de Oliveira*  
*Universidade Federal do Rio Grande do Norte*  
*damiaomatematica@hotmail.com*

*Giselle Costa de Sousa*  
*Universidade Federal do Rio Grande do Norte*  
*gisellecsousa@hotmail.com*

### **Resumo:**

O presente trabalho trata de uma pesquisa de mestrado em andamento que consiste em um estudo teórico-prático para desenvolver uma sequência didática de atividades embasados na solução histórica via TIC do problema das construções abrangidas pela teoria de Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) a respeito das construções geométricas. Transitando entre duas das tendências da educação matemática, *o uso da história da matemática e o uso de recursos tecnológicos para o ensino da matemática*, almeja-se uma aliança entre estas, a partir da apreciação do problema mencionado de modo que traremos a história envolta por uma nova abordagem com recursos computacionais, a fim de tornar a solução de problemas e/ou episódios da história da matemática mais dinâmica, permitindo que diante de um ambiente computacional os alunos possam desenvolver as atividades de forma mais eficaz e rápida, para explorarmos os conceitos matemáticos através do uso da história apoiados por softwares, particularmente, de Geometria Dinâmica.

**Palavras-chave:** História da Matemática; Lorenzo Mascheroni; Solução; Softwares.

### **1. Introdução**

Com o intuito da elaboração de uma sequência de atividades com base na solução histórica, apoiados pelas TIC, do problema de Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) a respeito das construções geométricas, a presente pesquisa inicia-se com a realização de um levantamento acerca de trabalhos recém-publicados em eventos da área, bem como, nos trabalhos acadêmicos nas categorias de dissertações e teses. Assim, além dos eventos, tal levantamento consiste na busca das seguintes fontes: banco de teses da CAPES, na BDTD e em alguns sites de programas de pós-graduação, ambos foram publicados no período de 2009 à 2012, tais relacionam a resolução de problemas históricos com softwares para

identificarmos produções educacionais que debatam a interação entre resolução de problemas históricos com o apoio de softwares educacionais.

Para realização deste levantamento a respeito do tema supracitado, foram designadas algumas subtemáticas para classificação dos trabalhos expostos, sendo estas:

1. O uso de softwares e história da matemática no ensino da matemática;
2. O uso de softwares no ensino da matemática sem abordagem histórica dos conteúdos explanados;
3. O uso de outros recursos tecnológicos<sup>1</sup> no ensino da matemática.

A primeira, *o uso de software e história da matemática no ensino da matemática*, é composta por trabalhos que tenham uma abordagem histórica de problemas matemáticos fazendo uso de software para sua resolução. Na segunda, *o uso de softwares no ensino da matemática sem abordagem histórica dos conteúdos explanados*, são trabalhos que apresentam o uso de softwares como um recurso para melhoria do ensino desta. Na terceira, *o uso de outros recursos tecnológicos no ensino da matemática*, trata-se da utilização de recursos tecnológicos gerais para o ensino da matemática.

Como segunda etapa da pesquisa, após a conclusão deste levantamento e análise do estado da arte, foi desenvolvida outra pesquisa bibliográfica para identificar problemas e/ou episódios da história da Matemática para construção do material final desta pesquisa. Como resultado, chegamos ao problema de Maschenori (1750 – 1800) sobre a construção de elementos geométricos apenas com compasso. A escolha dos softwares ocorreu em virtude da presença destes no laboratório de informática das escolas públicas de nosso estado.

Buscamos abordar as relações existentes nas diferentes formas de resoluções de problemas históricos, utilizando a álgebra e a geometria, quando for conveniente esta interação. Além disso, procederemos com a pesquisa histórica de caráter bibliográfica a fim de elucidar aspectos e/ou episódios históricos e personagens do tópico selecionado, ou seja, Mascheroni (1750 – 1800) e seu problema. Para isso buscamos fontes que relatem tais situações que basicamente consistem em livros de história da Matemática como Boyer (1996), Eves (2004), Wussing (1998) dentre outros, assim como artigos publicados em revistas e/ou periódicos, bem como em trabalhos acadêmicos.

---

<sup>1</sup>Aqui estamos utilizando a expressão outros recursos tecnológicos, para indicamos, por exemplo, vídeo aulas, sistemas online de interação entre professores e alunos, dentre outros.

Como terceira etapa da pesquisa, estamos caminhado para a elaboração de material didático para o ensino da matemática de tal tópico, uma sequência de atividades para ser aplicada com os softwares Geogebra<sup>2</sup> e Kig<sup>3</sup>. Para chegarmos ao êxito estamos passando por um estudo detalhado de seus meios e métodos de resolução, tanto as soluções apresentadas no decorrer da história da matemática como as possíveis implementações em tais softwares.

Como quarta etapa, daremos início a uma série de testes num projeto piloto, que faremos em uma e/ou duas turmas do ensino médio, algo que será dependente das condições físicas da escola<sup>4</sup> e/ou turma da licenciatura em Matemática, particularmente na disciplina de Fundamentos Epistemológicos da Matemática. Temos a intenção de que seja uma atividade prevista para ocorrer em um período de aproximadamente um bimestre, em conjunto com as atividades curriculares previstas na escola/disciplina, no entanto estas serão desenvolvidas em dias pré-estabelecidos de forma a auxiliar e aprimorar o desenvolvimento da turma quanto à aprendizagem do conteúdo.

## **2. Referencial teórico**

Passemos agora para uma discussão do tratamento que devemos ter com a história da matemática para que possamos levar uma abordagem dos conteúdos através do uso da história da matemática apoiada nas TIC.

Diante da importância do trabalho com história da matemática para o ensino de matemática defendido por autores como Mendes, Fossa e Valdés (2006), Mendes (2006 e 2009), Miguel e Miorim (2008), Fauvel e Maanen (2002), dentre outros, veremos no decorrer deste trabalho que, para tais, a história da matemática consiste num rico instrumento de apoio para o ensino. Assim, tomaremos como elemento norteador desta pesquisa a utilização da história da matemática como suporte teórico, sendo apresentada neste trabalho em união ainda com os argumentos favoráveis<sup>5</sup> ao uso de recursos tecnológicos a fim de potencializar a aprendizagem de conteúdos e/ou conceitos

---

<sup>2</sup> O GeoGebra é um programa livre de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em sala de aula, podemos ver mais detalhes deste software no seguinte site <http://www.geogebra.org>, onde também podemos fazer o download.

<sup>3</sup> O Kig é um programa para explorar construções geométricas, desenvolvido pelos seguintes autores: Dominique Devriese, Maurizio Paolini e Franco Pasquarelli.

<sup>4</sup> Detalharemos sobre a escola na sequência do texto.

<sup>5</sup> Sobre os argumentos favoráveis ao uso de recursos tecnológicos nos deteremos com mais detalhes no decorrer deste texto.

matemáticos abordados em sala de aula, através de um tratamento histórico da matemática escolar aliada ao uso de softwares.

No entanto Miguel e Miorim (2008) apresentam alguns outros argumentos que são contrários ao uso da história da matemática, fazendo algumas afirmativas do tipo, de que com a história, o professor perderá muito tempo da aula tendo assim prejuízo. Sabendo destas dificuldades propomos nesta pesquisa a utilização da história em ambiente computacional, para que se ganhe tempo e ainda significado.

Segundo Mendes (2009b), a história da matemática pode entrar em sala de aula para fortalecer os conhecimentos matemáticos do professor, servindo também de auxílio para responder a questionamentos acerca da utilidade e validade da matemática. Para que isto seja possível Mendes (2009b, p. 5) coloca que “é necessário conhecer e entender a matemática como uma criação humana” de modo que possamos ver uma maior ligação da matemática escolar com a matemática presente no cotidiano dos discentes.”

É com base nestas recomendações que o presente trabalho tem o intuito de construir um arcabouço teórico adequado para inserir a história dentro do ensino da matemática que, nesta pesquisa, aparecerá aliada a recursos tecnológicos. Evidenciamos em Mendes, Fossa e Valdés (2006) que a matemática escolar pode e deve ser recheada com seus elementos históricos, vindo a suprir as lacunas deixadas por um ensino que apenas apresenta a matemática por si só, sem que possa existir uma interação com as demais áreas do conhecimento científico. Mendes, Fossa e Valdés (2006), tratam a história da matemática como um elemento unificador para o ensino da matemática onde o enfoque histórico consiste numa proposta em que os alunos descubram a origem dos conceitos e métodos que lhes serão apresentados em sala de aula, como ressalta Fauvel e Maanen (2002) a tratar da história como incumbida de mostrar como os problemas surgem, evidenciando as condições e motivações do contexto sociocultural aos quais os problemas emergem e quais influências estes trazem para o conhecimento escolar e científico da matemática.

Mediante as exposições dos defensores do uso da história da Matemática para o ensino, bem como, cientes dos que não apresentam parecer favorável ao seu uso como um recurso metodológico auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da matemática, propomos apresentar o andamento de uma pesquisa que almeja uma aliança da utilização de episódios da história da matemática e/ou problemas históricos da matemática, de modo a trabalhar a interação entre as soluções historicamente conhecidas e suas possíveis

soluções através da interação com softwares e aplicativos computacionais, tendo em vista que se credita também nas potencialidades pedagógicas das TIC<sup>6</sup>.

A inserção de recursos tecnológicos ao ensino da matemática também consiste num tema bastante discutido na educação matemática. De fato, no Brasil há uma variedade de trabalhos onde se propõem a utilização de tais recursos, como uma fonte para melhoria na qualidade do ensino da matemática. Nesta ótica, estes recursos são indicados para serem utilizados tanto para a educação básica quanto para o ensino superior, como defendem Borba e Penteado (2007).

A respeito de TIC usaremos como referência Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) e Borba e Penteado (2007) os quais argumentam que a inserção da informática nas escolas pode formar um ambiente/situação em que os computadores e seus recursos construam um arcabouço a fim de facilitar e aprimorar o ensino-aprendizagem da matemática. Segundo tais autores, a introdução da informática na escola pode constituir a solução para alguns dos problemas enfrentados pela educação matemática, porém deve-se ter atenção e cuidado com esta iniciativa, pois dependendo da forma que está sendo introduzida a utilização de recursos computacionais, estes podem se tornar um problema para os professores e alunos.

Para provermos esta intenção, nos respaldaremos no processo da investigação matemática proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 13) como sendo a descoberta de “relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades [...]”. Logo, para desenvolver uma investigação matemática teremos que vivenciar quatro momentos tidos como principais na investigação.

[...] O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação e avaliação do trabalho realizado. [...]

(PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2005, p. 20)

Explica-se, pois, como estão constituídas as etapas da pesquisa e a elaboração das atividades na ótica de uma investigação motivada, servindo de suporte para que possamos desenvolver as atividades de investigação acerca do tema tratado.

---

<sup>6</sup> Tecnologia da informação e comunicação, a exemplo de quadro, giz, DVD, computador, vídeo, softwares, dos quais destacamos o último para nosso uso.

A respeito à aliança entre história e TIC, usaremos o levantamento realizado dos trabalhos que versam sobre este assunto, além de documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio (PCNEM) e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCN), que são os documentos oficiais que regulam o ensino básico em nosso país e trazem uma série de orientações para o uso da história da matemática e dos recursos tecnológicos como ferramentas para melhoria do ensino de matemática.

Como posto, para a parte empírica, elaboração da proposta (produto) nos apoiaremos nas considerações de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) que trazem uma discussão sobre investigações matemática como metodologia e que detalharemos a seguir.

Frente às possibilidades de TIC e as considerações anteriores, em nossa pesquisa temos a intenção de utilizar apenas softwares como o *Geogebra* e o pacote de ferramentas matemáticas presentes no *sistema Linux educacional*, que em sua versão atual, possui os seguintes programas: calculadora gráfica (KAlgebra); desenho com funções matemáticas (KmPlot); exercícios com frações (KBruch); matemática dinâmica (GeoGebra); geometria dinâmica (Kig); interface para softwares matemáticos (Cantor); e teoria dos grafos (Rocs). Dentre tais trabalharemos com o GeoGebra e o Kig—tendo em vista que estão disponíveis nas escolas e muitas vezes o professor de matemática nem conhece – a fim de desenvolver atividades que trabalhem a solução (via história e TIC) do problema de Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) a respeito das construções geométricas. Tal problema é conhecido como *O teorema de construção de Mascheroni* (1750 – 1800), que o publicou em 1797 na sua obra *Geometria del Compasso*. Esta obra foi reeditada e publicada em 1901.

Segundo Eves (2004), Mascheroni (1750 – 1800) foi um geômetra e poeta italiano que viveu no século XVIII e em 1797 realizou a descoberta de que qualquer construção geométrica na medida em que os elementos procurados são pontos, podem ser determinadas apenas com o compasso euclidiano. Porém, em 1928 o matemático dinamarquês J. Hjelmslev (1873 – 1950), que ao estudar um velho livro escrito por Georg Mohr (1640 – 1679) em 1672, evidenciou que tal descoberta feita por Mascheroni (1750 – 1800) já tinha sido realizada cerca de 125 anos antes da sua publicação.

Posto o referencial teórico que embasa a pesquisa em andamento enunciada neste trabalho, apresentamos a seguir seu percurso metodológico.

### **3. Percurso metodológico**

No decorrer dos estudos enunciados, trabalharemos com a pesquisa-ação, pois segundo Laville e Dionne (1999) a pesquisa-ação consiste da metodologia de pesquisa onde o pesquisador está envolvido diretamente com os pesquisados e assim, fará parte tanto da pesquisa como da ação de intervenção como professor da turma. Consideramos que há momentos onde o desenvolver dos estudos apresentará características da pesquisa ensino, pois as atividades a serem realizadas são enquadradas nestas modalidades, em que o professor é participante ativo tanto como professor dos alunos como pesquisador.

Iniciamos nossas investigações com o uso de um questionário que, dentro do apresentado por Laville e Dionne (1999) classifica-se como semi estruturado, pois, será composto por perguntas fechadas e abertas. Teremos questionários específicos para os discentes das turmas, sendo um questionário inicial para sondagem sobre o conhecimento dos discentes a respeito do uso de softwares e história da matemática, assim como a opinião deles quanto ao ensino da matemática através desses recursos. Para os demais professores da instituição, aplicaremos questionários com o intuito de averiguarmos a situação quanto ao uso dos laboratórios de ensino, posto que parte das atividades da pesquisa ocorrerá no laboratório de informática.

No decorrer da aplicação da atividade estaremos também fazendo uso de outros recursos tais como filmagem e fotografia, para documentação e armazenamento dos dados que venham a contribuir para a análise do conjunto de atividades propostas pois, ao final da arrecadação dos dados poderemos retornar aos alunos com uma entrevista para coletar possíveis dados que venham a esclarecer respostas apresentadas nos questionários.

A aplicação do material didático ocorrerá na Escola Estadual Governador Walfredo Gurgel localizada na Rua Bento Gonçalves s/n, no Bairro de Candelária, A escolha desta escola deu-se pelo fato de que um dos pesquisadores estar lecionando na instituição em turmas do ensino fundamental II e médio. Salientamos ainda que há também a possibilidade de aplicarmos tal produto numa disciplina do curso da licenciatura da UFRN.

#### **4. Considerações finais**

A proposta da aliança da história da matemática com as TIC pode ser Sinalizada com a abordagem de problemas históricos como a de Lorenzo Mascheroni (1750 – 1800) potencializada pelo de softwares de Geometria dinâmica a partir da elaboração e testagem

de atividades calcadas na investigação matemática num primeiro levantamento constata-se que poucos trabalhos se enquadram nesta junção potencializadora, contudo, já há consenso que cada um isoladamente pode contribuir para o ensino de matemática. Segue-se pois a verificação de que o que é positivo separadamente possa ser mais ainda quando uma tendência se apoia na outra.

#### 4. Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

EVES, Howard, **Introdução a História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

FAUVEL, John; MAANE, Jan Van. **History in Mathematics Education**. New York: Klumer Academic Publishers. 2002.

LAVILLE, Christian; DIONNER, Jean. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Tradução de Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009a.

\_\_\_\_\_. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009b.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDÉS, Juan E. N. **A História Como um Agente de Cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 1. ed. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

WIKIPEDIA. Foto de Lorenzo Mascheroni. Disponível em:  
<[http://em.wikipedia.org/wiki/Lorenzo\\_Mascheroni](http://em.wikipedia.org/wiki/Lorenzo_Mascheroni)> Acesso em: 05 dez. 2012.