

DA ORIGEM DOS LOGARITMOS AO USO DA RÉGUA DE CÁLCULO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Maria Isabel da Costa Pereira
UFRN
bel.bellook.isabel@gmail.com

José Damião Souza de Oliveira
UFRN
damiaomatematica@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem como finalidade propor o uso pedagógico de um artefato histórico originado da criação e uso dos logaritmos: a régua de cálculo. Mostraremos como conceitos que originaram o desenvolvimento dos logaritmos, aparecem na construção e manuseio dos primeiros instrumentos utilizados para auxiliar os cálculos aritméticos, desencadeando a construção da régua de cálculo. Para alcançar nosso objetivo, investigamos, mediante pesquisa bibliográfica, o desenvolvimento prático das réguas na história, suas contribuições para o avanço tecnológico, mostrando seu potencial pedagógico para uso na sala de aula, com uma parte empírica.

Palavras-Chave: História; Régua de cálculo; Atividades; Instrumento.

1. Introdução

A referente pesquisa que se encontra em andamento, iniciou-se a partir de estudos realizados por bolsistas do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) de Matemática da UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte) ao realizarem pesquisas bibliográficas acerca da história e uso de jogos e materiais manipuláveis, voltados para o ensino de matemática.

A partir desses estudos relatados anteriormente, surgiu à necessidade de um estudo mais aprofundado sobre um dos materiais manipuláveis – a régua de cálculo. Tal instrumento foi de fundamental importância para o desenvolvimento e desencadeamento da tecnologia, uma vez que este se tornou um instrumento de grande precisão nos cálculos da época.

O trabalho com material concreto pretende provocar o interesse dos professores, dos alunos oferecendo-lhes ideias para que possam

desenvolver as aulas no ambiente propício para a construção do conhecimento de matemática a partir de situações concretas, estimulando à descoberta. (MENDES; SANTOS FILHO; PIRES, 2011, p. 8)

Embasados na perspectiva supracitada buscamos alcançar o interesse de nossos alunos no que diz respeito ao ensino-aprendizagem da matemática, a partir do uso desse artefato histórico, o qual nos traz a produção e utilização de conhecimentos matemáticos.

Veremos no decorrer deste trabalho o desenvolvimento preliminar de atividades que estamos esboçando com base nas atividades apresentadas por Mendes; Santos Filho e Pires (2011) as quais são destinadas ao trabalho com alunos do ensino fundamental. Com isso estamos delineando um bloco de atividades que traga em seu corpo uma abordagem histórica do desenvolvimento matemático que proporcionou a criação da régua de cálculo. Tendo como intuito construir réguas de cálculos com os discentes, para isso estamos trabalhando inicialmente com alunos da 1ª série do ensino médio, onde estaremos inserindo esta proposta no planejamento curricular da turma.

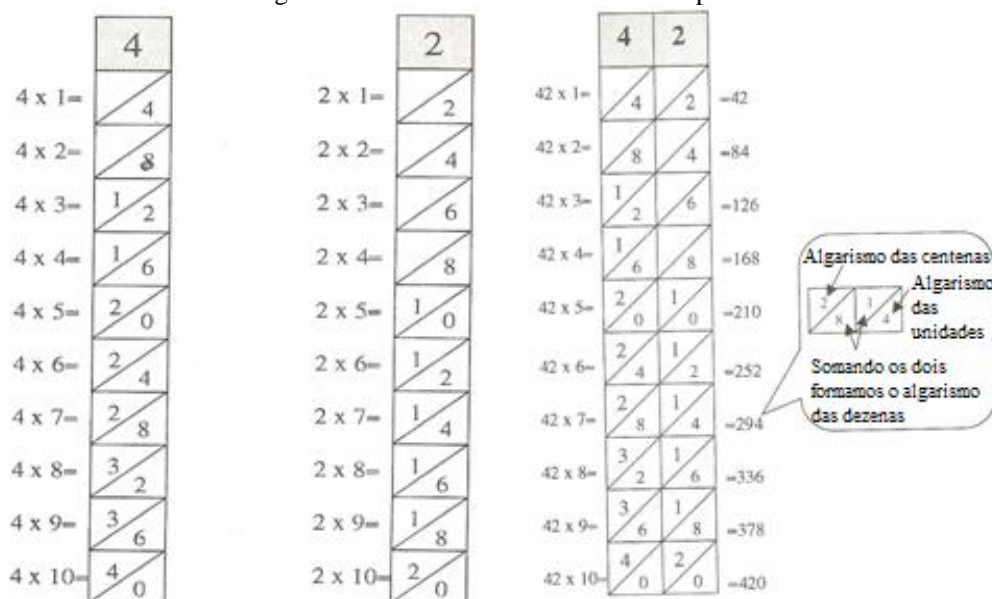
2. A criação dos logaritmos por John Napier (1550 – 1617)

Com o progresso das ciências e tecnologias no final do século XVI e início do século XVII surgiu a necessidade de métodos que simplificassem os cálculos, os quais eram utilizados na astronomia, navegações bem como em outras ciências. Como na época não existia nenhum mecanismo para auxiliar nos cálculos, muitos estudiosos dedicaram momentos de suas vidas como pesquisadores, na busca de um instrumento que pudesse facilitar os trabalhos com operações matemáticas como a multiplicação e divisão. Aqui destacaremos uma dessas pesquisas que obteve muito êxito no âmbito tecnológico, trata-se dos trabalhos de John Napier.

É com o intuito de solucionar este problema que o matemático e astrônomo Escocês John Napier, desenvolve estudos sobre as progressões geométricas e aritméticas na busca de criar um método para auxiliar na resolução de cálculos, onde os valores envolvidos nas operações tinham muitas casas decimais ou eram da ordem de bilhões ou mais. Conforme Eves (2004) estes estudos e pesquisas culminam com a criação dos logaritmos naturais, que são publicados no livro *Mirifici logarithmorum canonis constructio* em 1614, mecanismo que transforma multiplicação e divisão em operações mais simples que são adição e subtração.

Esta criação proporcionou o desenvolvimento e a ampliação de estudos sobre os logaritmos e seu uso nas ciências aplicadas, pois seu principal trabalho continha uma tábua que dá os logaritmos dos senos de ângulos, para minutos sucessivos de arco, despertando o interesse da comunidade científica da época. Com isto tivemos um avanço nas produções tecnológicas, porém os logaritmos ainda apresentavam algumas limitações. Napier continuava com seus estudos para construir outros métodos e/ou formas de tornar os cálculos operacionais mais rápidos, na época, levando assim a construção dos bastões e/ou barras de Napier (ver figura 1), que já era fruto dos logaritmos.

Figura 1 – Barras de números de John Napier.




Fonte: Arquivos LEM UFRN.

A criação destas barras para multiplicação já foi considerada para época um grande avanço, pois trazia a oportunidade de realizar multiplicações de forma rápida e eficaz, porém estas barras não tinham resolvido a situação das operações com muitas casas decimais, pois as barras que Napier tinha criado inicialmente não era possível realizar multiplicação com números decimais, o que só foi permitido com as implementações de Briggs (1561 – 1631) que,

[...] devotou todas as suas energias à construção de uma tábua com base na nova ideia; e em 1624 publicou sua *Arithmetica logarithmica*, que continha uma tábua de logaritmos comuns, com quatorze casas decimais, dos números de 1 a 20.000 e de 90.000 a 100.000. (EVES, 2004, p. 346).

Temos as contribuições do matemático inglês Henry Briggs que de posse dos logaritmos naturais de Napier escreveu as tábuas logarítmicas, estas serviam para consulta durante a realização dos cálculos com números decimais, pois, Briggs iniciou seus cálculos a partir de $\log 10 = 1$, continuando a busca por outros logaritmos extraíndo as raízes sucessivas. Em 1617 após a morte de Napier, Briggs publica a tábua logarítmica contendo os logaritmos de 1 a 1000 com 14 casas decimais (Ver figura 2), em sua obra *logarithmorum chilias prima*.

Figura 2 – Tábua logarítmica de Henry Briggs



Logarithmi.		Logarithmi.	
1	00000,00000,00000	34	15314,78917,04226
2	03010,29995,66398	35	15440,68044,35028
3	04771,21254,71966	36	15563,02500,76729
4	06020,59991,32796	37	15682,01724,06700
5	06989,70004,33602	38	15797,83596,61681
6	07781,51250,38364	39	15910,64607,02650
7	08450,98040,01426	40	16020,59991,32796
8	09030,89986,99194	41	16127,83856,71974
9	09542,42509,43932	2	16232,49290,39793
10	10000,00000,00000	42	16334,68455,57959

Fonte: SOARES 2011.

Outro matemático que devemos mencionar é Jobst Bürgi (1552 – 1632) matemático Suíço, que conforme Boyer (1974) independentemente de Napier, Bürgi ele também desenvolveu tábuas logarítmicas, publicada em 1620, anos após Napier ter publicado sua *Descriptio* (descrição da maravilhosa lei dos logaritmos), tendo relatos de que Bürgi tenha tido a ideia de logaritmos um pouco antes de Napier, porém ambos partiram de propriedades das sequências aritméticas e geométricas.

A obra de Bügi apareceu em praga num livro intitulado *Arithmetische und geometrische progress – Tabulen*, e isso indica que as influências que guiaram seu trabalho foram semelhantes as que operaram no caso de Napier. Os dois partiram de propriedades das sequências aritméticas e geométricas, estimulados, provavelmente, pelo método de prostaférese. As diferenças entre as obras dos dois homens estão principalmente na terminologia e nos valores numéricos que usavam; os princípios fundamentais eram os mesmo. (BOYER, 1974, p. 216).

Bürgi construiu suas tabelas em forma de progressões aritméticas e geométricas. As progressões aritméticas (números vermelhos) eram dispostas ao lado da tabela, tendo essa sequência o primeiro termo 0, o último termo 32000 e razão 10. Já as progressões geométricas (números pretos) eram colocadas no centro da tabela, o primeiro termo dessa sequência 10^8 e a razão é $1+10^{-4}$, criando assim uma tabela de antilogaritmos (Ver tabela 1).

Tabela 1 – Parte da tábua de Bürgi

	0	500	1000
0	100000000	100501227	101004966
10	100010000	100511277	101015067
20	100020001	100521328	101015108
30	100030003	100531380	101035271
40	100040006	100541433	101045374
50	100050010	100551487	101055407

Fonte: SOARES (2011).

3. O desenvolvimento da régua de cálculo

Com base nas tábuas logarítmicas de Briggs, Edmund Günter (1581 – 1626) professor de Astronomia e Matemática no Gresham College em Londres, colégio este que tinha Briggs como um dos professores, passa a utilizar as tábuas logarítmicas em suas aulas, porém apenas como um recurso para auxílio, e com este uso ele percebe que poderia automatizar a soma dos logaritmos de dois valores, onde estes seriam marcados em um pedaço de tábua e com um compasso de bicos (ver figura 3) para juntar os dois valores.

Figura 3 – Compasso de bicos.



Fonte: <http://sauaneferreira.com/catalogo/verdetalhes.php?registro=4910>

Esta criação veio a facilitar e evitar os cálculos mentais, este instrumento tornou-se conhecido por *linhas de números de Günter*, como mostrado na figura 4.

Figura 4 – Linha de números de Edmund Günter criada em 1620



Fonte: http://www.giovannipastore.it/index_file/regolo_GUNTER.JPG.

Tempos depois o matemático e clérigo inglês William Oughtred (1574 – 1660) que trabalha para aperfeiçoar a Linha de Números de Günter, passando a denominá-la *régua de cálculo*, visando auxiliar seus alunos nos estudos que utilizam cálculos aritméticos, desencadeando suas práticas de utilização e contribuindo para a criação de projetos como das máquinas a vapor, em virtude de facilitar e aumentar a precisão dos cálculos utilizados. O funcionamento da régua de cálculo de Oughtred ocorre da seguinte forma: eram demarcadas duas escalas logarítmicas em dois pedaços de tábua, onde cada pedaço continha uma escala, uma deslizava ao lado da outra, com suas escalas frente a frente, facilitando a operacionalização dos cálculos, evitando assim a necessidade do compasso de bicos.

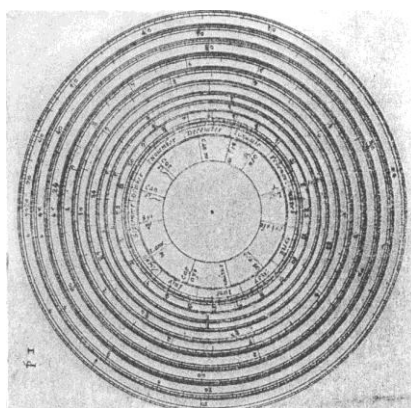
Figura 5 – William Oughtred.



Fonte: <http://www.oughtred.org/history.shtml>.

Como era um matemático que voltava seus estudos para matemática pura, foi autor de obras como o *clives mathematicae* um trabalho sobre aritmética e álgebra publicado em 1631. No ano seguinte publica *the circles of proportion*, que descreve a régua de cálculo circular (ver figura 6), porém, de acordo com Eves (2004), há controvérsias da autoria da régua de cálculo circular, pois Richard Delamain (1600 – 1644) discípulo de Oughtred, já havia publicado a descrição de uma régua de cálculo circular por volta de 1630.

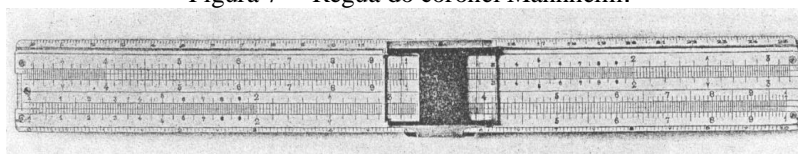
Figura 6 – Círculos de proporções de Oughtred 1632.



Fonte: Cajori (1909).

A partir do desenvolvimento desses instrumentos capazes de dar melhor precisão às escalas logarítmicas, as réguas de cálculo tornaram-se populares nas escolas de engenharia da Europa e Estados Unidos, tendo sido desenvolvidas réguas de cálculo próprias para os estudos da astronomia, navegação, escolas de engenharias, assim como para os cálculos comerciais. O impacto causado pelo uso e avanço tecnológico da régua de cálculo, fez com que a mesma ficasse conhecida e utilizada nas escolas desde o ensino secundário ao ensino superior, a partir de sua criação até por volta da década de 1960, desaparecendo aos poucos nas décadas seguintes, em virtude do surgimento das calculadoras eletrônicas e dos computadores. Em seguida mostramos alguns modelos de réguas de cálculos antigas e modernas.

Figura 7 – Régua do coronel Mannheim.



Fonte: Cajori (1909).

4. Modelo para atividades

A propósito das possibilidades pedagógicas da régua de cálculo, anunciamos neste trabalho que pretendemos elaborar atividades para ensino dos conceitos básicos e propriedades dos logaritmos, baseadas em diretrizes metodológicas defendidas por Mendes (2009), tendo em vista à formação inicial e continuada de professores de matemática, bem como para alunos do Ensino Médio. A esse respeito, foi realizado um estudo histórico pedagógico com a finalidade de propor abordagens conceituais e didáticas complementares

às presentes em livros didáticos de matemática, as quais foram apresentadas por Soares (2011) quando sugere o uso de informações históricas para complementar as abordagens do ensino de logaritmos presentes nos livros didáticos do Ensino Médio.

Com o embasamento teórico e estudos mais intensos sobre a régua de cálculo, poderemos elaborar atividades de ensino para que abranjam tanto os níveis fundamentais como também os níveis médios e superiores, visando à promoção do ensino da matemática de forma diferenciada.

Para o ensino fundamental será possível abordarmos, por exemplo, algumas noções matemáticas como a ideia de proporcionalidade e multiplicidade, tendo em vista o uso das relações matemáticas que envolvem progressões aritméticas e geométricas, uma vez que esses conceitos são abordados somente no ensino médio. Todavia, consideramos necessário que uma abordagem inicial seja feita com os alunos no sentido de mostrar-lhes as relações existentes entre as multiplicações realizadas nas barras de Napier, a contagem em sequências baseadas em razões aritméticas e/ou geométricas. No ensino médio, as mesmas noções matemáticas poderão ser retomadas, de uma forma mais ampliada no sentido de propor uma leitura mais aritmética e geométrica, que possa conduzir os alunos a uma compreensão algébrico-funcional do conceito de logaritmo tal como aparecem mencionados nos estudos de Soares (2011).

A atividade descrita a seguir está presente em Mendes, Santos Filho e Pires (2011) e é voltada para o ensino fundamental.

4.1 Atividade 1: Construção da régua de cálculo

Esta atividade é para ser desenvolvida por alunos do ensino fundamental, pois trata-se da elaboração do mecanismo que deu origem a régua de cálculo, no entanto esta construção está relacionada as operações básicas. Veremos a seguir o material necessário e passo a passo da atividade.

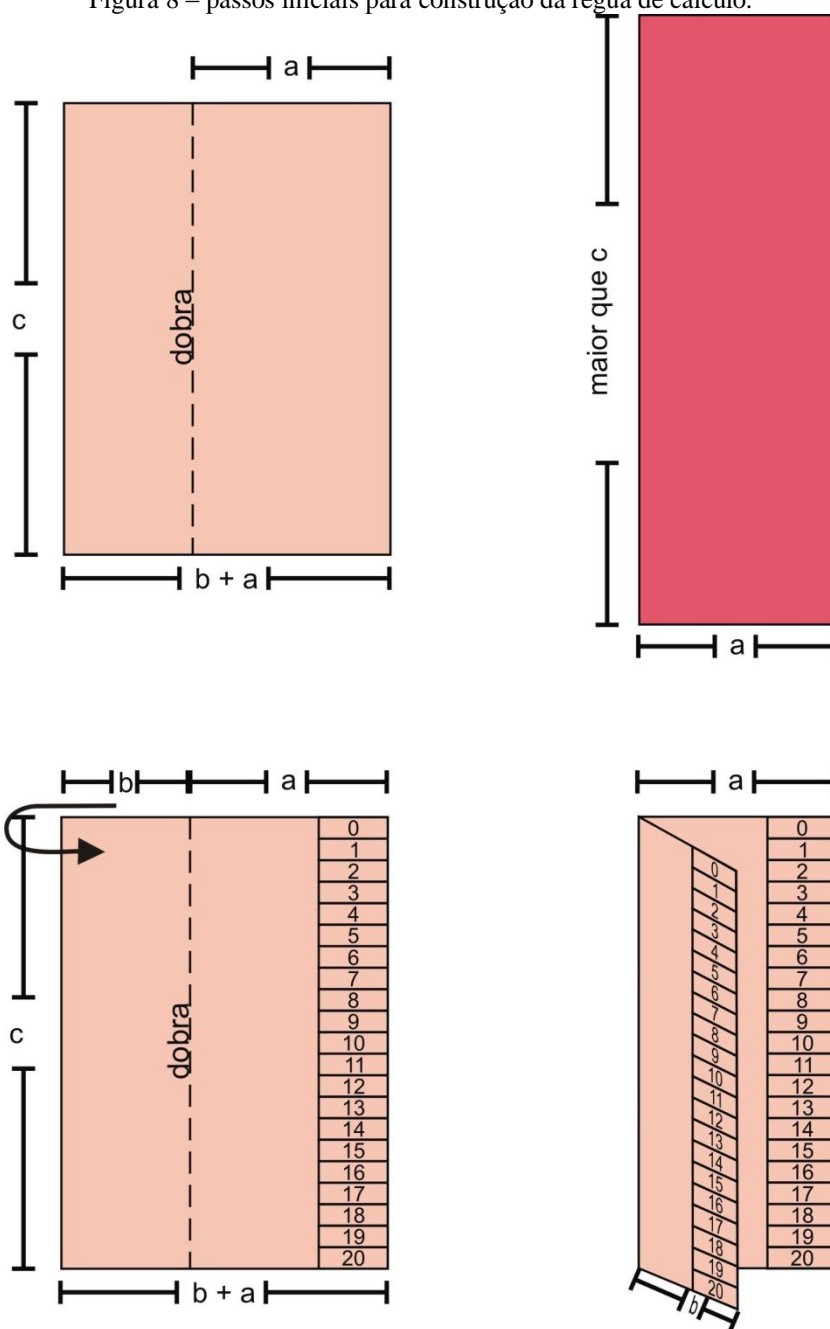
Material: Dois pedaços de cartolina de cores diferentes; Caneta; Tesoura; Esquadro e Régua.

- 1- Corte as cartolinas em dois pedaços de papel, um largo e outro estreito.
- 2- Dobre o cartão mais largo, de modo que uma parte fique maior que a outra;

3- Use a régua e o compasso para desenhar 21 quadrinhos ao longo da extremidade das duas partes do retângulo largo que foi dobrado. Separe os quadrinhos de 1 centímetro em 1 centímetro entre as linhas;

4- Numere as duas colunas na extremidade de 0 a 20. Separe cada número de 1 em 1 centímetros (o esquadro deve ser utilizado para as linhas ficarem retas), daí você deve apoiar o esquadro na régua.

Figura 8 – passos iniciais para construção da régua de cálculo.



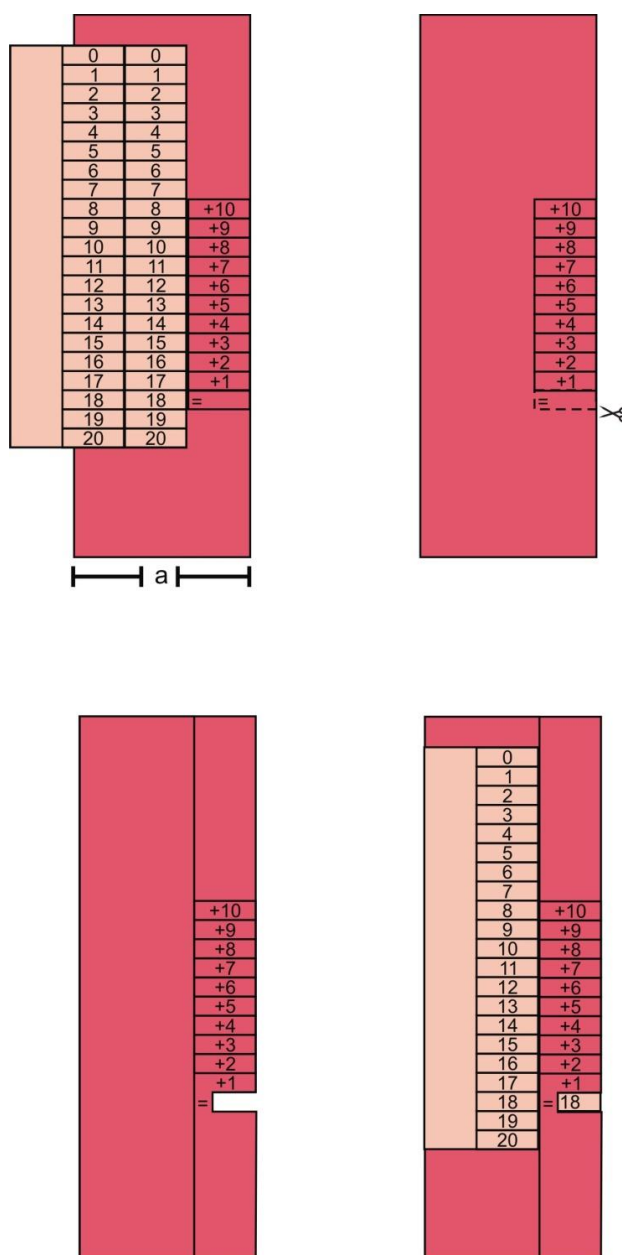
Fonte: Mendes, Santos Filho e Pires (2011).

5- Coloque o cartão estreito dentro do cartão largo, encaixando na dobra. Nesse retângulo estreito desenhe onze quadrados, assim como fez com o retângulo mais largo.

6- Numere os quadrados de 10 a 1 e ponha um sinal de *mais* (+) na frente de cada número. Recorte uma janela no último quadradinho e ponha um sinal de *igual* (=) na frente.

7- Coloque novamente o cartão estreito na dobra. Faça-o deslizar para efetuar os cálculos. As respostas às somas aparecem na janela.

Figura 9 – Passos finais para construção da régua de cálculo.

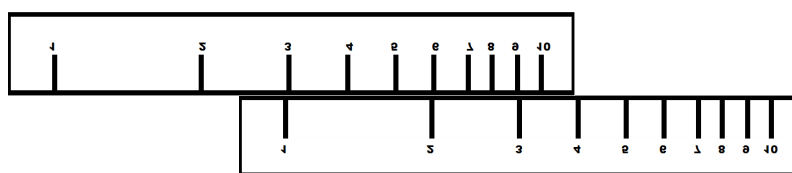


Fonte: Mendes, Santos Filho e Pires (2011).

4.2 Atividade 2: Construção da tabela logarítmica

Esta segunda atividade deve ser desenvolvida com alunos do ensino médio, em especial os alunos da 1ª série do ensino médio, pois é neste nível de ensino que os alunos são apresentados aos logaritmos. O objetivo é a construção de uma tabela logarítmica a qual é representada em uma escala, partindo dela construiremos uma régua de cálculo, capaz de efetuar cálculos simples, um primeiro esboço de como ficaria esta régua é mostrado na figura 10.

Figura 10 – Régua de cálculo.



Fonte: Arquivo pessoal.

5. Considerações finais

Para que se torne possível concretizar uma experiência didática significativa de uma das práticas históricas sobre as régua de cálculo e as barras de Napier, nas aulas de matemática, tanto no ensino fundamental como no ensino médio, consideramos bastante válido buscar as experiências e os resultados apresentados nos trabalhos de Napier (1550-1617), Burgi (1552-1632), Briggs (1561-1630) e Oughtred (1574-1660), dentre outros que contribuíram para que na atualidade possamos desenvolver atividades didáticas para o ensino desse tópico matemático.

As atividades a serem desenvolvidas no decorrer desta pesquisa, estarão intrinsecamente ligadas ao ensino das operações fundamentais da aritmética *para o ensino fundamental* e aprendizagem da função logarítmica no *ensino médio*. Algumas destas atividades já foram coletadas em materiais didáticos como o destacado anteriormente, no entanto ainda estamos trabalhando para construir um bom acervo de atividades nas quais estaremos abordando a construção e utilização de materiais manipuláveis.

Nossa proposta é de aplicar esta pesquisa assim como estas atividades na Escola Estadual Governador Walfredo Gurgel localizada em Candelária S/nº, Natal-RN, em turmas de ensino fundamental II e médio.

6. Referências

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Ed. Editora da USP, 1974.

CAJORI, Florian. **History of the logarithmic slide rule**. 1909. Disponível em:
<<http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=history%20of%20the%20logarithmic%20slide%20rule&source=web&cd=2&cad=rja&ved=0CDIQFjAB&url=http%3A%2F%2Fsliderulemuseum.com%2FManuals%2Fcajori.doc&ei=m-qQUc0ZxtjSAeWLgdAH&usg=AFQjCNHMi9XGNjRfMZPMGdgqh5jjs5ce1Q&bvm=bv.46340616,d.dmQ>>. Acesso em: 13. Mar. 2011.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Ed. Editora da Unicamp, 2004.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran. Abreu; SANTOS FILHO, Antonio; PIRES, Maria Auxiliadora Lisboa Moreno. **Práticas matemáticas em atividades didáticas para os anos iniciais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

SOARES, E. C. **Um estudo histórico-epistemológico dos logaritmos: em busca de sugestões didáticas para a matemática escolar**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). UFRN. Natal: UFRN, 2011.