AS EQUAÇÕES: DO ESCRIBA AHMES A NIELS HENRIK ABEL.

Wellington Alves de Araújo[1]
IFS – Campus São Cristóvão/SE
Wellington.araujo@ifs.edu.br

Resumo:
Os estudos e pesquisas, cuja finalidade é a melhora do ensino da Matemática vêm apresentando um crescente número de trabalhos direcionados a utilização da história da matemática no ensino da mesma. No presente trabalho buscou-se investigar, reconstruir o percurso histórico das equações resolvidas por radicais, identificar em que contexto sociocultural, o período em que aconteceram as descobertas dos tópicos matemáticos que utilizamos até os dias atuais ao resolver uma equação, além dos responsáveis pelas mesmas. Partindo da antiguidade egípcia ao renascimento europeu, finalizando com a afirmação do matemático norueguês Abel da impossibilidade de resolução de equações de grau maior que quatro utilizando as quatro operações, a radiciação e propriedades convenientes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; História da Matemática; Equações.

1. Introdução

As questões metodológicas do ensino da matemática ocupam um lugar de destaque no debate da área de Educação Matemática. Nas últimas décadas, essas questões impulsionaram a realização de várias pesquisas e a criação de cursos de formação continuada de professores de matemática, cursos de curta duração, além de cursos de pós-graduação *latu* e *strictu sensu* nessa área, cujo objetivo é a melhoria do ensino da matemática, visto que a dificuldade no processo de ensino e eprendizagem da matemática parece estar muito mais na metodologia que nos conteúdos.

Para alcançar a melhoria do ensino de matemática e mantê-lo num nível de alta qualidade, a Educação Matemática enquanto área de estudos e pesquisa desenvolve várias atividades em diferentes estados brasileiros por vários educadores matemáticos, que segundo Mendes (2009, p. 23) essas pesquisas tem como metas “desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino de matemática”, essas

[1] Mestrando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA/UFS e Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe/IFS – Campus São Cristóvão.

pesquisas contribuíram para o surgimento de novas diretrizes metodológicas denominadas Tendências Metodológicas da Educação Matemática; são elas, segundo Mendes (2009), O uso de materiais concretos e jogos; A Etnomatemática: uma abordagem sociocultural e cognitiva; A modelagem matemática e a representação do pensamento matemático; A história da matemática e o ensino da Matemática escolar; O uso de computadores e calculadoras no ensino da Matemática e Os estudos em Didática da Matemática.

O uso da história da matemática no ensino da Matemática escolar se constitui um elemento motivador e gerador da matemática escolar, visto que esta possibilita esclarecer porquês matemáticos.

Segundo Mendes,

> muitos estudiosos sobre teorias de aprendizagem vêm discutindo sobre a temática, construindo argumentos e propondo ações que viabilizem a efetivação de um ensino que conduza os estudantes a uma aprendizagem reflexiva e com significado (2009, p. 91).

Para o mesmo, a investigação histórica pode contribuir para que o processo de cognição matemática, em sala de aula, se desenvolva de forma significativa, desde que o professor realize o ensino de matemática centrado na investigação, possibilitando aos estudantes condições necessárias a uma reflexão sobre as formulações das leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram construídos em períodos anteriores ao que vivemos.

O presente trabalho, busca investigar, reconstruir o percurso histórico das equações resolvidas por radiciações, identificar em que contexto sociocultural, o período em que aconteceram as descobertas dos tópicos matemáticos que utilizamos até os dias atuais ao resolver uma equação, além dos responsáveis pelas mesmas. Para o desenvolvimento e análise dessa proposta realiza-se uma pesquisa bibliográfica, que segundo (GIL, 2002, p. 44) "A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos". A pesquisa bibliográfica, como os demais tipos de pesquisa desenvolve-se no decorrer de uma sequência de etapas, para Gil,

> o número de etapas de uma pesquisa, assim como seu encadeamento, depende de muitos fatores, tais como a natureza do problema, o nível de conhecimentos que o pesquisador dispões sobre o assunto, o grau de precisão que se pretende conferir a pesquisa, etc. Assim, qualquer tentativa de apresentar um modelo para desenvolvimento de uma pesquisa bibliográfica deverá ser entendida com arbitrária (2002, p. 59).

Assim, para realizar a presente pesquisa parte-se da escolha do tema; levantamento bibliográfico; busca de fontes; leitura do material; fichamento; organização lógica do assunto e redação do texto. Na redação, apresenta-se um relato histórico partindo da Antigüidade egípcia ao renascimento europeu, finalizando com a afirmação do matemático norueguês Abel da impossibilidade de resolução de equações de grau maior que quatro utilizando as quatro operações, a radiciação e propriedades convenientes.

2. Percurso histórico das equações

No antigo Egito, além dos problemas aritméticos, há outros que não necessariamente se enquadram nesta classe e que a partir de então serão designados algébricos. Não se referem a objetos concretos, específicos, nem exigem operações entre números conhecidos. “Em vez disso, pedem o que equivale à solução de equações lineares da forma $x + ax = b = 0$ ou $x + ax + bx = c$, onde a, b, c, são conhecidos e X é desconhecido”. (BOYER, 1985, p.11).

Há aproximadamente 3600 anos, vivia no Egito um escriba chamado Aah – Mesu, cujo nome significa *filho da lua*. Pouco importante, na época. Contudo, nos dias atuais, é bem mais famoso que muitos soberanos do Egito. Conhecido nos meios científicos como Ahmes, ele é o autor de uma das mais antigas obras de matemática que se noticia: O papiro de Ahmes, que está guardado no museu Britânico e possui 5,5 metros de comprimento por 32 centímetros de largura e contém um legado de oitenta problemas, todos resolvidos. A maior parte destes problemas refere-se a assuntos do dia-a-dia dos antigos egípcios. Alguns, no entanto, eram do tipo *Determinar um número tal que...* , ou seja, não se referiam a coisas concretas, mas aos próprios números, sendo representados sempre pela palavra montão.

Assim, vislumbrando uma melhor compreensão, destacamos um exemplo desses problemas encontrado em Guelli - *Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Diga-me qual é a quantidade?* (2001, p. 8). Hoje podemos traduzir esse problema para a álgebra e resolvê-lo facilmente. Contudo, os egípcios resolviam problemas deste tipo usando uma regra conhecida por *regra do falso*. Para facilitar a compreensão do leitor desta regra, iremos resolver o exemplo citado acima.

Inicialmente, atribuiremos a *montão* um valor falso, esse valor não tem um pré-requisito, assim quem está resolvendo o problema é quem determina o valor. Nessa situação escolheremos, por exemplo, o valor falso 6. Daí, temos:

$$6+\frac{1}{2}\cdot 6+\frac{2}{3}\cdot 6=$$
$$6+3+4=$$
$$13$$

Assim, os valores falsos (6 e 13) eram, então, usados para montar uma regra de três simples com os elementos do problema.

Valor Falso	Valor Verdadeiro
6	Montão
13	26

Donde, temos

$$\frac{6}{13}=\frac{montão}{26}\Rightarrow montão\cdot 13=6\cdot 26\Rightarrow montão=\frac{156}{13}\Rightarrow montão=12\ ,$$

e assim determinavam os valores procurados. Os matemáticos de várias partes do mundo adotaram a regra do falso dos egípcios.

Em se tratando dos babilônios, Boyer afirma que,

> As operações aritméticas fundamentais eram tratadas pelos babilônios – Mesopotâmia – de modo não muito diferente do usado hoje e com facilidade comparável. A divisão não era efetuada pelo incômodo processo de duplicação dos egípcios, mas por uma fácil multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor, usando os itens apropriados nas tabelas (1985, p. 20).

Estes tinham uma tabela, muito útil a álgebra desenvolvida por eles, que não é, geralmente, incluída nos manuais de hoje. Ela consiste de uma tabulação dos valores de n^3+n^2 para valores inteiros de **n**, e era tida como tabela essencial na álgebra babilônica. Esse assunto atingiu nível consideravelmente mais alto na Mesopotâmia que no Egito. Segundo Boyer, muitos textos de problemas do período babilônico antigo mostram que a solução da equação quadrática não constituía dificuldade séria para os babilônios, pois tinham desenvolvido operações algébricas flexíveis (1985, p. 21).

Na mitologia grega, segundo Guelli,

> as musas eram as divindades inspiradoras das artes e das ciências. Por isso, quando criou em Alexandria o mais importante centro de ensino e de pesquisa de seu tempo, o governante egípcio Ptolomeu chamou-o de Museu - refúgio das musas (2001, p. 13).

O museu funcionava como uma universidade antiga: Alguns professores dedicavam-se à pesquisa, outros eram bons administradores e uma parte destacava-se pela capacidade de ensinar. Ainda Guelli, afirma que,

> Euclides fazia parte desse último grupo. Talvez por isso, desde sua publicação em 300 a.C, o livro elementos teve uma repercussão tão grande no mundo científico. Durante mais de vinte séculos os homens estudaram a geometria de acordo com os ensinamentos de Euclides (2001, p. 14).

No entanto, a álgebra de Euclides era bem diferente da que usamos hoje. Atualmente, falamos dela quando as quantidades desconhecidas são representadas por letras, e as operações por sinais. Euclides representava as quantidades desconhecidas por segmentos de reta, quadrados, triângulos, enfim, figuras geométricas. Em sua obra - Os Elementos, Euclides realizou todas as construções utilizando somente régua sem qualquer marcação e compasso. Euclides e os antigos matemáticos gregos não faziam cálculos nem estabeleciam medidas, preocupavam-se apenas com as relações que podiam obter geometricamente, sendo que os mesmos nunca chegaram a estabelecer uma ponte entre a álgebra geométrica e o cálculo numérico do valor de *x*, acredita-se um dos motivos para isso pode ter sido o desprezo com que o trabalho com números era visto na sociedade grega daquela época, uma vez que não se tratava de assuntos de escravos, indigno de cidadãos livres.

A sociedade escravocrata limitava, assim, a possibilidade de avanço do conhecimento. Outro motivo era puramente matemático: os gregos descobriram que era impossível resolver alguns problemas através da álgebra geométrica de Euclides, ou seja, usando apenas compasso e régua não graduada. Guelli afirma que “a obsessão de resolver esses problemas pode tê-los impedido de procurar outros caminhos de avançar em outras direções” (2001, p. 18).

A álgebra geométrica dos gregos e a regra do falso dos egípcios eram as equações na Antiguidade. Mas nenhum desses métodos era satisfatório para os matemáticos uma vez que a álgebra geométrica não tinha resposta para vários problemas, bem como a regra do falso mais parecia uma receita, sem nenhuma justificativa ou explicação.

Por volta do ano 400 da era cristã, uma ideia simples e audaciosa de um estudioso de Alexandria iria começar a mudar todo o panorama da matemática. Nesse instante começavam a surgir os primeiros símbolos matemáticos, inicialmente na forma de abreviação de palavras.

A enorme influência do museu para o desenvolvimento da ciência cessou por volta do século V, como resultado das lutas que envolveram o Império Romano do Oriente após a morte de Hipatia, considerada a principal dirigente do museu. No Egito, dia de março de 415, uma multidão de romanos, gregos e egípcios, judeus e cristãos, escravos e homens livres andavam pelas ruas de Alexandria, situada no delta do Nilo, Alexandria era um grande centro comercial e cultural, o museu da cidade era ponto de encontro dos sábios de todo o império romano do oriente. Ao se dirigir para o museu na carroça que a levava pelas ruas cheias de gente, Hipatia - uma bela jovem, talvez pensasse nas conferências que costumava dar; falava com freqüência sobre o matemático Diofante, grande estudioso de álgebra, que tinha morrido poucos anos antes, a quem ela se dedicava a estudar, a escrever e dar aulas sobre. Repentinamente, não se sabe o porquê, um grupo de desordeiros parou a carroça e, a golpes de afiadas conchas de ostras, matou a jovem conferencista, Hipatia – a primeira mulher matemática da história. Segundo Guelli,

> até aquela época, os matemáticos gregos preferiam estudar a geometria. Apenas Diofante se dedicou a álgebra. A história não guardou muitos dados sobre a vida de Diofante. Tudo o que sabemos dele estava numa dedicatória gravada em seu túmulo – com toda certeza escrita por Hipatia (2001, p. 6).

Outros sábios foram mortos ou desterrados, e o próprio museu foi destruído. Contudo, as principais obras se conservaram.

As obras dos matemáticos da antiguidade foram introduzidas na Europa por tradutores especiais, os copistas, brilhantes matemáticos que se tornaram verdadeiros divulgadores destas obras. Foi através destes copistas que ficamos sabendo que Diofante de Alexandria foi o primeiro matemático a fazer uso sistemático das abreviações nos problemas e nas operações com números.

- A incógnita era representada por um símbolo especial muito semelhante a *x*;
- O sinal da soma não era utilizado;
- A subtração tinha um símbolo (*m*), que é abreviação de menos;
- Os termos independentes também possuíam um símbolo (*u*), abreviação de unidade;
- A igualdade é representada pela expressão (*é igual a*);
- O número 1 ao lado do *x* indicava que o coeficiente da incógnita é a unidade;
- Se a incógnita viesse acompanhada por um número diferente de 1, Diofante utilizava o símbolo *xx*;
- Para as potências, Diofante utilizava os símbolos:

  Q (de quadrado), para x^2;

  C (de cubo), para x^3;

  QQ (de quadrado e quadrado), para x^4;

  QC (de quadrado e cubo), para x^5.

O quadro abaixo fornece um paralelo entre os símbolos de Diofante e os símbolos utilizados na atualidade:

Tabela 1: Símbolos atuais e Símbolos de Diofante.

Símbolos Atuais	Símbolos de Diofante
$x+3=12-x$	x1 u3 é igual a u12 m x1
$4x+12=x+36$	xx4 u 12 é igual a x1 u 36
$2x^2=4x$	Q2 é igual a xx4
$3x^3=24$	C3 é igual a u24
$x^4=8x^3$	QQ1 é igual a C8

Guelli (2001, p. 24) afirma que os símbolos de Diofante marcam a passagem da Álgebra retórica, em que as expressões são escritas totalmente em palavras, para a álgebra sincopada, na qual algumas expressões vêm escritas em palavras e outras são abreviadas.

Neste momento, tem-se a impressão de que os matemáticos não demorariam a descobrir um sinal para a soma, outro para a expressão *é igual a* e a substituir todas as abreviações por símbolos. Pareciam estar presentes todas as condições para a próxima etapa do desenvolvimento da álgebra, com equações expressas totalmente em símbolos, ou seja, a Álgebra Simbólica. No entanto, para a realização desses fatos, foi necessário ainda um longo período, isso porque a matemática da Antigüidade teve como características um avanço impetuoso por volta do século III a.C. e uma brusca interrupção em seu desenvolvimento no inicio do século V d.C. causada pelo o imenso abalo o qual passou o mundo no fim da idade antiga.

Depois de conquistar um território imenso, que abrangia toda a Europa e boa parte da Ásia e da África, Roma entrou em decadência. Enfraquecido por seus próprios problemas econômicos, sociais e políticos e atacado por todos os lados pelos povos bárbaros que se expandiam, o império Romano ruiu. Em 476, a própria Roma caiu em poder dos Ortrogodos.

Nas guerras de conquista, os romanos destruíram muitos centros de estudo. A queda do império também se produziu num ambiente de guerra e destruição. Por tudo isso, a matemática parou de se desenvolver e a simbologia de Diofante não passou do estágio inicial.

Só por volta dos anos 650, os estudiosos matemáticos voltaram a avançar, no imenso império dos árabes. Durante o reinado de Harum Al-Rachid, sob pressão de uma forte crise econômica, os muçulmanos foram invadindo e conquistando territórios, até o norte da África. Nessas áreas, surgiram grandes cidades, importantes centros comerciais. As atividades ligadas ao comércio, bem como as viagens através do mar e das montanhas provocaram um grande desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Muitos governantes construíram observatórios e formaram bibliotecas de obras antigas, obtidas em todo o mundo e traduzidas para o árabe.

Al-Mamum filho de Al-Rachid, assumiu o trono em 813 e governou até 833, criou, em Bagdá, um centro de ensino – A casa da sabedoria. Durante o reinado de Mamum foram criados observatórios e a Casa tornou-se o centro de estudo indiscutido das humanidades e das ciências no Islão medieval, incluindo matemática, astronomia, medicina, alquimia e química, zoologia e geografia e cartografia. Baseados em textos persas, indianos e gregos, incluindo Pitágoras, Platão, Aristóteles, Hipócrates, Euclides, Plotino, Galeno, Sushruta, Charaka, Aryabhata e Brahmagupta, os estudiosos acumularam uma grande coleção de saber mundial, e desenvolveram sobre essas bases as suas próprias descobertas. Na época, foram contratados para trabalhar ali os considerados mais sábios árabes da época, entre eles Morrammed-Ibn Musa Al-Khowarizmi – maior matemático árabe de todos os tempos.

Al-Khowarizmi escreveu um livro chamado *sobre a arte hindu de calcular*. Nele explica minuciosamente como funcionava o sistema de numeração decimal e mostrava os dez símbolos inventados pelos matemáticos hindus, a partir deste, os símbolos ficaram conhecidos em todo o mundo. Contudo, o livro mais famoso de Al-Khowarizmi chama-se *Hisab Al-Jabr Wa-Almuqabalah*, ou seja, livro sobre as operações Al-Jabr e Qabalah.

- O termo al-jabr - deu origem a palavra álgebra, significa restauração e refere-se a transposição de termos para o outro lado da equação;

$$9x + 12 = 6x + 30$$
$$9x = 6x + 30 - 12$$

- O termo qabalah significa redução ou equilíbrio e refere-se ao cancelamento de termos semelhantes em lados opostos da equação;

$$9x = 18 + 6x$$
$$9x - 6x = 18 + 6x - 6x$$
$$3x = 18$$
$$x = 6$$

Al-Khowarizmi resolvia as equações de modo semelhante ao que usamos hoje, sendo tudo expresso em palavras. Ele utilizava apenas três elementos: raízes, quadrados e números, ou seja, raízes, x^2 e x.

No Al-Jabr, Al-Khowarizmi começa explicando como funciona o sistema de numeração hindu, em especial o principio posicional. Em seguida passa a resolução de alguns tipos de equações:

- Raízes iguais a números: $6x + 4x = 36$;
- Raízes e números iguais a números: $4x + 9 = 45$;
- Raízes iguais a números e raízes: $7x = 20 + 2x$;
- Números e quadrados iguais a números: $8 + x^2 = 44$.

Al-Khowarizmi foi realmente um matemático de imenso valor. Seu Al-jabr é um modelo de livro didático, pois expõe de forma direta e clara a resolução das equações, explicando detalhadamente cada passagem. Porém, Al-Khowarismi não foi capaz de expressar as expressões totalmente em símbolos, sem usar nenhuma palavra.

Isso só aconteceria mais de setecentos anos depois, como conseqüência das profundas mudanças por que passou a Europa na transição da Idade Média para a Idade Moderna. Nesse período, precisamente nos séculos XV e XVI, houve um progresso enorme em vários setores da Europa, junto a essas mudanças, ocorreu um extraordinário desenvolvimento da arte, da ciência e da cultura em geral – O renascimento. Enormes progressos fizeram avançar todas as ciências, assim, também a matemática conheceu um grande florescimento (GUELLI, 2001, p. 28).

França e Espanha estavam em guerra e, para que o inimigo não descobrisse seus planos os países utilizavam mensagens codificadas. Tentativa frustrada para os espanhóis, pois a cada mensageiro espanhol capturado os franceses descobriam imediatamente seus planos militares. Isso graças a um advogado francês, inteligente e astuto, capaz de descobrir as chaves secretas das mensagens espanholas: François Viète, mas não foi como decifrador de códigos que ele (1540 – 1603) passou a historia. Apaixonado por álgebra, a ele se deve os passos mais decisivos para a introdução dos símbolos no mundo da matemática. Por isso é conhecido como o pai da álgebra.

Além de Viète, outros matemáticos da mesma época contribuíram para aperfeiçoar a álgebra. Um deles foi o inglês Robert Record (1510 – 1558), que sugeriu o sinal de igual (=), sinal inserido na álgebra simbólica por outro matemático inglês, Thomas Harriot (1560 – 1621), este conseguiu eliminar as poucas palavras que restavam na álgebra de Viète. A passagem para a álgebra simbólica foi completada por René Descartes (1596 – 1650), quando este criou a notação que usamos até hoje para os expoentes, criou o sinal (**.**) *vezes* e passou a usar as primeiras letras do alfabeto para os coeficientes das incógnitas e os termos independentes, as últimas letras passaram a representar as incógnitas.

Segundo (Guelli, 2001, p. 30), a álgebra de Viète tomou então a seguinte forma:

B in A = C $\Leftrightarrow$ ax = c
B in A + C = 0 $\Leftrightarrow$ ax + b = 0
B in A área = C $\Leftrightarrow$ $ax^2 = b$
B in A área + C in A + D = 0 $\Leftrightarrow$ $ax^2 + bx + c = 0$.

Muitos matemáticos de épocas tão distintas como a Antigüidade egípcia e o renascimento europeu, contribuíram com o seu trabalho para a edificação da álgebra atual. François Viète, o pai da álgebra, foi primeiro a escrever as equações e a estudar suas propriedades através de expressões gerais, graças a Viète, os objetos de estudo passaram a ser, não mais, problemas numéricos sobre o preço do pão ou da cerveja, sobre a idade das pessoas ou os lados de figuras, mas sim as próprias expressões algébricas, desde então as equações passaram a ser interpretados como o idioma da álgebra.

Foi no século VI que ocorreu um dos maiores avanços de toda a história da matemática: a invenção do zero na índia. Segundo Berlingooff e Gouvêa (2008, apud Araújo 2010) os hindus tiveram um grande avanço conceitual que se tornou um importantíssimo evento de matemática de todos os séculos, ou seja, tinham começado a reconhecer o zero como um número, abrindo dessa maneira as análises para a álgebra. Enquanto o zero ainda não era conhecido, equações do segundo grau tinham somente uma resposta.

No século IX, ao estudar as obras dos matemáticos hindus traduzidas para a língua árabe, Al-Khowarizmi tomou conhecimento dos fantásticos cálculos realizados na índia, a partir de então o zero se incorpora definitivamente ao mundo da matemática. E a forma de calcular dos homens sofre uma radical transformação. Assim, o sistema de numeração decimal se impôs sobre todos os outros sistemas de numeração. Com a introdução do zero no mundo da matemática, a equações do 2º grau com dois termos, equações incompletas, passaram a ser resolvidas corretamente. Mas a resolução ainda era expressa totalmente em palavras. Havia também outro tipo de equação, formada por três termos – equação completa do 2º grau, estas causavam muitas dificuldades aos matemáticos.

Até os tempos modernos não havia idéia de resolver uma equação quadrática de forma $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são positivos, pois a equação não tem raiz positiva.

> Por isso as equações quadráticas na Antigüidade e na Idade Média, e mesmo no começo do período moderno, foram classificadas em três tipos:
> 1) $x^2 + px = q$
> 2) $x^2 = px + q$
> 3) $x^2 + q = px$
>
> Todos esses tipos são encontrados em textos de período babilônios antigo, de uns 4000 anos atrás (BOYER, 1985, p. 22).

Os escribas da babilônia resolviam muitas equações do segundo grau, porém a resolução vinha sempre gravada na tabuleta sem nenhuma explicação, seguindo fielmente esta fórmula:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

> Até por volta do ano 830 d.C. os matemáticos ainda não haviam descoberto um método que possibilitasse a resolução de qualquer equação do 2º grau. O surgimento do livro Hisab al-jabr wa-al-muqabalah, de al-Khowarizmi, tornou mais fácil e completo o estudo da equação do 2º grau (Guelli, 2001, p. 25).

A primeira coisa necessária para um estudioso de álgebra era compreender os quadrados, as raízes e os números assinalados no Al-jabr. No Al-jabr, Al-Khowarizmi separou e classificou as equações do segundo grau em vários tipos:

- Quadrados iguais a raízes

  $x^2 = 5x$ $\quad$ $x^2 = 10x$ $\quad$ $2x^2 = 5x$

- Quadrados e números iguais a raízes

  $x^2 + 21 = 10x$ $\quad$ $x^2 + 51 = 20x$ $\quad$ $x^2 + 50 = 15x$

- Raízes e números iguais a quadrados

  $3x + 4 = x^2$ $\quad$ $5x + 6 = x^2$ $\quad$ $2x + 35 = x^2$

> Os métodos de Al-Khowarizmi determinavam somente as raízes positivas e o zero, pois o mesmo não conhecia os números negativos, essa resolução era totalmente com palavras, método usado setecentos anos mais tarde após a invenção da álgebra puramente simbólica (Guelli, 2001, p. 29).

Os antigos matemáticos hindus tinham um gosto especial por cálculos com números grandes. Brahmagupta (viveu em 628, na índia central), suas contribuições à álgebra são de ordem mais alta que suas regras de mensuração, pois achamos soluções gerais de equações quadráticas, inclusive duas raízes mesmo quando uma delas é negativa. Aparentemente ele foi o primeiro a dar uma solução geral da equação linear diofantina $ax + by = c$, onde a, b e c são inteiros. Ele sugeriu também a equação diofantina quadrática $x^2 = 1 + py^2$. É de grande importância a contribuição de Brahmagupta,

> Pois foi ele quem deu todas as soluções inteiras as equações lineares diofantinas, uma vez que o próprio Diofante se restringiu a solucionar de forma particular uma equação indeterminada, porém a álgebra de Brahmagupta, como a de Diofante era abreviada (BOYER, 1985, p. 151).

A índia produziu muitos matemáticos, sendo Bháskara (1114-1185) o mais importante do século. Ele foi o último matemático medieval importante da índia, e sua obra representa a culminação de contribuições hindu anteriores. Em seu tratado mais conhecido, o Lilavati[2], ele compilou problemas de Brahmagupta e outros, acrescentando observações próprias novas.

> O Lilavati como o Vija-Ganita, contém numerosos problemas sobre os tópicos favoritos dos hindus: equações lineares e quadráticas, tanto determinadas quanto indeterminadas, simples mensuração, progressões aritméticas e geométricas, radicais, tríadas pitagóricas e outros. [...] os livros de Bháskara estão cheios de outros exemplos de problemas diofantinas (BOYER, 1974, p. 152).

Mesmo com todo seu talento, Bháskara não deu o passo fundamental no desenvolvimento das equações – a descoberta da fórmula. Ironicamente, esse passo decisivo não foi dado por um matemático, mas por um jurista, um genial advogado francês – François Viète. A partir do momento em que Viète expressou uma equação do segundo grau por meio de uma fórmula geral:

B in A área + C in A + D é igual a 0.

Os matemáticos, rapidamente foram descobrindo muitas propriedades das equações. Não foi um único povo, nem uma única pessoa, que inventou a fórmula da equação do 2º grau. Trabalhando essas propriedades, matemáticos de várias regiões do Velho Mundo, acabaram deduzindo uma fórmula única que determina a solução, quando possível, de qualquer equação do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A aritmética íntegra de Stifel (1487-1567) foi a mais importante de todas as álgebras alemãs do século dezesseis, esta constituía um tratamento completo a álgebra. Stifel deu muitos exemplos levando as equações quadráticas, mas no ano de 1545 foi publicado o livro de Gerônimo Cardano (1501-1576), Ars Magna - a grande arte ou as regras da álgebra, este continha não só a resolução da cúbica como também a da quártica, esta publicação é considerada um marco do início do período moderno da matemática, foi a partir desta obra que houve um grande impulso à pesquisa em álgebra. Contudo Cardano

[2] Lilavati, nome dado em homenagem à filha de Bháskara.

não foi o descobridor da solução quer da cúbica quer da quártica. Ele próprio afirma que a sugestão para resolver a cúbica lhe tinha sido dada por Niccolo Tartaglia, a solução da quártica tinha sido descoberta pelo amanuense de Cardano, Ludovico Ferrari.

E as equações de grau três - as cúbicas?

Por volta de 1700 AC, os babilônios já resolviam equações do segundo grau. Mas foi no final do século XV, com a Renascença, que a equação do terceiro grau foi efetivamente atacada.

Em 1494, Frei Luca Pacioli imprimiu, devido ao invento de Guttemberg, o livro *Summa de Aritmética e Geometria*. Ele afirmava ser impossível haver uma regra para resolver $x^3 + px = q$, que na época se lia *cubo e coisas iguais a número*.

Scipione Ferro (1465-1526), professor da Universidade de Bolonha, provavelmente, por volta de 1526, foi o primeiro a resolver a equação do terceiro grau, mas nunca publicou nada. Comunicou a solução a Annibale Della Nave (futuro genro) e a Antonio Maria Fiore (grande amigo). Fiore recebeu a regra, mas não a demonstração. Em 1535 Fiore desafia Nicolo Tataglia (Nicolo Fontana). O desafio científico, muito comum naquela época, consistia em lista de problemas trocada entre os competidores.

Tartaglia (1499-1557) era eminente professor em Veneza, este, desconfiou que devesse existir uma solução para equação do terceiro grau, uma vez que a lista proposta por seu rival, Fiore, só possuía problemas deste tipo. Nesse momento, Tartaglia resolve a equação do terceiro grau e vence o duelo com facilidade, pois os problemas que seu oponente deveria resolver estavam além da sua capacidade. Mas Tartaglia manteve sua solução em segredo.

Em 1539, um médico e cientista, rico e influente na época, Girolamo Cardano (1501-1576), obteve de Tartaglia a regra para se resolver a equação do terceiro grau, sob a forma de versos enigmáticos, sem demonstração. Mas Cardano jurou a Tartaglia que não divulgaria a regra. Cardano e seu brilhante discípulo, Ludovico Ferrarri (1522-1557), demonstraram a regra de Tartaglia para solução de $x^3 + px = q$. Eles propuseram a mudança $x = y - \frac{a}{3}$ em $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, além de resolver 13 tipos de equações do terceiro grau, que hoje em dia são uma só. Pouco tempo depois Ferrari resolve a equação do quarto grau.

Cardano não podia publicar a solução de Tartaglia devido ao juramento, mas em 1542, ele e Ferrari obtiveram permissão de Della Nave para examinar os manuscritos de

Ferro. Em 1545, Cardano publica o livro *Ars Magna*, que continha, entre outras coisas, a solução da equação do terceiro grau devido a Ferro. Isto provoca uma reação contrária de Tartaglia, que, em 1546, publica o livro *Quesiti et Inventioni Diverse*, no qual ataca duramente Cardano pela quebra do juramento.

De fevereiro de 1547 a julho de 1558, houve um duelo com seis panfletos de Ferrari e seis panfletos de Tartaglia e um debate final. A partir deste Tartaglia, vencedor do duelo, perde seu emprego em Brescia e volta a Veneza, onde morreria no esquecimento nove anos mais tarde.

Por fim, Raphael Bombelli no seu livro de Álgebra de 1572, percebe de forma melhor os números complexos e conclui que a equação do terceiro grau possui três raízes e a do quarto possui quatro.

A partir do final da primeira metade do século XVI uma questão, principalmente mereceu a atenção dos algebristas de todo o mundo. Tal como na milenar fórmula de resolução das equações do segundo grau, matemáticos italianos tinham acabado de mostrar que também as raízes das equações cúbicas e quárticas se expressam em função dos coeficientes por meio das quatro operações aritméticas e radiciações convenientes. Seria possível resolver uma equação de grau $\geq$ 5 via radicais? Durante dois séculos e meio, aproximadamente, foram infrutíferos os esforços dos especialistas em face desta questão.

Diante de tanto esforço inútil, a partir de certo momento começou-se a duvidar de que as equações de grau $\geq$ 5 fossem resolúveis por radicais, como o é as de grau dois, três e quatro. E Paolo Ruffini (1765 – 1822), um médico e matemático italiano, professor da universidade de Módena, efetivamente, confirmou essa impossibilidade, num livro datado de 1799, porém seus argumentos foram considerados muito vagos, do ponto de vista matemático.

> Essa impossibilidade foi definitivamente confirmada pelo maior matemático norueguês de todos os tempos, Niels Henrik Abel (1802 – 1829), num artigo de 1824 provou a impossibilidade da resolução geral, por meio de radicais, das equações de grau > 5 – resultado hoje conhecido como teorema de Ruffini-Abel (IEZZI, et all, 1999, p. 148).

3. Considerações

Ao longo deste artigo utilizamos informações da história da matemática para entender e explicar melhor, investigar e reconstruir o percurso histórico das equações resolvidas por radicais, identificar em que contexto sociocultural, o período em que aconteceram as descobertas dos tópicos matemáticos que utilizamos até os dias atuais ao resolver uma equação, bem como os agentes responsáveis pelas mesmas. Percebemos que no desenvolvimento das equações, não tivemos ações isoladas de um só matemático, nem só de matemáticos, de um só povo, de uma mesma época e sim a cooperação, contribuição de muitos matemáticos e não matemáticos de épocas tão distintas como os da Antiguidade egípcia aos do renascimento europeu, que contribuíram com o seu trabalho para a edificação da álgebra atual, finalizando com uma enorme contribuição do maior matemático norueguês – Abel, ao provar a impossibilidade de resolução, fazendo uso das quatro operações aritméticas e radiciações convenientes, de equações de grau maior do que quatro, em um enorme espaço de tempo.

4. Referências

Araújo, T. O. **A origem do zero e suas abordagens nos livros didáticos.** In. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador – BA, 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 1985.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ª. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUELLI, O. **Contando a história da Matemática, Equação: O idioma da Álgebra**. Editora Ática 2001.

_____________. **Contando a história da Matemática, História da Equação do 2° grau.** Editora Ática 2001.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.