

## ANÁLISE MATEMÁTICA: UM ENFOQUE EXPERIMENTAL

Lucas Carato Mazzi  
Universidade Estadual Paulista - Rio Claro  
lucascarato12@gmail.com

### Resumo:

Esta pesquisa tem por objetivo investigar o papel da tecnologia digital, em particular do software *Geogebra*, no processo de produção de conhecimento de conceitos fundamentais da Análise Matemática, como *épsilon*s, *deltas* e *seqüências numéricas*, além de investigar o *Teorema do Valor Intermediário*. As ideias nas quais esta pesquisa está apoiada são baseadas no constructo teórico Seres-Humanos-com-Mídia. Esta A investigação em questão é de cunho qualitativo, já que a preocupação não é com representatividades numéricas, mas sim com o aprofundamento da compreensão de determinado grupo social, nesse caso, dos Alunos-com-GeoGebra. A fim de alcançar tal objetivo, experimentos de ensino, fichas investigativas e gravações serão utilizadas para coleta e análise dos dados.

**Palavras-chave:** GeoGebra; Seres-humanos-com-mídias; Análise Matemática.

### 1. Introdução

Dentre as leituras realizadas em minha graduação, tive contato com o livro *Proof in Mathematics Education*, de Reid e Knipping (2010). A partir de tal texto comecei a refletir sobre o papel da demonstração e da experimentação no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Em meu primeiro ano na Licenciatura em Matemática, alguns resultados da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I foram apresentados, porém poucas demonstrações foram feitas. As provas rigorosas dos teoremas vistos em Cálculo ficaram destinadas à disciplina de Análise na Reta<sup>1</sup>, que é oferecida no terceiro ano de licenciatura/bacharelado em Matemática. Por ser uma matéria considerada problemática<sup>2</sup> no curso de Matemática desse Câmpus, acredito que sejam necessárias reflexões acerca do desenvolvimento da mesma.

<sup>1</sup> Nesse Câmpus é chamada de Análise I.

<sup>2</sup> A taxa média de reprovação dos últimos cinco anos foi de 47,72% . (Dados liberados pela Seção de Graduação - UNESP - Rio Claro).

No GPIMEM<sup>3</sup>, já foi analisado (SANTOS, 2006; JAVARONI, 2007; ZULATTO, 2007) como softwares de funções ou de geometria, como o *Winplot*, *Wingeon* e o *Geogebra*, poderiam transformar as possibilidades do fazer matemática de alunos e professores em sala de aula. Questiono-me, então, como seria o uso de uma tecnologia no trabalho de conceitos da disciplina Análise na Reta. Visto que não é comum o uso de softwares em seu ensino nesse Câmpus, quais seriam as possibilidades e as limitações do uso de tal mídia?

Nos últimos anos, a literatura em Educação Matemática tem ganhado várias pesquisas sobre o uso da tecnologia no ensino e aprendizagem, em particular no que diz respeito ao uso da experimentação no campo das demonstrações. Sheffer (2001) e Bonafini (2004) utilizaram calculadoras gráficas e sensores de movimento e temperatura para obter dados reais, levando a uma generalização dos resultados obtidos a partir das experimentações. Benedetti (2003) enfocou o aspecto das representações múltiplas no estudo de funções junto a estudantes do ensino médio e, com isso, fez indicações sobre a questão da demonstração.

Hanna (2000) investigou o uso de software de geometria dinâmica e discutiu questões acerca da visualização, exploração e heurística, principalmente no que se refere às possibilidades de gerar conjecturas e convencimento matemático. Borwein (2012) argumenta que tecnologias computacionais atuais oferecem novas oportunidades, tanto no alcance do pensamento matemático quanto na restrição de erros matemáticos. Ele aponta que a comunidade matemática enfrenta um grande desafio na reavaliação do papel da demonstração à luz do poder dos sistemas computacionais.

Alguns autores (ARZARELLO et al., 2012; De VILLIERS, 2010; HSIEH et al.; 2012) defendem o papel da experimentação no processo matemático, tendo importante papel na formulação de conjecturas, na refutação das mesmas e no convencimento de algum resultado.

É nessa temática que esta pesquisa se insere. O objetivo é analisar quais as possibilidades e limitações do uso do software *Geogebra* no processo de produção de conhecimento de conceitos da Análise.

## 2. Objetivo

Esta pesquisa possui objetiva investigar as possibilidades e limitações do uso do software *Geogebra* no processo de produção de conhecimento de alguns conceitos da

---

<sup>3</sup> Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática.

disciplina de Análise. Para alcançá-lo, foram elaboradas algumas tarefas abordando conceitos da Análise e aplicadas a partir de experimentos de ensino.

A fim de guiar minha pesquisa, pretendo responder à pergunta diretriz:

**“Qual o papel do software *Geogebra* no processo de produção de conhecimento de alguns conceitos da Análise?”.**

### **3. Metodologia e Procedimentos Metodológicos**

Essa pesquisa é de cunho qualitativo visto que investigo qual o papel software *Geogebra* no ensino de conceitos fundamentais da Análise, a partir de um grupo de alunos observado. Segundo Alves-Mazzotti (1998), "a pesquisa qualitativa parte do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato". Nessa direção, entende-se que esse tipo de pesquisa se preocupa em compreender como as pessoas agem e pensam sobre determinados assuntos, em contextos bem estabelecidos. Goldenberg (2004, p. 63) defende que este tipo de abordagem permite ao pesquisador “observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimenta, concretamente, a realidade pesquisada”.

Bogdan e Biklen (1998) argumentam que um dos enfoques do pesquisador nas ciências qualitativas é

Melhor compreender o comportamento e a experiência humana. Eles procuram compreender o processo pelo qual as pessoas constroem significados e descrevem o que são aqueles significados. Usam observação empírica por que é com eventos concretos do comportamento humano que os investigadores podem pensar mais clara e profundamente sobre a condição humana (BOGDAN; BIKLEN, 1998, p.38).

Sendo assim, o pesquisador, nessa abordagem, não deve se preocupar com representatividades numéricas, mas com o aprofundamento da compreensão de determinado grupo social.

Com relação aos procedimentos de pesquisa, convidei alunos que cursaram e que estão cursando a disciplina de Análise I, do terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática, não necessariamente necessitando que o aluno em questão esteja no 3º ano. Para a primeira coleta piloto selecionei uma dupla de alunas que estão no 5º ano da graduação. Inicialmente fora feito um reconhecimento do *Geogebra* (figura 1), abordando suas ferramentas básicas. A

escolha por esse software se deu, primeiramente, por ser gratuito e pelo fato de possuir uma enorme quantidade de ferramentas, além de possibilitar ao usuário programar novos itens, caso seja necessário.

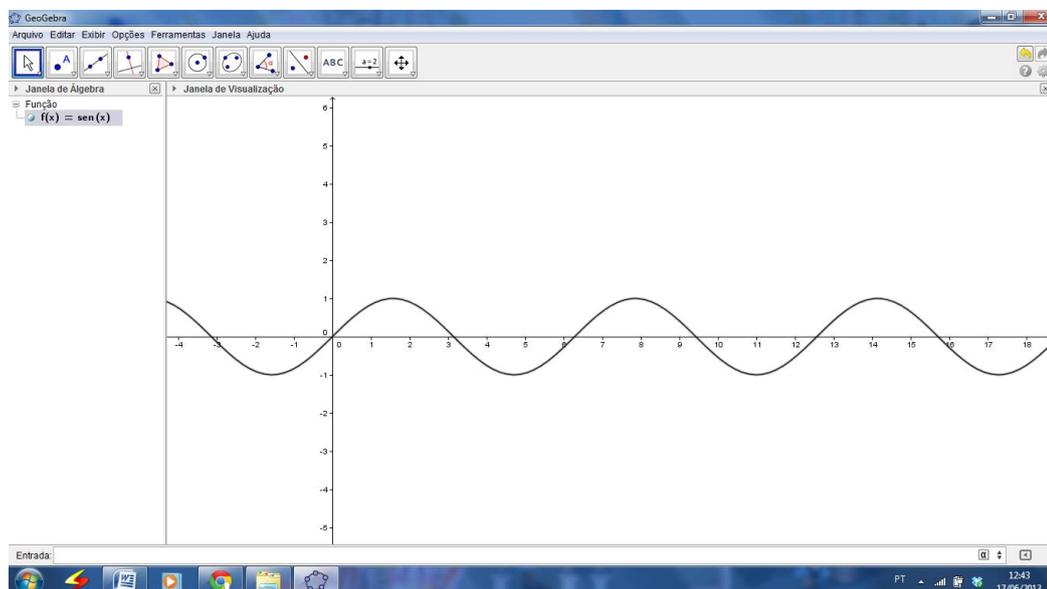


Figura 1 - GeoGebra

Em seguida, trabalhou-se o conceito de convergência de sequências, com o objetivo de observar a relação entre  $\epsilon$  e  $n_0$  na definição formal de tal conceito. Nessa atividade, as alunas seguiam um passo-a-passo para a construção de uma sequência no software. Após *plotada* a sequência, um intervalo de convergência fora criado em forma de faixa, a fim de se observar o comportamento dos pontos da sequência dentro de tal faixa, e relacionando o valor do *épsilon* escolhido, para tal intervalo, com o valor de  $n_0$ . Na figura 2, é possível observar a sequência  $X_n$  plotada no software. A faixa em vermelho é o intervalo de convergência. Conforme variamos o valor de *épsilon*, aumentamos ou diminuimos a mesma.

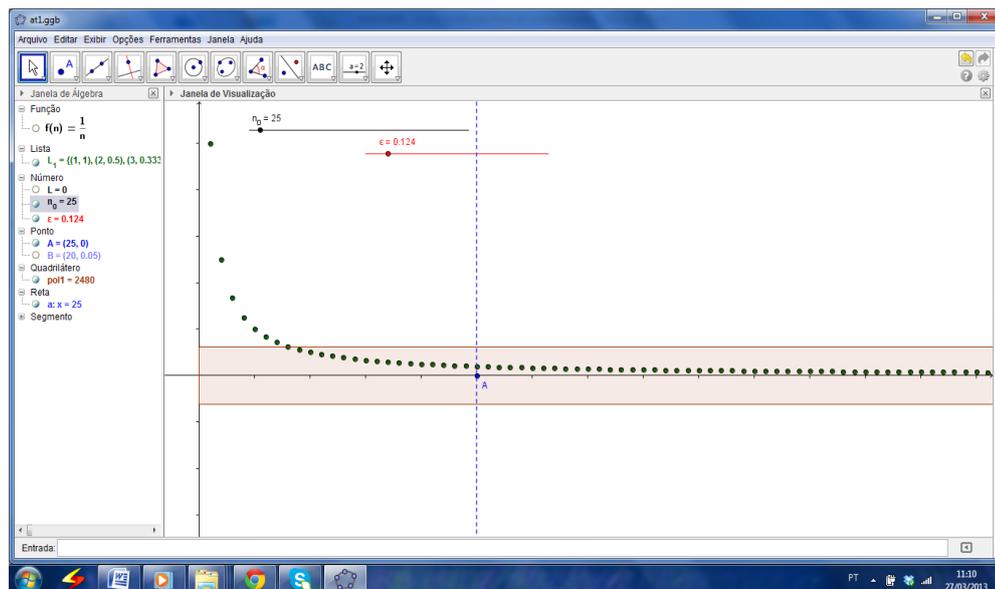


Figura 2 - Convergência

A partir de experimentações, era possível observar se os pontos da sequência permaneciam dentro do intervalo de convergência ou não. Conforme as alunas iam experimentando, algumas conjecturas surgiam e discussões eram levantadas.

A segunda parte da coleta, que está sendo elaborada, será direcionada para a experimentação de alguns teoremas relacionados a convergência de sequências numéricas. E, por fim, a última parte será voltada para a investigação do Teorema do Valor Intermediário.

Esse piloto, e as futuras coletas, podem ser consideradas experimentos de ensino. Tal termo pode ser entendido como vários encontros entre o pesquisador e os estudantes, durante certo período de tempo, nos quais o pesquisador busca uma estruturação da forma como os estudantes estão pensando no processo de exploração de problemas.

O experimento de ensino é uma ferramenta conceitual que os pesquisadores usam na organização de suas atividades. É primariamente uma ferramenta exploratória [e tem por] objetivo explorar a matemática dos estudantes. Por envolver experimentação com modos e meios de influenciar o conhecimento matemático dos estudantes, o experimento de ensino é mais que uma entrevista clínica. (STEFFE; THOMPSON, 2000, p.273)

Os elementos que constituem os experimentos são: sequência de episódios de ensino constituído por um agente de ensino. um ou mais estudantes; testemunhas; um método de

gravação. Todas as interações com os estudantes serão gravadas com o auxílio de câmeras e com o software *Camtasia Studio*<sup>4</sup>, o qual possuímos no laboratório.

Posteriormente serão analisados todos os materiais, com a finalidade de observar mais atentamente tudo o que ocorreu durante o trabalho. Sobre a análise dos vídeos, Powell, Francisco e Maher (2004, p. 86) destacam que "o vídeo é um importante e flexível instrumento de coleta de informações oral e visual", permitindo ao pesquisador reexaminar todas as interações realizadas.

Todos os dados serão analisados à luz do constructo teórico seres-humanos-com-mídias. Tikhomirov (1981) argumenta que os computadores reorganizam o pensamento, proporcionando novas possibilidades à atividade humana, tais como feedbacks e resultados intermediários que não podem ser observados externamente. Lévy (1993) propõe que não haja uma dicotomia entre a técnica e o ser humano, defendendo a ideia de um coletivo pensante homens-coisas. Indo nessa perspectiva, Borba e Villarreal (2005), no livro *Humans-with-media and Reorganization of Mathematical Thinking*, trazem as ideias de Tikhomirov (1981) e Lévy (1993) para o âmbito da Educação Matemática e argumentam que a produção do conhecimento se dá a partir do coletivo formado por seres humanos e não humanos e ressaltam a importância das mídias nesse processo.

#### **4. Considerações Finais**

O rigor e a abstração dos conteúdos da Análise tem gerado bastante desconforto em alunos de licenciatura em Matemática, sendo responsáveis por momentos de frustração e dificuldades acerca de tal disciplina. Atividades experimentais podem reorganizar o pensamento dos estudantes, construindo novos aprendizados dos conceitos trabalhados.

Mesmo estando em andamento, esta pesquisa é de grande relevância para a Educação Matemática, visto que há carência de pesquisas envolvendo o uso de tecnologia com conceitos de Análise. Dada a alta taxa de reprovação da disciplina de Análise I nesse *Campus*, e provavelmente em muitos outros, ações educacionais como esta podem alterar essa realidade, podendo criar novas possibilidades de aprendizagem.

---

<sup>4</sup> Com uma webcam e um microfone conectados ao computador, esse programa captura a imagem da tela do computador e da webcam simultaneamente, bem como o áudio do ambiente, podendo comparar o que está sendo falado pelos alunos e o que está sendo feito no computador, ao mesmo tempo.

É importante reforçar que acredito na importância do rigor da análise, e que o trabalho com conceitos abstratos reforçam o raciocínio matemático. Entretanto, o simples uso de simbologias sem significação não necessariamente ajudam na formação dos estudantes.

## 5. Referências

ALVES-MAZZOTTI, A; GEWANDSZNADJER, F. **O Método nas Ciências Sociais e Naturais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo:Pioneira, 1998.

ARZARELLO, F. et al. **Experimental Approaches to Theoretical Thinking**: artefacts and proofs. IN HANNA, G.; de VILLIERS, M. (Eds.). Proof and Proving in Mathematics Education. New York: Springer, 2012.

BENEDETTI, F. C. **Funções, Software Gráfico e Coletivos Pensantes**. 2003. Dissertação (Mestrado) - UNESP, Rio Claro, 2003

BOGDAN, R.C; BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education**: an Introduction for Theory and Methods. 3. ed. Boston: Allyn and Bacon, 1998.

BONAFINI, F. **Explorando conexões entre a matemática e a física com o uso de calculadoras gráficas e o CBL**. 2004. Dissertação (Mestrado) - UNESP, Rio Claro, 2004.

BORBA, M. C; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and reorganization of mathematical thinking**: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. Estados Unidos: Springer, 2005. 232 p.

BORWEIN, J.M. **Exploratory Experimentation**: digitally-assisted discovery and proof. IN HANNA, G.; de VILLIERS, M. (Eds.). Proof and Proving in Mathematics Education. New York: Springer, 2012.

DE VILLIERS, M. **Experimentation and Proof in Mathematics**. IN Hanna,G; JAHNKE, H. N; PULTE, H. (Eds.), Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and educational perspectives, p. 205-221. New York: Springer, 2010.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

HANNA, G. **Proof, Explanation and Exploration**: an overview. Educational Studies in Mathematics. 2000.

HSIEH, F.J; HORNG, W.S; SHY, H.Y. **From Exploratory to Proof Production**. IN HANNA, G.; de VILLIERS, M. (Eds.). Proof and Proving in Mathematics Education. New York: Springer, 2012.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica:** possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às equações diferenciais ordinárias. 2007. 231 f. Tese (Doutorado) - UNESP, Rio Claro, 2007.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência:** O futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

POWELL, A.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. **Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes.** Tradução de Antônio Olímpio Junior. Boletim de Educação Matemática - BOLEMA. Rio Claro, n.21, 2004.

REID, D; KNIPPING, C. **Proof in mathematics education:** Research, learning and teaching. Canadá: Sense Publishers, 2010.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem:** o caso da geometria euclidiana espacial. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado) - UNESP, Rio Claro, 2006.

SHEFFER, N. **Sensores Informática e o Corpo:** a noção de movimento no ensino fundamental. 2001. Tese (Doutorado) - UNESP, Rio Claro, 2001.

STEFFE, L; THOMPSON, P.W. **Teaching experiment methodology: Underlying principles and essentials elements.** Research design in mathematics and science education, Hillsdale, NJ, 2000.

THIKHOMIROV, O. **The psychological consequences of the computerization.** In WERSTCH, J. The concept of activity in soviet psychology. New York: Sharp, 1981.

ZULLATO, R.B.A. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores.** 2007. 174 f. Tese (Doutorado) - UNESP, Rio Claro, 2007.