

## HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE CONJUNTOS NUMÉRICOS: UM ESTUDO DE CASO NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

*Lidiane Pereira de Carvalho*  
*Universidade Federal de Pernambuco*  
*Lidiane.p.carvalho@gmail.com*

*Erillainy Roberta Soares Silva*  
*Universidade Federal de Pernambuco*  
*erillainyroberta@hotmail.com*

### **Resumo:**

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo de caso realizado com o objetivo de conhecer um pouco sobre a realidade dos estudantes que ingressam num curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Pernambuco, no campus de Caruaru. Neste estudo buscamos informações sobre o contato desses estudantes com a História da Matemática no período da educação básica, e também analisamos se a compreensão da história do conceito de conjuntos numéricos contribui para uma melhor construção desse conceito.

**Palavras-chave:** História da Matemática, conjuntos numéricos, ensino.

### **1. INTRODUÇÃO**

Esta pesquisa foi realizada por meio de um estudo de caso com o objetivo de investigar a forma como os estudantes de licenciatura compreendem os conceitos de conjuntos numéricos e a história da construção desses conceitos.

Este estudo surgiu de uma preocupação com a preparação dos futuros professores mediante as novas exigências da Educação Matemática. Como explica D'Ambrosio (1993, p. 35) "é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve, de alguma forma, ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade". Para atingir esse objetivo, várias pesquisas em tendências pedagógicas foram elaboradas, dentre elas o uso da História da Matemática como recurso didático. A tendência História da Matemática "parte do princípio de que o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado." (D'Ambrosio, 1989, p. 4).

Para que um professor utilize a história da Matemática em suas aulas é preciso que ele a conheça. Somente com uma boa compreensão sobre a história e os conceitos a serem

trabalhados é que o professor pode criar ambientes e situações propícios para o aprendizado.

## **2. METODOLOGIA**

A fim de conhecermos um pouco sobre a realidade dos estudantes que ingressam no curso de Licenciatura em Matemática, aplicamos um questionário com questões conceituais e históricas. Este estudo é uma pesquisa quanti-qualitativa realizada com uma turma de primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste na cidade de Caruaru-PE.

Para a coleta de dados foi utilizado um questionário com treze questões, sendo três delas para identificar o perfil dos estudantes, uma para verificar se os estudantes tinham tido aula com História da Matemática e nove questões conceituais e históricas. O conteúdo matemático escolhido para as questões conceituais e históricas foi Conjuntos Numéricos. Esta escolha se deve ao fato dele estar presente tanto no ensino fundamental como médio, e ser um conteúdo de grande abrangência e importância. Além de ser um conteúdo no qual o uso da História da Matemática oferece grande contribuição. A Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (2008, p. 119) reconhece a contribuição da história destes conceitos quando coloca que "a construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários ao longo da história é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos."

A turma na qual o questionário foi aplicado é composta por 52 alunos matriculados e frequentando as aulas, sendo 40 estudantes da própria turma e 12 de outros períodos e cursos que tem a disciplina Matemática Básica em comum.

## **3. PERFIL DOS ESTUDANTES**

Quando fomos aplicar o questionário, percebemos que a turma possuía estudantes de outros períodos, tanto de licenciatura em Matemática como de licenciatura em Química, uma vez que a disciplina Matemática Básica é comum a ambos os cursos. Pela diversidade da turma pedimos aos alunos que colocassem nos seus questionários o período e curso em que estavam (sendo considerado o período de acordo com a entrada do vestibular). A constituição da turma enquanto curso e período é:

- 37 estudantes do 1º período de Licenciatura em Matemática;

- 5 estudantes de outros períodos de Licenciatura em Matemática;
- 5 estudantes de Licenciatura em Química.

### 3.1 Você estudou em:

( ) Escola Pública ( ) Escola Privada ( ) Escola Pública e Privada

O objetivo dessa pergunta era analisar se havia alguma diferença significativa entre a escola pública e privada no que diz respeito à abordagem histórica.

Constatamos que 85% dos estudantes estudaram exclusivamente em escola pública, 11% dos estudantes estudaram exclusivamente em escola particular e 4% estudaram tanto em escola pública como particular.

### 3.2 Em que cidade você reside?

Sabendo que a instituição recebe estudantes de diferentes cidades da região, colocamos esta pergunta para analisarmos as possíveis diferenças entre os municípios. Nesta questão, apuramos que os estudantes são oriundos de 21 cidades, distribuídos de forma quase homogênea, como ilustra o gráfico:

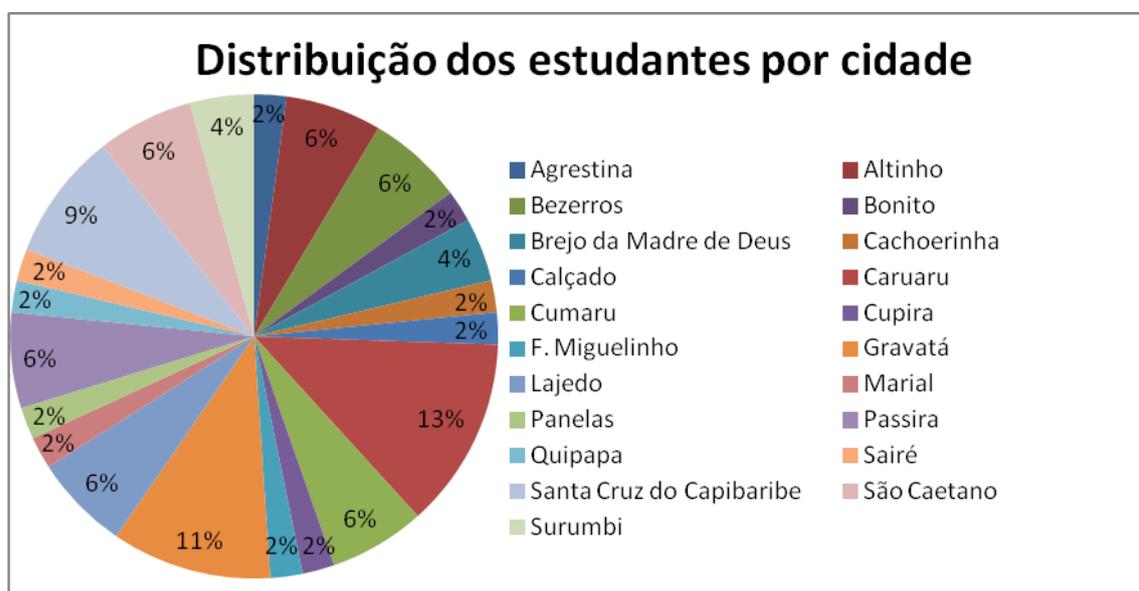


Gráfico1 – Distribuição dos estudantes por cidade.

### 3.3 Em que ano você concluiu o ensino médio?

Perguntamos a data de conclusão do ensino médio para observarmos se haveria alguma mudança notável na abordagem histórica dos conceitos dentro desta amostra.

Os estudantes concluíram o ensino médio entre os anos de 1998 e 2011. Destacamos, porém, que aproximadamente 83,3% concluíram o ensino médio entre os anos de 2007 e 2011, por isso, toda conclusão em relação à época de formação deve ser considerada com cuidado já que nossa amostra não é homogênea.

### **3.4 Quando estudante, algum professor utilizou a história da Matemática em suas aulas?**

( ) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, de que forma?

O objetivo dessa questão era averiguar se esses estudantes aprenderam através da história da Matemática, se sim, de que forma ela era trabalhada. É comum os livros atuais trazerem biografias de matemáticos famosos ou pequenos textos motivacionais, mas o uso da história da Matemática não deve se restringir a isso, é importante entendê-la como um meio para a investigação Matemática.

Nesse sentido, 61,7% dos estudantes registraram que não tinham tido aulas com história da Matemática, e 38,3% responderam que tiveram professores que faziam uso da história da Matemática, sendo que apenas 19,15% dos estudantes explicaram formas de ensino que dizem respeito à história da Matemática; a outra metade apresentou como método o uso de demonstrações e exercícios. No quadro (1) apresentamos excertos das respostas que foram consideradas como de uso de história da Matemática:

"Contando a forma como os conjuntos numéricos foram surgindo de acordo com as necessidades de cada indivíduo."

"Com textos no quadro ou explicações em livros didáticos."

"Mostrando o início e a importância da Matemática para a ciência."

"Explicando a necessidade do ser humano em contar, e depois a vontade de entender os números."

"Entrando na história desde a pré-história aos dias de hoje."

Quadro1 – História da Matemática

Comparando as datas de conclusão dos 19,15% dos estudantes que tiveram aulas envolvendo história da Matemática, constatamos que todos concluíram o ensino médio depois de 2007, sendo que apenas 2,13% dos estudantes concluíram em 2007, 2,13% em 2009, 8,52% em 2010 e 6,38% em 2011. Como os percentuais são modestos, acreditamos

que, nos últimos anos, começou a haver uma preocupação com o uso da história da Matemática na sala de aula, mas ainda é algo raro e pontual na maioria das escolas.

Em relação às cidades, não acreditamos que haja diferença significativa.

#### 4. ANÁLISE DAS QUESTÕES

O teste continha apenas uma pergunta conceitual e uma histórica para cada conjunto, sendo sempre as mesmas perguntas para todos os conjuntos numéricos, exceto a questão histórica para o conjunto dos números reais, já que ele é a união de todos os racionais com os irracionais. As perguntas foram formuladas em modelo dissertativo para possibilitar aos estudantes expressar melhor sua concepção de cada conceito, tanto em linguagem científica como coloquial, utilizando exemplos e/ou comentários se julgasse necessário.

##### 4.1 O que você entende por números naturais?

Nesta questão, a maioria dos alunos — 59,57% — conseguiu responder com a definição do que são números naturais, apenas 8,51% dos alunos deixaram a questão em branco. Os demais confundiram com outros conjuntos, como o conjunto dos números Inteiros ou o conjunto dos números Reais ou, ainda, apresentaram explicações confusas e incompletas. O quadro (2) contém alguns excertos das respostas dessa questão.

Certas:

“Conjunto de números inteiros positivos.”

“São todos os números que não são negativos e nem tem vírgula número exato.”

Erros (Confusão com inteiros):

“É o conjunto dos números existentes, com exceção de números fracionários, ou seja, dos positivos e negativos.”

“Corresponde todos os números exatos, sendo eles positivos e negativos.”

Erros (não relacionado a outro conjunto):

“É todos os numerais compreendidos entre 0 e 9.”

“Os números naturais são uma grande ferramenta de construção de conhecimento natural, a favor do homem.”

Quadro 2 – Respostas para questão 4.1.

Comparando os dados, não existe nenhuma relação entre o ano de conclusão do ensino médio, a cidade onde reside, se era oriundo de escola pública ou privada e as respostas encontradas.

#### **4.2 Que situação histórica você acredita que levou à sua construção?**

A maioria dos estudantes conhece a necessidade histórica da criação dos números naturais. Obtivemos 63,83% respostas corretas, esses estudantes explicaram a criação dos naturais através do desenvolvimento do princípio de contagem, que levou a construção dos primeiros sistemas de numeração, como explica Galvão (2008, 13-30). 8,51% das respostas foram consideradas erradas por serem muito vagas ou por explicarem através da necessidade de realizar operações que não estão bem definidas dentro dos naturais — por exemplo, a divisão, que envolve inverso multiplicativo — e 27,66% das questões foram deixadas em branco.

O quadro (3) traz alguns excertos das respostas dos estudantes:

<p>Certa:</p> <p>“Foi criado em função da necessidade de contagem do homem e da necessidade de atribuir símbolos para facilitar a contagem”</p> <p>Erradas (Operações):</p> <p>“Os números naturais foram criados para calcular as quatro operações”</p> <p>Errada (Vaga):</p> <p>“Os seres humanos na antiguidade”</p>
---

Quadro 3 – Respostas para questão 4.2.

#### **4.3 O que você entende por números inteiros?**

Nesta pergunta, 40,42% dos estudantes explicaram corretamente o conjunto dos números Inteiros, 44,68% apresentaram erros e 14,89% deixaram em branco. Ou seja, menos da metade dos estudantes conseguiram explicar o conjunto dos Inteiros de forma satisfatória. Entre as respostas consideradas certas, encontramos explicações envolvendo exemplos. Alguns erros foram causados por confusão com outros conjuntos, mas a maioria restringiu os inteiros a um de seus subconjuntos, como os negativos. Algumas respostas foram muito vagas. Veja no quadro (4) alguns excertos.

Certas:

“São números exatos positivos e negativos.”

“Para responder a essa pergunta, começo a respondê-la de maneira capitalista, ou seja, quando só tinha os números naturais havia situações que havia o valor negativo, ou como no sentido se eu tenho 80,00 tenho uma dívida de 100,00 se eu pagar com o dinheiro que tenho, ainda vou dever R\$ -20,00. Daí a necessidade de unir os números negativos aos positivos.”

Erradas (Confusão com Racionais e Naturais):

“São frações.”

“É o conjunto dos números naturais positivos, ou seja, de 0 em diante.”

Erradas (Vagas):

“São números que não sofrem alteração.”

“São aqueles números considerados negativos.”

Quadro 4 – Respostas para questão 4.3.

#### 4.4 Que situação histórica você acredita que levou a sua construção?

Quanto à origem dos Inteiros, houve 28,46% de acertos, apenas dois a menos que na questão conceitual. As questões em branco aumentaram para 46,01% e houve 25,53% de erros. Os erros estavam diretamente relacionados à compreensão do estudante sobre o conceito ou eram explicações incoerentes.

Certa:

"Foi criado pela necessidade do homem em relação às dívidas."

"A necessidade de saber um valor negativo, ex: João devia R\$ 10,00 e pagou R\$ 5,00. Então João deve R\$ 5,00."

Erro (Compreensível)

“Motivo operacional, temperatura, contas bancárias.”

Errada:

“O estudo das frações.”

Quadro 5 – Respostas para questão 4.4.

No quadro (5) vemos que na resposta classificada como erro compreensível, o estudante justificou a necessidade dos negativos por motivo operacional, e em seguida exemplificou sua aplicação e seu uso no cotidiano, de forma que é compreensível o

raciocínio do estudante. Porém, não foram esses problemas que levaram a sua criação, uma vez que o estudo das temperaturas e a criação dos bancos são posteriores ao do conjunto dos números Inteiros. As duas primeiras respostas do quadro (5) relacionaram o surgimento do conjunto à ideia de dívida, essas respostas são exemplos das que estão corretas, já que de fato foi essa a motivação para a ampliação do conjunto dos Naturais para o conjunto dos Inteiros como explica Perero (1994, p. 66). Na errada, vemos que o estudante confundiu com os Racionais atribuindo às frações a criação do conjunto.

#### **4.5 O que você entende por números Racionais?**

Houve nessa questão 61,7% de respostas corretas, de acordo com a definição apresentada por Eves (2004, p. 104). 17,02% de respostas erradas, sendo alguns erros por confusão com outros conjuntos; e outros, por inversões de conceito e/ou respostas vagas. 21,28% dos estudantes deixaram em branco.

<p>Certa:</p> <p>“Aqueles que podem ser representados por fração.”</p> <p>“1/2, 3/5, etc.”</p> <p>Errada (Confusão com Irracionais):</p> <p>“São números que não possuem raiz exata.”</p> <p>Errada (Inversão de ideia):</p> <p>“São números que não podem ser representados por fração. Acreditaram que poderia existir.”</p>
--

Quadro 6 – Respostas para questão 4.5.

Alguns estudantes fizeram uso de exemplos, como mostra o segundo excerto das respostas certas do quadro (6). Assim como houve erros por confusão entre Inteiros e Racionais, houve agora uma confusão com Racionais e Irracionais, além de uma inversão da definição do conjunto. Veja alguns casos no quadro (6).

#### **4.6 Que situação histórica você acredita que levou à sua construção?**

A maior parte dos estudantes — 44,68% — deixou a questão em branco, 34,04% responderam corretamente, apontando a necessidade dos Racionais para a divisão, em concordância com Caraça (1989 p. 35), que explica que a criação do Conjunto dos Racionais foi motivada pela “impossibilidade da divisão (exata) em números inteiros, quando o dividendo não é múltiplo do divisor.” E, 21,28% dos estudantes cometeram

erros. Os erros nesta questão eram por serem respostas evasivas como as apresentadas no quadro (7).

<p>Certa:</p> <p>“A necessidade de dividir as coisas.”</p> <p>“Surgiu na necessidade do homem dividir algo, repartir um inteiro, em frações distintas.”</p> <p>Erradas:</p> <p>“(0, 1, 2, 3)”</p> <p>“Porque os matemáticos acreditavam que só poderiam existir os números racionais.”</p>
--

Quadro 7 – Respostas para questão 4.6.

#### **4.7 O que você entende por números Irracionais?**

Quanto aos Irracionais, 31,92% dos estudantes explicaram corretamente o conceito, 29,79% apresentaram erros e 38,3% deixaram em branco.

<p>Certa:</p> <p>“Aqueles que não podem ser representados por fração.”</p> <p>“São dízimas não periódicas.”</p> <p>Erradas:</p> <p>“Todo aquele número que vem com vírgula 0,4321... e a dízima 0,666..., 3,111..., etc.”.</p> <p>“São os números negativos.”</p> <p>“São escritos em forma de fração.”</p>
---

Quadro 8 – Respostas para questão 4.7.

Nesta questão, a maior parte dos erros se originou de confusão com outros conjuntos, ou por generalizarem a ideia das dízimas não periódicas a qualquer número decimal. No exemplo do quadro (8), temos números que podem ser representados por frações.

#### **4.8 Que situação histórica você acredita que levou à sua construção?**

Apenas 6,38% dos estudantes conseguiram responder corretamente, relacionando a descoberta de números que não poderiam ser expressos como fração (EVES, 2004, P. 104-107). 31,91% apresentaram erros e 61,7% deixaram em branco.

Certa:

“Pela necessidade de algumas operações matemática. Ex:  $\sqrt{2}$ .”

Erradas:

“Para agrupar todos os números que não poderiam estar exposto em uma reta.”

“Saber o infinito entre 2 números.”

Quadro 9 – Respostas para questão 4.8.

Para explicarem a origem do conjunto dos Irracionais, os estudantes buscaram relacionar com a reta real. Alguns apresentaram os Irracionais como não contidos nela, ou de forma vaga. O quadro (9) traz exemplos das respostas dos estudantes.

#### 4.9 O que você entende por números Reais?

Nessa questão, houve 55,32% de definições corretas, 27,66% dos estudantes deixaram em branco e 17,02% cometeram erros.

Certa:

“É o conjunto união dos conjuntos racionais e irracionais.”

“Tem como representação gráfica toda a reta.”

“São todos os números exceto os números complexos.”

Erradas:

“São aqueles incluindo os negativos o zero e os positivos.”

“São números de raiz inexata ( $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$  ).”

“São números existentes que muitas vezes não podemos defini-los.”

“São aqueles positivos e melhores para se dividir.”

Quadro 10 – Respostas para questão 4.9.

Podemos ver no quadro (10) que os estudantes utilizaram os outros conjuntos, tanto a ideia de união como a ideia de conjunto complementar, para definir o conjunto Real, e também a noção de reta como uma possível representação. Quanto aos erros, mais de um estudante apresentou respostas que mostram a dificuldade que sentem, mas a maioria dos

erros foi causada por confusão quanto aos outros conjuntos, como nos mostram os excertos do quadro (10).

Comparando os resultados das questões conceituais de todos os conjuntos obtivemos o gráfico (1).

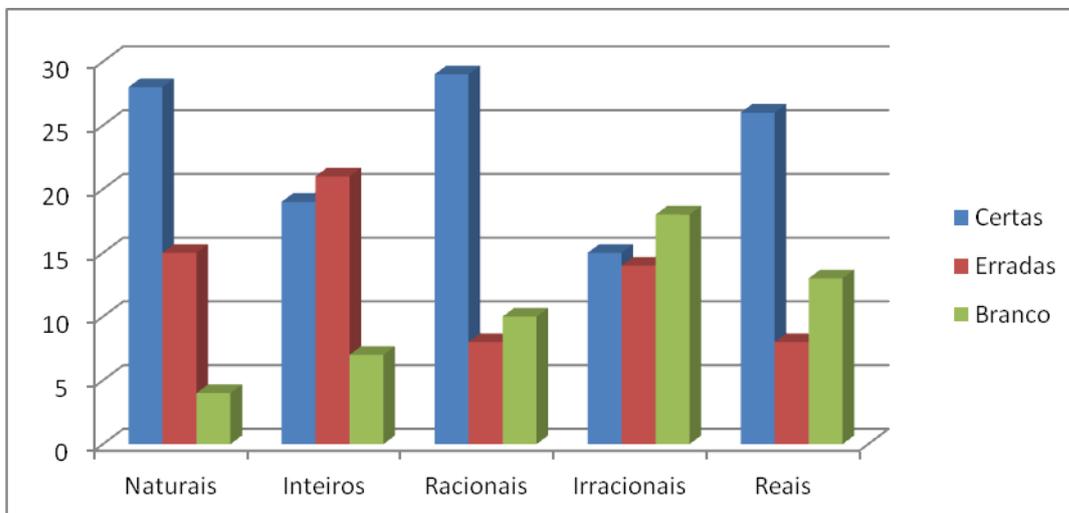


Gráfico 1 – Comparação das questões conceituais.

Ficamos surpresas ao constatar que os Racionais obtiveram o maior número de acertos. Quanto aos Irracionais, já era esperada maior dificuldade em função de ser um conjunto numérico que não tem como representar seus valores de forma exata, o que causa bastante dificuldade entre os estudantes.

Comparando o resultado das questões históricas, notamos que a quantidade de acertos dos números Naturais é próxima à quantidade de erro dos Irracionais, como mostra o gráfico (2).

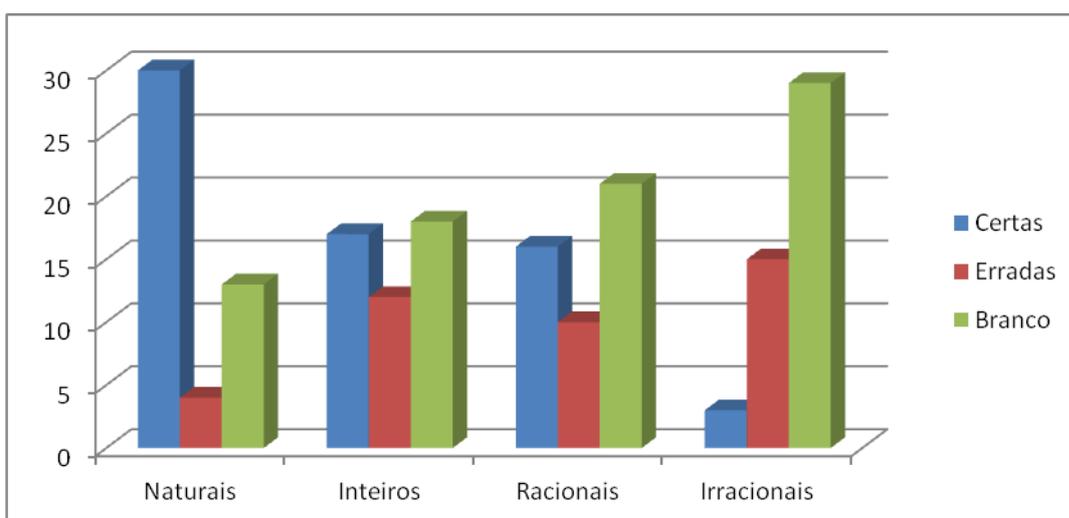


Gráfico 2 – Comparação das questões históricas.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados levam a crer que não tem sido utilizada no ensino fundamental e médio a história da Matemática de forma eficiente como recurso didático. Acreditamos que isso pode ocorrer pelo desconhecimento dos próprios professores do contexto histórico em que os conceitos matemáticos foram gerados. Por isso, consideramos a inserção de pelo menos uma disciplina de história da Matemática, nos cursos de Licenciatura em Matemática, o começo para que esta metodologia de ensino possa ser trabalhada em sala de aula no ensino básico; uma vez que essa disciplina possibilitaria a familiarização dos futuros professores de matemática com a história da ciência que irão ensinar e de como podem utilizá-la como instrumento de ensino.

## 6. REFERÊNCIAS

CARAÇA, BENTO DE JESUS. **CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA MATEMÁTICA**. Lisboa: Sá da Costa, 1989.

D'AMBROSIO, BEATRIZ S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. **Pro-Posições**, São Paulo, v. 4, n. 10, p. 35-41, 1993.

D'AMBROSIO, BEATRIZ S. **Como ensinar matemática hoje?** 1989. Disponível em: <[http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf)>.

EVES, HOWARD. **Introdução à história da matemática**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

GALVÃO, MARIA ELIZA ESTEVES LOPES. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifício, 2008.

PERERO, MARIANO. **História e Histórias de Matemáticas**. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, 1994.

SECRETÁRIA, de educação de Pernambuco. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** Recife: SE. 2008. Disponível em: <<http://www.educacao.pe.gov.br/upload/galeria/750/bccmat.pdf>>. Acesso: 20 mar. 2013.