

## INVESTIMENTOS FINANCEIROS: CONTEXTUALIZANDO A MATEMÁTICA VISTA EM SALA DE AULA

*Tiago Soares dos Reis*  
*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia*  
*tiago.reis@ifrj.edu.br*

### **Resumo:**

Este texto relata a experiência de um trabalho sobre investimentos financeiros, proposto a estudantes de Ensino Médio/Técnico e Ensino Superior como exemplo de aplicação dos conteúdos função exponencial e progressão geométrica, com os objetivos de informar os estudantes sobre a relevância de uma boa administração das finanças pessoais e mostrar a importância da matemática em assuntos do cotidiano. Os estudantes pesquisaram sobre as principais modalidades de investimento do mercado nacional e fizeram exposições orais aos colegas. O estudo deste tema pôde motivá-los a aprenderem os tópicos vistos em aula.

**Palavras-chave:** Finanças Pessoais; Investimentos Financeiros; Função Exponencial; Progressão Geométrica; Taxa de Variação.

### **1. Introdução**

A ideia para a experiência aqui relatada surgiu no segundo semestre do ano de 2010 enquanto eu lecionava sobre funções exponenciais para turmas do primeiro ano do Ensino Médio/Técnico no IFRJ (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro), *campus* Volta Redonda.

Um assunto intimamente ligado às funções exponenciais e aos logaritmos são os investimentos financeiros que, em geral, é citado nas aulas e nos livros didáticos de forma superficial. Contudo, pode-se observar que as aulas sobre funções exponenciais e logaritmos são um excelente momento para se abordar um tema tão importante para qualquer indivíduo inserido na sociedade atual: o cuidado com as finanças pessoais e as aplicações financeiras.

Diante disso, propus um trabalho, onde os estudantes pesquisariam sobre as principais modalidades de investimento no Brasil: Caderneta de Poupança, os CDB (Certificados de Depósito Bancário), os Fundos de Investimento, os Títulos Públicos, a Bolsa de Valores e a Previdência Privada (este último não é considerado um investimento, porém é mais um componente auxiliador na administração das finanças pessoais).

## **2. Considerações Iniciais**

Não é difícil perceber a falta de conhecimento sobre investimentos financeiros e a má administração das finanças pessoais por parte dos cidadãos brasileiros, em geral. Podemos observar, por exemplo, a quantidade de pessoas endividadas. A Pesquisa Nacional de Endividamento e Inadimplência do Consumidor, de janeiro de 2013, divulgada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo, mostrou que 60,2% das famílias brasileiras possuem algum tipo de dívida e 21,2% possuem contas em atraso.

Vale ressaltar a importância de uma boa administração das próprias finanças. Desta forma, é de grande valor que os estudantes possam ter, na escola, informações que os auxiliem na aprendizagem da administração financeira e conseqüentemente em sua formação cidadã. Pois como bem observa Novaes (2009), a matemática financeira tem papel relevante no exercício da cidadania.

## **3. Descrição do Trabalho**

O trabalho aqui comentado foi feito em três situações diferentes. Primeiro, com turmas de Ensino Médio/Técnico, depois com turmas de Licenciatura em Física e Licenciatura em Matemática e, por último, como um projeto na Semana de Tecnologia, Educação, Ciência e Cultura (evento do IFRJ onde grupos discentes expõem trabalhos orientados por professores).

### **3.1 No Ensino Médio/Técnico**

A proposta para este trabalho foi pensada enquanto eu lecionava sobre função exponencial, função logarítmica e progressão geométrica para estudantes do Ensino Médio/Técnico. Depois de ter ministrado aulas expositivas sobre os conteúdos acima citados e ter resolvidos alguns exercícios que envolviam aplicações financeiras teóricas, propus o trabalho de pesquisa que descrevo a seguir.

Os estudantes foram divididos em seis grupos. Cada grupo, contendo quatro ou cinco membros, ficou responsável por pesquisar um tema diferente. Os seis temas foram: Caderneta de Poupança, CDB, Títulos Públicos, Bolsa de Valores, Fundos de Investimento e Previdência Privada. Os estudantes deveriam elaborar um texto sobre seu tema e fazer

uma apresentação oral para toda a turma. Num segundo momento, haveria um debate entre dois grupos.

Sobre sua modalidade de investimento, o trabalho de cada grupo deveria descrever:

- Qual era o princípio de funcionamento.
- Que tipo de instituição oferecia.
- Como era feita a adesão. Se de forma direta ou se era necessário um intermediário.
- Quais as taxas de rendimento praticadas.
- Qual a periodicidade da remuneração.
- Se existia alguma penalidade caso o dinheiro investido fosse retirado antes da data prevista.
- Se havia incidência de imposto de renda ou IOF (imposto sobre operações financeiras). Se sim, de que forma e a que taxa.
- Se existia taxa de administração.
- Se era necessário um valor mínimo para investir.
- Se era necessário um tempo mínimo para manter o dinheiro aplicado.
- Se existia alguma proteção para o valor investido. Se sim, qual o valor máximo protegido.
- Se era recomendado para grandes ou pequenas quantias.
- Se era recomendado para investimento a longo, médio ou curto prazo.
- Quais eram as vantagens e desvantagens.
- Exemplos de aplicações, fazendo simulações com as taxas reais de rendimento.

Além da exigência destes conteúdos, foram apresentadas as características de seis personagens hipotéticos e cada grupo deveria escolher a modalidade de investimento que melhor se adequasse ao perfil de cada personagem. Como exemplo, a seguir são apresentadas as características de uma das personagens: *Ana é uma moça que não abre mão do seu padrão de vida e ficou muito decepcionada com as perdas salariais futuras referentes à sua aposentadoria. Deste modo, decidiu não depender da previdência social. Para isso, vai investir todo mês uma mesma quantia até se aposentar para ter sua renda mantida depois de todos os anos trabalhados.*

Cada grupo apresentou seu trabalho durante aproximadamente vinte minutos. Todos optaram por utilizar apresentações em *slides*.

No segundo momento, os seis grupos foram separados em três pares: Caderneta de

Poupança e CDB, Títulos Públicos e Previdência Privada e, Bolsa de Valores e Fundos de Investimento. Os dois grupos de cada par debateram, um contra o outro, pleiteando a adesão de um cliente fictício à sua modalidade de investimento. Cada grupo tentou convencer este cliente de que sua modalidade era melhor. Depois do debate, relatei aos grupos os pontos fracos e os pontos fortes de suas argumentações.

### 3.2 No Ensino Superior

Tendo em vista o bom resultado (que será comentado mais à frente) da aplicação deste trabalho nas turmas do Ensino Médio/Técnico, o mesmo trabalho foi proposto a duas turmas de Ensino Superior nas quais eu lecionava. Uma turma de Cálculo 1 com estudantes das licenciaturas em Física e em Matemática e uma turma de Cálculo 3 também com estudantes das licenciaturas em Física e em Matemática.

Na turma de Cálculo 1, o trabalho foi proposto enquanto estudávamos a derivada de funções exponenciais. Depois de algumas contas, os estudantes podem perceber que o valor da taxa de variação de uma função exponencial, que é a derivada da função, é proporcional ao valor da própria função e, em uma aplicação financeira, o montante acumulado em função do tempo se mostrou um bom exemplo de função com tal variação.

Cabe observar que na prática, em uma aplicação financeira, os juros são creditados com intervalos inteiros de tempo. Assim, o montante acumulado é modelado por uma função exponencial cujo domínio é um conjunto discreto, onde não faz sentido falar em derivada ao modo usual. Isto é, se  $i$  é a taxa de juros em uma unidade de tempo, então o montante,  $M(t)$ , após  $t$  unidades de tempo é dado por

$$M(t) = M_0(1+i)^t,$$

onde  $M_0$  representa a aplicação inicial e  $t$  representa o tempo em períodos inteiros. Porém, se os juros são creditados continuamente (ao invés de em períodos inteiros) a uma taxa  $j$ , então o montante é dado por<sup>1</sup>

$$M(t) = M_0 e^{jt}.$$

Assim, afim de que as duas expressões acima modelem a mesma aplicação financeira é

---

<sup>1</sup>Quando uma quantia inicial  $M_0$  é aplicada a uma taxa de juros  $j$  em uma unidade de tempo e os juros são creditados  $n$  vezes durante esta unidade de tempo, então o montante acumulado é dado por  $M(t) = M_0 \left(1 + \frac{j}{n}\right)^{nt}$ . Para obtermos o montante a juros creditados continuamente tomamos o limite da expressão anterior com  $n$  tendendo a infinito, obtendo  $M(t) = M_0 e^{jt}$ . Para mais detalhes ver (LIMA, 1996).

suficiente que  $M_0(1+i)^t = M_0e^{jt}$ , que é equivalente a  $j = \ln(1+i)$ . Ou seja, podemos adotar a função

$$\begin{aligned} M: [0, \infty) &\rightarrow \mathbb{R} \\ t &\alpha M(t) = M_0e^{jt}, \end{aligned} \tag{1}$$

que é uma função derivável ao modo usual e satisfaz  $M' = jM$ . E para modelar o montante acumulado a uma taxa de juros  $i$ , com juros creditados em períodos inteiros de tempo, fazemos  $j = \ln(1+i)$  e tomamos a função  $M$  em (1) restrita ao conjunto dos números inteiros não negativos, isto é,  $M|_{\mathbb{N}}$ .

Na turma de Cálculo 3, o trabalho foi proposto enquanto estudávamos equações diferenciais ordinárias. Mais especificamente, a equação  $\frac{dx}{dt} = kx$ , que modela fenômenos onde o valor da taxa de variação da função é proporcional ao valor da própria função. E pelo que já foi exposto, podemos utilizar uma aplicação financeira como exemplo de função com tal variação.

### 3.3 Na Semana de Tecnologia, Educação, Ciência e Cultura

Alguns estudantes das licenciaturas se interessaram bastante pelo tema. Desta forma, dois estudantes da Licenciatura em Física, dois da Licenciatura em Matemática, um colega da área de Língua Portuguesa e eu submetemos e apresentamos, na IV SEMATEC Sul (Semana de Tecnologia, Educação, Ciência e Cultura do Sul Fluminense), o trabalho com título “*Investimentos Financeiros: Bicho Papão ou Fada Madrinha?*”.

A exibição do trabalho foi desenvolvida em algumas etapas. A primeira foi expositiva, a fim de que o espectador tivesse acesso a uma gama de informações sobre o tema e suas implicações em seu cotidiano. Neste momento, foram utilizados recursos visuais, como slides e folders, além de exposições verbais com o intuito de convencer o consumidor (espectador) da importância de uma boa administração das finanças pessoais e de que uma aplicação financeira poderia ser muito útil para este fim. O segundo momento buscou uma imersão do espectador no mercado financeiro, com simulações referentes a cada modalidade de investimento já citada. Neste caminho, pretendeu-se proporcionar ao público uma experiência real de como seu dinheiro pode render, sob que riscos e circunstâncias, além de ampliar o olhar aos que necessitam de uma ajuda financeira, exemplificando quais são as melhores vias de acordo com cada situação. Houve também

duas palestras, uma ministrada pelos estudantes sobre a importância da boa administração das finanças pessoais e outra ministrada por um gerente de investimentos sobre os principais produtos oferecidos no mercado financeiro atual. Disponibilizamos ao público, durante o evento, alguns livros sobre investimentos financeiros e finanças pessoais. Como, por exemplo, as obras de Cerbasi (2004, 2008), Kiyosaki (2000) e Tesima (2002), citadas nas referências deste texto. Além disso, foram utilizados os jogos *Banco Imobiliário* e *O Jogo da Vida*, que se utilizam da experiência financeira. Os jogos serviram como atrativo aos jovens para que estes pudessem visitar a exibição do trabalho e para dar um caráter lúdico ao conteúdo exposto, deixando a aprendizagem mais divertida.

#### 4. Reflexões

Os livros didáticos dão exemplos de aplicações dos conteúdos abordados. Os professores também tentam mostrar aos estudantes algumas aplicações dos assuntos que estão sendo estudados. Porém, o que pode ser observado com certa frequência é que as aplicações são vistas de forma superficial e muitas vezes não é feita uma interpretação dos valores calculados. Geralmente, o estudante entende os cálculos feitos, mas o conteúdo continua sem importância para ele. Por exemplo, é comum encontrarmos nos livros, no capítulo sobre funções exponenciais ou sobre progressões geométricas, exemplos do tipo: *Um capital  $C_0$  é aplicado a uma taxa de juros  $i$  por mês, capitalizados mensalmente. Determine a expressão que descreve o montante em função do tempo. Determine quanto tempo é necessário para que o capital aplicado dobre de valor.* Este tipo de exercício exemplifica bem como utilizar a definição e as propriedades de uma função exponencial ou de uma progressão geométrica para calcular montantes e rendimentos, porém não traz o estudante para perto da realidade de sua sociedade, da realidade do que ele vai enfrentar, ou já enfrenta, no seu dia-a-dia. Quando se utiliza apenas este tipo de exercício, treina-se bem o estudante a fazer cálculos, porém peca-se ao não dar informações que serão úteis em sua formação como cidadão, e como membro de uma família, que terá de tomar decisões do que fazer com sua renda. O que está em desacordo com os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), que recomendam que o estudante possa “[...] aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas [...]” (BRASIL, 1998, p.42). Não é difícil encontrarmos estudantes egressos do Ensino Médio, que não sabem que, quando

possuírem uma renda mensal, terão de contribuir à Previdência Social, com Imposto de Renda e com outros impostos. Não sabem que gastar menos do que se ganha e poupar não é uma mera questão de opção, mas uma questão de saúde financeira. Não sabem que existem outras formas de investimento além da Caderneta de Poupança e que, com um pouco de informação e vontade, pode-se ter opções melhores do que guardar o dinheiro debaixo do colchão.

Uma das minhas motivações em aplicar este trabalho foi poder proporcionar ao estudante informações que o auxiliaria não apenas em sua formação acadêmica, mas também em sua vida como indivíduo em um meio social cuja boa administração financeira se faz tão importante. Afinal, é mais importante que um jovem tenha consciência de seu papel familiar e social do que saiba apenas fazer contas corretamente. Segundo os PCN, o conteúdo estudado deve auxiliar o estudante a “Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.” (BRASIL, 1998, p.46).

Na aplicação deste trabalho às turmas de Ensino Médio/Técnico, estudantes entre catorze e dezessete anos de idade, foi possível constatar que a maioria não tinha conhecimento das modalidades de investimento e nem consciência da complexidade da administração das finanças pessoais e familiares. Pude perceber que vários deles tiveram grande interesse pelo assunto. Muitos procuraram se informar além do trabalho que precisavam apresentar. Alguns deles, e até seus pais, leram livros sobre administração financeira que tomaram emprestado comigo. No Ensino Superior, o trabalho também mostrou resultados semelhantes. Os estudantes não eram mais adolescentes, porém eram jovens ainda em formação. Ainda não eram chefes de família, a maioria ainda não tinha um emprego e quem cuidava da administração financeira do lar eram os pais. Além disso, eram pessoas que, num futuro próximo, seriam professores, teriam papel ativo na formação de outros indivíduos. A aplicação deste trabalho nas licenciaturas pôde auxiliar os estudantes em sua vida pessoal, em sua formação como educadores e lhes deu subsídios para que, em suas aulas, não perpetuem um ensino de matemática com viés apenas teórico.

Além de proporcionar informações importantes, o trabalho serviu para motivar os estudantes a aprenderem os temas abordados durante as aulas. Sabendo que o conteúdo poderia auxiliá-los em suas vidas cotidianas, eles mostraram, em geral, interesse pelo assunto.

O trabalho também ajudou os estudantes a fixarem os conteúdos vistos em sala. Durante a pesquisa, elaboração e apresentação, eles puderam tratar os assuntos vistos em

aula de forma totalmente contextualizada. Segundo Ausubel (1980, 2003), a maior parte da aprendizagem acontece de forma receptiva. Ele ressalta a diferença entre aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica. Existem três requisitos essenciais para a aprendizagem significativa: a oferta de um novo conhecimento estruturado de maneira lógica, a existência de conhecimentos prévios que possibilite a sua conexão com o novo conhecimento e a atitude explícita de conectar o seu conhecimento com aquele que pretende absorver. Na aprendizagem significativa, enquanto o conteúdo se insere de modo particular na estrutura cognitiva do estudante, este transforma o significado lógico do material pedagógico em significado psicológico. No Ensino Médio/Técnico, muitas vezes os estudantes falavam de uma aplicação e comparavam o rendimento a juros compostos com o rendimento a juros simples. Com esta comparação eles percebiam uma diferença crucial entre uma função de crescimento linear e uma função de crescimento exponencial, analogamente uma diferença entre progressão aritmética e progressão geométrica. No Ensino Superior, puderam ver na prática uma grandeza da qual o valor da taxa de variação é proporcional ao valor da própria grandeza, além de terem conhecido um problema real onde aparece o Número de Euler, a base dos logaritmos naturais, o número  $e$ . O que me proporcionou oportunidade de falar um pouco sobre este número irracional que por diversos estudantes, quiçá professores, é mal compreendido. No caso do Cálculo 3, disciplina da qual as Séries fazem parte da ementa, pude até falar da expansão do número  $e$

em série, isto é, da igualdade  $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$  e da relação  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ .

O trabalho também proporcionou aos estudantes o desenvolvimento da capacidade de pesquisa e de organização de ideias. Os trabalhos escritos foram avaliados, comentados e retornaram aos estudantes para reescrita e posterior reavaliação. Isto os auxiliou na melhora da produção de texto. O momento de escolher a modalidade de investimento que melhor se adequava a cada personagem apresentado, propiciou também, aos estudantes, um momento de tomada de decisão. Eles tiveram, não apenas que assimilar as características de sua modalidade, mas também de conhecer e entender as modalidades dos outros grupos e de saber o que fazer com estas informações. Como observa os PCN, “[...] a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.” (BRASIL, 1998, p.40).



O trabalho para a IV SEMATEC Sul foi muito interessante, pois proporcionou aos estudantes a rotina de um trabalho de pesquisa e exposição em um evento. Eles precisaram elaborar um projeto escrito para submissão ao evento, organizar suas ideias e aperfeiçoar sua argumentação para apresentação ao público. Desse modo, a parceria entre a matemática e a língua portuguesa, através das teorias da argumentação e do discurso (ABREU, 2004), se fez imprescindível para o entendimento das aplicações financeiras no contexto social, e para uma apresentação clara e objetiva ao expectador. Afinal, “[...] é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente.” (BRASIL, 1998, p.40).

## **5. Considerações Finais**

Podemos dizer que o trabalho foi de ampla aceitação e adesão. Tanto entre os estudantes do Ensino Médio/Técnico, quanto entre os estudantes do Ensino superior.

Os estudantes do Ensino Médio/Técnico tiveram oportunidade de conhecer mais sobre um assunto de seus interesses, conhecer uma aplicação da matemática em um tema prático e real e perceber a importância da matemática para suas vidas.

Quanto aos estudantes do Ensino Superior. Pode-se observar que, em sua maioria, os livros de Cálculo utilizados nas universidades e institutos são voltados às engenharias, que são os cursos que mais matriculam estudantes nas disciplinas de Cálculo. De forma geral, é difícil encontrar, nos livros, alusões explícitas sobre a relação entre os conteúdos do Cálculo e o fazer docente no Ensino Básico. Desta forma, este trabalho proporcionou aos estudantes de licenciatura uma aproximação entre o seu dia-a-dia acadêmico atual e seu futuro dia-a-dia como professor.

Este trabalho também proporcionou a mim, professor, a oportunidade de perceber que vale a pena buscar e propor temas que fazem parte de nosso cotidiano. Tornou as aulas mais dinâmicas e interessantes.

## 6. Agradecimentos

Agradeço aos estudantes do 2º período do curso Técnico em Automação Industrial do segundo semestre de 2010 e aos estudantes das turmas de Cálculo 1 e de Cálculo 3 das licenciaturas em Física em Matemática do primeiro semestre de 2012 do IFRJ – Volta Redonda que levaram a cabo o trabalho proposto em sala. E agradeço aos estudantes Ingrid Pires, Izabelle Luize Siqueira Pinheiro, Luiz Fernando Mariano Silva e Silvania de Castro Duriguêto e ao colega, professor de Língua Portuguesa, Otavio Henrique Rodrigues Meloni por terem, comigo, elaborado e submetido o trabalho à IV SEMATEC Sul.

## 7. Referências

ABREU, Antonio S. Arte de Argumentar, Gerenciando Razão e Emoção. São Paulo: Ateliê, 2004.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D. e HANESIAN, Helen. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 2ª edição, 1980.

\_\_\_\_\_, David P. Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva, Lisboa: Editora Plátano, 2003.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC, 1998.

CERBASI, Gustavo. Investimentos Inteligentes. Editora Gente. São Paulo, 2004.

\_\_\_\_\_, Gustavo. Casais Inteligentes Enriquecem Juntos. Thomas Nelson Brasil. Rio de Janeiro, 2008.

Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo. Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor: fevereiro de 2012. Disponível em: < [http://www.cnc.org.br/sites/default/files/arquivos/analise\\_peic\\_-\\_janeiro\\_2013.pdf](http://www.cnc.org.br/sites/default/files/arquivos/analise_peic_-_janeiro_2013.pdf) >. Data de acesso: 04/02/2013.

KIYOSAKI, Robert T.; LECHTER, Sharon L. Pai Rico Pai Pobre. Editora Campus, 67ª edição, 2000.

MORGADO, Augusto C. de O.; WAGNER, Eduardo e ZANI, Sheila C., Progressões e Matemática Financeira. Coleção do Professor de Matemática. SBM, 2005.

NOVAES, Rosa C. N. de. “Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio”. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Orientadora: Nasser, LÍlian. 2009. 206p.

LIMA, Elon L. Logaritmos. Coleção do Professor de Matemática. SBM, 2ª edição, 1996.

TESIMA, Regina. Como Chegar ao seu Primeiro Milhão. Editora Campus, 2002.