

## O USO DE UM JOGO COMO REFORÇO NO ENSINO DOS CONCEITOS DE MÉDIA E VARIÂNCIA

*José Marcos Lopes  
UNESP/Ilha Solteira - SP  
jmlopes@mat.feis.unesp.br*

### **Resumo:**

Apresentamos neste artigo o relato de uma experiência de ensino que utilizou, em sala de aula, um jogo de dados, para o reforço no aprendizado dos conceitos de média e variância. O jogo é original e utiliza simultaneamente esses dois importantes conceitos da Estatística Descritiva. Formulamos também alguns problemas envolvendo situações de jogo, em que suas soluções, obtidas pelos próprios alunos, tem por objetivo reforçar os conceitos matemáticos presentes nas definições de média e de variância. Dos relatos dos alunos e das professoras que aplicaram o jogo, acreditamos que a atividade desenvolvida contribuiu para a apreensão dos conceitos de média e variância pelos alunos. Assim, esperamos que a sequência didática aqui apresentada pode auxiliar o professor do Ensino Médio no seu trabalho com esses conceitos.

**Palavras-chave:** Ensino de Estatística; Jogos; Resolução de Problemas.

### **1. Introdução**

Nos dias atuais, parece inquestionável a importância do estudo de conceitos da Estatística pelos alunos da educação básica. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam o estudo desses conceitos a partir do primeiro ciclo (1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> séries) do Ensino Fundamental.

Especificamente sobre as medidas de posição e dispersão, os PCN (BRASIL, 1997, p. 90) estabelecem como conteúdo conceitual para o segundo ciclo (3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries) a "obtenção e interpretação da média aritmética". Os PCN (BRASIL, 1998, p. 74 e 90) estabelecem para o terceiro ciclo (5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries) a "compreensão do significado da média aritmética como um indicador da tendência de uma pesquisa" e para o quarto ciclo (7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries) a "obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências".

Já para o Ensino Médio, nos PCN<sub>+</sub> (BRASIL, 2002, p. 127) a unidade temática Estatística aparece no eixo estruturador Análise de Dados e contempla a "descrição de

dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão".

É comum a necessidade da tomada de decisões diante de questões políticas e sociais sobre índices, muitas vezes contraditórios, divulgados pela mídia. “Para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.” (BRASIL, 1997, p. 29).

O documento *Orientações curriculares para o Ensino Médio* (BRASIL, 2006, p. 79) destaca "a necessidade de se intensificar a compreensão sobre as medidas de posição e as medidas de dispersão, abordadas de forma mais intuitiva no ensino fundamental".

Geralmente, apenas as medidas de posição não serão suficientes para uma informação completa sobre um conjunto de dados. Faz-se necessário utilizar também alguma medida de dispersão. As medidas de dispersão servem para indicar o quanto os dados estão dispersos em torno da região central. Especificamente, a variância fornece a dispersão dos dados em torno da média; ou seja, quanto menor a variância mais concentrados em torno da média os dados estarão.

Sobre o ensino de Estatística, Batanero (2001) afirma que o número de investigações sobre a didática da estatística é ainda muito escasso, em comparação com os existentes em outros ramos da Matemática. Por isso, não se conhecem ainda quais são as principais dificuldades dos alunos em muitos conceitos importantes. Seria preciso também experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística e que nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino de Matemática.

Neste artigo, apresentamos e discutimos os resultados obtidos por meio do desenvolvimento de um jogo didático para o reforço no estudo de duas das principais medidas da Estatística Descritiva: a média que é uma *medida de posição* e a variância que é uma *medida de dispersão*. O jogo proposto foi aplicado para alunos do 3º ano do Ensino Médio de duas escolas públicas no interior do Estado de São Paulo.

## **2. O uso de jogos no ensino da Estatística Descritiva**

A utilização de jogos como proposta de ensino de Matemática tem início a partir das concepções de teóricos construtivistas como Piaget e Vigotsky. “A partir desta convicção teórica, o jogo é tomado como instrumento pedagógico e vemos uma introdução gradual e crescente dos jogos no ensino de Matemática” (MUNIZ, 2010, p. 13).

Muitos jogos têm sido desenvolvidos para serem utilizados no ensino de Matemática. O número de jogos para se trabalhar com conceitos matemáticos da Educação Infantil e Fundamental é consideravelmente maior do que aqueles desenvolvidos para o Ensino Médio. Agora, jogos desenvolvidos especificamente para o trabalho com conceitos da Estatística Descritiva são pouco disponíveis na literatura especializada, especialmente em língua portuguesa.

Existem vários tipos e várias classificações de jogos. Para Borin (2004), os *Jogos de Treinamento* são idealizados para auxiliar a memorização ou fixação de conceitos, fórmulas ou técnicas relacionadas a algum tópico do conteúdo. E, geralmente, são utilizados quando alguns alunos necessitam de reforço em algum tópico. Assim, seguindo a concepção dessa autora, entendemos que o jogo aqui apresentado caracteriza-se como um Jogo de Treinamento. Ou seja, o jogo deve ser utilizado pelo professor após já ter apresentado formalmente os conceitos de média e variância.

Os PCN asseguram que a participação em jogos de grupo representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para os alunos e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico. Afirmam também que,

um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997, p. 49).

A proposta didático-pedagógica aqui apresentada, por utilizar um jogo, pode tornar as aulas mais atraentes e motivadoras para os alunos. Todos os alunos gostam de jogar e ninguém gosta de perder. Assim, para ganhar é necessário compreender bem os conceitos de média e variância e também a melhor estratégia do jogo. Durante as rodadas de cada partida os jogadores deverão calcular essas duas medidas. Com o passar do tempo e adquirindo um maior traquejo, os alunos serão capazes de calcular mentalmente os valores aproximados para a média e para a variância, definindo assim rapidamente qual a sua melhor jogada.

### **3. O jogo MEDVAR**

Este jogo pode ser disputado por dois ou mais jogadores. Serão realizadas cinco rodadas. Uma rodada se completa quando todos os jogadores realizaram suas jogadas. O jogo MEDVAR com suas regras foi apresentado pela primeira vez em Lopes (2012).

**MATERIAL:** 5 (cinco) dados honestos, com faces de 1 a 6, um copo e uma folha de papel para anotar as pontuações de cada rodada.

**REGRAS:**

1. Cada jogador poderá efetuar até três lançamentos em cada rodada. O primeiro lançamento é sempre realizado com os cinco dados. Posteriormente, o jogador decide se aproveitará ou não seus outros dois lançamentos. Para o segundo lançamento, o jogador pode reservar alguns dados e lançar apenas aqueles não reservados. De forma análoga para o terceiro lançamento. Vale a face de cima dos dados.
2. Após a finalização da sua jogada, o jogador anota em uma folha de papel os valores das faces obtidas nos cinco dados e os valores que obteve para a média e para a variância.
3. Ao final de cada rodada o jogador que obteve a maior média marca dois pontos, o que obteve a segunda maior média marca 1 ponto, o que obteve a menor variância marca 3 pontos, o que obteve a segunda menor variância marca 2 pontos e o que obteve a terceira menor variância marca 1 ponto. Quando ocorrer empate cada jogador recebe a pontuação correspondente. Caso o jogador calculou de maneira errada uma das medidas, então não marcará pontos naquela rodada.
4. Após a realização das cinco rodadas cada jogador soma seus pontos e vence aquele que obteve a maior pontuação.

**COMENTÁRIOS SOBRE O JOGO.** Os dados reservados tanto no primeiro como no segundo lançamento não podem ser modificados, ou seja, dado reservado não pode ser utilizado nos lançamentos subsequentes.

A ordem em que cada jogador realiza seus lançamentos pode ser estabelecida em sorteio ou de comum acordo entre os jogadores. Consideramos que mais de quatro jogadores pode tornar o jogo cansativo e desmotivar os participantes.

Como o jogo utiliza dados, o fator sorte não pode ser totalmente desprezado. Entretanto, trata-se também de um jogo de estratégia. Em cada jogada, o jogador deve procurar obter a maior média, mas também obter a menor variância; isto é, o jogo auxilia na compreensão da variabilidade dos elementos de uma amostra, conceito esse fundamental no estudo da Estatística. O jogador deve estabelecer uma estratégia que combine esses dois objetivos: maior média e menor variância.

Uma simulação de jogada pode ser como segue. O jogador obteve no primeiro lançamento as faces: 3, 3, 3, 4 e 5. Reserva o dado com a face 5 e lança novamente os outros 4 dados e obtém as faces 1, 3, 4 e 6. Reserva o dado com a face 6 e lança

novamente os outros três dados obtendo as faces: 1, 1 e 5. Assim, o jogador obteve nessa rodada as faces : 1, 1, 5, 5 e 6 e obteve média igual a 3,6 e variância igual a 4,64. Caso o jogador tivesse ficado apenas com o seu primeiro lançamento; ou seja; não tivesse utilizado os outros dois lançamentos, então teria obtido a média igual a 3,6 e variância igual a 0,64. Portanto, neste caso, teria obtido a mesma média, mas uma variância de aproximadamente sete vezes menor, e assim, uma jogada muito melhor para o jogo MEDVAR.

Depois da realização de algumas partidas do jogo MEDVAR e da resolução de alguns problemas envolvendo situações de jogo, espera-se que os alunos sejam capazes de perceber que nem sempre será conveniente buscar apenas obter os maiores valores possíveis para as faces dos dados. Deve-se procurar estabelecer um equilíbrio entre a maior média e a menor variância. É conveniente que os alunos anotem suas jogadas, pois isso irá auxiliá-los na resolução dos problemas e também no entendimento do conceito de variabilidade.

#### **4. Metodologia**

Foi desenvolvido um trabalho colaborativo com duas professoras efetivas da rede estadual de ensino, com mais de 20 anos de experiência na profissão e 84 alunos do terceiro ano do Ensino Médio. A proposta de ensino foi aplicada no mês de novembro de 2012 por essas duas professoras em duas escolas estaduais de uma pequena cidade do noroeste paulista. A Professora A aplicou o jogo em duas salas da escola 1 e a Professora B em duas salas da escola 2.

Realizamos no mês de dezembro de 2012 uma entrevista semiestruturada, áudio gravada, com as duas professoras que utilizaram essa proposta. Durante a realização do jogo os alunos anotaram os resultados em uma tabela, previamente elaborada, e também relataram por escrito suas considerações sobre a atividade desenvolvida.

#### **5. Aplicação da proposta didático pedagógica em sala de aula**

O presente projeto teve início no segundo semestre de 2011. A partir desta data realizamos alguns encontros com as professoras que utilizariam nossa proposta de ensino. Os encontros tiveram por objetivo fortalecer os conceitos básicos de Estatística Descritiva,

mais especificamente as medidas de posição e de dispersão e também discutir e preparar o material que seria utilizado em sala de aula. Discutimos o jogo, suas regras e os problemas que havíamos formulado. Por uma questão de espaço os 12 problemas não serão aqui apresentados.

Além das duas professoras que aplicaram a proposta de ensino, outros professores participaram dos nossos encontros. Estes encontros foram sempre realizados às quartas-feiras, com duração de aproximadamente duas horas, dentro do horário de HTPC desses professores, na cidade de origem dos mesmos.

As duas professoras aplicaram nossa proposta didático-pedagógica na seguinte ordem cronológica: inicialmente, trabalharam os conceitos da Estatística Descritiva da forma tradicional utilizando os chamados "caderninhos" disponibilizados pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Posteriormente, apresentaram e realizaram cinco rodadas do jogo MEDVAR. Uma das professoras, depois de trabalhar com o jogo utilizou como forma de reforço os 12 problemas. A outra professora justificou a não utilização dos problemas por falta de tempo. O tópico *Estatística Descritiva* é o último do ano e geralmente é apresentado apenas parcialmente, ou mesmo não considerado.

Especificamente para o trabalho com o jogo, cada professora gastou duas aulas de 50 minutos cada uma. O trabalho foi feito com grupos de quatro alunos. Eventualmente algum grupo teve três ou cinco alunos e foi permitido o uso de calculadoras. As duas professoras utilizaram o jogo como forma de reforço dos conceitos e também de avaliação. Como os alunos anotaram os resultados de suas jogadas e existia a necessidade do cálculo da média e da variância para a determinação dos pontos de cada jogador, as professoras aproveitaram essas anotações para verificar se os cálculos da média e da variância estavam corretos. Isso foi considerado como nota avaliativa.

## **6. Relato dos alunos e das professoras**

O Apresentamos na sequência alguns recortes das respostas oferecidas tanto pelos alunos quanto pelas professoras.

A maioria dos alunos demonstrou interesse pela utilização do jogo em sala de aula. Algumas das respostas foram: "o jogo é interessante", "gostei muito", "forma diferente de

aprendizagem", "mais interesse de participar da aula", "uma matéria que seria cansativa se torna interessante" e "foi a única matéria que eu gostei e aprendi".

A maioria dos alunos também considerou o jogo fácil e com regras bem definidas. Algumas das respostas foram: "muito fácil de entender e fácil de jogar", "regras fáceis" e "regras claras".

Alguns poucos alunos consideraram o jogo difícil. Destacamos a seguir duas destas falas de alunos da professora A: "no começo do jogo tudo foi meio complicado, mas depois fui conhecendo melhor e tudo se tornou mais fácil, adorei jogar" e " eu aprendi o jogo, mas achei um pouco complicado, errei muitas vezes, mas consegui jogar e concluir o jogo".

Muitos alunos gostaram do aspecto lúdico da atividade. Destacamos as seguintes respostas: "me diverti"; "fácil e divertido"; "sai da rotina"; "estamos nos divertindo e ao mesmo tempo aprendendo", "o jogo é legal" e "achei ele (o jogo) muito criativo, dá para você aprender brincando, uma boa maneira de aprender a matéria".

Sendo um jogo de treinamento e já que os alunos tiveram que calcular várias vezes a média e a variância, como esperado, as maiores reclamações e erros foram cometidos quando do cálculo da variância. Duas respostas que indicam as dificuldades no cálculo da variância foram: "eu achei o jogo divertido, mas é difícil calcular as variâncias" e "gostei muito, mas é difícil fazer a variância".

Entretanto, alguns alunos destacaram que o uso do jogo contribuiu para uma melhoria no entendimento dos cálculos matemáticos para a determinação da média e da variância. Destacamos suas respostas: "estimula e aprimora meus cálculos", "agora ficou fácil calcular a média e a variância" e "as contas repetitivas das rodadas nos levam a guardar as fórmulas na mente, ajuda na memorização".

Os alunos destacaram também que o uso do jogo colaborou com o fortalecimento desses dois conceitos da Estatística Descritiva. Algumas das respostas apresentadas foram: "serviu para fortalecer os conhecimentos de média e variância", "o jogo me ajudou a atender a matéria", "através dele (do jogo) é possível assimilar os conteúdos de estatística" e "este jogo foi bom para a fixação da média e da variância".

Para um bom desempenho no jogo é necessário adotar uma estratégia conveniente e isso pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Alguns alunos observaram esse fato: "ajuda a raciocinar", "estimula o raciocínio", "te faz raciocinar" e "estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos de forma divertida e menos monótona".

Finalizamos os relatos dos alunos destacando um dos grupos da professora B que compreendeu perfeitamente o conceito de variabilidade dentro dos elementos de uma amostra: "concluimos que quanto maiores e mais próximos os números, maior era a chance de ganhar" e este é o objetivo principal do jogo MEDVAR.

Com relação às professoras, as duas consideram que os alunos “gostaram do jogo”, “acharam as regras fáceis de entender”, alguns “alunos que não participavam muito da aula, eles participaram, eles gostaram, até teve um que colocou no depoimento que foi a única matéria do ano que ele gostou, que ele aprendeu e gostou, [...] envolveu todos”, “eu acho que foi a matéria que eles tiveram maior interesse” e “tudo que é diferente do tradicional eles gostam, [...] eu percebi que eles gostaram mesmo da atividade”.

Com relação às dificuldades encontradas pelos alunos quando se trabalha com conceitos de Estatística Descritiva, as professoras mencionaram o cálculo da variância. Elas concordam que o uso do jogo, pela necessidade de se calcular várias vezes a variância, colaborou para diminuir essa dificuldade.

O jogo contribuiu na interpretação e no entendimento do significado do conceito de variância, na questão da variabilidade dos dados de uma amostra.

Quando a gente trabalha só o conteúdo, só o exercício em si, eles tem um pouco de dificuldade, mas quando eles começaram a jogar, aí logo nas primeiras rodadas eles já foram percebendo os resultados que eles precisavam buscar, [...] eles procuravam números próximos, ou quando saía, eles já comemoravam, que teriam um resultado bom, [...] é uma coisa muito mais fácil deles perceberem no jogo do que deles perceberem só fazendo exercícios (PROFESSORA A).

As professoras afirmaram que os alunos se sentem mais motivados para o trabalho com jogos. A Professora A relatou: "é bem interessante, [...] eles ficam esperando, não vai ter joguinho?". A Professora B mencionou: "eu acho que fechou, assim, porque só com o livro, eles não perceberam [...] quando foi trabalhar o jogo eles ficaram espertinhos".

Com relação à prática docente, as duas professoras concordam que tiveram ganhos significativos. A Professora A mencionou que durante a atividade os alunos perguntavam e questionavam. Isso corrobora com o estabelecido nos PCN (BRASIL, 2000 p. 52) o qual estabelece que devemos criar situações "em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar".

Melhorou, porque parece que fixa melhor, eu achei que valeu a pena sim, o jogo é o diferente, sai daquela mesmice de todo dia. Explica a matéria resolve exercício, explica a matéria resolve exercício, mesmo que eles formem grupo, [...] eles ainda acham que é tudo igual. Agora quando você fala, oh!, eu tenho um jogo é assim, é assado, [...] para mim também eu achei bacana, para minha prática docente, [...] não sabia que ia ter tanto efeito. Eu achei muito bom (PROFESSORA B).

Para a Professora B o uso da atividade com o jogo contribuiu para uma melhora nas notas dos alunos tanto na avaliação final que aplicou como nas provas do ENEM e do SARESP. Geralmente os conteúdos de Estatística Descritiva não são estudados. Como já mencionamos, trata-se do último conteúdo do ano, "e geralmente a gente não consegue chegar, com esta atividade deu uma fechada, pelo menos nos conhecimentos básicos, teve várias questões de Estatística tanto no ENEM quanto no SARESP".

Finalizamos esta seção com a fala de uma das professoras sobre um de seus alunos.

Esse menino especial chama-se João (nome fictício), ele trabalha com a mãe dele numa loja, uma loja conceituada aqui da cidade, e durante o ano, assim, você não consegue despertar o interesse do menino, quando eu entrei nesta matéria houve uma transformação, ele que tem essa fala para mim. Professora, [...] que matéria mais gostosa. Eu falei para ele, olha João, vai fazer então administração para continuar os negócios de sua mãe. Você via a facilidade dele, o raciocínio dele, ele fazia conta de cabeça, eu achava que ele nem [...] entendia direito, no meu conceito, eu achava que ele não aprendia direito. Ele me surpreendeu [...] de uma tal maneira, o interesse dele, [...] foi muito bacana [...] .Uma pessoa que geralmente não fazia nada, copiava a resposta da lousa ela se interessando, ela somando, falando, oh! dá tanto, oh!, então dá tanto (PROFESSORA B).

## 7. Considerações finais

Nos dias atuais, as propostas curriculares de Matemática, em todo o mundo, dedicam atenção especial ao estudo de conhecimentos básicos da Estatística e da Probabilidade, enfatizando que o estudo desses temas é imprescindível para que as pessoas “possam analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e *tomar decisões* em várias situações do cotidiano” (LOPES, 2008, p. 59) (destaque nosso).

Durante a realização do jogo aqui apresentado o aluno é levado a tomar decisões, mudar ou manter seus dados. Apenas procurar obter a maior média nem sempre será a melhor jogada. O jogo privilegia a homogeneidade dos valores dos dados; ou seja, quanto menos dispersos em torno da média, melhor será a pontuação do jogador.

Assim, com a utilização do jogo MEDVAR acreditamos estar contribuindo para o desenvolvimento dos raciocínios lógico e dedutivo dos alunos e também para com o trabalho dos professores do Ensino Médio que pretendam ensinar esses conteúdos. Este tipo de sequência didática geralmente não é contemplada nos livros didáticos.

Pelos relatos das professoras e também dos alunos é notório o interesse e o entusiasmo dos alunos pela participação no tipo de proposta didático-pedagógica aqui apresentada. Poucos são os alunos que não gostam de trabalhar com jogos na sala de aula. Assim, acreditamos que esse tipo de ação contribui com a formação do cidadão, pois

quando a escola promove uma condição de aprendizado em que há entusiasmo nos fazeres, paixão nos desafios, cooperação entre os partícipes, ética nos procedimentos, esta construindo a cidadania em sua prática, dando as condições para a formação dos valores humanos fundamentais, que são centrais entre os objetivos da educação (BRASIL, 2000, p. 55).

## 8. Referências

BATANERO, C. Didáctica de la estadística. Granada: Universidad de Granada, 2001.

BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP, 2004. 100p.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio*. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Parte III. Brasília: MEC, 2000. 58p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+*: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2002, 144p.

BRASIL. *Orientações curriculares para o ensino médio*. Secretaria de Educação Básica, v. 2. Brasília: MEC, 2006. 135p. Disponível em <http://www.mec.gov.br>.

LOPES, C. A. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Caderno Cedes*, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LOPES, J. M. Uma proposta para o estudo dos conceitos de média e variância. In: ENCONTRO ANUAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - ProfMat2012, Coimbra. *Anais...* Coimbra: APM, 2012.

MUNIZ, C. A. *Brincar e jogar: enlces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora Ltda, 2010. 145p.