# ESTUDANTES DO 5º ANO RESOLVENDO PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO COM IDEIA DE COMPARAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO

*Maria Betânia Evangelista*
*Universidade Federal de Pernambuco*
*mbevangelista@hotmail.com*

*Paulo Marcos Ribeiro*
*Universidade Federal de Pernambuco*
*pmribeirogen2@hotmail.com*

**RESUMO**

O presente artigo teve como objetivo analisar o desempenho de 45 alunos de duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas sobre Estruturas Aditivas. Para isso, foi aplicado um teste contendo oito situações-problemas, no qual apresentaremos apenas o resultado de quatro delas, sendo duas com ideia de comparação e duas de transformação. Nossos resultados indicaram que os alunos sentiram dificuldades para responder essas questões, principalmente quando os problemas envolviam ideia de comparação entre duas quantidades. A maioria dos alunos demostrou que por não compreender o que foi solicitado nas situações-problemas, acabava respondendo-as mecanicamente. Desse modo, é fundamental um trabalho mais sistematizado, que chamem a atenção dos alunos com relação aos aspectos característicos de cada tipo de problema, com o intuito de fazer com que os mesmos reflitam sobre essas propriedades e consigam compreendê-las.

**Palavras-chave**: Estruturas Aditivas; Ensino Fundamental; Resolução de Problemas.

## 1. Introdução

Quando se pensa em operações aditivas e subtrativas, tem-se a ideia de que é necessário apenas utilizar os algoritmos que são abordados no enunciado do problema para se chegar ao resultado do mesmo, não tendo o devido cuidado em compreender o que realmente é solicitado na questão. De acordo com Ventura e Selva (2006), os alunos utilizam somente o algoritmo para resolver os problemas, onde focalizam, na maioria das vezes, nas indicações operatórias que são fornecidas pelos enunciados das questões, e com isso muitas vezes acabam resolvendo o problema de forma equivocada.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997), a dificuldade apresentadas pelos alunos em compreender e responder uma situação-problema está principalmente ligado a sua composição, e não na operação necessária para sua solução.

A maioria dos professores, por sua vez, desconhece as estruturas que fazem parte de um problema de adição ou/e subtração, consequentemente, não consegue ofertar aos seus alunos um repertório amplo de situações que possibilitem o domínio das estruturas aditivas.

Vergnaud (1996) define o campo conceitual das estruturas aditivas como sendo um conjunto de situações em que se inserem cálculos relacionados às adições ou subtrações, havendo nestas uma diversidade de conceitos, como o conceito de numeral, antecessor, sucessor, além de diversas operações envolvendo as variáveis do problema, como: ordenar, reunir, juntar, somar, acrescentar, subtrair, separar, transformar, comparar, combinar, ajustar.

Devido a grande diversidade de conceitos que envolvem tais estruturas, Magina (2011) acredita que sua aquisição por parte do aluno ocorre a médio e longo prazo, devendo ser trabalhado desde os anos iniciais.

Diante desse contexto, esse estudo teve como objetivo avaliar o desempenho dos alunos ao serem submetidos a situações-problemas que envolvam estruturas aditivas, com a ideia de comparação de duas quantidades e transformações de acréscimo e decréscimo de quantidades.

## 2. O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas

O campo conceitual das estruturas aditivas refere-se a um grupo de situações, dos quais os cálculos de adição e subtração se inserem, podendo envolver variação de problemas, como comparação, soma, transformação, entre outros. Assim, entende-se que não se refere apenas a um simples ato de somar ou subtrair, mas envolve concepções que requerem um olhar mais atento na apropriação dos invariantes existentes no conceito de número e das operações básicas.

Nesse sentido, Vergnaud (1986) define o campo conceitual como sendo um conjunto de situações, cujo domínio requer uma diversidade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita relação. Além disso, pode oferecer elementos conceituais relevantes na construção de um olhar aprofundado sobre as produções matemáticas dos estudantes ao resolverem os problemas de estruturas aditivas.

Um conceito pode ser definido, com efeito, como uma terna de três conjuntos (situação - S, invariante -I e representações simbólicas -R), onde:

• S é um conjunto de situações que tornam o conceito;

• I é um conjunto de invariantes (propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;

• R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Segundo Selva (2009), a compreensão desses três conjuntos integrados parece possibilitar uma maior preocupação didática em encontrar situações que sejam significativas para o estudo de cada conceito em questão, bem como expandir o repertório de situações que o movimenta, e enfoca o desenvolvimento das representações utilizadas pelo estudante.

Nesse sentido, a autora acima citada acredita que os problemas de estruturas aditivas encontram-se classificados em quatro tipos: composição, comparação, transformação e igualização, sendo eles:

✓ *Problemas de Transformação* – Implica em uma ação direta sobre uma quantidade que causa aumento ou um decréscimo, que dizer, uma situação inicial sofre uma mudança e transforma-se em um resultado final.

Exemplo:

| |
|---|
| Marina tinha algumas figurinhas, ganhou 15 num jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ela tinha? |

✓ *Problemas de Comparação* – Implica em uma comparação entre duas quantidades. A incógnita pode ser a diferença a ser encontrada ou uma das partes.

Exemplo:

| |
|---|
| Pedro colheu 45 laranjas, ele colheu 18 a mais que o seu irmão Joaquim. Quantas laranjas Joaquim colheu? |

- ✓ *Problemas de Composição* – Implica em relações estáticas entre uma quantidade e suas partes. A incógnita pode ser o todo ou uma das partes.

Exemplo:

| |
|---|
| Em uma partida de futebol estão jogando 22 crianças. São 10 meninas. Quantos meninos estão jogando? |

- ✓ *Problemas de igualização* – Implica na mudança de uma das quantidades para que uma igualdade seja estabelecida.

Exemplo:

| |
|---|
| Ana tem 13 botões verdes e 8 amarelos. Quantos botões amarelos ela precisa comprar para que fique com a mesma quantidade de botões verdes? |

Para Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001), esse tipo de classificação oferece uma estrutura teórica que ajuda o professor a compreender o significado das diferentes representações simbólicas das estruturas aditivas. Isso faz com que ele tenha um entendimento mais amplo e possa proporcionar aos alunos situações que contemplem tais características, fazendo-os refletirem a respeito dos significados das operações trabalhadas, e consequentemente, permite expandir a compreensão sobre os conceitos que envolvem essas operações.

No entanto, várias pesquisas vêm demonstrando que, em diferentes escolaridades, alunos ainda sentem dificuldades para resolver problemas de estruturas aditivas. Tais dificuldades estão relacionadas, principalmente à falta de compreensão da questão. (Santana, Cazorla e Oliveira, 2009; Queiroz e Lins, 2010; Ventura e Selva, 2006).

Para Magina e Campos (2004, pg. 65) “a dificuldade do problema depende da criança em estabelecer uma relação entre a subtração e a adição, em que a criança teria que relacionar a situação aditiva com a solução subtrativa”.

Diante disso, ressaltamos a necessidade dos professores, em sua prática de ensino, procurar abordar o conteúdo de forma clara, ampla e diversificada. De maneira que os alunos possam se apropriar dos conceitos e propriedades existentes nas estruturas aditivas e com isso possibilite um conhecimento aprofundado, para que consigam aplica-los na sua prática diária.

## 3. Método

Participaram deste estudo, 45 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas dos municípios de Ipojuca e Olinda - Brasil.

O teste foi aplicado em um único encontro. Cada aluno resolveu, individualmente, a um teste contendo 8 questões envolvendo situações-problemas de estruturas aditivas, das quais apresentaremos os resultados de 4 delas. São questões com ideias de transformação e comparação.

Os dois problemas com a ideia de comparação apresentavam uma incógnita e a diferença. Os alunos teriam que encontrar a parte desconhecida. O que diferenciava o primeiro problema do segundo, é que no primeiro tínhamos no enunciado do problema a expressão “a mais que”, e no segundo problema continha a expressão “a menos que”.

Já os que apresentavam ideia de transformação continham uma incógnita e o resultado final, cabendo aos alunos encontrarem a incógnita na quantidade inicial em ambos os problemas. Porém o que diferenciava um problema do outro, era o fato de que o primeiro problema partia de estado inicial negativo, e o segundo problema partia de estado inicial positivo.

Quadro 1 - Problemas aplicados na ficha de atividade

| **Nº** | **Tipo** | **Problemas** |
|---|---|---|
| Q1 | Comparação | Pedro colheu 45 laranjas, ele colheu 18 a mais que o seu irmão Joaquim. Quantas laranjas Joaquim colheu? |
| Q2 | Comparação | Paulo ganhou em uma partida 39 bolinhas de gude. Ele ganhou 14 a menos que Rafaela. Quantas bolinhas Rafaela ganhou? |
| Q3 | Transformação de estado inicial negativa | Pedro tinha várias bolinhas, perdeu 12 e agora tem 25. Quantas bolinhas ele tinha antes? |
| Q4 | Transformação de estado inicial positiva | Marina tinha algumas figurinhas, ganhou 15 num jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ela tinha? |

## 4. Resultados

De acordo com a análise dos dados, verificou-se que o desempenho geral dos 45 estudantes que participaram dessa pesquisa, foi considerado baixo, visto que apenas 30% dos alunos acertaram as questões solicitadas. A partir disso, percebemos que os mesmos sentiram dificuldades para resolver os quatros problemas, principalmente os dois com ideia de comparação de valores.

Nas respostas dos alunos, observamos uma troca equivocada da operação necessária para solucionar as questões, tendo, nas situações-problemas em que deveriam ser realizados cálculos subtrativos, eram efetuados aditivos, e vice-versa. Avanço e Evangelista (2011) em seu estudo viram que por não saber claramente que operação efetuar, os alunos realizaram operações com os valores que apareciam no enunciado do problema, não tendo a preocupação de entender o que era solicitado.

Segundo Vergnaud (1990), a maior dificuldade dos alunos não é com o procedimento da resolução, mas em compreender as relações existentes em cada problema, para aplicar o cálculo adequado.

Ao analisar o desempenho dos alunos em relação a cada questão presente no teste, (gráfico 1), verificamos que na primeira questão, referente a um problema de comparação, o percentual de acertos foi de apenas 9%. Isso indica que os alunos demonstraram muita dificuldade para responder esse problema. Supomos que a expressão "*a mais que*", presente no anunciado do problema, tenha contribuído para o insucesso da maioria dos participantes, uma vez que, os mesmos deveriam realizar uma operação subtrativa, o que não ocorreu.

Os alunos que fizeram parte do estudo desenvolvido por Magina, Santana, Cazorla e Campos (2010) fizeram a mesma troca de operação, onde a aplicava a de maneira errada em função da falta de congruência semântica entre as palavras-chaves e a operação, o que diminui sensivelmente quando essa congruência existe. A ausência de palavras-chaves também parece dificultar a escolha da operação pelos estudantes. Isto significa que o estudante tende a identificar a conta a ser realizada pelo tipo de palavra e não pela real compreensão do problema.

Essa dificuldade também foi encontrada no estudo de Avanço e Evangelista (2011) em que os alunos não conseguiram identificar o que se pedia nas situações-problemas, e faziam a seguinte pergunta: "é pra somar ou pra subtrair?", quando iriam resolver as questões. Segundo Selva (2009), os problemas que envolvem adição e subtração implicam na compreensão de diferentes relações entre os dados envolvidos no problema.

Ao observar os resultados da segunda questão, referente a um problema de comparação, verificou-se que houve um acréscimo no desempenho dos alunos em relação à primeira questão. Nesse problema, o percentual de acertos foi de 29%, dando uma diferença percentual de 20% em relação à primeira questão de comparação.

Para verificar se houve diferença significativa entre as médias da primeira e segunda questões referentes a situação-problema com ideia de comparação, realizamos um teste de médias em pares (Paired Samples Test). Através dele, verificou-se que existe diferença estatística significativa entre as médias das duas primeiras questões [t (44) = -2,449; p = 0,018], visto que, o p-valor foi inferior a 0,05. Isso comprova que a segunda questão do nosso teste foi mais fácil para os alunos responderem do que a primeira.

A terceira e quarta questões do teste tinham o sentido de transformação, sendo uma com estado inicial negativo e a outra com positivo. Na terceira questão, o percentual de acertos dos alunos foi de 56%, sendo o melhor resultado apresentado pelos alunos em relação às demais questões do teste. Embora o problema partisse de estado inicial negativo, para respondê-lo era necessário uma operação aditiva simples.

O quarto problema partia de um estado inicial positivo, e para respondê-lo seria necessário um cálculo de subtração. O percentual de acertos apresentado pelos alunos nessa questão foi de 27%. Comparando às duas questões de transformação, verifica-se uma diferença percentual de 29%.

Para saber se existe uma diferença estatística significativa entre as médias de acertos dos dois problemas de transformação, realizou-se um teste de média em pares (Paired Samples Test), tendo sido verificado uma diferença estatística nas médias das duas questões [t (44) = -3,096; p = 0,003]. Isso indica que a terceira questão foi considerada mais fácil pelos alunos que participaram da pesquisa, em comparação com a quarta questão.

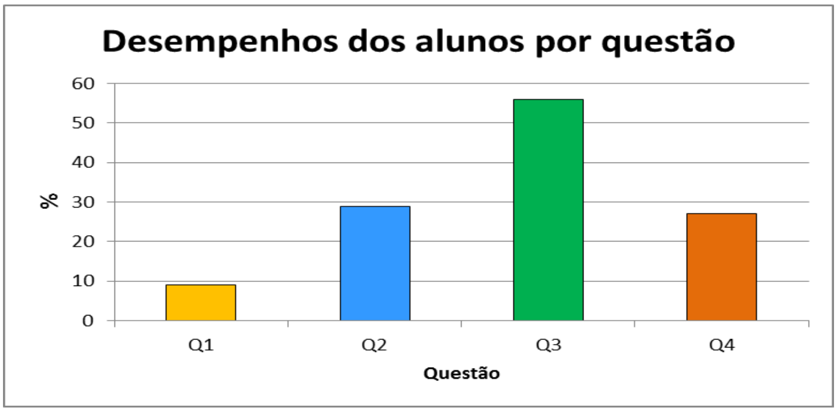



Gráfico 1: Referente aos acertos dos alunos em cada questão

Ao analisar o desempenho dos alunos em função ao tipo de questão, como mostra no gráfico 2, verifica-se que o percentual de acerto nas questões de comparação foi de 20,83%. Já nas questões de transformação, o percentual de acerto apresentado pelos alunos foi de 43,05%. Comparando os resultados apresentados pelos estudantes nos diferentes tipos de problemas, verificamos uma diferença percentual de 22,22% para os problemas de transformação.

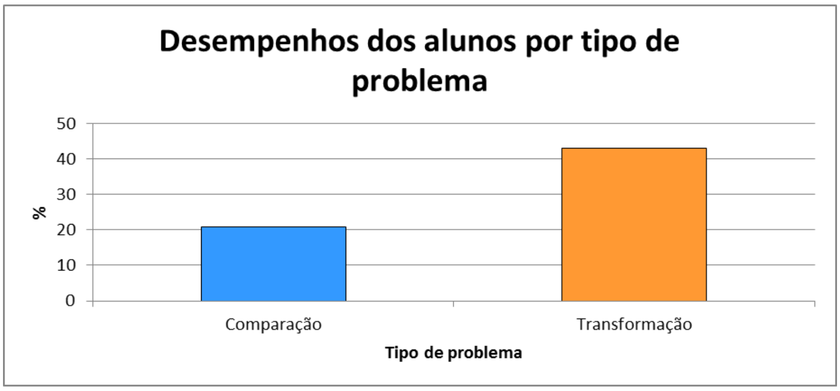


Gráfico 2: Referente aos acertos dos alunos por tipo de questão

Analisamos também o tipo de cálculo realizado pelos alunos na resolução das questões. Vergnaud (1982) salienta a necessidade de considerar os diferentes cálculos que são realizados pelos alunos ao responderem os problemas. O cálculo numérico trata dos algoritmos a serem efetuados nas situações problemas que envolvem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Já o cálculo relacional, se refere “as operações do pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas nas situações”.

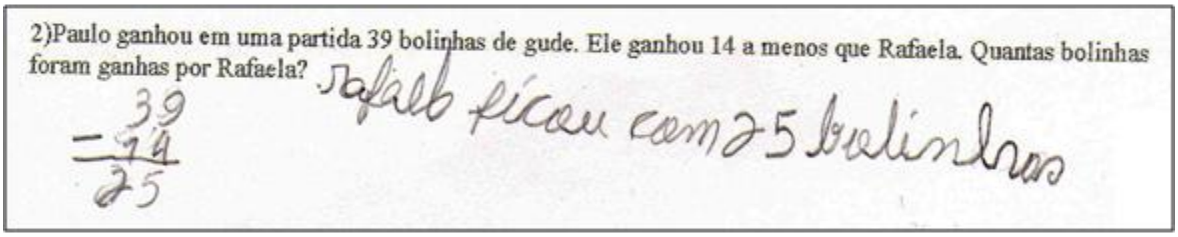
Dessa forma, categorizamos em quatro tipos: erro no cálculo relacional – CR; erro no cálculo numérico – CN; erro no cálculo numérico e relacional – CR/CN; e resposta certa – RC. Através da tabela 1 apresentamos os percentuais de frequências de cada categoria relacionada.

Tabela 1: percentuais de frequências do tipo de categoria de resposta

| **Categoria** | **Q1** | **Q2** | **Q3** | **Q4** |
|---|---|---|---|---|
| **CR** | 54% | 44% | 4% | 38% |
| **CN** | 13% | 9% | 13% | 13% |
| **CR/CN** | 22% | 20% | 27% | 25% |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **RC** | 11% | 27% | 56% | 24% |

Nas respostas dos problemas em que houve trocas no tipo de operação, e que se percebeu que os alunos não entendiam a questão, categorizamos como sendo um erro no cálculo relacional. Esse tipo de erro foi o mais frequente na primeira questão do teste, representando 54% do total de respostas dadas. A menor incidência foi vista na terceira questão, representado 4%. Esse tipo de categoria representou 35% do total de repostas com relação a todos os problemas. Temos na figura 1 um exemplo de questão relativo a essa categoria.

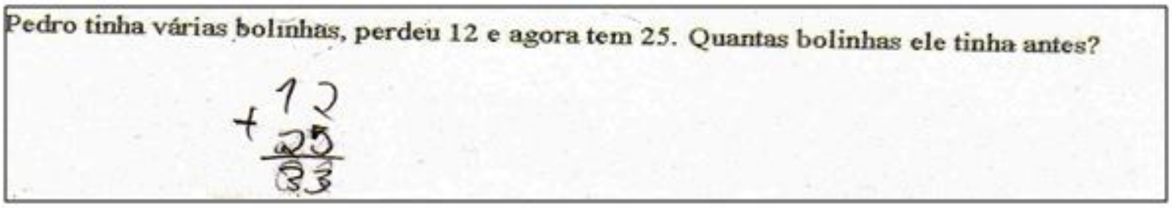

2)Paulo ganhou em uma partida 39 bolinhas de gude. Ele ganhou 14 a menos que Rafaela. Quantas bolinhas foram ganhas por Rafaela?

39
− 14
25

Rafaela ficou com 25 bolinhas

Figura 1: Exemplo de erro no cálculo relacional – Protocolo A26.

Já a categoria erro no cálculo numérico, representou 12% do total das respostas dadas pelos alunos que participaram desse teste. Nesse tipo de erro, os alunos aplicavam adequadamente a operação necessária, mas erravam na sua execução. Esse tipo de erro foi mais frequente na primeira, terceira e quarta questões, com 13%, e em menos quantidade na quarta, representado 9% do total de respostas encontradas. Abaixo, na figura 2, temos um exemplo de questão com erro do tipo CN.


Pedro tinha várias bolinhas, perdeu 12 e agora tem 25. Quantas bolinhas ele tinha antes?

12
+ 25
33

Figura 2: Exemplo de erro no cálculo numérico – Protocolo A12.

Denominamos a terceira categoria de erro no cálculo numérico e relacional, pois encontramos resposta em que o aluno cometia equívocos na escolha do tipo de operação e na sua execução. Esse tipo de erro representou 23% do total de respostas dadas pelos alunos. Encontramos com mais frequência esse tipo de categoria na terceira questão, com

27%, e com menor incidência na segunda questão, com 20%. Na figura 3, apresentamos um exemplo com esse tipo de erro.

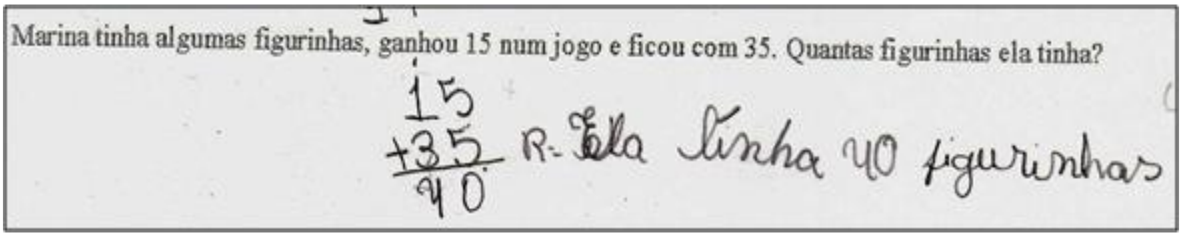



Figura 3: Exemplo de erro no cálculo numérico e relacional – Protocolo A33.

A última categoria (reposta certa) representou 30% do total de questões do teste. Esse tipo de categoria esteve mais frequente na terceira questão, apresentando 56%, e a menor incidência foi vista no primeiro problema do teste, com 11%. Temos abaixo, na figura 4, um exemplo.

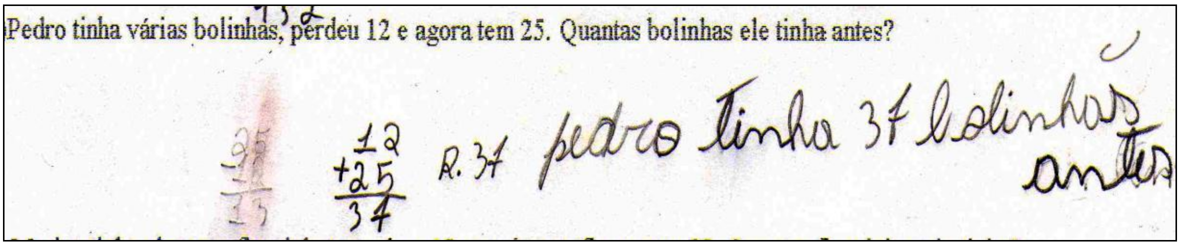



Figura 4: Exemplo de resposta certa – Protocolo A5.

## 4. Considerações Finais

Diante dos resultados encontrados, constatamos que os alunos que participaram desse estudo sentiram muitas dificuldades para responder as situações-problemas. Vimos que a primeira questão do teste, referente a um problema de comparação de valores, foi o que os alunos sentiram maior dificuldade. Supomos que isso pode ter ocorrido pala falta de compreensão da questão. Os alunos não entenderam o que era solicitado na questão, e consequentemente, acabavam fazendo uma operação inversa da esperada.

Segundo Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009) quando os alunos se deparam com situações comparativas, tendem a se limitar a ideias de adição e subtração com mudança de quantidades. No entanto, nos problemas comparativos não há mudança nas quantidades, e, mesmo assim, não conseguiram raciocinar de imediato sobre as relações quantitativas envolvidas nos problemas.

Por conta disso, entendemos que esse tipo de situação se refere a erro de cálculo relacional. Esse tipo de falha foi muito frequente nas respostas dos alunos nas questões do teste, o que demostra que os mesmos não compreendem as situações, e nem as relações que fazem parte das estruturas aditivas.

O erro no cálculo numérico foi outro tipo encontrado entre as soluções dadas pelos participantes, porém, com menos frequência do que o erro no cálculo relacional. Mas mesmo assim, isso mostra que alunos do 5º ano ainda não dominam plenamente as operações que requerem o uso do cálculo de soma e de subtração. Este é um fator preocupante, visto que, nessa escolaridade se espera que alunos tenham certo domínio das operações fundamentais.

O que se pode afirmar, tendo em vista o estudo realizado, é a necessidade de o professor realizar um trabalho mais diversificado e abrangente com essas situações para permitir que os alunos tenham a possibilidade de desenvolver raciocínios mais complexos.

Assim, esperamos que essa pesquisa possa contribuir de forma significativa para orientar das práticas pedagógicas dos professores, tendo em vista que tal conteúdo, embora faça parte do dia-a-dia das pessoas, ainda não é dominado pelos alunos.

## 5. Referências

AVANÇO, D. V. P.; EVANGELISTA, M. B. S. Estruturas Aditivas: intervenção com foco na representação em resolução de problemas. In: 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. **Anais...**, Fortaleza, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental. 1997.

MAGINA, S. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental: Ensino de 1ª à 4ª série. Contribuições teóricas da psicologia. **Educar em Revista**, n. Especial 1/2011, p. 63-75. Editora UFPR. Curitiba, 2011.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Revista Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 6, nº. 1, pp. 53-71, 2004.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. (2001). **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. Proem, São Paulo, 2001.

MAGINA, S.; SANTANA, E. R. DOS S.; CAZORLA, T. M.; CAMPOS, T. M. M. As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010.

NUNES, T.; CAMPOS; T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. São Paulo, Editora Cortez, 2009.

QUEIROZ, S.; LINS, M**.** O ensino da matemática na educação de Jovens e Adultos: as dificuldades dos alunos em problemas aritméticos de estrutura aditiva. In: IV Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade. **Anais...**, Laranjeiras - SE, 2010.

SANTANA, E. R. S.; CARZOLA, I. M.; OLIVEIRA, A. M. Uma análise do domínio das estruturas aditivas com estudantes da 5ª série do ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista** – RS. Nº 10 - v.2 - p. 29 - 39; Ano 10, 2009.

SELVA, A. C. V. Gráficos de barras na educação infantil e séries iniciais: propondo um modelo de intervenção pedagógica. In: Rute Borba e Gilda Guimarães. (Org.). **A pesquisa em Educação matemática: repercussões na sala de aula**. 1ed. São Paulo: Cortez, 2009, v., p. 103-133.

VENTURA, L; SELVA, A. C. V. Representações como fichas e reta numérica facilitam o processo de ensino dos problemas de estrutura aditiva?. In SIPEMAT – Simpósio Intemarcional de pesquisa em Educação Matemática, A**nais...**, Recife, 2006.

VERGNAUD, G. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas**. Análise Psicológica, 1986. 1(V): 75 - 90.

_________. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didáctica das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996.

__________. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROMBERG, T. (Eds.). **Addition and subtraction. A cognitive perspective**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1982.

_________(1990). **Lá théoriedes champs conceptuels**. Recherches em Didactiques dês Mathématiques. 1990.