

## O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

*Rômulo Alexandre Silva*

*Cinthia Sany França Xavier*

*Ayze Jammyle Batista Ferreira*

### **Resumo:**

O presente trabalho aborda algumas experiências vivenciadas por duas turmas de Licenciatura em Matemática do IFPB, Campus Campina Grande, na disciplina Prática de Laboratório de Ensino de Matemática. Tal trabalho aborda a importância desta disciplina na formação inicial, permitindo que o licenciando possa levar para sua sala de aula outro olhar sobre o processo de ensino-aprendizagem em Matemática, onde identificamos momentos em que as atividades propostas durante o curso tinham por objetivo explorar aspectos teóricos e práticos da disciplina, no qual muitos dos alunos não estavam habituados. Neste trabalho apresentamos um resumo de quatro projetos desenvolvidos pelos alunos: Policubos, poliminós e outros bichos; A geometria das embalagens de presentes; O Geoplano circular e A área do círculo.

**Palavras-chave:** Laboratório de Ensino de Matemática; Projetos didáticos; Processo de ensino-aprendizagem.

### **1. Introdução**

O presente trabalho é fruto das atividades desenvolvidas pelas turmas 2012.1 e 2012.2 na disciplina de Prática de Laboratório de Matemática II do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPB<sup>1</sup> (Campus Campina grande), onde apresentamos um recorte daquilo que foi produzido por duas turmas desta disciplina.

Durante as aulas tivemos a oportunidade de estudar trabalhos acadêmicos de vários autores sobre o tema do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e em seguida, desenvolvemos uma série de atividades práticas na forma de oficinas de produção de materiais e de atividades que exploravam a utilização de recursos didáticos de manipulação na sala de aula de Matemática, o processo de resolução de problemas e de investigação,

---

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba.

enfazando que mesmo partindo de um aspecto mais concreto ou prático, os alunos sejam capazes de perceber padrões e formas que levem a abstrair e generalizar conceitos envolvendo muitas das atividades. .

Tendo como um de seus objetivos, fazer com que o licenciando em Matemática pudesse vivenciar durante seu período de formação inicial atividades que lhe permitissem diversificar seu planejamento didático como futuro professor. Desta forma apresentaremos um resumo de quatro projetos desenvolvidos no LEM: **Policubos, poliminós e outros bichos; A geometria das embalagens de presentes; O Geoplano circular e A área do círculo.**

## 2. Policubos, Poliminós e outros bichos

### 2.1 Poliminós

Os Poliminós nada mais são que figuras geométricas construídas por justaposição de quadrados congruentes de modo que pelo menos uma aresta de cada quadrado coincida com uma aresta do outro quadrado. Dependendo do número de quadrados utilizados podem ser classificados com o número de quadrados:

MONOMINÓ	1 peça
DOMINÓ	2 peças
TRIMINÓ	3 peças
TETRAMINÓ	4 peças
PENTAMINÓ	5 peças
HEXAMINÓ	6 peças
...	...

Tendo como objetivo proporcionar o desenvolvimento e a aplicação prática do conceito de perímetro e área de figuras geométricas planas. Há uma diversificação de atividades que podem ser empregadas fazendo uso das peças dos Poliminós permitindo a sua utilização em sala de aula, podendo ser empregado do Ensino Básico. Entre os conceitos que podem ser trabalhados podemos citar: a semelhança de polígonos, o

perímetro, a área, simetria e análise combinatória, além de jogos, como exemplo temos os TETRIS trabalhando o seu raciocínio lógico-dedutivo. E na Educação Infantil são exploradas certas atividades em que são estimulados processos de classificação, ordenação e descoberta de padrões.

Para a construção dos poliminós usamos os seguintes materiais: cartolinas de cores diferentes, régua, tesoura e lápis. Recortamos os quadrados de mesmo tamanho e começamos a construir primeiramente pelos quadrados todos em fila, depois movendo apenas alguns deles fazendo-os ocupar posições por rotação, tendo o cuidado para que não obtenhamos uma figura congruente com outra já obtida. Há 1 único tipo de monominó e de dominó, 2 tipos de triminó, 5 tipos de tetraminós, 12 tipos de pentaminós e os hexaminós são 35 tipos no total.

Utilizando os poliminós em sala de aula podemos explorar diferentes atividades utilizando duas ou mais peças desse material, como por exemplo: montar uma determinada figura; duplicar ou triplicar a figura obtida; verificar a relação existente entre as áreas das figuras; construir retângulos utilizando os doze pentaminós, verificar se há relação entre a área e o perímetro dos retângulos formados, entre outras atividades.

Entre muitas atividades que podemos trabalhar em sala de aula, temos entre elas os jogos como exemplo o Tetris que é um jogo eletrônico popular cujo objetivo é encaixar os "tetraminós", que são peças de diversos formatos que descem do topo de uma tela. Quando uma linha é completada, desaparece e dá pontos extras ao jogador. O jogo termina quando as linhas incompletas se empilham até o topo da tela do jogo. Nesse jogo os alunos podem desenvolver o seu sentido espacial para acoplar em um jogo visual que exige o uso de transformações geométricas (translação, rotação, simetrias) reconhecimento de padrões (perímetro, área, volume) e memória visual.

## **2.2 Policubos**

Os policubos são figuras espaciais formadas por cubos iguais conectados entre si de modo que pelo menos uma face de cada cubo coincida com a face do outro cubo.

São classificados como:

MONOCUBO	1 cubo
DICUBO	2 cubos
TRICUBO	3 cubos
TETRACUBO	4 cubos
PENTACUBO	5 cubos
HEXACUBO	6 cubos
...	...



Figura 01 – Classificação e exemplos de Policubos produzidos pelos alunos em sala de aula.

Tem como objetivo a capacidade de visualização e conhecimento de geometria no espaço. Podendo trabalhar área, volume, perímetro, entre outros conteúdos matemáticos.

Para sua construção utilizamos pequenos cubos de madeira, cola e tintas, com o intuito de construir até os policubos. Primeiramente começamos construindo os dicubos que tem apenas 1 tipo e os tricubos que são de 2 tipos, depois construímos os tetracubos que são 8 e por fim os pentacubos que ultrapassaram 20 tipos diferentes.

Na apresentação desse trabalho fizemos uma explanação do que são os policubos através de slides que ajudaram na visualização, em seguida distribuímos os cubos para que os alunos interagissem conosco no desenvolvimento do trabalho. Pedimos que os alunos construíssem todos os tipos de tetracubos possíveis no qual notaram que há dois tetracubos que pareciam ser iguais. Partindo desta indagação apresentamos o conceito de figuras congruentes que segundo Eduardo Veloso, “duas figuras planas são iguais quando é possível sobrepor — em imaginação — uma à outra, fazendo-a deslizar ou rodar sobre o plano, ou tirando a figura do plano, voltando-a sobre si mesma e tornando-a colocar no plano”, como esses dois tetraminós:

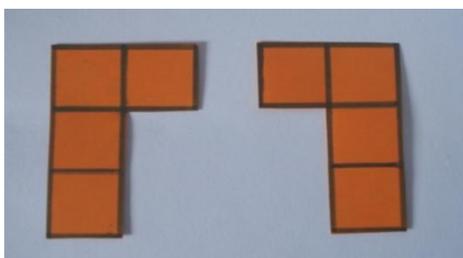


Figura 02: Representação de dois tetraminós.

É possível concluir que esses tetraminós são congruentes imaginando uma reflexão que transforma um no outro. Agora veja esses sólidos:

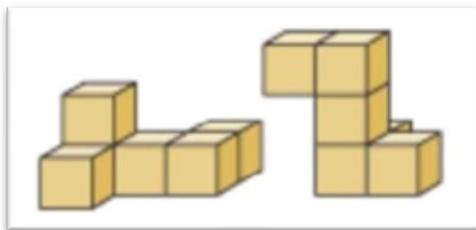


Figura 03 – Dois hexacubos que parecem ser congruentes.

Seguindo na definição de Eduardo Veloso, “Duas figuras no espaço são iguais quando é possível sobrepor — em imaginação — uma a outra, fazendo-a deslizar ou rodar no espaço”, notamos que esses dois sólidos, podem parecer iguais de acordo com a definição que demos, mas não são, veja:

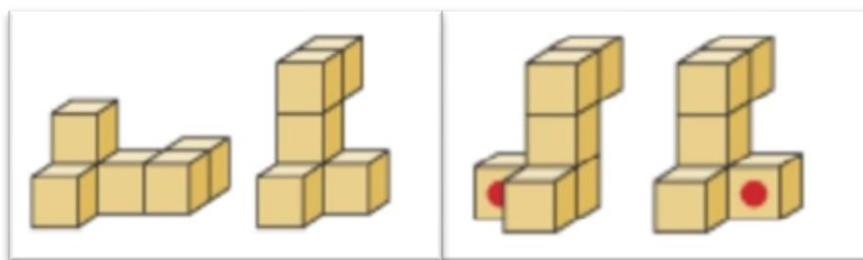


Figura 04 – Representação onde giramos o segundo sólido 90° no sentido horário e levantamos o primeiro sólido numa posição comparável ao segundo sólido.

Percebemos então que são diferentes, por causa dos cubos com a pinta vermelha, em posições opostas em relação à parte comum. Apenas com uma reflexão num plano o segundo sólido se transforma no primeiro. Mas não rodamos nem arrastamos! Portanto não são igualmente iguais segundo a definição.

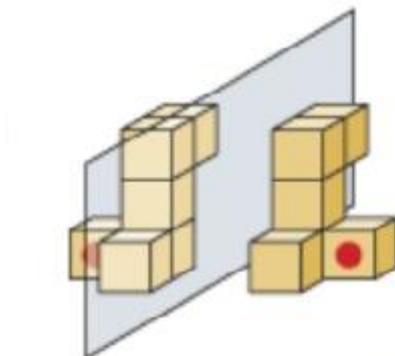


Figura 05 – Reflexão dos dois sólidos.

Nesta atividade exploramos o desenvolvimento de capacidade de visualização e organização do raciocínio.

Outra atividade bastante interessante realizada utilizando os policubos foi o Cubo Soma que é um quebra-cabeça chinês criado pelo poeta-matemático Piet Hein. Seu objetivo é usar os sete policubos: 1 tricubo e 6 tetracubos, para montar um cubo  $3 \times 3 \times 3$ , e para facilitar sua montagem nos pintamos a parte interna do cubo na cor vermelho e sua parte externa na cor azul, onde poucos alunos conseguiram.

No desenvolvimento das atividades utilizamos recursos didáticos que proporcionam a diversificação das atividades de sala de aula e criando outras oportunidades de ensino-aprendizagem.

### **3. A Geometria das embalagens de presente**

Uma das dificuldades enfrentadas pelo professor está relacionada à Geometria, essas dificuldades se dão em virtude da forte resistência ao ensino da Geometria e deve-se também, em grande parte, ao pouco acesso pelo professor aos estudos dos conceitos geométricos na sua formação inicial ou até mesmo pelo fato de não gostarem de Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 07).

Na tentativa de tornar o ensino da Geometria mais atrativo para o aluno, o professor busca alternativas mais interessantes, de forma que haja uma relação direta entre a Geometria e o cotidiano do aluno, tornando o estudo de determinado conceito mais dinâmico. As embalagens de presente podem ser utilizadas como um modelo concreto na abordagem da Geometria plana e espacial.

Com o uso das embalagens de presente buscamos trabalhar alguns dos conceitos geométricos que os alunos já estudaram e introduzir outros, de forma que desperte o entusiasmo dos alunos para que estes consigam melhorar sua forma de ver e estudar conceitos relativos ao ensino-aprendizagem de Geometria. A partir daí, foi proposto para os alunos que construíssem uma embalagem de presente com papel microondulado com formato geométrico, de forma que fosse possível explorar conceitos relativos a ângulos, polígonos, área e volume.

Um dos formatos utilizado para a criação foi o de uma embalagem em forma de coração que explora uma composição de prisma de base quadrada com dois semicilindros. Ao explorar o cálculo da área total da embalagem, foi necessário dividir seu cálculo em quatro partes: áreas da base e da tampa, bem como as áreas laterais da tampa e do fundo da caixa (figura 06).

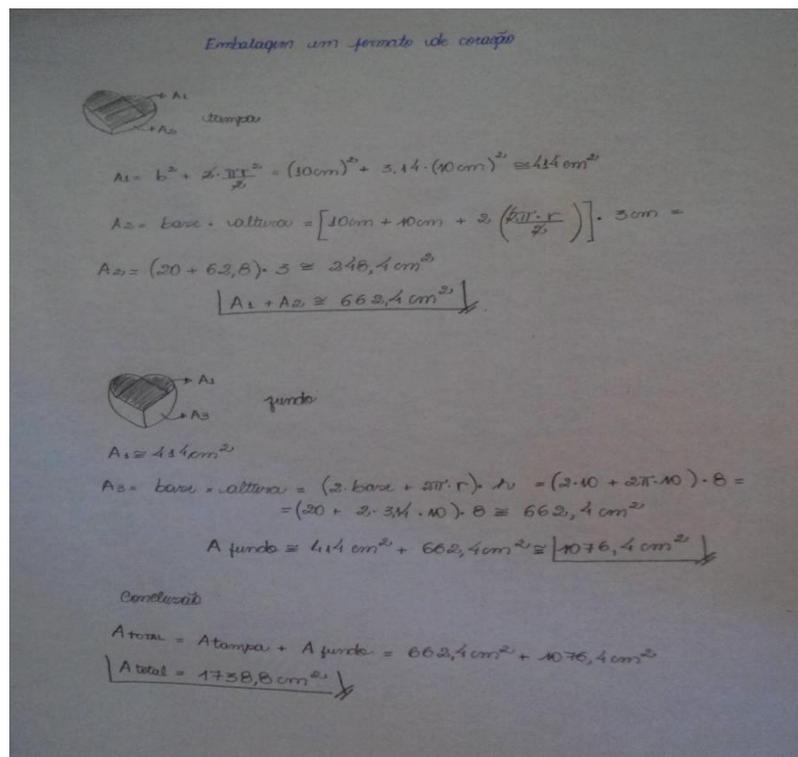


Figura 06 – Exemplo de atividade com o cálculo da área total da embalagem.

Um dos aspectos importantes do trabalho, além da inovação das aulas de Geometria tornando-as mais produtivas e interessantes, consistiu na identificação de como os alunos relacionavam os conhecimentos matemáticos com o processo de construção das embalagens e também a conexão entre a Matemática e o cotidiano do aluno sendo possível estudar a Geometria Plana e Espacial aplicada às embalagens de presente.



Figura 07 – Embalagem produzida por um dos alunos.

#### 4. O Geoplano circular

O Geoplano foi criado pelo professor Caleb Gattegno, do *Institute of Education-London University*, em 1961 e a partir daí professores e pesquisadores matemáticos começaram a utilizar o material manipulável com uma ferramenta para o ensino da Geometria Plana e para o ensino dos divisores, possibilitando ao aluno a oportunidade de agir e de refletir sobre suas ações a partir do momento em que este desenvolve diferentes atividades.

Em seu artigo *A Pedagogia da Matemática*, Gattegno concluiu que:

Todos os Geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino. (KNIJNIK, BASSO e KLÜSSENER. 2004, p.5).

Tratando-se da importância da Geometria, Lorenzato (1995) diz que esta tem função essencial na formação dos indivíduos, pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática.

Sabendo que a Geometria está presente em diversas situações da vida cotidiana podemos explorar este e outros assuntos matemáticos de forma prática e dinâmica, enriquecendo o aprendizado e permitindo o envolvimento dos alunos com a Matemática durante a realização de atividades com o uso de material didático de manipulação, por exemplo, a criação e manipulação do Geoplano Circular, material construído durante as aulas de Laboratório de Ensino de Matemática II permitiu que nós, alunos, percebêssemos os diferentes polígonos formados a partir da ligação de pontos, além da lógica de regularidade existente na utilização ou não de números primos, por exemplo.

A criação do Geoplano Circular foi realizada em 2 momentos, onde num primeiro momento o construímos sobre uma madeira aglomerada de formato quadrado, onde medimos, com a utilização de um transferidor e régua, uma circunferência em seu centro e alocamos pregos sobre a circunferência em 36 partes iguais a 10 graus, cada uma.

No segundo momento, fizemos ligações utilizando um pedaço de linha e partindo de um ponto do tipo 2 a 2, 3 a 3, 4 a 4 e assim por diante até 36 a 36 e só então foi possível perceber as diferentes estratégias que surgiram para que calculássemos os vértices assinalados e o polígono que seria formado, além da percepção sobre a relação entre números primos, divisores e Geoplano Circular.

Durante a atividade surgiram diversos questionamentos, tais quais: Era possível voltar ao ponto inicial, mesmo dando mais de uma volta? Era possível retornar ao ponto inicial em uma única volta? Existe algum padrão de lógica? Qual era a relação entre o polígono formado e os números primos?

Partindo desses questionamentos observamos o envolvimento e as discussões de cada aluno, além das dificuldades de alguns alunos.

Turrioni e Perez (2006, p.61) acreditam que o uso de material concreto tem um papel relevante na aprendizagem em matemática, pois “facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos”.

Ao fim da fase de construção de todas as ligações possíveis, discutimos que as figuras geométricas que se formavam durante a atividade eram de dois tipos: um polígono regular ou um polígono estrelado e que nas ligações que utilizavam números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 e 31), com exceção de 2 e 3 que são divisores de 36, sempre formava um polígono regular estrelado com centro em forma de circunferência (figura 07), já se o número de ligações corresponde a um divisor de 36, a formação será igual à de um polígono regular.

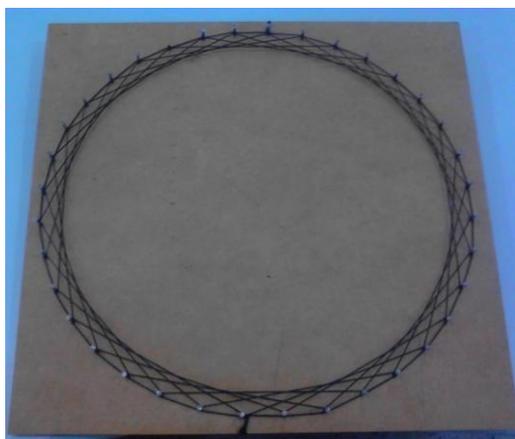


Figura 08 – Construção de um polígono regular estrelados em parte de um Geoplano Circular.

Ao final da atividade, os alunos apresentaram um relatório em que apresentaram um resumo do projeto, de que forma os conceitos matemáticos estavam sendo explorados, assim como, os pontos positivos e negativos na realização do trabalho.

## 5. Área do círculo

Muitos alunos acreditam é que a Matemática não possui relação com o seu cotidiano, fato reforçado por muitos professores que não fazem com que os alunos investiguem ou tenham curiosidade de saber o porquê que aquilo acontece nem muito menos utilizam recursos didáticos para facilitar a compreensão do conteúdo e tornar a aula mais atrativa e dinâmica. Para muitos alunos as aulas de Matemática não passam apenas de aulas expositivas, resolução de listas de exercícios e aplicações de fórmulas. É comum que a Matemática seja ensinada dessa maneira, e pode ser uma das causas do desinteresse na maioria dos alunos.

A experiência com o uso desses recursos didáticos, nesse caso o papel higiênico que utilizamos para mostrar aos alunos que podemos calcular a área do círculo partindo da área do triângulo, foi no IFPB em uma aula na disciplina de prática em Laboratório em Matemática II nas turmas 2011.1 e 2011.2 do curso de Licenciatura em Matemática.

O trabalho teve como objetivo utilizar um método para visualizar e ajudar na compreensão da demonstração do cálculo da área de um círculo.

Inicialmente fizemos uma explanação do assunto e em seguida mostramos os materiais utilizados, são eles: papel higiênico, estilete, fita crepe e papel ofício. Primeiramente pegamos o papel higiênico e passamos a fita crepe pelo centro do rolo do papel higiênico, de forma que as folhas não se soltem quando o papel for cortado, conforme mostra a figura abaixo.



Figura 09 – Etapa de preparação de um rolo de papel higiênico com fita.

Com um estilete cortamos todas as folhas da superfície até o interior do rolo, oposto à fita presa ao papel. Ao separar as folhas que foram cortadas, abrindo e mantendo-as presas pela fita crepe colocamos sobre a folha de ofício obtendo-se uma figura parecida

com um trapézio. Logo os alunos compreenderam de que se não houvesse o furo no meio do rolo de papel a figura que é um trapézio teria então, um formato triangular, onde a base desse triângulo é o comprimento da circunferência que limita a base do rolo de papel e que a altura seria o raio.

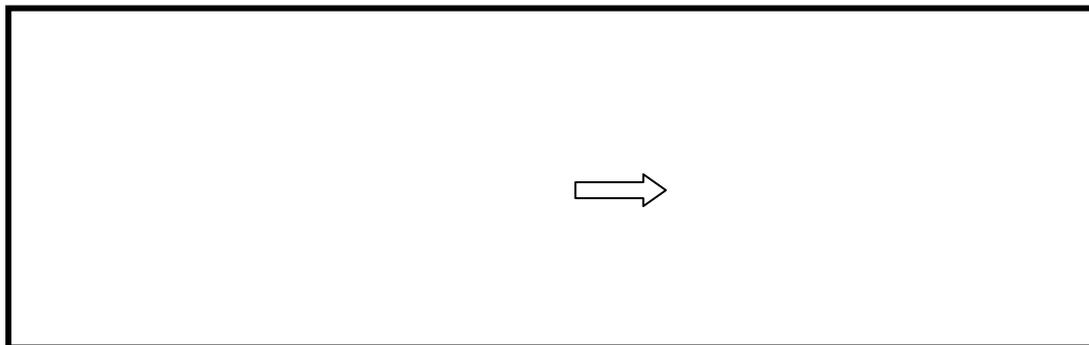


Figura 10 – Figura do trapézio formado ao abrir o papel higiênico depois de cortado e a figura com formato triangular, caso não houvesse o furo no meio do papel higiênico.

Calculando a área desse triângulo, estaríamos calculando a área do círculo. A área do triângulo é dada por:

$$A_{\Delta} = \frac{\textit{base} \cdot \textit{altura}}{2} \Rightarrow A_0 = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

Onde a base do triângulo é o comprimento do círculo e a sua altura corresponde ao raio do círculo. Essa atividade pode ser trabalhada com alunos do Ensino Fundamental e Médio onde os alunos aprendem a diferenciar circunferência de círculo e a compreender a fórmula da área de um círculo de uma forma prática, usando material didático depois, ou antes, de uma demonstração formal.

## 6. Considerações

Identificamos que o licenciando em Matemática, futuro professor, precisa vivenciar momentos em que possa diversificar a abordagem dada aos conteúdos trabalhados em sala de aula, quando for possível, para que desta forma possa acreditar numa proposta de ensino-aprendizagem onde explore o uso de materiais didáticos, a resolução de problemas, aspectos da História da Matemática que contribuam para a compreensão de como os conceitos foram sendo desenvolvidos, entre outros pontos relacionados ao seu ensino.

Identificamos numa proposta de trabalho no LEM, que o desenvolvimento de conteúdos, quando bem conduzido em relação aos seus objetivos em sala de aula, pode apresentar algumas possibilidades:

- O trabalho em grupo – Muitas das atividades envolviam a necessidade do trabalho em parceria com o colega, com o grupo ou com toda a turma. A argumentação do colega ou do professor sugere ao aluno envolvido com a atividade, um repensar sobre os conteúdos matemáticos envolvidos, observando aspectos da atividade que não foram observados num primeiro momento.
- Um ensino-aprendizagem reflexivo – No movimento de tentar justificar o desenvolvimento da atividade e no processo de exploração dos conteúdos identificou-se um movimento de justificativa sobre o **como** ou **de que forma** determinada fórmula, MDM, jogo ou atividade se relacionam com a aprendizagem de conceitos em Matemática.
- Diversificar as estratégias de ensino – O professor, ao abordar os conteúdos explorando estratégias diferentes, possibilita que os alunos vivenciem situações que lhes permitam abordar os conteúdos de forma investigativa.
- A aproximação entre teoria e prática – O distanciamento entre muitos dos conteúdos de Matemática estudados e suas aplicações no cotidiano das pessoas demanda a necessidade de encontrarmos estratégias de ensino que explorem a criatividade e a participação dos alunos no processo de construção de conceitos.
- Instrumento de mediação – É fundamental o uso de MDM como instrumento de mediação no processo de construção do conhecimento, no momento em que o aluno utiliza-se de materiais que lhe permitem reproduzir um modelo que se assemelha com elementos matemáticos da sua realidade para explorar conceitos abstratos.

No desenvolvimento das propostas de atividades com uso de MDM, identificamos uma forte relação com o ensino de Geometria, devido a sua relação com os objetos do cotidiano. Podemos estudar seus conceitos e objetos geométricos devido ao seu aspecto experimental e indutivo, ao explorar suas aplicações com o cotidiano e relacionar com modelos concretos na construção de seus conceitos (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p.83).

## 7. Referências

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V. de A.; KLÜSENER, R. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. Rio Grande do Sul, Unijuí, 2004.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** In: Educação Matemática em Revista – SBEM 4, 1995, p. 3-13.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas em sala de aula**. 3<sup>a</sup> ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p.

TURRIONI, A.M.S e PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.