EXPLORANDO O FORMATO HEXAGONAL DOS FAVOS DE MEL DAS ABELHAS NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Rômulo Alexandre SILVA
Instituto Federal da Paraíba
romulo_celia@hotmail.com

Cinthia Sany França XAVIER
Instituto Federal da Paraíba
cinthiasany@gmail.com

Ayze Jammylle Batista FERREIRA
Instituto Federal da Paraíba
ayzeifpb@gmail.com

Pedro Marinho de ARAÚJO
Instituto Federal da Paraíba
pedromarinhoifpb@gmail.com

Resumo:

Durante este minicurso apresentaremos algumas reflexões sobre uma proposta de atividade de sala de aula de Matemática cujo tema central explora o formato hexagonal dos favos de mel de algumas espécies de abelhas, buscando explicar matematicamente como tal proposta de ensino-aprendizagem explora os conceitos relacionados ao estudo da Geometria. Ao analisar um problema que consiste em justificar, do ponto de vista do conhecimento matemático, o porquê do formato hexagonal dos favos de mel das abelhas, quando relacionamos uma série de conceitos ligados ao estudo da Geometria para justificar tal formato como a opção mais eficiente quando comparada com outros padrões de forma. Sendo proposto ao participante que explique, do ponto de vista matemático, tal escolha e desta forma possa aplicar a Matemática na resolução de um problema.

Palavras- chaves: Geometria das abelhas, Formato hexagonal dos favos de mel, Ensino-aprendizagem.

1. Introdução

Existirá um padrão matemático para muitas das formas que encontramos na natureza? Porque muitas plantas e animais parecem adotar padrões, formas, e comportamentos que tem uma relação direta com a Matemática, em muitos casos não identificamos, inicialmente, a harmonia de tais relações, seria mero acaso probabilístico ou fruto de um processo de seleção natural, onde quem adotou as melhores soluções de adaptação ao meio ambiente em que se encontram, pôde evoluir.

Ao observar plantas e animais na natureza, percebemos que algumas dessas formas se assemelham com a de um hexágono regular. Encontramos a forma hexagonal nos cristais, nas formas marinhas, nos alvéolos construídos pelas abelhas, entre outras. No caso das abelhas identificamos a necessidade de guardar a maior quantidade de mel possível economizando cera na construção das paredes de cada favo que é produzido com matéria orgânica de seus próprios corpos.

2. O formato hexagonal dos favos de mel

Por que os favos de mel das colmeias de muitas espécies de abelhas tem formato hexagonal? Por que tal escolha não poderia ser com outro formato? Quais os benefícios do formato hexagonal em relação a outros formatos que poderiam ser adotados? Não é algo simples de ser respondido do ponto de vista da evolução das espécies, mas é algo que nos chama a atenção para encontrar pelo menos do ponto de vista matemático um sentido para tal escolha.

Podemos começar o problema, identificando nas figuras planas que representem polígonos regulares e que se encaixem perfeitamente, apresentando aos alunos polígonos que possuam ângulos que se completem de forma a obter um encaixe perfeito. Para isto podemos fazer uso da fórmula do ângulo interno de um polígono regular.

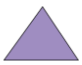
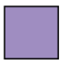
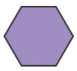
$$Aai = \frac{\mathrm{Sai}}{\mathrm{n}} = \frac{(n-2)\times 180°}{n}$$

Onde explorando a medida do ângulo interno de alguns polígonos com a quantidade de polígonos necessários para obtermos um encaixe perfeito de uma volta de 360^{o}, podemos observar alguns casos como os seguintes:

Triângulo = $\frac{180}{3} = 60°$
Quadrado = $\frac{360}{4} = 90°$
Pentágono = $3 \times \frac{180}{5} = 108°$
Hexágono = $4 \times \frac{180}{6} = 120°$
Octógono = $6 \times \frac{180}{8} = 135^{o}$

Através desses polígonos regulares, identificamos quais possuem encaixe perfeito: o triângulo, o quadrado e o hexágono. Em seguida, podemos explorar qual o caminho pra chegar a tal conclusão diante de uma malha poligonal onde uma parede (lado) pode servir na construção de outro polígono, observando que a soma dos ângulos internos tem relação direta com o encaixe dos polígonos. Mas qual tem maior área? Para isto podemos recorrer ao uso de materiais didáticos de manipulação como palitos de fósforos, palitos de dente ou polígonos em papel ou material emborrachado para compor malhas poligonais que representem possíveis modelos de favos de mel. Entre os polígonos regulares que podemos compor um favo de mel, a tabela 01 relaciona de forma experimental, a quantidade mínima de paredes de modo a obter a maior quantidade possível de polígonos regulares que encaixem produzindo um possível favo de mel (malha poligonal).

Tabela 01: Relacionando o maior número de polígonos regulares com a quantidade mínima de paredes.

Quantidade de favos de mel	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**
	3	5	7	9	11	12	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31	33	34
	4	7	10	12	15	17	20	22	24	27	29	31	34	...	...				
	6	11	15	19	23	27	30	34	...	...									

De acordo com a tabela 01, identificamos que um dos valores em comum para formar um polígono perfeito é o valor 34, ou seja, 34 paredes. Desta forma, poderíamos construir 19 favos de mel em forma triangular, 13 favos de mel em forma quadrangular e 8 favos de mel em forma hexagonal. Calculando a área de cada figura geométrica, temos:

Triângulo $A = \frac{19\sqrt{3}\mathrm{L}^2}{4} \cong 8{,}22$

Quadrado $A = 13L^2$

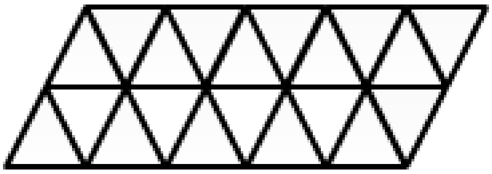
Hexágono $A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 8$ $A = \frac{48\sqrt{3}\,L^2}{4} = 12\sqrt{3}\,L^2 \cong 20{,}78L^2$

3. Uma relação entre custo e benefício

Considerando 34 paredes para formação de favos de mel com formato triangular, quadrático e hexagonal, obteremos 19, 13 e 8 favos de mel, respectivamente. A partir da construção de "esqueletos estruturais", através de palitos de fósforos de lado (l), podemos calcular a relação de custo benefício dos favos.

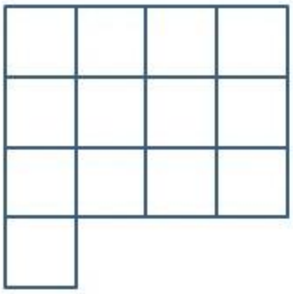
Se utilizarmos as 34 paredes para formar os favos em forma de triângulos, obteremos 19 favos, com uma área total de:

$$At1 = \frac{19\sqrt{3}l^2}{4} \cong 8{,}22l^2$$



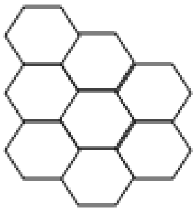
Se considerarmos que os favos de mel serão em forma de quadrado, teremos:

$$At2 = 13l^2$$



Contudo, se considerarmos que os favos serão em formato hexagonal, obteremos uma área total superior às demais, cerca de:

$$At3 = 12\sqrt{3}l^2 \cong 20{,}78l^2$$



Com isso, podemos calcular o aumento de cada área e o aproveitamento dos mesmos, em valores percentuais, onde a área dos favos quadrangulares tem um aumento de

58% em relação ao triangular e o formato hexagonal tem um aumento de 152% também em relação ao primeiro.

Desta forma, ao analisarmos o problema, podemos perceber que ao se comparar a utilização da cera na construção das paredes, a melhor escolha de polígono seria um favo de mel em forma triangular, mas se considerarmos o melhor aproveitamento da área, a melhor alternativa seria o formato hexagonal, pois o mesmo possui o melhor aproveitamento em relação aos demais, apesar se possuir a menor quantidade de favos.

É necessário que seu uso esteja atrelado a objetivos bem definidos quanto ao aspecto de promover a aprendizagem da matemática, ou seja, a um pensar sobre a ação pelo professor. Afinal, o aluno é um sujeito ativo na construção do seu conhecimento; ele aprende a partir de suas experiências e ações, sejam elas individuais ou compartilhadas com o outro. Por isso a mediação por parte do professor é fundamental para contribuir na construção dos conceitos matemáticos.

Lorenzato (2008, p.20) destaca a importância de começar pelo concreto para poder alcançar ideias mais abstratas na aprendizagem de conceitos matemáticos:

> Essa é uma caminhada de ensino aparentemente contraditória principalmente para matemáticos que acreditam ser a abstração (se referindo à matemática) o único caminho para aprender matemática. Na verdade, assim como é preciso abrir mão do rigor para se conseguir o rigor, para se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto.

Ao compreender a real necessidade de um ambiente estruturado onde o professor e seus alunos tenham condições de exercer um trabalho com maior compreensão das ideias matemáticas exploradas e tendo o professor, clareza em relação ao uso de material didático de manipulação (MDM), compreendendo os momentos em que eles podem contribuir para diversificar as abordagens didáticas que o professor deve realizar.

O professor exerce papel fundamental no processo de mediação entre o aluno e a formação de conceitos científicos, fomentando a interação e a construção de um ambiente educacional que viabilize a aprendizagem.

Nesta perspectiva, o professor assume um papel de mediador da relação entre a criança e o mundo que lhe cerca, pois os objetos da nossa cultura só fazem sentido quando compreendemos seu uso social. De forma ativa o sujeito passa a se relacionar com um universo de informações, significados e formas próprias de conduta, interagindo de maneira plena com o ambiente e de acordo com o conjunto de experiências vivenciadas por ele ao longo de sua própria história e na relação com os elementos da sua cultura.

Uma preocupação que devemos ter em relação à construção do conhecimento matemático por parte do aluno envolvido no processo de aprendizagem está na relação da Matemática com outras áreas de conhecimento e com o cotidiano do aluno, para que ele seja motivado a adquirir uma maior compreensão dos saberes matemáticos envolvidos, pois as concepções que os alunos têm em relação às aulas de Matemática e do seu papel enquanto aluno tem uma influência determinante na sua aprendizagem (PONTE; SERRAZINA, 2000).

A sociedade moderna continua em processo de mudança, assim como a sala de aula se tornou mais dinâmica, embora ainda existam os que acreditam que basta conhecer e dominar conteúdos para ensinar e que se aprende a ensinar, ensinando. É preciso que o professor atual esteja preparado para dominar novas tecnologias, compreender melhor as metodologias e processo inerentes à sala de aula e buscar atualizar sua prática pedagógica e o os processos de ensino-aprendizagem no seu espaço de trabalho.

Quando questionado sobre como organizar e explorar o material didático numa sala de aula, Ewbank (1971, p. 559) afirma que o requisito principal é que o professor precisa estar disposto a utilizá-lo, ser flexível e ver como ele se encaixa em sua filosofia de trabalho e com seus alunos. Em seguida, o professor deve atentar para dois aspectos importantes: **quanto à organização** do seu uso, se vai trabalhar com toda a turma e com que frequência será utilizada; e em relação ao **conteúdo** que deseja trabalhar, se corresponde a um tópico do conteúdo de Matemática ou um conjunto mais amplo de atividades com o objetivo de incentivar as crianças a trabalhar de forma mais eficiente.

4. Considerações Finais

De acordo com o que foi exposto, entendemos que podemos aplicar diversos conteúdos relacionados ao estudo da Geometria para justificar matematicamente a funcionalidade do formato hexagonal dos favos de mel das abelhas, construindo um enredo que pode atrair o aluno a perceber a importância da Matemática na natureza (CONTADOR, 2007). Contribuindo para relacionar o seu estudo e suas aplicações no cotidiano do homem, quando possível, contribuindo para o seu desenvolvimento e justificando seu estudo.

Durante o processo de exploração do problema da funcionalidade do formato hexagonal dos favos de mel, identificamos nas relações entre o perímetro e a área ocupada por cada um deles uma relação que pode ser explorada usando a argumentação matemática para explicar como muitos dos conteúdos estudados na Geometria Plana podem ser aplicados.

No desenvolvimento das propostas de atividades, observamos uma forte relação com o ensino de Geometria, devido a sua relação com os objetos do cotidiano. Podemos estudar seus conceitos e objetos geométricos devido ao seu aspecto experimental e indutivo, ao explorar suas aplicações com o cotidiano e relacionar com modelos concretos na construção de seus conceitos (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p.83).

Um aspecto importante desta atividade está no movimento de levantarmos dados de nossa própria prática e analisá-los de forma a construir saberes que possibilitem compreender melhor os múltiplos olhares em torno da sala de aula. Ao analisar teoricamente nossa prática educacional, buscamos refletir sobre a qualidade do nosso trabalho no momento em que passamos a rever nossa metodologia de ensino e buscamos elementos que auxiliem esta prática.

5. Referências

CONTADOR, P. R. M. **A matemática na arte e na vida**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

EWBANK, W. A. **What? Why? When? How? The Mathematics Laboratory**. Alberta, USA, NCTM: Arithmetic Teacher. Vol. 18, n. 8. (Dezembro, 1971), p. 559-564.

LORENZATO**,** S. **Para aprender matemática** - 2ª Ed. - Campinas. SP: Autores Associados, 2008.

PONTE, J. P; BROCARDO, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas em sala de aula**. 3ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didática da Matemática do 1º Ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.