

O ENSINO DE ESTATÍSTICA POR MEIO DE UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA – O CONSUMO EXCESSIVO DE ÁGUA

Alessandra Cristina do Nascimento
Faculdade de Apucarana
alessandra_nascimento@hotmail.com.br

Renato Francisco Merli
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo
renatomerli@utfpr.edu.br

Resumo:

Este trabalho está baseado nos pressupostos teóricos da Investigação Matemática preconizadas por João Pedro Ponte, Joana Brocardo e Hélio Oliveira. Por acreditar que, o que se aprende na escola deve ser refletido e usado na vida cotidiana, destarte em nosso relato de experiência fazemos uso de uma investigação estatística já que a mesma, por meio da coleta crítica, tratamento, apresentação, análise, interpretação e conclusão dos dados estuda fenômenos sociais, econômicos e naturais, o que nos sugere uma contribuição na formação de cidadãos capazes de raciocinar matematicamente e criticamente, tendo direção e cooperação próprias na atuação de uma sociedade mais justa. Na atividade em foco, o uso excessivo dos recursos hídricos é abordado, buscando uma conscientização do educando por meio dos cálculos e das discussões advindas.

Palavras-chave: Investigação em Matemática; Estatística; Recursos Hídricos.

1. Introdução

Este trabalho, fundamentado nos pressupostos da Investigação Matemática, busca por meio da atividade, aperfeiçoar habilidades estatísticas e críticas, não por um mero desenvolvimento verbalista (mecânico), mas acreditando que o aluno é um aprendiz autônomo, intérprete e usufrutuário da matemática. Nessa perspectiva, procuramos direcionar a atividade por meio de conceitos relacionados à democratização, pois se entende que ninguém aprende sozinho, é necessário que haja uma troca de experiências, com opiniões críticas e colaborativas.

Com o propósito de dar significado aos conceitos matemáticos, associamos a eles, um problema presente em seu contexto social. Dado os grandes problemas encontrados na sociedade pelos relacionados à escassez de água, apresentamos como temática de estudo, o consumo excessivo de água. O intuito ao abordar esse tema é que não só contribuiremos

para a aprendizagem matemática, mas também para a conscientização dos alunos em fazer o uso deste recurso natural sem comprometer as futuras gerações.

Cumpramos observar que o diferencial deste relato de experiência não se resume em apenas aprender estatística por meio de uma atividade de investigação, mas fazer com que o aluno desenvolva a percepção do porquê e do para quê se aprende estatística, visto que é extremamente importante ter o domínio do mesmo, pois vivemos em um mundo de informações, isto posto torna-se cada vez mais precoce o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas em que tabelas sintetizam levantamento de dados, assim, enquanto educadores devemos proporcionar aos alunos a formação suficiente para que o mesmo esteja incorporado a esta sociedade.

A atividade investigativa que compõe este relato aborda conceitos introdutórios de estatística, como ferramental essencial para os alunos na coleta, crítica, tratamento, apresentação, análise e interpretação dos dados. Esse tipo de atividade, também pode contribuir para a formação de alunos espiritualmente mais investigadores, como aponta Cazorla (2004, p. 13) ao afirmar que

[...] a Estatística é encontrada no bloco *Investigação e compreensão em Matemática e Tecnologia*. Dentre os procedimentos e habilidades a serem desenvolvidas, tem-se a capacidade de: solucionar problemas, através da identificação do problema (compreender enunciados, formular questões); selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses prevendo resultados; selecionar estratégias de solução; interpretando e criticando resultados dentro do contexto da situação (CAZORLA, 2004, p.13).

Dessa forma, buscamos com essa atividade, além de proporcionar a aprendizagem matemática, conceder ao aluno a oportunidade de questionar a realidade, levantar problemas do meio em que vive e, por meio dos conceitos matemáticos solucioná-los.

2. Investigação Matemática

Quando falamos em prática pedagógica nas aulas de matemática, com frequência nos lembramos daquelas aulas entediadas e exaustivas praticadas por muito professores, as *famosas* aulas expositivas. Essa prática adotada desde a Idade Média pelos jesuítas trazia consigo a idéia de que bastava o professor transmitir seus conhecimentos via oral e os alunos, como um balde vazio, se encheriam desse conhecimento. No entanto, com pesquisas sendo realizadas no campo da Educação Matemática, percebemos que essa prática não valoriza o aluno, seus conhecimentos prévios e seu aprendizado. Não é raro ouvirmos alunos questionando ‘Para que preciso aprender esse conteúdo?’ ou ‘Onde vou

usá-lo em minha vida?’. Sob esta ótica é extremamente importante que o professor oportunize aos seus alunos a possibilidade de associar os conteúdos matemáticos com o seu cotidiano, centralizando no aluno a aprendizagem, de modo que ele dê significado aos conceitos.

Nesse panorama, a Investigação Matemática tem apresentado efeitos positivos - imediatos e a longo prazo, ao ser utilizada em sala de aula, pois como apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 9), em contextos de ensino e aprendizagem

[...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessem para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo quanto possível fundamentado e rigoroso (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 9).

Uma atividade de investigação além de favorecer uma aprendizagem dinâmica e participativa promove também a capacidade de pensar matematicamente, pois o aluno se depara com uma situação em aberto, em que terá de formular conjecturas, testá-las, refiná-las e demonstrá-las. Em algum momento deste processo o aluno é levado a encarar o próprio erro buscando uma solução. O erro é fundamental, pois proporciona reflexão, condição essencial para uma atividade investigativa.

É importante ressaltar que nas atividades investigativas a aprendizagem acontece de modo contínuo, não imposto em determinados momentos pelo professor. A medida que as etapas vão sendo transpostas, novos problemas surgem e novas soluções são necessárias, permitindo um estado permanente de aprendizado. Lopes e Ferreira (2004, p. 4) indicam esse caráter da Investigação Matemática

Essa perspectiva didática exige do professor uma atuação de um sujeito incentivador de o processo ensinar e aprender, que promove dinâmicas que permitam ao estudante a ação e transformação da realidade, estimulando o desenvolvimento da criatividade e do pensamento crítico (LOPES; FERREIRA, 2004, p. 4).

Neste tipo de aprendizagem é essencial que professor e aluno tenham uma participação ativa, com seus papéis bem definidos. O professor, nessa perspectiva, é considerado um mediador nas discussões, dialogando, respeitando as idéias e estratégias dos alunos, dando a eles a chance de construir seu próprio conhecimento.

3. Sobre o tema

Sabe-se que o planeta Terra é composto por cerca de 70% de água, desses, apenas uma pequena parcela é potável. Assim, pensar nos problemas que o consumo excessivo de água pode acarretar principalmente no aumento da sua escassez é tema deste trabalho.

Considerando que nas últimas décadas a população dobrou seu tamanho e aumentou demasiadamente o consumo, como afirma Ribeiro (2008, p. 53):

[...] o consumo da água cresceu mais que a população nos últimos 50 anos. Em 1950, a Terra não chegava a 3 bilhões de habitantes. Nesta época, o consumo estava perto de 1.200 m³. No ano 2000 a população dobrou (para cerca de 6 bilhões), mas o consumo de água mais que quadruplicou (atingindo cerca de 5.200 Km³) (RIBEIRO, 2008, p. 53).

Desse modo, percebemos que o problema da escassez nos recursos hídricos não está no crescimento da população, mas na falta de conscientização das pessoas. Outras fontes indicam que o consumo excessivo de água predomina principalmente nas classes baixas, nas localidades onde há grande disponibilidade de água e em países em desenvolvimento, onde o capitalismo e a produção em massa de mercadorias supera o sentimento de preservação e uso consciente dos recursos hídricos.

4. Proposta pedagógica do tema

A estatística hoje se caracteriza como uma das ciências que mais vem progredindo em termos de aplicação, sem ela seria impossível calcular os números de desempregos, efetuar o controle de qualidade dos bens de consumo, medir os níveis de audiência dos programas de televisão e outros. Sob esta ótica ensinar estatística no ensino médio culmina em uma matemática voltada para a realidade do aluno, deixando de ser um ensino superficial e abarrotado de entraves, em virtude destas considerações é extremamente importante que o aluno aprenda estatística. Vale destacar ainda que ao ensinar estatística o professor pode promover um elo com as demais disciplinas como, por exemplo, a atividade aqui exposta, pois pode ser facilmente relacionada à geografia .

A seguir apresenta-se uma atividade estatística investigativa que foi realizada com alunos do segundo ano do ensino médio, na cidade de Pitangueiras no Paraná, no Colégio Estadual Odete Borges Botelho. Foram realizadas no contra turno, em 4 aulas de 50 minutos. Inicialmente apresentamos o texto ‘Segundo a Organização das Nações Unidas – ONU, um ser humano precisa de 20 a 50 litros de água por dia, uma média de 1000 litros/habitante ano, para: beber, cozinhar, tomar, banho e lavar roupas e utensílios’ e com ele foi realizado uma discussão sobre a temática. O professor em harmonia com os alunos propôs os seguintes questionamentos:

- Quantas pessoas moram com você?
- Aproximadamente quanto tempo cada pessoa gasta para escovar os dentes?

- Quantas pessoas fazem a barba? E quanto tempo cada pessoa gasta?
- Quanto tempo aproximadamente cada pessoa gasta para tomar banho?
- Quantas vezes lava-se a louça em sua casa? Quanto tempo gasta por vez?
- Quantas vezes por semana a calçada é lavada? Quanto tempo gasta por vez?
- Quantas vezes por mês o carro é lavado? Quanto tempo gasta por vez?

Com esses questionamentos em ênfase, os alunos pesquisaram mais informações que pudessem ajudá-los a responder essas perguntas. Assim, encontraram no site da Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo¹ as seguintes informações:

- Em um banho de 15 minutos são gastos 45 litros de água;
- Escovando os dentes durante cinco minutos, se gasta 12 litros de água;
- Ao lavar o rosto em um minuto, se gasta 2,5 litros de água. O mesmo vale para o barbear. Em 5 minutos gastam-se 12 litros de água;
- Numa casa, lavando louça em 15 minutos, são utilizados 117 litros de água;
- Lavar a calçada com a mangueira em 15 minutos se gasta 279 litros de água;
- Lavar o carro com a mangueira por 30 minutos consome 560 litros de água.

No segundo encontro os alunos já haviam respondido o questionamento de modo que foi possível promover um debate crítico. Tal debate, iniciou-se com a seguinte questão: “De acordo com as questões e os dados da Sabesp você se classifica como uma pessoa consciente?”.

Muitos deles disseram que não, pois realizavam suas atividades diárias com as torneiras abertas. Uma aluna afirmou que o grande problema do uso excessivo dos recursos hídricos estão nas pessoas com maior poder aquisitivo, visto que elas possuem mais aparelhos que necessitam de água para o funcionamento. Outro aluno contrapôs a ideia dessa aluna dizendo que o problema do consumo excessivo dos recursos hídricos se encontra na classe baixa, dado que o maior número de pessoas se concentra nesta classe. E uma outra aluna disse que grande parte das pessoas, independente de sua posição social, não faz uso consciente deste recurso. Depois deste longo debate eles propuseram o seguinte problema “*Com que idade as pessoas mais consomem água?*”.

Em seguida, levantaram alguns questionamentos, como: “Já que temos que descobrir a idade de que mais gasta água, iremos separar por faixa etária para depois fazer os cálculos?”, “Cada um de nós tem anotado no papel o tempo que, nós e as demais

¹ <http://www.sabesp.com.br>

peessoas de nossa família e das outras famílias pesquisadas gastam para realizar cada atividade e temos também os dados da Sabesp, como podemos fazer para saber quanto cada família gasta de água para cada atividade realizada?”, “Iremos calcular os gastos de todas as famílias juntas ou vamos calcular cada uma separada e depois somar todos os gastos?”, “Iremos fazer a conta dos gastos de água de um dia, uma semana, um mês ou um ano?”, “Qual conteúdo matemático podemos usar para encontrarmos a idade que as pessoas mais consomem água?”.

Esses procedimentos realizados pelos alunos estão em conformidade com as etapas propostas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), em que a primeira consiste na ‘Exploração e Formulação de questões’, com o intuito de reconhecer e explorar uma situação problema. A próxima etapa foi ‘Fazer conjecturas’ (PONTE; BROCARD, OLIVEIRA, 2003), ou seja, organizar os dados, criar estratégias e buscar algumas afirmações. A primeira estratégia foi reunir todas as idades e colocá-las numa só tabela em ordem crescente. Também fez parte desse momento, organizar uma fórmula para o cálculo do gasto de acordo com a atividade e a idade, trabalhando em cima desta questão os alunos perceberam que poderiam fazer a multiplicação do (t) tempo gasto pela (l) quantidade de litros. Um aluno que analisava o questionário questionou essa multiplicação ao afirmar que existem atividades que são realizadas mais de uma vez ao dia e que neste tipo de situação a fórmula $t \cdot l$ falharia. Dessa forma, após alguns minutos, eles perceberam que poderiam multiplicar na fórmula anterior o fator n, ou seja, o número de vezes que a atividade era realizada ao longo do dia.

Na seqüência um aluno propôs que os cálculos da quantidade de água fossem feitos para um mês apenas, porém uma outra aluna questionou a dificuldade que existiria caso calculassem de um mês ou de um ano(ano comercial). Desta forma eles chegaram a um consenso que a equação 1 ficaria :

$$Q_a = n \cdot t \cdot l \cdot 360 \quad (1)$$

A segunda estratégia foi que cada um calcularia os gastos do seu próprio grupo de família para depois somar todas as famílias. A terceira estratégia foi baseada nos testes de medidas de tendência central *média, moda e mediana*.

Deste modo os alunos colocaram na Tabela 1 em ordem crescente (rol) as 90 idades pesquisadas.

Tabela 1: Rol das Idades

1	2	4	6	6	6	8	9	12	12
12	13	13	14	15	15	15	15	15	16
16	16	16	17	17	18	18	19	20	20
20	20	20	21	21	23	23	23	23	24
25	25	26	27	28	30	30	31	33	34
38	38	38	39	39	40	41	41	42	42
42	43	43	43	43	43	43	44	44	45
45	46	46	46	46	47	48	50	50	51
52	52	54	58	63	65	66	69	68	71

Feito isto cada um calculou os gastos do seu próprio grupo de família. Por exemplo, na Tabela 2 estão os gastos de cada pessoa da família de uma determinada aluna de 16 anos, que tinha o pai de 43 anos, a mãe de 38 anos e o irmão de 4 anos. Para fazer os cálculos de todas as atividades a aluna usou a equação 1.

Tabela 2: Quantidade de litros de água gastos por pessoa em cada atividade.

	Aluna	Pai	Mãe	Irmão
Escovando dentes(L)	12,96	12,96	10,368	12,96
Fazendo a barba (L)	-	3,6	-	-
Tomando banho (L)	10,8	16,2	10,8	8,64
Lavando louça (L)	-	-	134,784	-
Lavando carro (L)	-	8,16	-	-

Após os dados tabulados e os cálculos realizados no caderno, os alunos foram ao Laboratório de Informática e montaram uma tabela no software Excel buscando encontrar uma distribuição de Frequências. Nesse momento, eles sentiram algumas dificuldades em encontrar o número de classes e, para ajudá-los, sugerimos que pesquisassem em livros que havia na biblioteca.

Uma das alunas encontrou a Regra de Sturges, dada pela equação $k = 1 + 3,22 \log(n)$, em que k é o número de classes e n o número de dados. Fazendo uso desta regra consequentemente eles descobriram o número que a tabela teria que ter de linhas², no caso, oito. Em seguida, os alunos foram dividindo todas as idades maiores que oito anos, por oito. Cada resultado que era adquirido com a divisão era usado como espaçamento³ e o melhor espaçamento para construir a faixa etária da tabela foi o da divisão feita da maior idade, que é setenta e um anos por oito, no qual o resultado obtido foi arredondado para nove, assim eles puderam apresentar os dados obtidos da pesquisa

² Linhas foi o nome que os alunos chamaram as classes da tabela.

³ Espaçamento foi o nome que os alunos chamaram a amplitudes das idades.

através da construção das Tabelas 3 e 4. Na Tabela 3, os alunos a construíram para indicar a quantidade de pessoas por faixa etária que realizam determinadas atividades.

Tabela 3: Faixa Etária e o número de pessoas para cada Atividade

Faixa Etária das Idades	Nº de pessoas que escovam dos dentes	Nº de pessoas que Fazem a barba	Nº de pessoas que tomam banho	Nº de pessoas que lavam a louça	Nº de pessoas que lavam a calçada	Nº de pessoas que lavam o carro
1 ---- 9	7	-	7	-	-	-
9 ----18	18	4	18	6	2	2
18 ----27	18	6	18	5	5	5
27 ----36	7	4	7	5	4	3
36 ----45	19	9	19	10	6	5
45 ----54	13	6	13	3	4	4
54 ----63	2	2	2	1	1	-
63 ----72	6	2	6	4	2	1

A Tabela 4 foi construída com o intuito de indicar o número de litros gastos de acordo com a faixa etária.

Tabela 4: Faixa Etária e os seus Gastos

Faixa Etária das Idades	Média de cada faixa etária (X_i)	Nº de litros de água gastos para escovar os dentes(L)	Nº de litros de água gastos para fazer a barba(L)	Nº de litros de água gastos para tomar banho(L)	Nº de litros de água gastos para lavar a louça(L)	Nº de litros de água gastos para lavar a calçada(L)	Nº de litros de água gastos para lavar o carro(L)
1 ---- 9	5	77.760	-	111.904	-	-	-
9 ----18	13.2	167.616	15.091	254.400	168.680	18.504	37.944
18 ----27	22.5	128.740	19.544	286.792	289.440	133.920	11.988
27 ----36	31.5	42.336	14.977	97.648	177.896	98.220	190.357
36 ----45	40.5	180.252	22.783	218.160	897.912	204.280	113.064
45 ----54	49.5	117.504	10.269	124.200	441.200	138.384	107.832
54 ----63	58.5	31.381	7.488	43.200	300.160	40.176	-
63 ----72	67.5	31.381	8.640	54.000	1.103.200	165.168	26.783
TOTAL		777.000	98,791	1190,304	3357,488	618,232	487,968

No entanto o problema ainda não havia sido solucionado, depois de muito pensar, eles decidiram tirar a média de cada faixa etária, como pôde ser visto na Tabela 4. Sob essa ótica os alunos associaram a referida Tabela com a média ponderada. Assim vale lembrar que Freund (2004, p.62) se reporta a média ponderada como:

[...] um conjunto de números x_1, x_2, x_3, \dots , e x_n cuja importância relativa é expressa numericamente por um conjunto correspondente de números w_1, w_2, w_3, \dots , e w_n , é dada por $\bar{X}_w = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_n \cdot x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum w \cdot x}{\sum w}$. Aqui $\sum w \cdot x$ é a soma dos produtos obtidos multiplicando cada x pelo peso correspondente, e $\sum w$ é simplesmente a soma dos pesos (FREUND, 2004, p. 62).

Seguindo esta linha de raciocínio os alunos perceberam que o número de litros de água gastos por cada atividade realizada poderia ser considerado como o peso (w_n) da média ponderada e cada média das faixas etárias poderiam ser consideradas como o valor

correspondente (x_n) a este peso (w_n). Ao testar a primeira atividade que consumia água na fórmula $\bar{x}_w = \frac{\sum w \cdot x}{\sum w}$, eles obtiveram um bom resultado, isto é, eles conseguiram obter a idade média que mais consumia água naquela respectiva atividade.

Após os alunos testarem na fórmula os valores obtidos de acordo com a Tabela 4, eles chegaram a algumas conclusões, como podem ser vistas na Tabela 5.

Tabela 5: Gastos e Idade Média

Gastos	Idade Média
Escovando os Dentes	30,8269
Fazendo a Barba	53,4923
Tomando banho	28,8852
Lavando a Louça	48,7275
Lavando a Calçada	9,1648
Lavando o Carro	71,2612
Média Aritmética Final	54,135

Esse teste, bem como as eventuais reformulações, se enquadram na terceira etapa, ‘Testes e Reformulação’, apresentadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), cujo objetivo é refinar as conjecturas por meio de testes e validações.

Por fim, eles puderam concluir que a idade que mais gasta água é, em média, a de 54 anos. Neste momento indagamos os alunos o porquê do resultado 54 anos eles pararam para pensar em todos os procedimentos feitos para se chegar na solução, depois de alguns minutos de silêncio um deles mostrou a Tabela 4 e opinou dizendo que um dos motivos era pelo fato de que na faixa etária de 45|---54 se concentrava a maior quantidade de valores em litros. Nesse caso, por meio dos cálculos apresentados, eles realizaram a quarta e última etapa de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a ‘Justificação e Avaliação’, que busca justificar as conjecturas utilizadas bem como avaliar o raciocínio e os resultados apresentados.

Cumpramos observar que após finalizar a investigação proporcionamos aos alunos três momentos essenciais para a concretização do aprendizado. O primeiro momento foi constituído de uma reflexão sobre o uso excessivo dos recursos hídricos com a finalidade de promover e positivar a conscientização nos alunos, o segundo momento foi dar a oportunidade para que discutissem os procedimentos e etapas que utilizaram para chegar na solução do problema, desta forma deixamos claro para os alunos que todas as etapas são importantes. Vale ressaltar que a maioria dos alunos sinalizou que essa etapa era a mais importante, visto que para eles a veracidade das respostas era de extrema importância. E o terceiro momento foi realizar a sistematização dos conceitos de estatística que surgiram no

decorrer da investigação, como por exemplo, o que é amostragem, séries estatísticas, distribuição de frequência, média, mediana, quartil, percentil e desvio padrão.

5. Considerações Finais

Iniciar o conteúdo de estatística com uma atividade investigativa proporcionou aos alunos raciocinar matematicamente, avaliar seu próprio progresso e permitir um constante estado de desafio, seguindo este raciocínio foi possível desenvolver nos alunos um espírito investigativo, pois não havia pista alguma de qual conteúdo seria abordado para solucionar o problema. Desta forma os alunos tiveram que usar seus conhecimentos anteriormente adquiridos.

Esse ‘trabalhar’ com um problema real possibilitou a eles vivenciar e aprender a partir de uma atividade ligada diretamente ao seu contexto social. Isto propiciou o desenvolvimento de uma discussão sobre atos mais conscientes no uso racional da água por meio de cálculos matemáticos.

De um modo geral, a investigação estatística possibilitou aos educandos acreditarem em si mesmos, dado que ao chegarem na solução do problema e terem entendido os conteúdos, perceberam que, mesmo sem conhecerem o conteúdo ‘matemático’ de estatística, foram capazes de resolver o problema.

6. Referências

CAZORLA, I. M. **Estatística na formação social do aluno na escola básica brasileira** (2004). Disponível em:< <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/13/MR10.pdf> >. Acesso em: 09 fev. 2013.

FREUND, E. J. **Economia, Administração e contabilidade estatística aplicada**. Porto Alegre: Bookman, 2004.

LOPES, C. A. E; FERREIRA, A. C. **A estatística e a probabilidade no currículo de matemática da escola básica** (2004). Disponível em:< <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/13/MR10.pdf> >. Acesso em: 09 fev. 2013.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RIBEIRO, W. C. **Geografia política da água**. São Paulo: Annablume, 2008.