

LÓGICA APLICADA ÀS OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Lucas Balthazar Leite

UFRGS

leite_00@hotmail.com

Diego de Freitas Leite

UFRGS

diegofreitas.i@hotmail.com

Kellen Cardoso Barchinski

UFRGS

kellens_cardoso@hotmail.com

Sara Silva

UFRGS

sarasilva@ufrgs.br

Resumo:

Nosso objetivo neste trabalho, como bolsistas do Projeto PIBID – Matemática da UFRGS, é relatar as experiências obtidas através de uma prática, realizada em sala de aula, onde tentamos entrelaçar conceitos da lógica clássica à matemática. Através desta prática pudemos observar como o estudo da lógica clássica em um determinado assunto (conjuntos) pode contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: PIBID – Matemática. Ensino de matemática. Lógica clássica. Conjuntos.

1. Introdução

O aluno tem uma briga histórica com o ensino de matemática, como medida combativa a esse problema global foram criados, em diferentes partes do mundo, grupos de estudos para tentar solucionar essa dificuldade, a exemplo dos grupos que divulgaram o Movimento da Matemática Moderna - MMM.

O MMM que cresceu em todo o mundo por volta dos anos 50 do século XX, inicialmente nos Estados Unidos em seguida alastrando-se rapidamente pela Europa e chegando ao Brasil. O movimento em nosso país deu-se em alguns polos regionais constituídos a partir de grupos a exemplo do GEEM, em São Paulo, o GEEMPA, em Porto

Alegre e o NEDEM, em Curitiba. Vários professores e profissionais da área da matemática colaboraram com pesquisas, trabalhos, estudos e relatos através de congressos e reuniões nos centros do Movimento.

Uma das principais preocupações do MMM era trazer para a sala de aula atividades que valorizassem o raciocínio lógico respeitando as estruturas matemáticas. Nessa perspectiva destacamos os trabalhos de Dienes com os blocos lógicos. Paul Zoltan Dienes foi um matemático húngaro que mostrou grande preocupação com a formação de conceitos no ensino de matemática e os processos do pensamento abstrato. Em sua proposta Dienes desenvolveu um material manipulativo chamado de Blocos Lógicos, que se tratava de peças de diferentes formas, tamanhos e cores (triângulos, retângulos e círculos) que objetiva, através de diversas atividades, auxiliar o aluno a compreender as estruturas relacionadas a construção de conceitos matemáticos.

Neste trabalho teceremos algumas ideias que foram abordadas durante o MMM de modo a ressignificá-las como tentativa para melhorar o ensino de matemática em nossas escolas hoje. Não trataremos os sucessos ou insucessos do movimento nem nos aprofundaremos em suas práticas de ensino. Trataremos sim, de uma experiência, realizada em sala de aula, onde tentamos resgatar alguns dos conceitos da lógica clássica e aplicá-los em seguida, aos conceitos trabalhados nas operações com conjuntos, uma das propostas abordadas pelo movimento na época.

2. Considerações iniciais

Tendo em vista a grande dificuldade que os alunos, em geral, apresentam em analisar um problema matemático e em descrever seus passos na construção de uma resposta válida, viemos por meio deste trabalho analisar se, a utilização de noções de lógica clássica em determinado assunto, pode ajudar o aluno a ter uma melhor compreensão de suas falhas, os quais moldam suas respostas.

[...] a matemática não é meramente uma atividade interessante com algumas aplicações práticas, mas faz parte daquela busca da verdade que é o grande empreendimento do homem. (FOSSA, 2009, p. 47).

Uma corrente da filosofia que tratava em analisar a matemática seguindo os preceitos de seus conceitos lógicos foi o Logicismo. Essa corrente da filosofia teve como um de seus defensores Bertrand Russell (1872- 1970), que afirmava que apenas fazendo uma revisão detalhada em toda a matemática, reexaminando demonstrações e proposições, desde seus conceitos mais elementares, e utilizando conceitos lógicos, é que conseguiríamos dar coerência a matemática. Citando Eves:

A tese do logicismo é que a matemática é um ramo da lógica. Assim, a lógica, em vez de ser apenas um instrumento da matemática, passa a ser considerada como a geradora da matemática. Todos os conceitos da matemática têm que ser formulados em termos de conceitos lógicos, e todos os teoremas da matemática têm que ser desenvolvidos como teoremas da lógica; a distinção entre matemática e lógica passa a ser uma questão de conveniência prática. (EVES, 1995, p. 677).

Tais ideias podem ser trazidas ao ensino em matemática, e é justamente essa a nossa proposta. Com um assunto já em mente, o de conjuntos e suas operações, trabalhamos os conceitos de lógica clássica e tentamos fazer com que nossos alunos apliquem-nos, na sua forma mais elementar, às operações e propriedades dos conjuntos.

Falando puramente de lógica, os conceitos trabalhados inicialmente por ela, tais como premissas, argumentos, verdade e validade, se fazem necessários para dar o rigor devido à matemática, e a partir de então, analisar problemas e principalmente compreender os passos de construção utilizados em suas resoluções. Um dos conteúdos abordados amplamente durante o MMM foi os de conjuntos e suas operações, pois trata da matemática com conceitos bem definidos e estruturados com bases lógicas. Trabalhar com as operações definidas na Teoria de Conjuntos trás muitos dos conceitos teóricos abordados pela lógica clássica, por exemplo, ao falarmos de intersecção de conjuntos, estamos abordando premissas de que os elementos pertencem ou não pertencem a determinado conjunto e temos então de analisar se está também no segundo, para então julgar como válida a ideia de intersecção entre os dois.

3. Da lógica à matemática

Muito se fala sobre lógica-matemática, entretanto, pouco se compreende sobre como trabalhar em sala de aula, e como avaliar se um aluno está pensando logicamente ao resolver um exercício ou problema. Enfim, pouco é dito sobre as ferramentas de avaliação que se fazem necessárias para compreender se um aluno está ou não compreendendo o que é solicitado e o que ele mesmo articula como resposta, questões de lógica lançadas ao ar, sem nexos sobre conteúdos matemáticos específicos e/ou pedagogicamente vagos tornam-se sem utilidade para realizar tal avaliação.

A partir dessas ideias preparamos para os alunos de duas turmas de 1º ano da Escola Técnica Estadual Irmão Pedro como uma atividade do PIBID Matemática uma sequência didática, que trouxesse conceitos básicos de lógica clássica articulados ao conteúdo introdutório do estudo de Conjuntos. O objetivo era verificar se as operações com determinados conjuntos são possíveis e se determinados argumentos de interseções de conjuntos são válidos ou não, partindo de premissas lógicas.

4. A atividade:

A ideia chave desta atividade foi trazer conceitos de lógica clássica, premissas e argumentos, para a área de teoria de conjuntos, tentando assim, inserir o aluno ao assunto de uma maneira mais adequada, aja visto que existe uma grande dificuldade, por parte dos alunos em geral, em compreender os diversos tipos de gráficos relacionados as operações com conjuntos.

As atividades foram aplicadas em dois períodos em dias diferentes, com duas turmas de 1º ano da referida escola. A atividade compunha-se de uma parte teórica, onde apresentamos os conceitos básicos de lógica clássica e sua aplicabilidade na teoria de conjuntos, seguida de uma série de exemplos ilustrativos. Ainda no primeiro período, após as exemplificações da lógica na teoria de conjuntos, entregamos aos alunos 2 exercícios para que resolvessem tentando aplicar o esquema visto em aula. Na segunda aula (período) da atividade, com os exercícios passados anteriormente já resolvidos, fizemos uma análise dos mesmos com os alunos, elucidando dúvidas e trazendo exercícios deles próprios para debatermos sobre.

As atividades, em ambas as turmas, transcorreram de maneira muito semelhante, os alunos mostraram considerável interesse, trazendo questionamentos muito pertinentes à aula. Durante a resolução dos exercícios todos pareceram se empenhar bem, pediram ajuda principalmente no exercício 2, que trazia conceitos mais teóricos e analíticos do que o 1, que se tratava basicamente de uma mecânica para resolução de diagramas Venn.

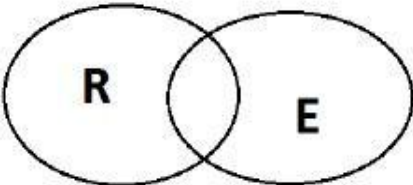
Figura 1: Lista de exercícios sobre conjuntos.

Escola Técnica Imão Pedro

Nome: _____ Turma: _____

Teoria de Conjuntos

1 – Chamados de R o conjunto dos países ricos e de E o conjunto dos países exportadores de petróleo e admitindo válido o diagrama abaixo, procure identificar:



O diagrama mostra dois conjuntos, R e E, representados por dois círculos que se sobrepõem. O círculo à esquerda contém a letra 'R' e o círculo à direita contém a letra 'E'. A área onde os dois círculos se cruzam representa a interseção dos dois conjuntos.

a) O conjunto dos países que não são ricos;
b) O conjunto dos países que não são exportadores de petróleo;
c) O conjunto dos países ricos que são exportadores de petróleo;
d) O conjunto dos países ricos que não são exportadores de petróleo;
e) O conjunto dos países que são exportadores de petróleo, mas que não são ricos.

2 – Considere os dois argumentos que se seguem:

I – Alguns automóveis são verdes e algumas coisas verdes são comestíveis. Logo, alguns automóveis são comestíveis.

II – Alguns brasileiros são ricos e alguns ricos são desonestos. Logo, alguns brasileiros são desonestos.

Analisando essas informações é possível dizer se os argumentos acima são válidos?

Se for válido, explique com suas palavras o porquê.

Se não for, justifique. Dica: utilize um diagrama de Venn como contra-exemplo.

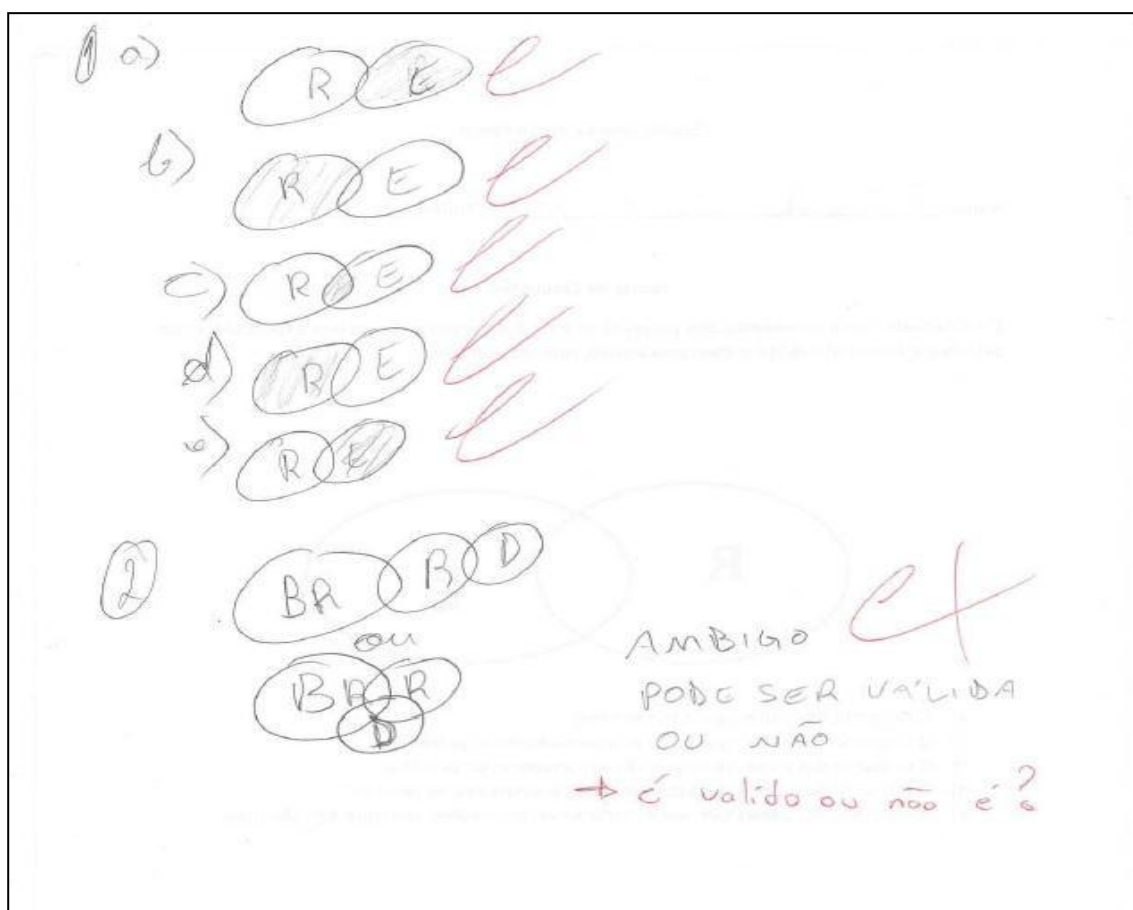
Fonte: Arquivo Pessoal.

Os alunos mostraram bastante entusiasmo com a atividade pelo fato de ser uma proposta diferente, muitos deles deixaram claro seu interesse sobre o assunto. Ao

Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178-034X Página 5

transcorrer da atividade percebemos uma queda no ânimo em alguns alunos, em ambas as turmas, ao verem que se tratava mais de uma aula de filosofia (lógica clássica) do que de desafios de matemática, entretanto a maioria continuou participando de maneira proveitosa. Quando entregamos a lista aos alunos pedimos para que sentassem em duplas para realizar os exercícios, e durante a resolução dos mesmos percebemos uma grande dificuldade em relacionar os conceitos do exercício 1 (operações com conjuntos), no qual os alunos não apresentaram muitas dificuldades, com o exercício 2, onde eles deveriam analisar os conjuntos implícitos nas questões e tentar montar um contra-exemplo ou justificar sua validade.

Figura 2: Resolução da lista de exercícios de um aluno.



Fonte: Arquivo Pessoal.

Os alunos, em geral, em ambas as turmas, não mostraram dificuldades no exercício 1, apresentando assim um bom domínio sobre as operações com os conjuntos em questão.. Entretanto ao fazermos a análise do exercício 2, evidenciamos que, na grande maioria, as

turmas não compreenderam como se fazer valer destas operações para justificar ou invalidar dois argumentos semelhantes. Eles se mostraram extremamente presos ao que sua primeira impressão lhes passava ignorando por completo a análise lógica das premissas dadas. Os exercícios do item 2, tratavam justamente dos mesmos conceitos, eram exatamente as mesmas frases de parcialidade e totalidade, porém, os alunos não conseguiam entender a construção lógica dos fatos, pois para eles era bem “lógico” o fato de que os carros não eram comestíveis e de que alguns políticos eram corruptos.

5. Análise da atividade:

Como base teórica para este trabalho, nos fizemos valer dos conceitos básicos da lógica clássica para tentar incitar nossos alunos a compreenderem melhor as operações básicas das operações com conjuntos e assim avaliar seus resultados. Teoricamente, a análise das premissas formadoras de um argumento, válido ou inválido, deveria servir para compreender melhor sua formação e posteriormente avaliar a validade de argumentos semelhantes.

Os alunos não conseguem compreender por que se faz necessária a demonstração de uma verdade suficientemente clara por si mesma, além de acharem as demonstrações demasiado complicadas e longas. E há casos de demonstrações aparentemente claras e convincentes que, submetidas a uma análise mais cuidadosa, revelam-se incorretas. (FETISSOV, 1997, p.17).

Entretanto, com base nos questionamentos em sala de aula e na análise dos exercícios propostos verificamos que, na parte conceitual sobre Conjuntos, os alunos se saíram muito bem, o que nos causou certa surpresa, pois acreditávamos que eles apresentariam mais dificuldade na parte teórica e mais facilidade na parte prática, crenças que se provaram falsas, já que a maioria dos alunos mostrou muita dificuldade para compreender e analisar os argumentos propostos no item 2 da lista. Acreditamos que isso tenha ocorrido pela ausência de sustentação teórica na construção de um argumento. Provavelmente com mais algumas aulas de aprofundamento da discussão sobre os conceitos da lógica clássica, eles apresentariam melhora na compreensão das mesmas questões propostas.

6. Considerações finais:

O estudo da lógica clássica distanciou-se da matemática e aproximou-se da filosofia. Não teve a vazão que se esperava na matemática e seu ensino, talvez pelo fato de que a lógica não é tão precisa quanto se imaginasse, como cita HERSH:

“A matemática é precisa. A filosofia não é. Os matemáticos frequentemente acreditam que a filosofia da matemática é parte da matemática. Não é. É parte da filosofia. Se fosse parte da matemática, poderia ser precisa”. (HERSH, 1997, p. 237).

Os alunos tem muita dificuldade de adaptar os conceitos lógicos da filosofia à matemática. Essa dificuldade de adaptação entre os conteúdos, somado a grande desvalorização da disciplina de filosofia nas escolas ao longo dos anos faz com que se torne muito difícil o trabalho da matemática utilizando conceitos da lógica clássica.

Mesmo assim, apesar de ser difícil, acreditamos que a aproximação entre a lógica clássica e a matemática na introdução da teoria dos Conjuntos com turmas de ensino médio de nossas escolas propicia uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Temos a intenção de dar continuidade a esse estudo, com a aplicação de outras atividades em situações diversas com o intuito de valorizar e incentivar a aproximação entre matemática e filosofia na perspectiva aqui apresentada.

7. Referências:

BÚRIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 80. Porto Alegre: UFRGS, 1989, 286p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.

DAHM, Francine. **Blocos lógicos no ensino de matemática: experiências de professores nos anos 1970**. 2012, 137p. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2012.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**, Rio de Janeiro, 1995, p. 677

FETISSOV, A. I. **A demonstração em geometria**, São Paulo, 1997, p.17

FOSSA, John A. **Introdução às técnicas de demonstrações na matemática**, São Paulo, 2009, p. 47

HERSH, R. **What is mathematics, really?**, New York, 1997, p. 237