

ENSINANDO E APRENDENDO TÓPICOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA: UMA INTERVENÇÃO DO PIBID

Camila Peres Nogueira
UFRGS
camilapnogueira@gmail.com

Natali Brandt
UFRGS
natalibrandt@hotmail.com

Guilherme de Lima de Menezes
UFRGS
glmguilima2255@gmail.com

Andrei Luft Diniz
UFRGS
diniz.andrei@hotmail.com

Jordana Donelli Stremel
UFRGS
jo_donelli@yahoo.com.br

Resumo:

O presente texto, produzido por bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID - UFRGS), subprojeto Matemática, tem como objetivo relatar um conjunto de atividades de trigonometria, desenvolvidas com estudantes do 2º ano do Ensino Médio em uma Escola Estadual de Porto Alegre, RS. Pretende, também, apresentar os desafios que marcaram positivamente a realização dessas atividades bem como as dificuldades que surgiram no decorrer dos trabalhos.

Palavras-chave: Trigonometria; Matemática; Atividades.

1. Introdução

O relato das atividades apresentadas neste texto constitui parte das ações desenvolvidas no subprojeto da área da Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PIBID - UFRGS), cujos recursos são provenientes da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) desenvolvido em parceria com a Secretaria de Educação do Estado do

Rio Grande do Sul e a UFRGS. Estas ações são desenvolvidas por bolsistas dos cursos de Licenciatura em Matemática desta Universidade.

Este texto apresenta um relato das atividades de trigonometria, realizadas com alunos do 2º ano do Ensino Médio em uma Escola Estadual, situada na zona norte de Porto Alegre, RS. Tem como objetivo expor nossa experiência com seus alunos e mostrar que durante a execução das atividades tivemos dias em que os alunos simplesmente adoravam nossas aulas e dias em que simplesmente detestavam tudo aquilo que nós estávamos tentando propor a eles. E é isso que vamos relatar a seguir, desde a preparação das nossas aulas, como estas foram pensadas e elaboradas, até a exposição em sala de aula, com os alunos, e a repercussão desse trabalho junto a eles.

2. Metodologia

Escolhemos a trigonometria para ensinar, pois levamos em conta que seria o próximo conteúdo a ser estudado pelas três turmas nas semanas em que íamos trabalhar com elas. Assim, teríamos a oportunidade de pensar atividades diferenciadas com os alunos, diferenciadas no sentido de sair do tradicional, sair da rotina: sala de aula – quadro – professor – aluno. Esta escolha também se deu porque notamos que os tópicos básicos de trigonometria ensinados na escola são importantes para os estudantes no desenvolvimento de habilidades para resolver problemas matemáticos que necessitem de conceitos vinculados a tais tópicos. Isto fica saliente em nossa percepção de que alguns professores estão preocupados com a memorização das fórmulas, tornando-se “mecânica” essa aprendizagem em trigonometria. Assim, alguns conceitos fundamentais que são importantes em todo o estudo da trigonometria, tais como seno, cosseno e tangente de um ângulo, não ficam bem definidos, o que prejudica a aprendizagem matemática dos alunos em termos desse conteúdo.

As atividades foram organizadas em quatro encontros, de acordo com os objetivos apresentados a seguir:

- *Encontro 1* – Introduzir as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, através de uma aula expositiva sobre o conteúdo e um vídeo abordando aspectos da história da trigonometria.
- *Encontro 2* - Realizar aulas expositivas, trabalhando com a trigonometria em triângulos quaisquer, demonstrando aos alunos a lei dos senos e a lei dos cossenos.

- *Encontro 3* – Propor uma atividade de construção de um teodolito artesanal, com o objetivo de visualizar ângulos. Em seguida, solicitar a medida da altura de alguns objetos através de cálculos das razões trigonométricas apropriadas a cada situação.
- *Encontro 4* – Propor a resolução de uma lista de exercícios com a finalidade de fixar o conteúdo visto até então.

2.1. Relato das atividades:

No Encontro 1, os alunos foram bastante receptivos à ideia de serem introduzidos à trigonometria através da apresentação de elementos de sua história. Primeiramente foram mostradas algumas figuras (Fig. 1) com a intenção de que eles as visualizassem e expusessem o que entendiam desse conteúdo e que ideias tinham sobre trigonometria.

Através das imagens abaixo, o que você entende que seja o estudo de trigonometria?

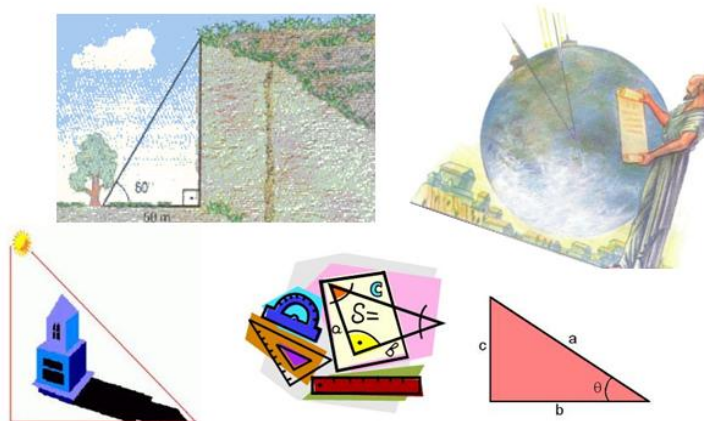


Figura 1 - Ideias iniciais sobre trigonometria.
Fonte: Banco de imagens do Google¹

As respostas dos alunos foram as mais variadas, eles conseguiram relacionar as figuras apresentadas com ângulos, distâncias, medidas e triângulos. Ou seja, as respostas estavam relacionadas com o estudo de trigonometria. Na sequência da atividade, mostramos uma parte do vídeo “A História da Matemática – Os Gênios do Oriente (episódio 2)”², que aborda alguns aspectos da História da Trigonometria, seu surgimento e os primeiros indícios da utilização desse conteúdo, além de sua importância na matemática.

¹ Disponível em: <<http://www.images.google.com.br>>. Acesso em: 10 out. 2012.

² Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=C3RopRBt4wo>>. Acesso em: 19 out. 2012.

A partir disso, tentamos retomar com os alunos conceitos básicos que antecedem o ensino de trigonometria, como mostram as questões a seguir:

- *Dado um triângulo retângulo, em que sejam conhecidos dois de seus lados, como podemos encontrar a medida do terceiro lado?*

Como os alunos já haviam estudado o teorema de Pitágoras, alguns perceberam que a solução se daria através deste, porém como já fazia algum tempo que não trabalhavam com esse teorema, nem todos se lembravam da fórmula. A primeira resposta deles foi: “tem que usar aquela fórmula, como é mesmo o nome?”. Outros disseram: “eu me lembro de ter estudado isso, mas não lembro mais o que tem que fazer”. Até que um dos alunos, no meio da sala, respondeu: “Tem que usar Pitágoras”.

Assim, relembramos junto com os alunos o Teorema de Pitágoras e como aplicá-lo para resolver os exercícios.

Nossa próxima questão foi:

- *Dado um triângulo qualquer, em que sejam conhecidos dois de seus ângulos, como podemos encontrar o valor do terceiro ângulo?*

A resposta para esta pergunta não veio de forma tão rápida e espontânea como na pergunta anterior, os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade para lembrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Com isso, ajudamos os alunos, de forma breve, a retomarem essa definição.

E por último fizemos a seguinte questão:

- *Dado um triângulo retângulo em que são conhecidos apenas um lado e um ângulo, como podemos encontrar, por exemplo, a altura deste triângulo?*

Foi neste momento que introduzimos os conceitos iniciais de trigonometria, tais como: seno, cosseno e tangente, limitando-nos ao triângulo retângulo. Para isso, através da semelhança de triângulos, montamos as razões trigonométricas e definimos:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}, \text{cos } \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}, \text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Pedimos, então, para que os alunos resolvessem três exercícios propostos. Todos os presentes conseguiram resolver esses exercícios, porém alguns alunos não perceberam que $\text{sen } 45^\circ$, por exemplo, corresponde a um valor numérico determinado, então montavam o exercício e não sabiam como prosseguir. Alguns alunos não conseguiram identificar os

catetos oposto e adjacente no triângulo retângulo. Contudo, isto não impossibilitou o andamento da atividade, nem desmotivou esses alunos.

Ao término do período foi possível perceber que os alunos se interessaram pelos tópicos de história da trigonometria apresentados, que iniciar a atividade mencionando aspectos históricos facilitou a compreensão deles, e desta forma a aula se tornou bastante produtiva.

Partindo para o Encontro 2, tentamos mostrar que também podemos trabalhar com qualquer tipo de triângulo, porém as razões trigonométricas já não são mais as mesmas e para isso deveríamos ensinar a lei dos senos e a lei dos cossenos. Pensando em como introduzir essas leis aos alunos sem que as fórmulas fossem simplesmente impostas e memorizadas, organizamos uma atividade com a demonstração da lei dos senos e encontramos um vídeo interativo com a demonstração da lei dos cossenos.

No começo da aula mostramos aos alunos como determinar os valores de seno e cosseno para ângulos maiores que 90° . Em seguida foi proposto um exercício (Fig. 2) e pedido aos alunos que pensassem em como resolvê-lo.

Como faremos para calcular o lado deste triângulo?

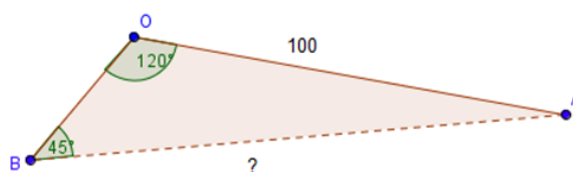


Figura 2 - Exercício sobre trigonometria.
Fonte: Os autores.

Ao se depararem com o exercício responderam que não sabiam como resolver. Sendo assim, com a ajuda dos próprios alunos para a dedução da fórmula, começamos a demonstração da lei dos senos. Logo após a demonstração, os alunos já tinham conhecimento necessário para resolver o exercício, mesmo assim não se mostravam confiantes em resolvê-lo, pois havíamos deduzido a fórmula juntamente com eles, mas não explicado como ela é aplicada nos exercícios. Então, passamos pelas classes auxiliando os alunos a interpretar e retirar os dados necessários para iniciar a sua resolução. Com isso, todos os estudantes conseguiram entender o que foi proposto e resolver o exercício.

Na sequência mostramos o vídeo “Alice e a Lei dos Cossenos”³, pelo qual, de modo interativo, é demonstrada a lei dos cossenos. Por fim, pedimos aos alunos que resolvessem cinco exercícios propostos. Eram exercícios simples, somente para a aplicação da fórmula. Os alunos resolveram todos os exercícios propostos sem o nosso auxílio.

De modo geral, não obtivemos sucesso com as demonstrações das leis do seno e cosseno, pois a realização das duas no mesmo dia tornou-se muito cansativo. Os alunos não depositaram total atenção nas demonstrações, e a atividade perdeu o interesse para eles. Alguns disseram que não se interessavam em conhecer e saber “de onde vêm” essas tais leis na trigonometria, eles acabaram se cansando e desta forma a atividade acabou por se tornar maçante.

No Encontro 3, ocorreu a construção de um teodolito artesanal (Fig. 3), para a qual foram utilizados transferidores, barbantes, canudinhos, percevejos e fita adesiva, sendo que cada aluno construiu o seu próprio.



Figura 3 - Teodolito artesanal.
Fonte: Os autores.

Após o término da construção do teodolito, pedimos aos alunos que o utilizassem para medir a altura da sala de aula. Então, eles passaram a observar um ponto, aqui representado por A, situado na aresta superior de uma parede lateral da sala de aula, apontando o canudinho em direção a esse ponto, e anotando, em seguida, a medida do ângulo formado entre a semi-reta (imaginária) definida por seus olhos e o ponto A, e a semi-reta (imaginária) horizontal, determinada pela distância entre seus olhos e à referida parede. É importante observar que, desta forma, foi construído um triângulo retângulo

³ Disponível em <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1047>>. Acesso em: 26 out. 2012

(imaginário), como é mostrado na Fig. 4. Com uma fita métrica, os alunos mediam a distância horizontal e a altura dos seus olhos em relação ao solo, ou seja, a altura de observação do ponto A. Por fim, através de uma razão trigonométrica, geralmente a tangente do ângulo, somada com a altura de observação do ponto A, eles encontravam a altura da sala de aula.

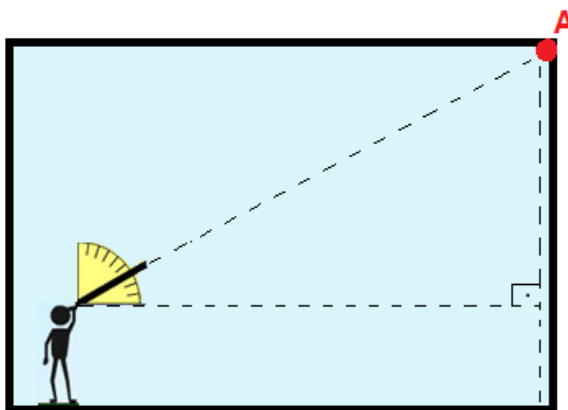


Figura 4 - Representação da situação proposta.
Fonte: Os autores.

Além da determinação desta altura, os alunos tiveram diversas outras opções de medidas a serem obtidas, como a altura de uma árvore, de um poste, de um edifício, etc. Enfim, além de medir a altura da sala de aula, cada um escolheu outros objetos para medir. Desta forma, a atividade foi desenvolvida durante todo o período programado.

Percebemos que os alunos se envolveram com a construção do teodolito, e consideramos que essa atividade tenha sido de grande ajuda na construção de conceitos como tangente, seno e cosseno de um ângulo em um triângulo retângulo. Além disso, a atividade mostrou-se propícia ao exercitar a aplicação das razões trigonométricas em estudo, isto é, desta forma foi possível colocar em prática um pouco da teoria desenvolvida nos encontros anteriores.

Sabemos que, por se tratar de um teodolito artesanal, as medidas não são precisas e o ângulo que o aluno deve medir para fazer os cálculos necessários, varia conforme a distância horizontal dos olhos do aluno em relação ao objeto a ser observado. Essa foi uma das questões levantadas pelos alunos, o porquê de cada um encontrar um valor de ângulo diferente. Outra questão levantada por eles foi o porquê de levar em consideração a altura dos olhos do observador para descobrir a altura do objeto em observação.

De modo geral, a atividade foi bastante produtiva para todos os envolvidos, os alunos puderam ser investigativos durante a realização da atividade, mostrando interesse

com suas indagações. Quanto a nós, professores-bolsistas, aprendemos com os questionamentos dos alunos, pois assim buscamos diferentes maneiras para explicar e esclarecer suas dúvidas, contribuindo para o nosso desenvolvimento em nossa formação como professores.

Por fim, no Encontro 4 foi proposta uma lista de exercícios incluindo os conteúdos já vistos. Esses exercícios serviram como uma avaliação sobre o entendimento dos alunos a respeito desses conteúdos. Os alunos se organizaram em duplas e puderam discutir sobre as questões, pensar em como resolvê-las enquanto passávamos em suas classes, verificando suas resoluções ou auxiliando-os a interpretar e encaminhar os exercícios.

Acreditamos que esta atividade tenha contribuído no desenvolvimento do raciocínio matemático de cada discente, pois através da resolução de exercícios podemos identificar e relacionar os conteúdos, cumprindo a função da aprendizagem de técnicas e propriedades. “Os problemas e exercícios são tomados como eixos geradores da compreensão relacional a ser alcançada pelos estudantes durante as aulas de matemática.” (MENDES, 2009, p. 125).

3. Reflexão sobre a prática

Ao longo das atividades desenvolvidas com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, obtivemos bons resultados e vivenciamos bons momentos, despertando interesse nos alunos pelo que lhes estávamos propondo. Podemos citar a utilização do vídeo com aspectos históricos de tópicos de trigonometria, que acreditamos ter sido importante para introduzir o conteúdo, pois contribui na reflexão dos estudantes sobre a formalização e construção de conceitos matemáticos.

Assim como Mendes (2009), acreditamos que é possível enriquecer e tornar mais interessantes as atividades em sala de aula, apresentando elementos históricos da Matemática, com o objetivo de obter um melhor esclarecimento em determinados tópicos matemáticos. Não queremos, com isso, que esses elementos consistam apenas de curiosidades para os alunos, e sim que se constituam como uma introdução às atividades a serem realizadas, para que seja possível auxiliar na compreensão do conteúdo e nas definições a serem estudadas.

A construção do teodolito artesanal também veio para incrementar o nosso conjunto de atividades com os alunos, já que é uma atividade prática e dinâmica que favorece a interatividade entre os estudantes e o aprendizado do conteúdo a ser estudado.

Por último temos o encontro em que foi proposta uma lista de exercícios. Pensamos que a resolução de exercícios é fundamental para efetivar-se a compreensão dos conceitos matemáticos, pois assim é possível por em prática toda a teoria estudada e, com isso, percebermos se os conceitos estão bem definidos e se foram bem compreendidos. Além dos alunos conseguirem entender a representação simbólica das ideias matemáticas favorecendo a fixação do conhecimento matemático adquirido com as atividades anteriores.

Acreditamos que o roteiro de atividades organizado por nós teve grande importância tanto no aprendizado dos alunos quanto no nosso aprendizado enquanto estudantes de licenciatura. Foi possível perceber que “A maneira como se organizam as atividades e a sala de aula, a escolha de materiais didáticos apropriados e a metodologia de ensino é que poderão permitir o trabalho simultâneo dos conteúdos [...]”. (BRASIL, 2000, p. 113).

Desta forma, nos desprendemos do livro didático e das práticas rotineiras em sala de aula utilizando vídeos e material concreto, tentando dar ao estudante o prazer de exercitar a teoria matemática, estabelecendo uma ligação entre o formal e o prático.

4. Considerações Finais

Quando surgiu a oportunidade de trabalhar com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, primeiramente pensamos em como organizar as atividades, realizando um plano de trabalho. Mas junto com isso começamos a refletir nas dificuldades que poderiam surgir tanto para nós, bolsistas, quanto para os alunos. Um primeiro desafio que consideramos se referia ao desinteresse dos alunos com as aulas de matemática; sabíamos que deveríamos buscar recursos que despertassem o interesse dos alunos em nossas atividades e focar a atenção deles durante os encontros. Outro desafio seria convencer os alunos da relação existente entre o conteúdo matemático e o cotidiano. As justificativas dadas pelo professor durante as aulas de matemática sobre os tópicos em estudo, para eles nem sempre são convincentes o bastante.

Como afirma Mendes (2009, p.109): “a aprendizagem deve ser alcançada a partir das experiências e reflexões dos próprios estudantes”. Sendo assim, começamos com uma atividade, pela qual os alunos saíram de uma posição de apenas assistir a aula para se tornarem investigadores das questões propostas por nós durante os encontros. Com isso, a aula tornou-se mais interessante e os alunos tiveram uma participação maior nas atividades.

Trabalhando desta forma respeitamos o desenvolvimento do estudante, contribuindo para estabelecer uma relação entre matemática e realidade. Assim, os tópicos matemáticos em estudo adquirem maior sentido para os alunos.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2000, p. 111).

Para concluir, as aulas devem sempre ser pensadas partindo dos interesses do aluno e levando em consideração quais dificuldades e dúvidas podem surgir no decorrer das atividades. Por isso, é importante que as atividades sejam organizadas de maneira a despertar nos alunos um interesse pela investigação, assim eles terão mais chances de desenvolver sua autonomia e construir seu próprio conhecimento.

5. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao subprojeto da área da Matemática do PIBID - UFRGS , aos nossos Professores Orientadores Marcus Vinicius de Azevedo Basso e Francisco Egger Moellwald, aos demais Professores Colaboradores e à Coordenadora do Subprojeto PIBID – Matemática, Andréia Dalcin.

6. Referências

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Ministério da Educação, 2000. 144 p. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 30 jan. 2013.

MENDES, I. A. Atividades históricas para o ensino da trigonometria. In: BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L.; MENDES, I. A.; MIGUEL, A. **História da Matemática em Atividades Didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. p.107-178