

## EXPLORANDO OS CONCEITOS INICIAIS DA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA.

*Autor: Alceu Domingues Alves*

*Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco*

*E-mail: alceu@ded.ufrpe.br*

*Coautor: Luisa Matos de Barros Correia*

*Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco*

*E-mail: barroscorreia.luisa@gmail.com*

*Coautor: Enilson Rodrigues de Melo*

*Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco*

*E-mail: enilson\_matematica@hotmail.com*

**Resumo:** A ideia de fazer esse trabalho surgiu a partir de uma conversa entre alunos e professores sobre a dificuldade dos alunos em entender certos assuntos de Cálculo Diferencial e Integral, devido à imprecisão e a estaticidade dos gráficos feitos no quadro branco. Assim pesquisaram-se várias abordagens metodológicas para o ensino do cálculo, com o intuito de tornar o desenvolvimento do conteúdo matemático interativo, apresentando-o em um ambiente de descoberta e sem perder o foco do rigor científico.

O uso de softwares dá ao professor a oportunidade de testar inúmeras hipóteses e fazer generalizações, de maneira rápida e eficiente. O maior entrave ao uso desses recursos não é a falta de recursos físicos (como computadores, acesso a internet, entre outros...) é muitas vezes a resistência dos professores em sair da sua zona de conforto e buscar outros recursos que não o quadro. Daí fica evidente a importância de se formar professores que saibam usar esses recursos tecnológicos.

**Palavras-chave:** Geogebra; Calculo; Educação Matemática; Ensino-Aprendizagem.

### 1. Introdução

O ensino-aprendizagem de matemática pura é considerado por alguns professores essencial para uma sólida formação, por consequência formação de excelentes professores de matemática para os diversos níveis de ensino, Identificamos que isto não é bem verdade, para ser um bom professor, sim, devesse ter sólida formação em matemática, mas não só isto, as disciplinas de Didática da Matemática e Metodologia da Matemática, que fazem parte do

currículo profissional do Curso de Matemática da UFRPE, auxiliam a formação em educação matemática dos discentes, que tem seu primeiro contato com a educação matemática e o direciona para um ensino-aprendizagem de qualidade e com resultados alcançáveis, pensando nisto, neste trabalho, utilizamos recursos computacionais, um dos tópicos da disciplina de Metodologia que é a informática Educacional, no nosso caso com ênfase em Matemática. Através de uma sequencia didática que validamos numa oficina e posteriormente em formato de minicurso ministrado para discentes da disciplina de Cálculo Diferencial Integral, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Segundo Gravina e Santarosa (1998), um ambiente educacional informatizado possibilita ao aluno a construção do seu conhecimento, pois com auxílio de um recurso computacional o estudante pode modelar problemas e fazer simulações, além de visualizar uma situação que muitas vezes não seria possível sem essa ferramenta. Ambientes informatizados proporcionam um conhecimento matemático dinâmico, contribuindo para a compreensão do significado dos conteúdos matemáticos; permitem maior interação do aluno com o conhecimento que está sendo construído e favorecem a simulação, permitindo ao discente expressar seus pensamentos e ideias.

A utilização de *softwares* permite por meio de construções, que os conceitos matemáticos sejam explorados e manipulados, deixando de ser estáticos e proporcionando uma nova visão da matemática. Para que a informática contribua para a obtenção de resultados positivos na sala de aula, é imprescindível que os professores adotem metodologias diferenciadas na utilização desses recursos.

No processo de aprendizagem a figura do docente é indispensável, pois é ele o responsável por motivar os alunos e conduzi-los na busca de descobertas. Ao docente, enquanto mediador da aprendizagem cabe explorar junto com o discente o conhecimento matemático que está sendo construído e explorar os conceitos matemáticos envolvidos. A observação e a percepção devem ser estimuladas para desenvolver no discente a capacidade de criticar e questionar a matemática como um conhecimento em construção. É importante incentivar também a justificação, para desenvolver no discente a capacidade de argumentação das suas ideias. A utilização de recursos computacionais nas aulas possibilita a exploração dos conteúdos matemáticos a partir do campo visual do aluno. Partindo de uma imagem, pode-se explorar o conceito matemático envolvido em uma situação problema.

As atividades, além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da

disciplina: a experimentação. Os novos recursos dos programas matemáticos nos mostram isto, como os computadores com softwares gráficos e de calculadoras gráficas, que permitem o aluno experimentarem bastante, de modo semelhante ao que faz em aulas experimentais de biologia e de física. (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 34)

Não é de hoje que a utilização de softwares no ensino de matemática pode contribuir positivamente na formação do estudante, como afirmamos no início, já existem diversas sequencias didáticas com êxito, o que falta é os professores se apropriarem destas para melhorar seus recursos pedagógicos, possibilitando uma relação de troca entre o discente e a matemática. Ao se deparar com uma situação-problema, após ter tido contato com recursos computacionais, seu trabalho, isto é, a aprendizagem pode ficar mais agradável e interativa.

## **2. O ensino de Cálculo e suas temidas dificuldades.**

O índice de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, tem nos colocado em uma breve reflexão: São os discentes que estão defasados devido a um ensino médio fraquíssimo ou as práticas docentes continuam enfadonhas? Isto tem levado muitos pesquisadores a se preocuparem com o desempenho dos discentes, podemos comprovar isto conforme destaca Meyer e Souza Júnior (2002).

No Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo interessante ou útil. (Meyer e Souza Júnior, 2002, p. 121).

As pesquisas pautadas nesse assunto, segundo Nasser (2007), destacam principalmente as dificuldades na compreensão de função, de limite, de derivada, do Teorema Fundamental do Cálculo e a forma que os alunos estudam. Dentro da nossa prática profissional, temos percebido que os discentes apresentam uma dificuldade específica no conceito formal de limite, limites laterais, infinito, no infinito e quando se fala na Integral Riemann. Rezende (2003) ressalta que a dificuldade na aprendizagem acontece devido à falta de amadurecimento das ideias de infinito e o entendimento que o limite de “uma sequência “tende”, mas não alcança, o seu ponto limite” (p. 7).

A relevante utilização de recursos computacionais na sala de aula e tendo em vista a importância da abordagem conceitual de conceitos na disciplina, propomos o minicurso com

objetivo de apresentar uma proposta para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral a partir de sua interpretação geométrica, explorando graficamente os limites de funções, Derivadas, Integrais e área, para que os alunos possam visualizar e investigar. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 13), “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”.

### **3. O software Geogebra e a apresentação da pesquisa**

A opção pelo *software* Geogebra, se deu por se tratar de um programa livre com alto potencial didático e pedagógico, além de poder ser utilizado nos três sistemas operacionais mais conhecidos *Windows*, *Mac* e *Linux*. O Geogebra reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Com sua interface que dispõe de uma janela algébrica e outra de geometria, além de recursos estatísticos entre outros. Por ser um programa de geometria dinâmica, o Geogebra facilita a investigação dos alunos, que podem movimentar os objetos e acompanhar as variações ocorridas, fazer conjecturas e testá-las, além de relacionar os conteúdos algébricos e geométricos.

A pesquisa foi realizada no 2º semestre de 2012, com 15 alunos de uma turma da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral M1. A disciplina é obrigatória e integra a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco. A carga horária total da disciplina é de 60 horas/aula, sendo assim distribuídas: 40 horas/aula em sala de aula, consistindo de aulas expositivas ministradas pelo professor responsável pela disciplina, sendo observadas pelos presentes pesquisadores; 20 horas/aula em laboratório de informática, consistindo da implementação das atividades pelos pesquisadores, sendo observadas pelo professor responsável. Foram planejadas e executadas 10 atividades ao longo de todo o semestre letivo, em alternância com as aulas expositivas, na medida do desenvolvimento dos diversos tópicos do conteúdo programático. As atividades foram realizadas pelos alunos participantes individualmente, porém, sendo incentivada a discussão em duplas. A implementação ocorreu no Laboratório de Realidades Complexas, localizado no Centro de Pesquisas – CENAPESQ - UFRPE, equipado com 12 equipamentos (6 desktop e 6 notebooks), nos quais estavam instalados alguns softwares educacionais, dentro os quais o Geogebra.

### **4. Apresentando as atividades e os instrumentos de pesquisa**

Na elaboração das atividades para o laboratório, procuramos explorar os principais conceitos e propriedades dos conteúdos programáticos inerentes à disciplina de Cálculo, a seguir apresentaremos um passo a passo de 2 atividades executadas:

#### **Derivada:**

1. Escreva a função, no nosso caso usaremos a função  $f(x)=x^2-1$
2. Marque um ponto “P” qualquer sobre qualquer ponto da função;
3. Defina um ponto “Q” com as coordenadas  $(x(P),y(P)-1)$ ; depois de todas as etapas oculta-se esse ponto;
4. Faça uma semirreta PQ;
5. Defina uma função g, tal que,  $g(x)=derivada[f]$ ; depois de todas as etapas oculta-se essa função;
6. Construa uma reta “d”, de modo que,  $d=tangente[P,f]$ ;
7. Defina um número “e”, onde,  $e=inclinação[d]$ .

#### **Limite**

1. Escreva a função, no nosso caso usaremos a função  $f(x)=(x^2-1)/(x-1)$ ;
2. Marque o ponto G, onde a função não está definida, no nosso caso o ponto  $G=(1,2)$ ;
3. Marque os pontos  $A=(1,0)$  e  $B=(0,2)$  e faça os segmentos de reta BG e AG (Este passo é somente para sinalizar e destacar onde a função não é definida e pode ser suprimido, assim como o passo 2);
4. Marque um ponto P sobre o eixo X;
5. Escreva um texto “ $x=$ ”+(x(P)) → esse texto vai mostrar o valor de x, quando o ponto P variar;
6. Faça um ponto R de coordenadas  $(x(P),f(x(P)))$ , e um ponto S de coordenadas  $(0,y(R))$ ;
7. Trace os segmentos PR e RS;
8. Escreva o texto “ $f(x)=$ ”+(y(R)) → esse texto vai mostrar o valor de f(x) quando o ponto P variar;
9. (Passo opcional) Escreva um texto com a função utilizada, no nosso caso: (“ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$ ”)

Classificamos nossa pesquisa como qualitativa em seus objetivos e métodos, uma vez que objetivamos investigar as contribuições da utilização do software GeoGebra para o ensino de Cálculo, a partir das observações feitas em sala de aula e das interações entre os alunos

acontecidas no laboratório de informática quando da implementação das atividades. Como instrumentos de coleta de dados, optamos pela aplicação de três tipos de questionários, com perguntas abertas. Acreditamos que as justificativas e descrições apresentadas pelos participantes nos possibilitaram a elaboração de categorias de análise, as quais contribuíram para um conjunto de respostas à nossa questão central de investigação: O uso de software facilita o aprendizado do ensino de Cálculo Diferencial e Integral? Após a pesquisa nossa conclusão é que sim.

## 5. Conclusões

A grande maioria dos alunos demonstraram não possuir nenhum tipo de experiência com utilização de softwares no estudo de Matemática, ainda assim, possuíam uma boa expectativa sobre a possibilidade de tal uso no ensino de Cálculo. Após a realização das atividades, os alunos puderam refletir a respeito das contribuições adquiridas no desenvolvimento das atividades realizadas no laboratório, e puderam nos apresentar após as análises dos questionários e das respostas das atividades, afirmações do que já prevíamos e segundo eles, as principais contribuições foram:

a) A possibilidade de *visualização* de algumas propriedades que, tradicionalmente, são apenas manipuladas algebricamente, como nos casos das alterações gráficas da Integral de Riemann;

b) O ambiente *dinâmico* propiciado pelo software que contrasta com os modelos geralmente estáticos apresentados nos livros didáticos, como nos casos da utilização de seletores na existência dos limites laterais e nas condições de continuidade. Vale destacar que, durante a implementação das atividades, houve uma mudança considerável na postura dos alunos no laboratório, ocorrendo uma participação mais ativa, autônoma e crítica (na perspectiva de Costa e Salvador, 2004). Acreditamos que isto foi natural, na medida em que os alunos foram se familiarizando com o software e suas potencialidades (na perspectiva de Villareal, 1999). O fato é que esta mudança na postura dos alunos se refletiu na sala de aula também, na qual observamos, com o desenvolvimento do conteúdo, uma atitude questionadora e reflexiva contrastante com a posição passiva inicialmente assumida pelos alunos. Já no final do semestre letivo, após a realização de todas as atividades, houve uma mudança significativa nas concepções dos alunos a respeito da utilização de TIC's no ensino de Matemática, o que esperamos que se reflita em sua futura prática pedagógica. Portanto, a partir de nossa

pesquisa, acreditamos que o ensino de Cálculo em ambientes informatizados pode contribuir para um *repensar* do ensino-aprendizagem e, assim, para um *repensar* da própria formação de um Professor de Matemática com multiplicidade e flexibilidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares.

### **Agradecimentos**

Ao Coordenador do Laboratório de Realidades Complexas – CENAPESQ – UFRPE, A Capes pelo auxílio financeiro.

### **Referências**

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- COSTA, I. M.; SALVADOR, J. A. **Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: Experiências no DM – UFSCar**. Encontro Paulista de Educação Matemática, VII. São Paulo, 2004. Anais... São Paulo: USP, p. 1-10, 2004. Disponível em <http://www.sbempaulista.org.br>. Acesso em: 10/12/2009.
- COSTA, P. O.; SOUZA JÚNIOR, A. J. **Tecnologia de Informação e Comunicação no ensino de Cálculo**. FAMAT em Revista, n. 9, p. 431-440, 2007. Disponível em: <http://www.famat.ufu.br>. Acesso em: 23/11/09.
- FROTA, M. C. R.; COUY, L. **Estratégias para o ensino-aprendizagem de Funções com um foco no Pensamento Visual**. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, IV. Brasília, 2009. Anais... Brasília: SBEM, p. 1-20, 2009.
- GRAVINA, M. A. & SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998. Disponível em: <http://ism.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.pdf>>. Acesso em: 18 jan. 2010.
- MARIN, D. **Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, 164 p., 2009.
- MEYER, J. F. C.; SOUZA JÚNIOR, A. J. **A utilização do computador no processo de ensinar– aprender Cálculo: A constituição de grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade**. In: ZETETIKÉ, CEMPEM – FE – UNICAMP, Campinas, v.10, n. 17/18, p. 113-146, 2002.
- NASSER, L. *Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de Cálculo*. IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Html/mesa.html](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/mesa.html)>. Acesso em: 15 nov. 2009.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006

REIS, F. S. **A tensão entre o rigor e a intuição no ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos.** Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, 302 p., 2001.

\_\_\_\_\_. **Rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise.** In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates.** Recife: SBEM, p. 81-97, 2009. REIS, F. S. ; ALVES, D. O. ; BRITO, A. B. ; REZENDE, W. M. *O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.* In: SILVA, J. F. **Questões metodológicas do ensino de Cálculo Diferencial e Integral I.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Ceará, 1994.

VILLAREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas.** Tese de Doutorado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, 387 p., 1999.