

OS PROBLEMAS E AS CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA EM UMA AULA DE MATEMÁTICA DO SÉTIMO ANO

*Carolina Soares Ramos
Universidade Federal de Pernambuco
carolinasramos@gmail.com*

*Amanda Barbosa da Silva
Universidade Federal de Pernambuco
amanda_mat123@hotmail.com*

*Regina Célia de Oliveira
Universidade Federal de Pernambuco
rcelia02@hotmail.com*

Resumo:

Este texto traz o relato da observação de uma aula de matemática no 7º ano, cujo conteúdo foi equações do primeiro grau, desenvolvidas por meio da resolução de problemas apresentados no livro que o professor usava. A aula foi registrada com filmagem e transcrição. A escola pertence à rede municipal de ensino da cidade do Recife. Nesse relato apresentamos algumas transcrições da aula, os problemas que foram propostos e as estratégias de resolução com uma análise a partir das Concepções de álgebra propostas por Usiskin (1995). Além disso, iremos apresentar uma reflexão sobre o ensino de álgebra utilizando a prática de resolução de problemas. Foi constatado que ainda predomina no ensino de álgebra a preocupação excessiva com a manipulação de símbolos e a falta de contextualização e significação dos problemas.

Palavras-chave: álgebra; problemas; concepções.

1. Introdução

A álgebra surgiu a partir da necessidade de resolver problemas de forma mais eficiente do que usando apenas conhecimentos em aritmética. O trabalho com álgebra deve iniciar desde os anos iniciais e pode ser feito com a introdução de noções algébricas, promovendo atividades que envolvam conceitos e ideias da álgebra. Quando é feito esse trabalho com a pré-álgebra nos anos iniciais, posteriormente nos anos finais e no ensino médio o aluno terá mais facilidade para lidar com o nível maior de abstração,

generalização e linguagem algébrica, já que houve uma evolução no trabalho do pensamento algébrico desde os anos iniciais.

O conteúdo de equações nas aulas de matemática é geralmente ensinado nos anos finais do ensino fundamental, conforme observamos no trecho abaixo. O Parâmetro Curricular Nacional (PCN), apresenta os blocos de conteúdos divididos em Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Apesar do PCN não apresentar um bloco específico para a álgebra, dentro do bloco de Números e Operações há orientações para o ensino de álgebra, como podemos observar no trecho abaixo:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p.50)

Além disso, podemos encontrar no PCN reflexões e orientações sobre álgebra. Dessa forma, é apresentado que “existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionam diferentes concepções da Álgebra” (BRASIL, 1998, p.116).

Como podemos observar, a definição de álgebra não parece no PCN como algo essencial para a aprendizagem. Na verdade, a própria divisão da álgebra como um bloco de conteúdos é motivo de debate, pois de acordo com o Parâmetro Curricular de Matemática do Estado de Pernambuco (PCPE): “na realidade, as tendências atuais em Educação Matemática encaram a álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades” (PERNAMBUCO, 2012, p.63).

Em relação às concepções da álgebra utilizamos neste texto o que Usiskin (1995) propõe, segundo o autor, as concepções da álgebra estão relacionadas aos diferentes usos das variáveis e destaca quatro concepções: álgebra como aritmética generalizada, álgebra

como estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas, álgebra como relação entre grandezas e álgebra como estudo de estruturas.

O ensino de álgebra muitas vezes leva o aluno a manipulação de variáveis, trabalho mecânico e memorização de técnicas de resolução, faltando a liberdade para o aluno pensar em estratégias próprias de resolução de problemas. Esta prática corresponde à álgebra como estudo de estruturas, verificamos essa concepção durante a observação da aula discutida neste texto. O pensamento algébrico e a pré-álgebra existiam desde a antiguidade e mesmo sem usar a linguagem algébrica os povos antigos resolviam problemas, de modo que o desenvolvimento da simbologia em álgebra e o uso de uma linguagem algébrica faz parte dos últimos acontecimentos da história da álgebra. Porém, ao introduzir os conteúdos de álgebra nas aulas, muitos professores iniciam usando uma simbologia que afasta os alunos, pois para eles a linguagem simbólica não tem nenhum significado.

O trabalho com álgebra não deve se reduzir à resolução de equações e atividades para encontrar raízes, resolver exercícios repetitivos, trabalhar com termos como variável, incógnitas e expressões algébricas sem de fato atribuir-lhes algum significado ou sentido para o aluno, assim como contempla Sortisso (2011)

A linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico. Porém, o pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem em sala de aula, além disso pode-se concluir que a álgebra perdeu seu valor como um instrumento rico para o desenvolvimento de um raciocínio abrangente e dinâmico. (SORTISSO, 2011, p.7)

A origem das dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra é uma discussão muito ampla e que não constitui o objetivo desse relato, contudo podemos afirmar que ela está intimamente relacionada à forma como os problemas são elaborados e resolvidos no ensino de álgebra. A prática de resolução de problemas, ao invés de exercícios, é muito importante no ensino de Matemática, mas exige objetivos bem definidos e planejamento.

Durante boa parte de sua experiência escolar o aluno resolve problemas e exercícios usando conhecimentos em aritmética, mas desde os anos iniciais devemos trabalhar álgebra, mesmo que de forma simples desenvolvendo uma pré-álgebra. Entretanto, nem sempre esse trabalho é feito e quando nos anos finais do ensino fundamental o aluno é apresentado a problemas que devem ser resolvidos de forma algébrica, como se aritmética tivesse simplesmente desaparecido ou não servisse mais para nada, essa ruptura não

favorece a aprendizagem e pode assustar os alunos. A passagem da aritmética para a álgebra resulta de uma continuidade de conteúdos e conhecimentos decorrente da evolução da Matemática para resolver problemas e necessidades humanas. O aluno precisa perceber a necessidade de recorrer a incógnitas, variáveis e equações com uma forma de resolver problemas de modo mais econômico do que usando apenas aritmética.

2. A resolução de problemas e o ensino de álgebra

Ensinar Matemática a partir da resolução de problemas é mais eficaz do que levar os alunos a repetir exercícios de manipulação e memorização de técnicas de resolução. O trabalho mecânico de resolver sempre os mesmos exercícios não contribui para a autonomia do aluno, de modo que o limita a reproduzir as mesmas soluções. A problematização de situações incentiva o raciocínio e a aprendizagem, porém a repetição de exercícios ainda é uma prática muito frequente nas aulas de matemática e não se restringe apenas à álgebra, sendo também frequente em outros conteúdos. Segundo Brandão e Selva (1999, p.79), a compreensão das operações de adição e subtração é comprometida devido à repetição e ao trabalho mecânico na aritmética.

[...] é possível supor que as crianças venham a desenvolver uma compreensão restrita das operações de adição e subtração, pois o que a princípio poderia se constituir em um problema, exigindo reflexão da criança, passa a ser realizado mecanicamente devido à excessiva repetição de um único modelo.

O Parâmetro Curricular de Matemática de Pernambuco propõe que a prática de resolução de problemas seja feita com problemas abertos e situações-problemas, pois “o estudante deve, diante desses problemas, ser capaz de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contraexemplo” (PERNAMBUCO, 2012, p.28) Ainda segundo o PCPE “é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica”. (PERNAMBUCO, 2012, p.63)

As aplicações da Matemática surgiram da necessidade de resolver problemas do cotidiano, primeiro essas situações eram descritas usando-se a linguagem verbal e somente mais tarde se desenvolveu a linguagem simbólica para representar e resolver os problemas.

Deste modo, a simbologia não deve ser a prioridade no ensino da Matemática, pois por muito tempo a matemática nos serviu sem a exigência de usar a linguagem simbólica que favorece a generalização, mas também é abstrata e específica.

Tanto no ensino de álgebra quanto no de outros conteúdos é importante considerar os conhecimentos que os alunos já têm, por exemplo, partindo de problemas relacionados a realidade deles e associando com conhecimentos de anos anteriores. Desse modo, de forma gradual se introduz a linguagem simbólica como uma forma de interpretação de problemas descritos na linguagem verbal.

Relacionar os problemas de álgebra com algumas aplicações e com outros conteúdos também pode facilitar a compreensão e o interesse dos alunos, além disso, é preciso inovar na elaboração dos problemas e não se limitar aos livros didáticos ou aqueles problemas clássicos para introduzir a álgebra, é possível tomar iniciativas que geralmente não são feitas ao propor problemas: problemas com mais de uma solução, problemas sem solução, equações diferentes para resolução de um mesmo problema ou problemas diferentes para representar uma mesma equação.

A prática de resolução de problemas favorece a construção do conhecimento matemático, pois a evolução da matemática partiu da necessidade da resolução de problemas, podemos verificar isso na própria história da matemática enquanto ciência. Porém, na escola a atividade de resolver problemas geralmente é realizada levando em consideração a quantidade e não a qualidade dos problemas, geralmente são apresentadas questões fechadas e que exigem do aluno apenas a identificação de técnicas de resolução que ele deve memorizar.

A resolução de problemas deveria, na verdade, estimular a criatividade do aluno, incentivá-lo a pensar e não forçá-lo a fazer repetidas operações e técnicas de resolução. Quando precisamos resolver um problema estamos fundamentalmente tomando decisões, fazendo escolhas, elaborando hipóteses, realizando tentativas e validando ou não os resultados. Mas então quais os problemas que o professor deve utilizar para favorecer a construção do conhecimento matemático? É preciso considerar, inicialmente, que problema não é igual a exercício, pois enquanto no primeiro é necessário mobilizar conhecimentos na busca de uma solução, no segundo estamos respondendo uma pergunta por meio de métodos e técnicas que já nos foram apresentados. Os problemas que envolvem o cotidiano dos alunos podem ser sugeridos por eles mesmos e partir da socialização de ideias podemos promover a aprendizagem.

3. Os problemas e as Concepções de álgebra na aula

A observação da aula de álgebra, em uma turma do sétimo ano, foi realizada em uma escola pública da rede municipal do Recife, a aula foi registrada com filmagem e transcrição. Nesse dia compareceram 19 dos 36 alunos, tendo a turma a média de idade de 13 anos. O conteúdo da aula foi equações do primeiro grau, as equações foram apresentadas com a resolução de problemas. A escola atende ao todo 973 alunos e funciona nos três turnos. Para notação no texto será usado a seguinte legenda: Professor (P), aluno (A) e alunos (Als). A filmagem da aula aconteceu em uma quarta-feira, no dia 21/11/2012, à tarde, com duração de 50 minutos. Abaixo seguem os problemas que foram resolvidos na aula e algumas transcrições, a escrita das questões foi mantida, assim como a transcrição dos diálogos:

1-Num estacionamento há 52 veículos, entre automóveis e motos são 134 rodas. Quantos são os automóveis?

2-Luís pagou uma dívida de R\$ 89 em notas de R\$ 5,00 e de R\$ 2,00. Luís deu 22 notas, quantas eram as notas de R\$ 5,00 e quantas eram as notas de R\$ 2,00?

A resolução do problema um foi feita por P porque nenhum aluno tinha resolvido. P disse que os alunos poderiam resolver este problema desenhando ou escrevendo um sistema de equações. Em seguida P iniciou a resolução do problema montando um sistema de equações que registrou no quadro:

$$x+y = 52$$

$$4x+2y = 134$$

P: Onde x se refere aos automóveis e y as motos, em seguida P.

P: Então você pode fazer ou desenhando ou por aqui, montando o sistema.

P: Mas aí se a gente for fazer pelo sistema, a gente fazia pelo método da comparação, pelo método da adição? Qual o método que a gente usaria?

P: Vamos ver, se a gente fizer pelo método da comparação, como é que começa?

P: A primeira equação, botar aqui, né. Pela Comparação.

$$x + y = 52 = y = 52 - x$$

$$4x + 2y = 134 = y = 134 - 4x/2$$

P: Como é que eu faço para organizar a primeira equação pelo método da comparação?

P: Vocês tem que isolar quem?

P: Isola o y, vamos lá.

$$52 - x = 134 - 4x/2$$

$$2(52-x) = 134 - 4x$$

$$104 - 2x = 134 - 4x$$

$$4x - 2x = 134 - 104$$

$$2x = 134 - 104$$

$$2x = 30$$

$$x = 30/2$$

$$x = 15 \text{ carros}$$

Como observamos nesses trechos da transcrição, há a preocupação com o método (comparação ou adição) a se utilizar para resolver o problema, é sugerido dois modos de resolver: desenhando (carros e motos) ou usando sistema, mesmo assim nenhum aluno resolveu o problema. Durante a resolução, P fala de isolar y, enfatizando também a preocupação com a técnica e memorização de resolução, ao invés de favorecer a liberdade para os alunos elaborarem suas próprias hipóteses e tentativas. A sugestão de fazer os desenhos foi logo esquecida por P durante a aula, não houve a devida exploração sobre qual era a desvantagem dos desenhos comparada à estratégia algébrica.

Na resolução desse problema podemos verificar a existência de duas concepções: a álgebra como estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas e a álgebra como estudo de estruturas. Segundo Usiskin (1995), a primeira se preocupa em encontrar os procedimentos para resolver determinados problemas independentes de contextualização. Podemos perceber isso quando P pergunta sobre os métodos de comparação e de adição. Já a segunda concepção trata da manipulação e simplificação das expressões para encontrar o resultado, portanto podemos verificar esse comportamento no procedimento de escolher qual variável isolar.

O segundo problema foi resolvido no quadro por um aluno, vamos chamá-lo de aluno M, ele escreveu no quadro a seguinte adição: $10+10+10+10+10+10+10+14+05 = 89,00$. M respondeu que seriam 15 notas de R\$ 5,00 e R\$ 7,00. A professora perguntou por que o aluno somou notas de R\$ 10,00 se o problema tem notas de R\$ 5,00. O aluno

respondeu que tinha muitas notas de R\$ 5,00, então ele transformou em notas e R\$10,00. A professora disse que a resolução estava correta e que era um modo de fazer usando aritmética, em seguida P comentou:

P: Agora se vocês fossem fazer usando álgebra, usando letra, têm ideia de como seria?

P: Então a gente poderia fazer assim, chamar de x as notas de R\$ 5,00 e chamar de y as notas de R\$ 2,00, aí se eu somar a quantidade x (ao todo são 22 notas não é?), então, a quantidade x de notas de R\$ 5,00 reais e a quantidade y de notas de R\$ 2,00 reais têm que dar um total de 22 notas concordam?

Em seguida P escreve no quadro:

$$x + y = 22$$

$$5x + 2y = 89$$

P: Agora só que a dívida era quanto?

Als: R\$ 89,00 reais.

P: R\$ 89,00 reais. Então 5 vezes essa quantidade x de notas mais duas vezes essa quantidade y de notas tem que dar R\$ 89,00. Aí, assim vocês resolveriam um sistema de equações.

P: Aqui M resolveu, tá certo. Ele resolveu usando raciocínio lógico, parabéns. Mas resolveu usando ainda a ideia de aritmética. Vocês têm que tentar montarem agora usando letras, tá.

Observamos nessa resolução, assim como na anterior, a presença de duas concepções: a álgebra como estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas e a álgebra como estudo de estruturas. Segundo Usiskin (1995), a álgebra como estudo de métodos usa as variáveis como incógnitas e constantes, enquanto a álgebra como estudo de estruturas usa sinais arbitrários no papel para manipular e justificar. Observamos na transcrição anterior que o aluno M resolveu o problema usando aritmética sem relacionar com alguma estratégia algébrica, cabendo a P o papel de sempre mostrar o método e a simbologia a se usar, infelizmente esse procedimento não incentiva a passagem da aritmética para a álgebra.

A prática de resolução de problemas é uma estratégia de ensino eficiente para o trabalho com álgebra, porém o direcionamento da aula requer planejamento para que não permaneça a valorização de concepções e estratégias que não favorecem o pensamento algébrico.

4. Considerações Finais

Com a observação dessa aula verificamos que o ato de resolver problemas nas aulas de matemática pode ser confundido com a prática de resolver exercícios que exigem apenas manipulação de símbolos e memorização de métodos. No caso da álgebra, há o agravante de que prática de ensino dos anos iniciais muitas vezes não aborda as noções de álgebra, de modo que apenas nos anos finais do ensino fundamental o aluno tem contato com esse conteúdo e geralmente já lhe é cobrado o uso de linguagem simbólica para resolver exercícios. Não podemos esquecer que esses mesmo alunos passaram boa parte da vida escolar fazendo cálculos apenas com aritmética, sem a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico.

A valorização da simbologia e dos métodos de resolução de equações ainda está muito presente nas aulas de álgebra do ensino fundamental, mas iniciar o ensino de álgebra a partir dessa prática não corresponde ao próprio desenvolvimento do pensamento algébrico, pois na história da matemática a ênfase à simbologia foi uma das últimas etapas na evolução do conhecimento. Além disso, a utilização excessiva de símbolos e da manipulação de variáveis para simplificar, resolver e justificar os problemas tende a favorecer as concepções da álgebra que segundo Usiskin (1995) são: concepção da álgebra como estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas e concepção da álgebra como estudo de estruturas. Ambas foram identificadas na transcrição da aula e percebemos que essa prática não favoreceu a autonomia dos alunos para elaborar hipóteses e estratégias de resolução.

5. Agradecimentos

Agradecemos a colaboração da direção da escola, do professor e dos alunos, sem os quais não seria possível ter realizado este relato.

6. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental**. Brasília, 1998.

BRANDÃO, Ana Carolina; SELVA, Ana Coelho V. O livro didático na educação infantil: reflexão versus repetição na resolução de problemas matemáticos. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 69-83, jul./dez. 1999. Disponível em:
<<http://www.scielo.br/pdf/ep/v25n2/v25n2a06.pdf>>. Acesso em: 28 mar. 2013.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino Fundamental e Médio**. Pernambuco, 2012. Disponível em:
<http://www.educacao.pe.gov.br/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2013.

SESSA, Carmen. Uma introdução a álgebra por meio da generalização. In: SESSA, Carmen. **Iniciação ao estudo didático da álgebra. Origens e perspectivas**. São Paulo: Edições, SM, 2009. p. 53-60. Tradução de: Damian Kraus.

SORTISSO, Alessandra Fabian. Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra. **Revista da Graduação**. Seção: Faculdade de Matemática. v.4, n. 2. 2011. Disponível em:
<<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/viewFile/10090/7120>>. Acesso em: 2 fev. 2013.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. ; SHULTE, Albert P. (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo, 1995, p. 9-22. Tradução de: Hygino H. Domingues.