FORMAÇÃO DOCENTE: A COMPREENSÃO DA COMBINATÓRIA A PARTIR DOS SIGNIFICADOS, INVARIANTES E REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS[1]

Adryanne Barreto de Assis[2]
Universidade Federal de Pernambuco
adryanne@gmail.com

Resumo:
Neste estudo propomos analisar o efeito de uma *formação continuada* sobre Combinatória, baseada nos *significados, invariantes e representações simbólicas* dos problemas combinatórios, e as possíveis *representações* para resolução destes problemas. A pesquisa se constitui em entrevistas iniciais com os professores, 4 encontros para formação e, em seguida, uma entrevista final com os professores. O estudo está em andamento, tendo sido realizado até o momento as entrevistas iniciais com 04 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, as intervenções e as entrevistas finais. Aqui apresentamos análise da entrevista inicial de uma participante. Os resultados da entrevista apontam para uma dificuldade no reconhecimento e trabalho da Combinatória. Percebemos, assim, que a formação continuada em Combinatória é uma ação importante, pois possivelmente ajudará as professoras a refletirem sobre esse conteúdo que deve ser trabalhado desde os anos iniciais.

Palavras-chave: Análise Combinatória; Formação Continuada; Anos iniciais de escolarização.

1. A Formação de Professores e o Ensino da Combinatória

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN – (BRASIL, 1997) dos anos iniciais do Ensino Fundamental reconhecem a importância de se trabalhar com uma ampla diversidade de conteúdos, incluindo-se, já no Ensino Fundamental, elementos de estatística, probabilidade e, inclusive, de Combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos. Os PCN (BRASIL, 1997) também indicam a necessidade dos alunos aprenderem os diferentes tipos de problemas que a Combinatória aborda, dentre eles: *arranjos*, *permutações* e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.

[1] Trabalho orientado pela professora Doutora Cristiane Pessoa – Universidade Federal de Pernamuco
[2] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE e participante do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório do Centro de Educação da UFPE (GERAÇÃO). E-mail:adryanne@gmail.com

Muitos educadores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental fizeram magistério ou curso de licenciatura em Pedagogia. Em tais cursos, o tempo dedicado a disciplinas que trabalham os conteúdos específicos da Matemática é escasso. Deste modo, há conteúdos que os professores devem abordar com os alunos sem nunca terem aprendido durante a sua escolaridade, como acontece, em algumas situações, no caso específico dos conteúdos de Combinatória. Além disso, são poucas as alternativas metodológicas apresentadas aos futuros professores para o trabalho com este conteúdo específico, e, com isso, eles nem sempre conseguem criar condições facilitadoras e desenvolver um processo dinâmico de ensino, que possibilite a aprendizagem desse conhecimento. Isso faz com que na maioria das vezes o professor deixe de abordar esse conteúdo na sala de aula.

Dessa forma, uma vez que falta aos professores em sua formação inicial o trabalho com conteúdos específicos, como a Combinatória, e a reflexão metodológica acerca desses conteúdos, apresenta-se a necessidade de existir constantes encontros com os mesmos para que haja uma continuidade da formação inicial.

De acordo com o Plano Nacional de Educação – PNE (2001) a formação continuada dos professores da escola pública deverá ser garantida pelas secretarias estaduais e municipais de educação, cuja atuação incluirá a coordenação, o financiamento e a manutenção dos programas como ação permanente e a busca de parceria com universidades e instituições de ensino superior. Aquela relativa aos professores que atuam na esfera privada será de responsabilidade das instituições onde trabalham. Ainda conforme o PNE (2001), devido às constantes e rápidas mudanças sociais, a *formação continuada* assume particular importância, também em decorrência do avanço científico e tecnológico e, assim, da exigência de um nível de conhecimentos sempre mais amplos e profundos na sociedade moderna.

Surge, assim, a necessidade de investigar a formação continuada desses professores, "como medida concreta para aperfeiçoar, de forma permanente, a competência docente." (FUSARI, 1992, p. 29). Assim, estarão atuando de modo a tornar o conhecimento matemático acessível a todos, contribuindo para a superação dos preconceitos presentes no ensino-aprendizagem dessa disciplina.

Rocha (2011) buscou verificar quais os conhecimentos que professores de diferentes níveis de ensino trazem para a sala de aula sobre a Combinatória. A pesquisa em questão abordou os conhecimentos que Shulman (2005) defende como necessários para uma *knowledge base* (base de conhecimentos), e será nesta perspectiva que investigaremos os conhecimentos dos professores.

Existem ainda outros estudos referentes à Combinatória, dentre eles destacamos: Pessoa e Borba (2010), que buscou levantar a compreensão de problemas combinatórios por alunos da 1ª série do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio e observar as estratégias por eles utilizadas; Azevedo, Costa e Borba (2011) que se propôs verificar se o uso do *software Árbol* pode ajudar na compreensão de problemas combinatórios; Santos, Matias e Pessoa (2011) que investigaram se crianças da Educação Infantil percebem os *invariantes* dos diferentes tipos de problemas ao resolverem problemas combinatórios.

Dentre as variadas temáticas pesquisadas, nos interessamos especificamente pelo ensino de Combinatória e pelo processo de construção do raciocínio combinatório. Acreditamos que se os *significados*, *invariantes* e *representações*[3] envolvidos em um conceito forem percebidos, a interpretação e compreensão de um problema por parte do aluno irá mudar.

Muitos estudos foram realizados no sentido de verificar como se dá o ensino e a compreensão da Combinatória em diferentes idades e níveis de escolaridade, no entanto não foram feitos, como pretendemos, estudos que verifiquem a influência de uma *formação continuada* a partir da compreensão dos *significados*, *invariantes* e *representações* desse conceito no ensino de um professor em sala de aula.

2. O Raciocínio Combinatório e a Formação de Conceitos

A Análise Combinatória é uma área da Matemática que faz parte do raciocínio multiplicativo. Apesar das indicações dos PCN (BRASIL, 1997) apontarem a necessidade de tal conteúdo ser trabalhado desde os anos iniciais da escolaridade, de um modo geral, essa indicação ainda não é completamente seguida no trabalho escolar. Para Pessoa e Borba (2009), a Combinatória permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, sem necessariamente ter que contá-los um a um. Deste modo, entendemos o raciocínio Combinatório como um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que ultrapassa a ideia de enumeração de elementos de um conjunto.

[3] Significados, invariantes e representações simbólicas são, para Vergnaud (1986), o tripé que forma o conceito. Este assunto será discutido adiante.

Vergnaud (1986) toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Portanto, se faz importante o ensino dos diferentes tipos de problemas combinatórios durante toda a vida escolar.

De acordo com Pessoa e Borba (2009), no campo conceitual das estruturas multiplicativas, o aluno não constrói um conceito em torno de um problema, mas constrói um campo de conceitos que lhes dão sentido num campo de problemas. Isso se relaciona com os estudos de Vergnaud (1986), sobre a Teoria dos Campos Conceituais, ao verificar que os conceitos se inter-relacionam. Sendo assim, trabalhar com variados problemas combinatórios ratifica que estes fazem parte de um mesmo campo conceitual.

Vergnaud (1986) distingue três dimensões fundamentais para cada conceito: (1) o conjunto de situações que dão *significado* ao conceito (S); (2) as relações e propriedades *invariantes* (I) e (3) o conjunto das *representações simbólicas* utilizadas para a resolução do problema (R). Essas dimensões devem ser consideradas no aprendizado de qualquer conceito.

Pessoa e Borba (2009) organizam os problemas que abrangem o raciocínio combinatório. A seguir, no Quadro 1, apresentamos os (1) *significados* presentes na Combinatória (*produto cartesiano*, *arranjo*, *permutação* e *combinação*) e seus respectivos (2) *invariantes*.

Quadro 1: Significados e Invariantes da Combinatória

Produto Cartesiano: (1) dois (ou mais conjuntos) diferentes serão combinados para construir um novo grupo; (2) a ordem dos elementos escolhidos não formará um novo grupo. **Combinação:** (1) de um conjunto maior serão selecionados objetos ou situações que constituirão os subgrupos; (2) a ordem dos objetos escolhidos não gerará novas possibilidades. **Arranjo:** (1) um grupo maior gerará novas possibilidades ao subgrupo e não são utilizados todos os elementos do grupo maior; (2) a ordem e a escolha dos elementos geram novas possibilidades. **Permutação:** (1) todos os elementos são utilizados, cada um, apenas uma vez; (2) A ordem dos elementos do conjunto gera novas possibilidades.

São necessários estudos que verifiquem como se dá o processo de construção e percepção pelo professor dos *significados*, dos *invariantes* e das *representações simbólicas* de cada tipo de problema para que os mesmos possam mudar o rumo do ensino da Combinatória que temos atualmente.

3. Método

O presente estudo tem por objetivo geral analisar o efeito da *formação continuada em Combinatória*, baseada nos *significados, invariantes e representações* de cada tipo de problema, nas concepções e planejamentos dos professores. De modo mais específico, verificar quais são as mudanças de conhecimentos e planejamento após a intervenção; averiguar qual das três dimensões (*significados, invariantes* ou *representações)* foi mais relevante para o professor durante a formação e, ainda, examinar a relevância de uma Formação Continuada voltada para o ensino da Combinatória na prática pedagógica de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisa está sendo realizada com professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública Municipal do Recife. Antes de iniciar a formação com os sujeitos, foi realizada uma entrevista semi-estruturada[4] com os professores selecionados, a fim de verificar quais seus conhecimentos e concepções perante a Combinatória. Em seguida, foi realizada uma formação, de quatro encontros, com o total de sujeitos, na qual foi enfatizada a importância dos *significados, invariantes* e *representações* existentes em cada situação Combinatória.

A formação é organizada de modo que aconteça o primeiro encontro voltado para a discussão e reflexão da Combinatória como um conteúdo a ser trabalhado em sala de aula à luz da Teoria de Vergnaud, abordando *significados e invariantes* dos problemas combinatórios, seguido do segundo encontro que aborda as diferentes *representações* possíveis para resolução dos problemas combinatórios, assim como a ideia de sistematização dos procedimentos de resolução e generalização. O terceiro encontro é organizado, em conjunto com os professores, um planejamento de aula direcionado aos alunos dos anos iniciais de escolarização, abordando o tema Combinatória e suas diferentes dimensões, para que seja aplicado em sala de aula. Após a aplicação do planejamento, há mais um encontro para que os sujeitos possam trazer suas análises e discussões de sua prática diante de todo o processo realizado durante a formação.

[4] A primeira e segunda entrevistas realizadas na pesquisa serão baseadas nas entrevistas realizadas por Rocha (2011).

Em seguida, serão realizadas com os professores entrevistas semi-estruturadas, buscando constatar qual compreensão da Combinatória, enquanto conteúdo escolar, ficou após a participação no processo de formação realizado.

A entrevista é dividida em três eixos: *Formação e Experiência Docente, Conhecimento Didático da Combinatória e Conhecimento do Conteúdo de Combinatória.* Esses eixos se dividem em sete momentos, tendo o objetivo de: (1) identificar, conhecer e obter informações gerais do professor entrevistado; (2) conhecer e entender as experiências e os fatos da vida profissional, como também, da vida escolar do professor, e se eles influenciam na sua prática docente em relação ao ensino de Combinatória; (3) Investigar os saberes matemáticos e didáticos do professor em relação ao tema Combinatória e, assim, entender como o professor pesquisado compreende e procede com relação ao ensino de Combinatória nos anos iniciais; (4) Analisar, a partir de protocolos, o desempenho (acertos e erros) e *representações simbólicas* de alunos com relação à Combinatória; (5) Analisar as perspectivas do professor sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório, através de protocolos; (6) Planejamento de uma aula que trate de resolução de problemas combinatórios; (7) Diferenciar os problemas combinatórios a partir dos *significados* e *invariantes*. Como dito acima, propomos quatro encontros, os quais detalhamos nos Quadros 2, 3, 4 e 5.

Quadro 2: Proposta de intervenção para o primeiro encontro

	Objetivo	Método / 1º Momento	Método / 2º Momento
1º encontro	• Associar a Combinatória à Teoria dos Campos Conceituais. • Identificar os tipos de problemas combinatórios. • Construir a ideia dos *invariantes* de cada tipo de problema combinatório.	• Resolver problemas combinatórios e, a partir das análises deles ir construindo o que são problemas combinatórios. • Solicitar que diferenciem um problema do outro, anotando as características de cada um e o que tem de semelhante e diferente entre eles. A ideia é a de que eles possam perceber os *invariantes* e que a formadora/pesquisadora possa ir atrelando essa discussão dos *invariantes* e *significados* aos tipos de problemas. • Conversar sobre o que é Combinatória para eles e quais os tipos de problemas combinatórios encontramos. • Registrar no quadro.	• Apresentar resultados da pesquisa de Pessoa e Borba (2009) na qual identificam quatro problemas combinatórios: *produto cartesiano*, *permutação*, *arranjo* e *combinação*. • Ressaltar que o Princípio Fundamental da Contagem é um meio de resolver esses problemas, não exatamente um tipo de problema. • Apresentar o tripé de Vergnaud (1986) (*Significados*, *Invariantes* e *Representações*) • Associar a Teoria de Vernagud (Teoria dos Campos Conceituais) ao conceito da Combinatória, sistematizando o que foi feito no início do encontro. • Entrega de quatro problemas combinatórios, um de cada tipo,

			para que os alunos das professoras resolvam da forma que quiserem para que suas estratégias possam ser discutidas no próximo encontro.

Quadro 3: Proposta de intervenção para o segundo encontro

	Objetivo	Método / 1º Momento	Método / 2º Momento
2º encontro	• Verificar possíveis estratégias para resolver problemas combinatórios. • Trabalhar a sistematização e generalização como um processo para melhorar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.	• Relembrar os diferentes tipos de problemas combinatórios e suas características. • A partir disso, ressaltar que para resolver esses problemas há diferentes estratégias (*representações*). • Analisar as estratégias utilizadas pelos alunos das professoras e, ao final, a distinguir que *representações* são aquelas. Além dos protocolos dos alunos das docentes, serão disponibilizados outros já estudados em pesquisas anteriores. • Ressaltar que há estudos atuais que mostram que, dentre aquela variedade de estratégias, há uma que se sobressai: a listagem. • Solicitar que as professoras resolvam problemas combinatórios com resultados que levam a um pequeno número de possibilidades através de duas estratégias diferentes. • Discutir as diversas estratégias que surgiram.	• Mostrar protocolos de resolução de aluno que: (1) não usou a sistematização; (2) usou a sistematização; (3) sistematizou e generalizou. • Questionar às professoras o que tem de diferente na resolução e quais considerações elas têm com relação a essas resoluções. • Chamar atenção para a sistematização e generalização realizada pelos alunos. • Entregar problemas combinatórios (um de cada tipo) para que as professoras venham a responder – utilizando a sistematização e generalização – para, em seguida, analisarmos como foi feito cada caso.

Quadro 4: Proposta de intervenção para o terceiro encontro

	Objetivo	Método / 1º Momento	-
3º encontro	• Elaborar um planejamento de aula a partir das considerações trabalhadas nos encontros anteriores.	A pesquisadora auxiliará as professoras a prepararem aula sobre Combinatória, enfatizando o tripé de Vergnaud (*invariantes*, *significados* e *representações*) e levando em consideração a estratégia mais utilizada pelos alunos até agora pesquisados (a *listagem* de possibilidades), a *sistematização* e a *generalização*. Lembrar que a explicitação dos *invariantes* é importante e	

		necessária.	
PAUSA – APLICAÇÃO DO PLANEJAMENTO			

Quadro 5: Proposta de intervenção para o quarto encontro

	Objetivo	**Método / 1º Momento**	**-**
4º encontro	• Analisar coletivamente a aplicação do planejamento realizada pelos professores.	Conversar com as professoras sobre as principais facilidades e dificuldades na aplicação dos seus planejamentos.	

4. Resultados parciais obtidos em um estudo piloto

Apresentaremos os resultados de um estudo piloto realizado, para que possamos apurar o uso do instrumento de coleta dessa pesquisa e levantar prováveis análises que poderão surgir no estudo final. Até o momento, foram realizadas as entrevistas semi-estruturadas inicias com quatro professoras e a formação. Contudo, para este artigo, trazemos as inferências realizadas a partir da análise da entrevista de uma professora, com relação ao 1º, 2º, 3º e 4º momento da entrevista.

Quadro 6: Características gerais do professor entrevistado

Formação	Formada em Pedagogia com especialização em Educação Especial.
Tempo lecionando	Ensina há 21 anos.
Turma que ensina atualmente	Atualmente é professora do 5º ano do Ensino Fundamental.
Código da Professora[5]	P1 – Professora 1

Com relação às experiências e fatos da vida escolar do professor e a Matemática, a professora analisada ressalta que não se recorda de ter estudado o conteúdo em questão.

> P1: Rapaz, *na educação inicial*, eu não lembro muito, <u>*a maioria das lembranças que eu tenho é mesmo de Língua Portuguesa*</u>. Aí eu venho pro que hoje é o Fundamental II, de 5º a 8º, aí começo a lembrar mais...assim, não era o amor da minha vida não, mas aprendi direitinho.
> E: Você se lembra de ter estudado Análise Combinatória na escola?
> P1: *Não...*

Sobre sua prática docente com relação ao ensino da Combinatória, a docente afirma nunca ter trabalhado a Combinatória com sua turma de 5º ano do Ensino Fundamental.

> E: Você já ensinou Análise Combinatória para os seus alunos?
> P1: *Não.*

[5] A Entrevistadora/Pesquisadora será denominada como *E*.

No entanto, apesar da professora afirmar que nunca trabalhou este conteúdo em sua turma, em outro momento da entrevista, ela ressalta que tal conteúdo, assim como outros conteúdos matemáticos, deveria ser trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois percebe que quanto mais cedo se der este trabalho, melhor e mais fácil será a apreensão por parte do aluno.

> E: Você acha que esse trabalho com Combinatória pode ser feito desde os anos iniciais?
> P1: *Deveria, né? Aí já estimulava a ação cerebral, porque no início, tudo é mais apreendido. Quanto menor, a apreensão cerebral é melhor.*

Em relação ao ensino de Combinatória nos anos iniciais, estudos recentes mostram que é possível trabalhar este conteúdo com os alunos. Pesquisas como as de Pessoa e Santos (2011), Azevedo, Costa e Borba (2011) e de Pessoa e Borba (2010) mostram que o ensino da Combinatória é viável com alunos desde os anos iniciais, e ainda, pesquisadoras como Matias, Santos e Pessoa (2011) em estudo realizado com alunos da Educação Infantil destacam a possibilidade de compreensão dos *invariantes* do *arranjo* pelos alunos pesquisados. Concluiu-se que mesmo na Educação Infantil os alunos são capazes de estabelecer ricas e interessantes relações para a resolução de problemas combinatórios.

Quando questionada sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais, a docente relata que já estudou os parâmetros de outros eixos, contudo, não da Matemática. Em seguida, disponibilizamos um trecho dos PCN (BRASIL, 1997) a respeito do ensino da Combinatória para que a docente analisasse, o qual dizia: “Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (p. 40)

Com relação à citação acima, conseguimos inferir que a P1 demonstra não reconhecer o *arranjo* como um tipo de problema combinatório, interpretando erroneamente o significado de *arranjo*.

> P1: Assim, o conceito é interessante...o que eu acho estranho não é nem nada, mas na redação, né? “*combinações, arranjos...*”. *Arranjos, assim, na minha leitura dos PCNs, neste caso, parece uma coisa assim: ‘vamos dar uma ajeitadinha pra ver se dá certo’.* E na educação o objetivo não é ajeitadinha... Mas é isso mesmo, ensinar ele a lidar com a situação-problema pra ele conseguir fazer essas combinações e essa estrutura do que ele quer, do que pede a situação-problema, é viável.

Em outro momento da entrevista, foi solicitado que a professora classificasse os diferentes tipos de problemas (*significados*) apresentados e, em seguida, as características (*invariantes*) de cada tipo de problema. Foram entregues quatro problemas (Quadro 7) de Combinatória e pedimos que diferenciasse um problema do outro.

Quadro 7: Classificação dos tipos de problemas propostos

1. Na estante da minha casa há fotos do meu pai, da minha mãe e do meu irmão, sendo um total de 3 porta-retratos. De quantas formas diferentes posso organizar esses porta-retratos de modo que eles fiquem lado a lado? **(Permutação)**
2. Foi feito um sorteio na festa do dia das crianças da escola. Estão participando Laís, Cecília e Jane. As duas primeiras sorteadas ganharão uma boneca de presente, cada uma. Sabendo que as bonecas são iguais, de quantas formas poderemos ter as duas sorteadas para ganharem as bonecas? **(Combinação)**
3. Para prefeito de uma cidade se candidataram 3 pessoas (Joana, Vitória e Rafael). De quantas formas diferentes poderemos ter o primeiro e o segundo colocado nesta votação? **(Arranjo)**
4. Para a festa de São João da escola temos 2 meninos (Pedro e João) e 3 meninas (Maria, Luíza e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Quantos pares diferentes podemos formar, se todos os meninos dançarem com todas as meninas? **(Produto Cartesiano)**

(Problemas retirados de Pessoa e Borba~~,~~ (2009) e de Pessoa e Santos~~,~~ (2011))

Apresentamos a seguir, no Quadro 8, a análise do conhecimento da professora com relação aos *significados* dos problemas combinatórios.

Quadro 8: Análise da classificação dos problemas enquanto seus *significados*

<table>
<tr><th>Significado</th><th>Análise</th><th>Trecho da entrevista</th></tr>
<tr><td>Permutação</td><td rowspan="4">A professora parece não compreender os tipos de problema. Ao ser solicitada que diferencie os tipos de problema, a docente tenta resolver os problemas apresentados.</td><td>P1: O um acho que dá 6 ou 7....</td></tr>
<tr><td>Combinação</td><td>[a professora não fala nada sobre esse problema]
-</td></tr>
<tr><td>Arranjo</td><td>P1: O 3 eu não sei não...meu raciocínio não tá acalcando hoje não...</td></tr>
<tr><td>Produto Cartesiano</td><td>P1: Eu acho que o quatro dá 8...
E: O problema quatro, né?
E: Não, não..o problema quatro acho que dá 6 combinações...</td></tr>
</table>

Em seguida, foi solicitado que a docente analisasse as características dos problemas apresentados. Apresentamos no Quadro 9 a análise realizada pela professora quanto aos *invariantes* do problemas combinatórios.

Quadro 9: Análise da classificação dos problemas enquanto seus *invariantes*

Significado	Análise	Trecho da entrevista
Permutação	A professora identifica que há características similares entre esses dois *significados* (*permutação* e *produto cartesiano*), porém, não explicita qual seria. Acredita-se que ela percebe que os dois problemas apresentados têm características de problemas combinatórios.	P1: O 1 e o 2 *tem a mesma estrutura, né, fazer as combinações...o 1 e o 4, perdão. O 1 e o 4 tem a mesma estrutura.*
Combinação / **Arranjo**	A docente percebe que há semelhança entre esses *significados* (*combinação* e *arranjo*), contudo não consegue perceber qual é. Não dá para afirmar que ela percebe o i*nvariante* comum aos dois problemas: escolha.	P1: O 2 e o 3...não...*me percebe que tem a mesma estrutura os dois, mas não alcancei,* mas o 1 e o 4 tem.
Produto Cartesiano	A professora identifica que há características similares entre esses dois *significados* (*permutação* e *produto cartesiano*), porém, não explicita qual seria. Acredita-se que ela percebe que os dois problemas tem características de problemas combinatórios.	P2: O 1 e o 2 *têm a mesma estrutura, né, fazer as combinações...o 1 e o 4, perdão. O 1 e o 4 têm a mesma estrutura.*

A professora demonstra entender que alguns problemas têm características em comum, mesmo que não saiba explicitar claramente quais são.

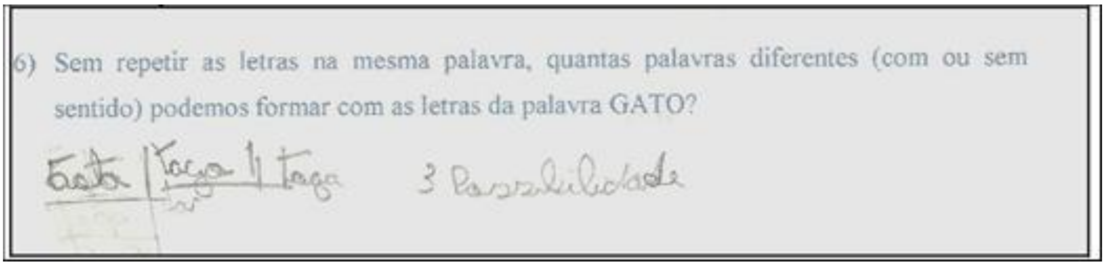
Ao analisar os problemas dados a partir de sua dificuldade, a P1 acredita que problemas que envolvem as características de *produto cartesiano* seriam os que seus alunos (alunos do 5º ano do Ensino Fundamental) teriam mais facilidade para resolverem. Contudo, problemas que envolvem as características de *combinação* e *arranjo* ocasionariam maior dificuldade.

> E: Você acha que dentre esses problemas, qual que seus alunos teriam maior dificuldade?
> P1: Acho que o 2 e o 3, porque o 1 e o 4 é mais lógica. *Eles teriam dificuldade nos quatro, mas se eu achar que menos... o 4 então eu acho que é mais...o 1e o 4 dá a possibilidade de você fazer, ele imaginar os porta-retratos, põe esse, troca esse e esse. A mesma coisa com os pares (referindo-se ao problema de produto cartesiano), principalmente os pares eles teriam maior facilidade.*

> E: E maior dificuldade?
> P1: *Acho que no 2 e o 3, apesar que eles teriam dificuldades em todos, a princípio.* Agora você ir fuçando, fuçando, aí eles iam perceber que podiam fazer as organizações, as combinações...

Estudos anteriores como os de Pessoa e Borba (2009; 2010), Correa e Oliveira (2011) e Azevedo e Borba (2012) apontam, assim como a análise da docente, que, dentre os problemas combinatórios, problemas de *produto cartesiano* são o de mais fácil resolução. Contudo, tais pesquisas concluem também que problemas de *permutação* têm um grau de dificuldade maior, diferentemente do que supõe a P1.

Neste momento da entrevista, foi solicitado que a docente analisasse alguns protocolos de resolução de problemas combinatórios por alunos[6]. A análise foi realizada a partir dos acertos e erros cometidos por alunos, assim como as dificuldades que poderiam ter causado este erro e prováveis caminhos que poderiam ser trilhados para ajudar tais alunos a progredirem.


6) Sem repetir as letras na mesma palavra, quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) podemos formar com as letras da palavra GATO?

Gato | Toga | Taga 3 Possibilidade

Figura 1: Protocolo de resolução de aluno – *permutação*

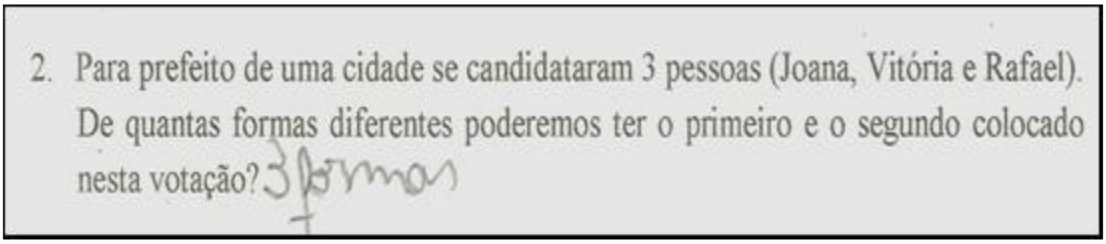
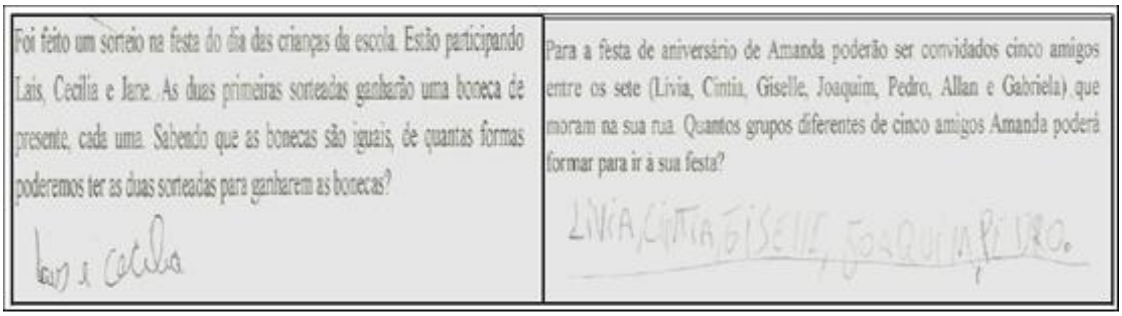

2. Para prefeito de uma cidade se candidataram 3 pessoas (Joana, Vitória e Rafael). De quantas formas diferentes poderemos ter o primeiro e o segundo colocado nesta votação? 3 formas

Figura 2: Protocolo de resolução de aluno – *arranjo*


Foi feito um sorteio na festa do dia das crianças da escola. Estão participando Laís, Cecília e Jane. As duas primeiras sorteadas ganharão uma boneca de presente, cada uma. Sabendo que as bonecas são iguais, de quantas formas poderemos ter as duas sorteadas para ganharem as bonecas?

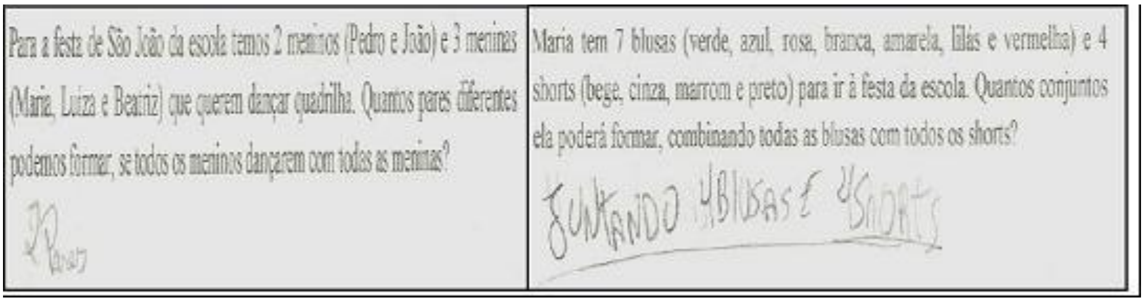
Laís e Cecília

Para a festa de aniversário de Amanda poderão ser convidados cinco amigos entre os sete (Lívia, Cíntia, Giselle, Joaquim, Pedro, Allan e Gabriela) que moram na sua rua. Quantos grupos diferentes de cinco amigos Amanda poderá formar para ir à sua festa?

LIVIA, CINTIA, GISELLE, JOAQUIM, PEDRO.

Figura 3: Protocolo de resolução de aluno – *combinação*

[6] Todos os protocolos foram retirados da pesquisa de Pessoa e Santos (2012b)



Para a festa de São João da escola temos 2 meninos (Pedro e João) e 3 meninas (Maria, Luiza e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Quantos pares diferentes podemos formar, se todos os meninos dançarem com todas as meninas?	Maria tem 7 blusas (verde, azul, rosa, branca, amarela, lilás e vermelha) e 4 shorts (bege, cinza, marrom e preto) para ir à festa da escola. Quantos conjuntos ela poderá formar, combinando todas as blusas com todos os shorts? JUNTANDO 4 BLUSAS E 4 SHORTS

Figura 4: Protocolo de resolução de aluno – *produto cartesiano*

A seguir, apresentamos a sinopse da análise realizada pela docente com relação aos possíveis erros dos alunos.

> *(análise de Figura 1)*
>
> P1: *Assim, aqui tinha mais possibilidades pra ele explorar, mas não sei se por não fazer sentido ele foi e fez 3 e parou.*
>
> *(análise da Figura 2)*
>
> P1: *Tanto o um como o dois parece que rolou uma preguiça de pensar, parou no meio do caminho...*
>
> *(análise da Figura 3 e Figura 4)*
>
> P1: Eu vi os outros e acho que a opinião é a mesma...tudo que tô te dizendo é a partir dos meus alunos, que são a minha referência, viu? *É a coisa de não conseguir..não ter a lógica, a lógica matemática. Os meus que que eles iam fazer?* Eles iam pegar, colocar pra cá e depois pra cá...aí repetir. *Eles iam tentar fazer essa combinação no desenho, no concreto. Mas o que faltam mesmo é a capacidade de lógica.*

Conseguimos inferir que a professora percebe que na Figura 1 o aluno listou algumas possibilidades e ainda acredita que o aluno pode não ter esgotado todas as possibilidades devido às palavras não fazerem sentido. Com relação à Figura 2, a docente faz uma análise de forma bastante simplista o que o aluno fez, não conseguindo tirar nenhuma conclusão. Sobre as Figuras 3 e 4, a P1 acredita que os alunos não tiveram lógica matemática para resolver a questão.

Verificamos, diante da análise acima, que a docente apresenta dificuldade ao avaliar os protocolos, não explicitando nenhum indício de percepção de *invariantes*, nem fazendo uma análise mais profunda dos possíveis erros e acertos dos alunos e as estratégias utilizadas por eles.

5. Considerações finais

Os dados analisados apontam para uma necessidade de intervenção sobre o conteúdo de Combinatória, uma vez que nos mostram que há uma limitação da docente com relação ao conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo.

A compreensão da docente com relação ao conteúdo abordado é satisfatória, pois, apesar de não ter trabalho tal conteúdo com sua turma, acredita ser importante o ensino da Combinatória, assim como de outros conteúdos matemáticos, desde os anos iniciais da escolarização.

Na diferenciação e classificação dos problemas combinatórios, percebe-se que a docente demonstra dificuldades em diferenciar os tipos de problemas combinatórios, apesar de em alguns momentos ter percebido algumas similaridades entre eles.

Os resultados parciais nos mostram que a formação continuada em Combinatória é uma ação importante, pois possivelmente ajudará as professoras a refletirem sobre esse conteúdo, que deve ser trabalhado desde os anos iniciais, tanto pela sua importância no desenvolvimento do raciocínio lógico, quanto por já ser orientado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais desde 1997. Além disso, este conteúdo é abordado nos livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental (BARRETO, AMARAL e BORBA, 2007), entretanto, vem sendo negligenciado na prática, provavelmente pela falta de aprofundamento de alguns professores em relação a este conceito.

6. Referências

AZEVEDO, Juliana; COSTA, Débora Macêdo; BORBA, Rute. O impacto do software árbol no raciocínio combinatório. In: **Anais...** 13º Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM). Recife, 2011.

AZEVEDO, Juliana; BORBA, Rute. O Ensino da Combinatória por meio da Construção de Árvores de Possibilidades com e sem o uso do software Diagramas de Árbol. In:

Anais...16º Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (XVI EBRAPEM). Canoas, 2012.

BARRETO, Fernanda; AMARAL, Fábio; BORBA, Rute. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de séries iniciais. **Caderno de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia** — UFPE, Recife, v. 2, p. 1-21, 2007.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. 1ª a 4ª série. Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

_____. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação.** 2001. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/l10172.htm>. Acesso em: 10 de setembro de 2011.

CORREA, Jane; OLIVEIRA, Gisele. **A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória.** Educar em Revista, n. Especial 1/2011, p. 77-91. Editora UFPR. Curitiba, 2011.

FUSARI, J. C. **A Formação Continuada de Professores no Cotidiano da Escola Fundamental.** Série Idéias, São Paulo, FDE, v. 12, 1992, pg. 34.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Quem Dança com Quem**: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a serie. Zetetike – Cempem – FE – Unicamp – v17, n.31 – jan/jun – 2009.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. O Raciocínio Combinatório do início do Ensino Fundamental ao término do Ensino Médio**. Anais...** 10º Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM). Salvador, 2010.

PESSOA, Cristiane; SANTOS, Laís Thalita. O que fazem alunos do 5º ano de escolarização básica diante de situações combinatórias? **Anais...** 13º Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM). Recife, 2011.

ROCHA, Cristiane de Arimatéia. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos.** Dissertação. Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Recife: UFPE, 2011.

SANTOS, Missilane; MATIAS, Patrícia; PESSOA, Cristiane. **O raciocínio combinatório na Educação Infantil.** Cadernos de TCC do CE-UFPE. 2011

SHULMAN, L.S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. In: **Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado**. V 9,2, 2005 (p.1-30)

VERGNAUD, Gérard. (1986). **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas.** Análise Psicológica, 1. 1986.