

## JOGOS MATEMÁTICOS E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMBINATÓRIO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos*  
*E.E. "Dionysia Gerbi Beira", Instituto de Ensino Superior de Itapira (IESI) – SP*  
*jaquelisantos@ig.com.br*

### **Resumo:**

Este minicurso tem por objetivos promover com professores, atuais e futuros que ministram (ão) aulas de matemática, a reflexão sobre o ensino de análise combinatória nas aulas de matemáticas e a discussão sobre as práticas de ensino e o desenvolvimento do pensamento combinatório dos alunos do ensino fundamental realizadas na oficina.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória; Práticas de Ensino; Educação Matemática.

### **1. Introdução**

Problemas relacionados à combinatória tem provocado o interesse dos homens de diferentes culturas desde a antiguidade. No entanto, a trajetória histórica dos métodos de resolução de tais problemas apresenta certa lentidão indicada pela dificuldade da temática. De acordo com alguns estudos o interesse pelos diferentes tipos de problemas combinatórios foi se diversificando ao longo do tempo em outros aspectos e campos de atividade mais definidos, ou seja, para resolver problemas de cunho prático ou teóricos (BATANERO, GODINO, NAVARRO-PELAYO; 1994).

Atualmente, a combinatória é um campo da matemática também considerado importante em aplicações práticas e teóricas. Além disso, seus conceitos têm implicações profundas em outros ramos da Matemática, como no cálculo das probabilidades, por exemplo. Outras disciplinas escolares como a Física, a Química e a Biologia tem usado os princípios da combinatória uma vez que, como destacado por Lopes e Coutinho (2009):

... modela uma situação na qual várias possibilidades de construção de agrupamentos, de caminhos, fornecendo um tipo específico de interpretação quando se devem levar em conta os resultados possíveis

para cada um desses agrupamentos ou caminhos. Lopes e Coutinho (2009, p. 62)

De acordo com as referidas autoras, o raciocínio combinatório é importante no cotidiano das pessoas “porque lhes permite analisar as situações de decisão quando envolve mais de uma possibilidade de resultado final do processo e suas possíveis ramificações, como consequências” (LOPES E COUTINHO, 2009, p.62).

Diante de tais implicações, a combinatória como conteúdo da Matemática se faz presente no cotidiano escolar. Relatos de professores do ensino público do Estado de São Paulo indicam que o ensino de combinatória acontece de maneira um pouco tímida nas séries iniciais do Ensino Fundamental, por meio de situações problema denominados problemas de contagem, relacionados à combinação, principalmente de roupas e sorvetes. Outras situações problema, nomeadas de contagem indireta, são inseridas nas séries finais do Ensino Fundamental. No Ensino Médio um estudo mais sistematizado é introduzido, conforme previsto no Currículo, no segundo ano. Situações problema envolvendo diferentes tipos de raciocínio combinatório, como permutações, arranjos e combinações, são desenvolvidos, na maioria das vezes, por meio de fórmulas visando auxiliar o ensino de probabilidade que acontece na sequência.

Quanto ao ensino e aprendizagem de análise combinatória Lopes e Coutinho (2009) afirmam que precisa ser “superada a aplicação de fórmulas para permutações, arranjos e combinações” (p. 62). As autoras destacam que para que haja tal superação é necessário um trabalho que envolva processos de resolução de problemas que envolvam o raciocínio combinatório. O desenvolvimento de diversos tipos registros e explicitação de estratégias de resolução também se fazem relevantes no desenvolvimento do raciocínio combinatório.

De acordo com Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994), uma apresentação do conteúdo combinatório não estaria completa se não apresentasse as classificações e descrições dos principais tipos de problemas, como abordados por autores como Ríbnikov (1998), Preparata e Yeh (1973) e Kaufmann. A partir das colocações de tais autores, Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994) apresentam as seguintes categorias de problemas combinatórios:

a) Problemas de existência

- b) Problemas enumeração
- c) Problemas de reconto
- d) Problemas de classificação
- e) Problemas de otimização

Em situação posterior, Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1997) apresentam a classificação das configurações de problemas combinatórios simples elaborada por Dubois (1984), que são classificados em de partição, de colocação e de seleção. Tal organização é apresentada como um instrumento necessário na construção de várias oportunidades de desenvolvimento e análise de tarefas com os alunos, visto que a combinatória não é simplesmente uma linguagem simbólica ou um sistema conceitual, mas também uma atividade humana que envolve a resolução de problemas socialmente compartilhados.

De maneira sintetizada podemos compreendemos os problemas de partição como aqueles que propõe dividir grupos em subgrupos (Almeida, 2010). O exemplo apresentado por Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1997) retrata tal característica: "Maria e Carmen têm quatro cromos numerados de 1 a 4. Decidem repartí-los entre as duas (dois cromos para cada uma). De quantos modos se podem repartir os objetos?". Os problemas classificados como de colocação "trazem situações nas quais  $n$  elementos, ou não, devem ocupar  $m$  lugares" (ALMEIDA, 2010). O problema a seguir é um exemplo de problema de colocação:

Temos que eleger as cores de uma bandeira para um novo país. A bandeira será formada por duas faixas de cores diferentes que deve ser escolhida entre as cores: azul, roxa e verde. Para decidir qual é de nossa preferência precisamos organizar todas as possibilidades. Quantas são as possibilidades? Há um método seguro para saber se não há mais possibilidades de bandeiras? (Batanero, Godino, Navarro-Pelayo , 1994, p. 114, tradução nossa).

Quanto aos problemas de seleção "se considera um conjunto de objetos  $m$  (geralmente diferentes) no qual se extrai uma amostra  $n$  de elementos" (Navarro-Pelayo, Batanero, Godino, 1997, p. 28, tradução nossa). O problema apresentado por Batanero, Godino, Navarro-Pelayo (1994) é um exemplo de problema de seleção:

"Se quer formar um comitê formado por três membros: presidente, tesoureiro e secretário. Para a seleção dispomos de quatro candidatos: Artur, Basílio, Carlos e David. Quantos comitês diferentes podem ser formados com os quatro candidatos?"

Exemplo: Artur como presidente, Carlos como tesoureiro e David como secretário”. (Batanero, Godino, Navarro-Pelayo, 1994, p. 114, tradução nossa)

Consideramos adequado o conhecimento, por parte dos professores, dos diferentes tipos de problemas combinatório, uma vez que se torna adequado seu desenvolvimento no Ensino Fundamental, e até mesmo Ensino Médio, tendo em vista a necessidade de desenvolvimento de diferentes tipos de problemas, estratégias de resolução e registros no desenvolvimento do raciocínio combinatório, conforme orientado por Lopes e Coutinho (2009). No entanto, não consideramos necessária a busca de classificação de tais problemas em contexto escolar, mas sim o seu desenvolvimento de forma investigativa e reflexiva.

Na concepção de outros autores como Mason (1998), Schoenfeld(1998), Lester (1994) e Van de Walle (2009) que trabalham com a perspectiva de resolução de problemas e investigações matemáticas, propostas de aprendizagem baseada em tais perspectivas proporcionam situações de conhecimento amplo, pois os alunos agem como protagonistas e estabelecem relações significativas com a matemática. Além disso, as questões relacionadas a valores são marcantes nesse tipo de aula, pois os diferentes pontos de vista entre os alunos e entre os grupos são aspectos positivos e fundamentais para o trabalho investigativo.

Diante do exposto, organizamos uma sequência de tarefas para serem desenvolvidas com professores buscando promover a reflexão sobre o ensino de análise combinatória nas aulas de matemáticas e a discussão sobre as práticas de ensino e o desenvolvimento do pensamento combinatório dos alunos do ensino fundamental.

Na sequência, apresentamos as tarefas que nos propomos a desenvolver e a dinâmica as quais estão relacionadas.

## **2. Proposta de desenvolvimento do minicurso**

Propomos para este minicurso o desenvolvimento de sequência de tarefas - situações-problema abertas ou fechadas que possibilitam colocar o sujeito em um movimento de resolução de problemas e produção de pensamento matemático. Consideramos esses como fatores facilitadores do processo de ensino e aprendizagem do pensamento combinatório. O minicurso tem como público alvo educadores matemáticos

que atuam no Ensino Fundamental e dispostos a conhecer e discutir questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de probabilidade e será desenvolvido da seguinte forma:

- 1- Apresentação e discussão da perspectiva teórica apresentada.
- 2- Realização e discussão de jogos e tarefas como senha, a travessia do rio, quatro cores, jogo dos palitos, jogo dos produtos, o problema do táxi e do lobo mau. Os jogos e tarefas envolvem materiais impressos e manipulativos, experimentos e simulações com material manipulativo visando aos participantes o contato com a linguagem ligada à estocástica, análise de possibilidades, estimativa de medida de chances, experimentação e avaliação das situações problema propostas. Para realização de tais tarefas os participantes serão organizados em pequenos grupos, e vivenciarão um o ambiente de aprendizagem dividido em três fases; a fase do “antes” — apresentação da tarefa; a fase do “durante” — realização da tarefa; e a fase do “depois” — socialização das conclusões dos grupos e formulação de novas conclusões sobre a tarefa, como sugerido por Van de Walle (2009).
- 3- Discussão sobre as conclusões dos participantes do minicurso e de alunos do 7º ano de ensino fundamental, envolvidos em projeto de pesquisa de doutorado sobre as tarefas realizadas.

Ao final do minicurso será proposto uma análise crítica, por parte dos participantes, em relação as tarefas desenvolvidas.

### **3. Considerações Finais**

Entendemos problema como uma situação incerta, em que há o desejo de solucionar uma questão, mas não se sabe de antemão como; pode ser resolvida de diversas maneiras e, até mesmo, pode não ter resposta ou ter várias. Dessa forma, admitimos a resolução de problemas a partir de jogos como uma situação desencadeadora do processo de aprendizagem em que o aluno, e de suma importância para o desenvolvimento do pensamento combinatório dos alunos, uma vez que os insere em um movimento de análise, reflexão, comunicação, apropriação de linguagem e elaboração de conceitos.

#### 4. Referências

ALMEIDA, Adriana L. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática [manuscrito] : um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio**. Dissertação (Mestrado). Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

BATANERO, M. Carmen; GODINO, Juan D.; NAVARRO-PELAYO, Virginia. **Razonamiento combinatorio**. Madrid: Editorial Síntesis, 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, M. C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuesta curriculares**. España: Editorial Síntesis, 1996.

GOLDENBERG, Miriam. A arte de pesquisar. **Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 1997.

LESTER, Frank K. O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de matemática? A situação dos Estados Unidos. In: FERNANDES *et al.* **Resolução de problemas: processos cognitivos concepções de professores e desenvolvimento curricular**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994, p.13-31.

LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileda Q. S. Leitura e escrita em Educação Estatística. In LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. **Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas/SP: Mercado das Letras, 2009, p. 61-78.

MASON, John. Resolução de problemas matemáticos no Reino Unido: problemas abertos, fechados e exploratórios. In ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P.; **Investigar para aprender matemática: textos selecionados**. Lisboa: GRAFIS, 1998, p. 73-88.

SCHOENFELD, Alan. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P.; **Investigar para aprender matemática: textos selecionados**. Lisboa: GRAFIS, 1998, p. 61-71.

VAN DE WALLE, John, A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.