A EMERGÊNCIA DE TEOREMAS EM ATO EM DIÁLOGOS CONSTITUIDOS A PARTIR DE ATIVIDADES PARA A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO INTEIRO

Erondina Barbosa da Silva
Universidade de Brasília - UnB
erondina@gmail.com

Cristiano Alberto Muniz
Universidade de Brasília - UnB
cristianoamuniz@gmail.com

Resumo:
O presente trabalho tem como objetivo apresentar resultados parciais de uma pesquisa de doutorado na linha de Educação em Ciências e Matemática, que busca analisar os processos de comunicação, especialmente o diálogo, entre estudantes em situação de sucesso e estudantes em situação de dificuldade no contexto da aprendizagem escolar da Matemática nos anos finais do ensino fundamental. O trabalho de campo foi realizado em uma escola pública da periferia de Brasília e contou com a colaboração de 12 alunos do 7º ano. As análises se fundamentam na perspectiva de diálogo de Freire (1997) e Bakhtin (2010), no trabalho de Alrø e Skovsmose (2006) sobre diálogo e aprendizagem matemática e na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). Nesse artigo será apresentada uma das categorias de análise que diz respeito à emergência de teoremas em ato enunciados em diálogos dos estudantes durante atividades para a construção do número inteiro.

Palavras-chave: Interação; Diálogo; Aprendizagem Matemática.

1. Introdução

No prefácio do livro *Cenas de Sala de Aula*[1], Frederick Erickson, etnógrafo americano, nos desafia a pensar na sala de aula como espaço de aprendizagem escolar e no trabalho ali desenvolvido pelo professor e pelos estudantes. Ao descrever as salas de aula pelo mundo afora, ele diz que essas são muito semelhantes. Em geral, são retangulares, com janelas em uma lateral e um "quadro-negro" na parede anterior próximo à porta de entrada. Ele acrescenta:

> Isso é óbvio, mas não trivial – deve-se notar que em nenhuma outra cena do cotidiano vê-se esta proporção de jovens por adulto: um mínimo de 25:1 e frequentemente de 40:1 ou mais. Quando o professor está dando aulas expositivas, ele se dirige à sala toda. De vez em quando, o professor pode se

[1] COX, Maria Inês P. I.; ASSIS-PETERSON, Ana Antônia de (org.). Cenas de Sala de Aula. Campinas: SP. Mercado da Letras, 2001.

> dirigir a um só aluno, ou os alunos podem falar entre si em pequenos grupos (2001, p. 10).

Não há dúvidas de que uma organização do trabalho pedagógico em que o direito à fala é coordenado exclusivamente por um adulto influencia a comunicação em sala de aula e, consequentemente, o processo de aprendizagem. No caso da Matemática, essa parece ser, ainda, a lógica mais frequente, muito embora novos paradigmas consubstanciados em novas orientações curriculares, desde meados da década de 1980, apontem para um papel mais ativo do estudante, sobretudo na resolução de problemas (BRASIL, 1998) e em outras estratégias que pressupõem relações mais horizontais e dialógicas entre professores e estudantes.

Foi refletindo sobre a relação entre diálogo e aprendizagem matemática que, em 2012, qualificamos o projeto de doutorado cujo objetivo central é analisar possibilidades e limites da criação de um ambiente que favoreça a comunicação, especialmente o diálogo, com estudantes em situação de sucesso e estudantes em situação de dificuldade no contexto da aprendizagem escolar da matemática nos anos finais do ensino fundamental.

A pesquisa de campo, de natureza participativa, foi realizada de março a dezembro de 2012, em uma escola pública da periferia de Brasília e constituiu-se de duas etapas, na primeira, 12 estudantes do 7º ano do ensino fundamental foram observados em atividades, em turno contrário ao das aulas regulares, em encontros que ocorriam duas vezes por semana, no âmbito do projeto "Matemática: nenhum a menos[2]". Na segunda etapa, os alunos também foram observados em sala de aula em interação com seus pares e com a professora.

Para os encontros que ocorriam no turno contrário foram preparadas atividades que privilegiavam a interação e o diálogo. Dentre essas atividades, podemos citar resolução de problemas, circuitos de problemas, jogos e também exercícios tradicionais que sempre eram resolvidos em duplas, trios ou grupos. Muitas das atividades foram retiradas e/ou inspiradas na proposta veiculada no módulo "Números inteiros" (GASPAR, 1986), do Projeto "Um novo currículo de Matemática para o 1º grau"[3], cuja experiência foi apresentada por Gaspar (1987) no I Encontro Nacional de Educação Matemática.

[2] Projeto de extensão da Universidade Católica de Brasília, que prevê a tutoria entre pares para aprendizagem da Matemática.

[3] Projeto coordenado pela Professora Nilza Eigenheer Bertoni, na década de 1980, voltado à formação de professores dos anos finais das escolas públicas de Brasília, ao abrigo do convênio estabelecido entre a UnB e O MEC/CAPES/PADCT – Projeto para melhoria do ensino de Ciência e Matemática.

Nesse trabalho, vamos apresentar uma das categorias de análise que diz respeito aos teoremas em ato que foram enunciados pelos estudantes, em atividades que tinha por objetivo a construção do número inteiro.

2. Interação, diálogo e aprendizagem matemática

Muito se tem falado da relação entre os processos de interação, de comunicação e os processos de aprendizagem. Nos tempos atuais, é impossível pensar na aprendizagem e no desenvolvimento cognitivo sem pensar na relação com o outro.

Para Fávero (1993) saímos de uma psicogênese para uma psicossociogênese do conhecimento humano. Ao conceber a ciência como construto humano e despi-la da neutralidade social e política, pregada pelo positivismo, acabamos por considerá-la como processo e produto da *práxis* humana e, desta forma, foi preciso rever as concepções sobre geração e produção de conhecimento. Para essa autora, nessas novas concepções é inadequado estudar o desenvolvimento do pensamento humano e, portanto, os processos de aprender, tomando o sujeito individualmente sem considerar seu contexto sócio-histórico-cultural e as relações que estabelece com os outros.

Tal perspectiva fez surgir estudos como a Teoria Histórico-cultural da Subjetividade de González Rey (2003, 2005a, 2005b, 2006) que possibilita o estudo dos sujeitos e seus complexos processos psicológicos, destacando o papel ativo desses no processo de construção do conhecimento.

A teoria histórico-cultural da subjetividade, ao romper com dicotomias históricas entre social e individual, interno e externo, afetivo e cognitivo, intrapsíquico e interativo aponta importantes categorias que possibilitam compreender a subjetividade humana em seus aspectos individuais e sociais (GONZÁLEZ REY, 2005a, p.2). Tais categorias possibilitam lançar luzes sobre a complexa relação entre interação, diálogo, subjetividade e aprendizagem matemática.

Uma dessas categorias é justamente a noção de sujeito que recupera o caráter dialético e complexo do homem, visto como capaz de optar, promover rupturas e de agir criativamente, ao mesmo tempo em que nega o determinismo externo presente em outras correntes da psicologia (GONZÁLEZ REY, 2003). Nesse sentido, estamos considerando que a situação de dificuldade na aprendizagem da Matemática é transitória e que o sujeito nessa situação, em interação e diálogo com outros sujeitos em situação de sucesso, pode recuperar seu caráter ativo e promover a ruptura necessária para avançar na aprendizagem da Matemática. Assim, a dificuldade não é concebida de forma absoluta no sujeito. É concebida como parte de um processo temporal de desenvolvimento humano e, portanto, circunstancial.

No rastro das novas concepções sobre ciência e tecnologia também surgiram estudos que apontam o poder da colaboração e da cooperação entre estudantes no processo educacional. Como exemplo, temos os estudos de Duran (2008) e Duran e Vidal (2011) sobre a tutoria como uma espécie de "aprendizagem entre iguais". Muito embora se possa questionar a expressão "aprendizagem entre iguais", já que a diferença é condição humana, esses autores, apoiados principalmente no socioconstrutivismo, apontam essa aprendizagem como cooperativa e consideram que

> la diversidad, incluso la de niveles de conocimientos, que tanto molesta a la enseñanza tradicional y homogeneizadora, es vista como algo positivo que juega a favor de la labor docente, teniendo como finalidad que cada alumno aprenda de los demás y se sienta responsable tanto de sua proprio aprendizaje com del de sus compañeros. (DURAN e VIDAL, 2011, p. 15)

Para esses autores, as diferenças ou as assimetrias cognitivas representam possibilidades e elementos facilitadores da aprendizagem, constituindo-se, dessa forma, em recurso para o ensino inclusivo.

Para Duran e Vidal (2011, p.40) a "tutoria entre iguais" é uma forma de trabalho cooperativo baseado na criação de duplas, com relações assimétricas e objetivo comum, conhecido e compartilhado, no que diz respeito ao processo de aprendizagem de algum conhecimento curricular.

Em nossa pesquisa, a tutoria refere-se ao trabalho cooperativo entre estudantes, não necessariamente uma dupla, em que alguns estão em situação de sucesso e outros em situação de dificuldade na aprendizagem escolar da matemática em uma dada situação-contexto. Esse grupo de estudante tem como objetivo saber mais e melhor sobre os objetos matemáticos e, nesse sentido, interagem e dialogam a partir de situações matemáticas sem que haja predeterminação na direção, no sentido e na forma como circulam os conhecimentos. Assim, todos podem aprender uns com os outros.

Dentre os trabalhos que enfocam a relação entre processo de comunicação e processos de aprendizagem, merece destaque o livro "Diálogo e Aprendizagem Matemática", de Alrø e Skovsmose (2006), que apresenta resultados de pesquisa realizada na Dinamarca, evidenciando a complexa relação entre os processos dialógicos e a aprendizagem matemática. A pesquisa mostra que qualidades dos processos de comunicação influenciam as qualidades das aprendizagens. Muito embora se centre inicialmente nos processos comunicacionais entre professores e estudantes, os autores mostram que diferentes cenários e situações produzem diferentes padrões de comunicação entre os estudantes, determinando a relação que estabelecem com a Matemática.

3. Mas de que diálogo se fala?

Ainda que o termo "diálogo" seja polissêmico e que não haja concordância sobre seus significados e sentidos, parece haver consenso de que o diálogo é por si só bom e desejável nas relações sociais. Parece não haver dúvidas de que o diálogo deve ser garantido em todos os meios sociais inclusive o pedagógico. É bastante comum se ouvir que a sala de aula deve se converter em espaço de diálogo e que as relações entre professores e estudantes devem ser mais dialógicas. Isso ocorre porque se acredita que a educação é um processo fundamentalmente dialógico.

Para Freire e Shor (1986, p. 123), por meio do diálogo, nós refletimos juntos sobre o que sabemos e não sabemos, para podermos, em seguida, agir criticamente para transformar a realidade. Nesta perspectiva, o diálogo tem a ver com a reflexão sobre o que fazemos e como fazemos, para agirmos. Não é o diálogo vazio de ação, de conteúdos e de valores, mas repleto de significados e, portanto, histórico e ideológico. Assim, o diálogo é ao mesmo tempo ação e reflexão. Na mesma direção, Alrø e Skovsmose (2006, p. 133) afirmam que "dialogar significa agir em cooperação". Assim, o diálogo pressupõe uma ação intencional não individual, pressupõe a existência de sujeitos ativos partilhando uma dada situação. No caso da Matemática, esse diálogo pressupõe a existência de sujeitos que querem partilhar suas ideias, seus procedimentos, seus modos de fazer.

Alrø e Skovsmose (2006, p. 12) postulam ainda que "aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais". Nesse sentido suas ideias se aproximam do pensamento de Freire (1977) e Freire e Shor (1986) para quem o ser humano é um ser de comunicação e o ato comunicativo, especialmente o diálogo, sela o ato de aprender que, embora tendo uma dimensão individual, é eminentemente social.

As ideias de Freire (1977, 2011a, 2011b, 2011c) sobre diálogo se coadunam com as ideias de Bakhtin (2009, 2010) que tem sido considerado o teórico do diálogo. Isso porque tanto Freire como Bakhtin constroem suas teorias a partir da relação do sujeito com o outro. A concepção de diálogo de Bakhtin, do mesmo modo que a de Freire, possui um caráter interativo, social e histórico-cultural que possibilita empregá-la para compreender a comunicação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Para compreender o pensamento de Bakhtin é preciso compreender a relação entre o *eu* e o *outro*. Esse outro é considerado naquilo que o torna único e que não pode ser reduzido a um simples objeto do meu olhar, em especial ao se tratar da matemática escolar. Esse outro é parte de mim e sou parte do outro, mas ambos somos únicos. E é essa ligação com os outros que nos torna únicos. Mas o outro não está dado inexoravelmente, o outro precisa ser conhecido, lido, escutado, compreendido, pois apenas conhecendo, lendo, escutando e compreendendo esse outro eu posso conhecer, ler, escutar e compreender a mim mesmo.

Assim, não faz sentido pensar em uma organização pedagógica em que o fazer matemático seja despersonalizado, em que a produção matemática seja encarcerada em procedimentos universais e, principalmente, em que os sujeitos não tenham a possibilidade de dialogar sobre seus fazeres, sobre suas produções matemáticas. É preciso compreender que na atividade pedagógica ocorre uma permanente reconstrução dos objetos de ensino e o mesmo ocorre com a Matemática, embora se acredite que esta seja exata e universal. Conhecer o fazer matemático do outro, me faz ter mais consciência do meu próprio fazer.

O outro que se coloca na posição de ouvinte não é passivo, pois ele pode atribuir significado que nem sempre é o mesmo do emissor e assim, há no diálogo a "alternância dos sujeitos do discurso" (BAKHTIN, 2010, p. 275). Para Bakhtin (2010) o diálogo é essa alternância de enunciados.

Na mesma direção, Freire (2011a) postula que o diálogo é um fenômeno humano que se realiza na *práxis* cujos elementos constitutivos são a ação e a reflexão não dicotomizadas. Freire (2011a, p. 108) acredita que "não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão", é, portanto, na *práxis* que os homens se constituem sujeitos da sua própria existência.

Desta forma, na interação, no diálogo, na alternância de falas, reside uma possibilidade concreta de atribuir sentido subjetivo à atividade matemática. Os sujeitos que participam do diálogo e constroem seus enunciados participam de um jogo de significação que pressupõe intenções, reciprocidade, escolha de meios linguísticos, estilos e antecipações que vão caracterizar o gênero do discurso e que permitirão a compreensão do conteúdo desses discursos.

4. A emergência de teoremas em ato em diálogos constituídos a partir de atividades dialogadas para a aprendizagem matemática

Na observação e na análise da interação e das alternâncias de enunciados em diálogos constituídos durante a realização de diversas atividades na pesquisa de campo, a Teoria dos Campos Conceituais –TCC (VERGNAUD, 1990, 2009a, 2009b) não apareceu como um corpo teórico dado *a priori*, mas como uma "construção sistemática" que possibilitou o confronto com as informações geradas na pesquisa de campo (GONZÁLEZ-REY, 2005a, 2005b).

A TCC possibilitou lançar luzes sobre o processo de conceitualização dos estudantes, sobretudo em atividades interativas e dialógicas, nas quais os mesmos expressavam de forma espontânea ou estimulada seus pensamentos. Segundo o próprio Vergnaud (1999) a teoria dos campos conceituais fornece aporte teórico para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, especialmente as relativas a conceitos científicos e técnicos. Muito embora não seja específica da matemática, a teoria tem sido elaborada no âmbito dos processos de construção de conceitos matemáticos.

Para Vergnaud (1990, 2009a) não é a definição que dá sentido ao conceito, mas as situações. Assim, somente por meio da análise das situações e dos problemas propostos aos adolescentes é que se podem conhecer seus processos de conceitualização. Esse autor afirma que o conceito é uma tríade constituída por três conjuntos distintos, mas não independentes: S (conjunto das situações que dão sentido ao conceito); I (conjunto de invariantes operacionais, sobre os quais repousam a organização invariante da atividade (esquemas) e, portanto, a emergência de conceitos-em-ato e teoremas-em-ato, elementos cognitivos que caracterizam a ação operatória do sujeito); L (conjunto de representações linguísticas e não linguísticas que possibilitam representar simbolicamente um conceito, suas propriedades, as situações e os esquemas evocados).

Diante da situação proposta, segundo Vergnaud (1990, 2009a), o sujeito pode ou não dispor de um repertório de competências para o tratamento imediato dos problemas. Se não dispuser, isso o obriga a refletir, a explorar, a duvidar, a experimentar, a agir sobre os problemas evocando esquemas que tanto podem conduzir ao êxito como ao fracasso. Nesse processo, de forma implícita, são evocados pelo sujeito conceitos-em-ato que o possibilita selecionar informações que ele considera relevantes para sua produção.

Nos episódios narrados a seguir, mostraremos como a interação e o diálogo dão pistas do curso dos conhecimentos-em-ato utilizados pelo sujeito, sobretudo como esse muitas vezes explicita os teoremas em ato subjacentes à sua construção conceitual.

4.1. “Para calcular o saldo é só diminuir”

Para construir conceitos relativos à ideia de números inteiros, bem como as operações com esses foram utilizados jogos em que os números positivos eram representados por argolas azuis e os negativos por argolas vermelhas (GASPAR, 1986; 1987).

No “Jogo do mais ou menos”, mostrado na figura 1, a seguir, cada participante joga um dado que indica a quantidade e outro dado que indica se a quantidade é positiva (+) ou negativa (−). Em seguida, deve representar as quantidades em seu ábaco. Vence o jogo quem ao final obtiver maior saldo.

Figura 1 – Jogo do mais ou menos

Durante uma das sessões do jogo, propus a estudante Helena jogar e concomitantemente realizar o registro no caderno. Ao final do jogo, por sucessivas jogadas, eu tinha 20 argolas azuis e 18 argolas vermelhas no meu ábaco e Helena tinha 16 argolas azuis e 12 vermelhas em seu ábaco. Para calcular o saldo, Helena recorreu ao ábaco e não ao registro feito no caderno, o que me pareceu bastante razoável. Há conceitos-em-ato, subjacentes ao esquema utilizado por Helena e que organizam suas ações. Ao manipular o ábaco ela conta silenciosamente os azuis e os vermelhos de cada haste do ábaco separadamente, em seguida, retira das hastes ao mesmo tempo um vermelho e um azul, para chegar ao saldo.

A seguir o diálogo que foi estabelecido entre nós duas após o jogo:

Profª. Pesq.: — Helena, qual é o seu saldo?

Helena — 12 vermelhas anulam 12 azuis, então sobram 4 azuis. Meu saldo é mais quatro.

Profª. Pesq.: — Você ganhou de mim, pois meu saldo é mais dois. Tenho 18 vermelhas e 20 azuis.

Em seguida, eu perguntei a Helena:

Profª. Pesq.: — Helena, e se nós não tivéssemos o ábaco e as argolas? Como calcularíamos essa conta que você registrou no caderno

Helena: — Hummmmm.... Deixa eu ver.... Professora, é só juntar os positivos e juntar os negativos. Tenho 12 negativos e 16 positivos.

Profª. Pesq.: — Ok. Você juntou os positivos e juntou os negativos, ou seja, você somou. E agora, para calcular o saldo? O que você faz? Soma? Diminui?.

Helena, então, olhou para o ábaco que ainda estava sobre a mesa e respondeu:

Helena — Ué, Professora. Para calcular o saldo tem que diminuir.

Profª. Pesq.: — Muito bem, Helena! A gente diminui.

Nesse momento, o diálogo que Helena estabeleceu comigo sobre suas ações permitiu que ela construísse e explicitasse um teorema-em-ato, que segundo Vergnaud (2009a, p. 23) é "uma proposição tida como verdadeira na ação em situação." O teorema em ato "para calcular o saldo tem que diminuir", construído e explicitado por Helena, em ação, é uma proposição universalmente verdadeira para a situação em que temos que fazer a soma algébrica de números negativos com números positivos.

4.2. "O saldo é negativo pois tem mais negativo"

Após o "Jogo do mais ou menos", percebi que Helena estava de fato em processo de construção das operações com números inteiros, quando resolveu o desafio, mostrado na figura 2, a seguir.

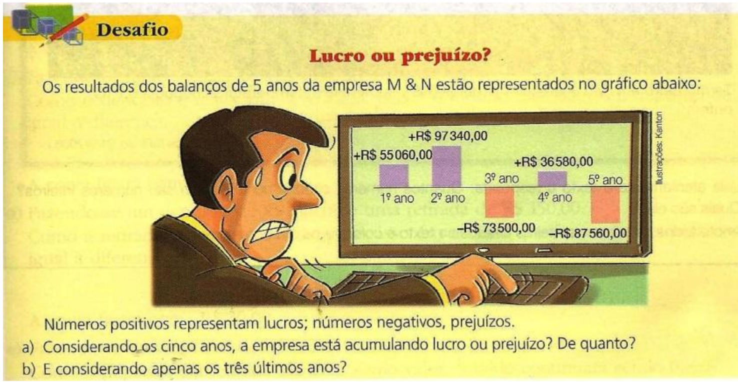

Figura 2 – Exercício do livro (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2009)

Para resolver o exercício, Helena somou os valores representativos do lucro e os valores representativos do prejuízo e, em seguida, subtraiu um do outro encontrando o saldo. Ao concluir o cálculo que dava o lucro da empresa nos cinco anos, aconteceu o seguinte diálogo entre nós:

Helena — O saldo é de 27.920 reais.

Profª. Pesq.: — Positivo ou negativo?

Helena olhou o gráfico e seus cálculos e disse:

Helena — O saldo é positivo. Então, é lucro.

Profª. Pesq.: — Isso mesmo! Agora olhe os valores dos 3 últimos anos no gráfico. Sem fazer conta, me diga: nesses três anos o saldo é positivo ou negativo?

Helena, então, colocou o dedo indicador sobre a parte final do gráfico e disse:

Helena — Professora, eu acho que é negativo. Olha aqui...tem mais negativo que positivo.

Profª. Pesq.: — Muito bem Helena. Tem mais negativo que positivo.

Muito embora a soma algébrica de inteiros não tenha sido formalmente introduzida pela professora em sala de aula, Helena resolveu o exercício sem dificuldade. Em função dos altos valores do problema, ela não usou as argolas vermelhas e azuis, e, ainda assim, sua ação explicita um esquema (VERGNAUD, 2009a) que confirma um processo de conceitualização que foi iniciada no jogo do mais ou menos. Mas Helena, ao falar que o saldo era negativo porque “tem mais negativo que positivo” enuncia outro teorema-em-ato vinculado ao anterior, que é também uma proposição universalmente válida na soma algébrica de números inteiros.

4.3. “Tenho mais positivo, então meu saldo é positivo”

Na sequência do jogo, solicitei a um grupo de estudantes que calculem o saldo sem o uso do ábaco:

Prof[a]. Pesq.: — Não mexam no ábaco ainda. Olhem no papel e veja quantos positivos e quantos negativos vocês têm.

Todas somaram separadamente os positivos e os negativos, utilizando um esquema que já estava se evidenciando nas ações do grupo nas situações do jogo e depois olharam para o ábaco. Então, eu continuei:

Prof[a]. Pesq.: —Agora confiram no ábaco. Está certo? Qual é o saldo?

Priscila.: — Eu tenho mais positivo, então meu saldo é positivo.

Prof[a]. Pesq.: — Quanto?

Priscila — 12 positivo.

Prof[a]. Pesq.: — Mais 12? Muito, heim?

Há um teorema-em-ação subjacente à fala de Priscila quando ela afirma: "eu tenho mais positivo, então meu saldo é positivo." Novamente observamos que o pensar e o falar sobre a ação durante o jogo faz emergir um teorema e este é uma proposição universalmente válida.

4.4. "Quanto menos negativo melhor"

Ainda no mesmo jogo, ao conferir seus saldos, Ingrid e Talita travaram um diálogo em que foi explicitado um novo teorema-em-ato.

Ingrid — Eu não tenho sorte. Tenho 5 negativos, mas estou melhor que Talita que tem 9 negativos.

Talita — É mesmo eu perdi. Tenho um monte de negativo.

Prof[a]. Pesq.: — É mesmo? Então é melhor ter menos 5 do que ter menos 9? Por que?

Priscila: — Uai, professora! É negativo não é? Quanto menos negativo melhor.

Talita: — Eita! É mesmo! Eu tenho mais negativo que a Ingrid.

Na fala da Ingrid também há um teorema-em-ato. Ao estabelecer uma comparação de inteiros, ela enuncia: "tenho 5 negativos, mas estou melhor que Talita que tem 9 negativos." Muito embora ela diga "estou melhor", qualificando e não quantificando, está claro que é como se dissesse: "eu tenho mais" ou "meu saldo é maior". No contexto do jogo, na efetiva ação da aluna, comparar – 5 e – 9 não chega a ser uma obstáculo como em geral é nos exercícios tradicionais. Como o jogo é pleno de significado para a aluna, não há qualquer dificuldade de conceitualizaçao.

4.5. "Perder negativo é o mesmo que ganhar positivo"

Para dar continuidade à construção do conceito de número inteiro, resolvemos utilizar outro jogo que foi muito bem aceito pelas alunas. Trata-se do jogo "Positivo e

Negativo”[4], mostrado na figura 3, a seguir. No jogo um banqueiro fica com as fichas azuis e vermelhas e coordena as jogadas feitas a partir das cartas. Os jogadores, um de cada vez, devem pegar uma das cartas que devem estar viradas no centro da mesa e atender ao comando do que estiver escrito nela. No início, todos recebem 12 fichas azuis, ou seja, na partida todos tem um saldo de mais 12. Combinamos que eu seria o banqueiro e elas as jogadoras. As cartas possuem comandos como: “pague 2 azuis ao jogador anterior”, “receba 3 vermelhas do jogador anterior”, “pague 1 azul ao banqueiro”,

Figura 3 – Jogo “Positivo e Negativo

O jogo possibilitou que as estudantes compreendessem que uma quantidade não se altera quando acrescentamos zero relativo a ela, por exemplo, se há alguém com 12 fichas azuis, ou + 12, e recebe 2 azuis e 2 vermelhas, respectivamente +2 e –2, então continuará com os mesmos 12 positivos, como ocorreu com Gisele que tinha que dar 2 vermelhas:

Gisele — E agora professora? Eu não tenho vermelhas...

Profª. Pesq.: — Mas se eu te der 2 vermelhas e 2 azuis, vai alterar o que você tem?

Gisele — Vai, né Professora?

Profª. Pesq.: — Vamos ver?

Passei 2 fichas azuis e 2 fichas vermelhas a ela, sob o olhar atento das demais, e pedi que ela calculasse seu saldo.

Gisele — Duas vermelhas anulam duas azuis e eu fico com...

Profª. Pesq.: — Fica com...

Gisele — Com 12 que era o que eu tinha antes. Caraca!

Profª. Pesq.: — É isso Gisele. Quando eu te dei duas vermelhas e duas azuis, eu dei um zero para você, concorda? E agora você tem duas vermelhas para dar ao jogador seguinte.

Gisele — É mesmo.

Profª. Pesq.: — E agora qual é o seu saldo?

Gisele — Agora eu tenho 14 positivos. Eita! Tenho mais positivos.

[4] Adaptado de LELLIS, Marcelo C.; JAKUBOVIC, José; IMENES, Luiz Márcio P. *Números negativos* – Coleção para que serve a Matemática? São Paulo: Atual, 2009.

Prof[a]. Pesq.: — Isso mesmo. Perder fichas vermelhas é o mesmo que ganhar azuis. Perder negativo é o mesmo que ganhar positivos.

A fala inicial de Gisele de que sua quantidade se alteraria quando recebesse 2 vermelhas e 2 azuis, mostra que ela estava pensando em valores absolutos. Ao calcular o saldo e descobrir que ele permanecia + 12, Gisele não se contém e usa um palavrão para exprimir seu espanto e a descoberta. A partir daí expressão “me dá um zero aí” foi amplamente utilizada no jogo. Como nos mostra Bakhtin (2010), no diálogo pegamos de empréstimo a palavra do outro e isso se dá na interação, na relação que estabelecemos com o outro e, a partir da qual nos vamos constituindo sujeitos únicos.

Notei que, além de Priscila, mais ninguém tinha prestado atenção na parte final da minha fala de que perder negativos é o mesmo que ganhar positivos. Muito embora ela não tivesse dito nada, seu olhar era pura interrogação. Isso mostra que minha antecipação enunciando o teorema que deveria ser a construção de cada um era, portanto, desnecessária. Mas isso mostra também que não é possível separar objetivamente o pesquisador do professor que diante de situações como essa antecipa o que gostaria que seu aluno construísse. Na sequência dos diálogos, fica claro como essa antecipação foi desnecessária:

Ingrid: — Tenho que pagar 3 azuis ao jogador anterior e não tenho, só tenho 2 azuis. Professora, “me dá um zero” aí.

Prof[a]. Pesq.: — Três azuis e três vermelhas?

Ingrid: — Não, professora. Já tenho 2, o zero é só uma azul e uma vermelha.

Essa situação se repetiu várias vezes e, em todas elas, observei que Priscila ficava muito atenta, até que em uma dada rodada, na sua vez, Priscila tinha que “pagar duas vermelhas ao banqueiro” e não tinha fichas vermelhas. Ela pensou por um instante e disse:

Priscila: — Professora, me dá aí 2 azuis.

Prof[a]. Pesq.: — Por que?

Priscila: — Dar vermelhas é o mesmo que receber azuis. Tenho que dar duas vermelhas para você e não tenho, então, é só você me dar duas azuis e já ficar com as duas vermelhas para você.

Prof[a]. Pesq.: — É isso mesmo, Priscila. Perder negativo é o mesmo que ganhar positivos. Você tinha que dar –2 para mim, ou seja, você vai perder 2 negativos, então, basta que eu te dê +2. Entenderam?

Subjacente à fala da Priscila há outro teorema-em-ato (VERGNAUD, 2009a). Em ação na situação do jogo, ela percebe que perder negativo é o mesmo que ganhar positivo.

Percebi que nem todas acompanhavam o raciocínio da Priscila, mas aos poucos, durante o jogo, elas verbalizavam a compreensão desse importante teorema, nos revelando que os conceitos e teoremas são construções dos sujeitos em ação e não objeto de pura transmissão.

> Gisele: — Tenho que dar positivos, então vou perder positivo. Vou ganhar negativo. É ruim... Bom mesmo é perder negativo, pois assim a gente ganha positivo.

Agora quem enuncia um teorema-em-ato é Gisele que mostra, por meio de uma qualificação, que: ganhar negativo é ruim, "bom mesmo é perder negativo." Isso mostra que a aprendizagem é do sujeito, que em seu tempo e a seu modo a constrói. Evidentemente que as situações do jogo bem como a interação com os colegas e comigo contribuem para essa construção.

5. Considerações

Os episódios aqui brevemente discutidos mostram que embora os enunciados dos estudantes não expressem a totalidade dos seus pensamentos e, portanto, dos seus processos de construção conceitual, as interações verbais são de grande importância para que o professor tenha pistas do curso do pensamento desses. Como Freire e Shor (1986, p. 20) estamos considerando que as falas e textos dos estudantes, ancorados em contextos e experiências de significação, são "acesso privilegiado a suas consciências" e contribuem de maneira efetiva para a compreensão dos processos de construção do conhecimento matemático.

As situações de jogos se mostraram significativas para as adolescentes e possibilitaram a emergência de importantes conceitos e teoremas-em-ato relativos à construção dos números inteiros que, em geral, é cercada por obstáculos.

É importante ressaltar que as situações de jogos sempre eram intercaladas por exercícios do livro didático e que nesses momentos os teoremas-em-ato antes enunciados eram evocados. As expressões "tem mais positivo, então o resultado é positivo", ou "tem mais negativo, então o resultado é negativo" eram rotineiras também nos exercícios tradicionais.

Outro elemento a ser observado é o engajamento das estudantes nas atividades e jogos propostos, bem como a demonstração de interesse por meio de sorrisos e gestos e toda uma gama de expressões corporais que também necessitam de análise. Conforme postula Vergnaud (1998, *apud* MUNIZ, 2009) a compreensão da natureza do pensamento, bem como daquilo que o constitui, exige considerar todos os registros da atividade humana e não apenas os registros formais, escritos, técnicos e científicos. É preciso considerar também os gestos, os diálogos, as interações sociais e afetivas. Assim, é impossível compreender o pensamento das estudantes sem considerar inclusive essa comunicação não verbal que ocorre entre elas, que inclui os olhares, os gestos com a cabeça e com as mãos.

Por fim, embora os jogos tenham favorecido a emergência de conhecimentos em ato, é preciso ficar atento à competição exacerbada que alguns jogos geraram e que de um lado evidenciam relações de poder de uma estudante sobre a outra, tentando controlar o tempo de execução das jogadas e os procedimentos, o que poderia diminuir a colaboração, e de outro evidencia também a negação dessas relações e a tentativa de afirmar a própria identidade por meio da exigência de respeito aos próprios tempos e processos.

5. Referências

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BAKHTIN, Mikhail M. *Estética da criação verbal*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

BAKHTIN, Mikhail M.; (V.N. Volochínov). *Marxismo e filosofia da linguagem:* problemas fundamentais do método sociológico da linguagem. Tradução de Michael Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 2009.

BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática – anos finais. Brasília: MEC/SEF,1998.

DURAN, David. Utilizar pedagogicamente as diferenças entre alunos: uma prática de tutoria entre iguais. In: FETZNER, Andrea Rosana (org.). *Ciclos em revista*: a aprendizagem em diálgo com as diferenças – Volume 3. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2008.

DURAN, David; VIDAL, Vinyet. *Tutoría entre iguales*: de la teoría a la práctica. Barcelona: Editorial Graó, 2011.

FÁVERO, Maria Helena. Psicologia do conhecimento. In: FIORIENTINI, Leda Maria (Coord). *Curso de Especialização a distância*: Projeto "o professor em construção". Brasília: UnB/FE/CEAD, 1993.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011a.

_______*Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011b.

_______*Pedagogia da autonomia:* saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011c.

_______*Extensão ou comunicação?* Rio de Janeiro: Paz e Terrra, 1977.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. *Medo e Ousadia:* cotidiano do professor. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

GASPAR, Maria Terezinha J. G. Inteiros: dificuldades históricas e uma proposta de ensino para ultrapassá-las. In: I Encontro Nacional de Educação Matemática – I ENEM, 1987, São Paulo. Anais do I ENEM. São Paulo: SBEM, 1987. P. 57-60.

_______.*Inteiros* – Versão preliminar. Projeto Um novo currículo de matemática da 1ª. A 8ª. Série. MEC/CAPES/SPEC; MTC/PADCT; UnB/MAT. Brasilia: Mat/UnB, 1986.

GONZÁLEZ REY, Fernando Luis. O sujeito que aprende – desafios do desenvolvimento do tema da aprendizagem na psicologia e na prática pedagógica. In: TACCA, Maria Carmem V. R. (org.) *Aprendizagem e Trabalho Pedagógico*. Campinas: Alínea, 2006.

_______ *Pesquisa qualitativa em psicologia:* caminhos e desafios. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005a.

_______ *Pesquisa qualitativa e subjetividade:* os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005b.

_______ *Sujeito e subjetividade*: uma aproximação histórico-cultural. . São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. Matemática e realidade – 7º ano. São Paulo: Atual, 2009.

LELLIS, Marcelo C.; JAKUBOVIC, José; IMENES, Luiz Márcio P. *Números negativos* – Coleção para que serve a Matemática? São Paulo: Atual, 2009.

MUNIZ, Cristiano Alberto. O conceito de “esquema” para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano A. *A aprendizagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais*. Curitiba: Editora CRV, 2009.

VERGNAUD. Gérard. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano A. *A aprendizagem na perspectiva da teoria dos campos conceituais*. Curitiba: Editora CRV, 2009a.

_______ A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão. In: FÁVERO, Maria Helena; CUNHA, Célio da. Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania. Brasília: UNESCO, UnB/IP, Liber Livro Editora, 2009b.

_______ La teoría de los campos concpetuales. In:. *Recherches en Didactique de Mathématiques,* 1990, vol 10, n°2,3, pp. 133-170, 1990. Disponível em: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf. Acesso em: 01 fev. 2013.