CONVERGÊNCIAS NO INFINITO: DISCUSSÕES SOBRE ARTE, MATEMÁTICA E OLHAR[1]

Rosilene Beatriz Machado
UFSC
rosibmachado@gmail.com

Cássia Aline Schuck
UFSC
cassiaschuck@gmail.com

Débora Regina Wagner
UFSC
dedewagner@yahoo.com.br

Resumo:
Reflexões sobre o infinito revestem-se de variadas roupagens no pensamento humano no decorrer da história. Nosso objetivo no presente minicurso é explorar a construção histórica e epistemológica deste conceito, buscando, a partir disso, problematizar a natureza do próprio conhecimento matemático. A proposta divide-se em dois momentos. Primeiramente, pretende-se diferenciar as acepções *atual* e *potencial* conferidas ao infinito, ao explorar alguns paradoxos que o envolveram ao longo dos tempos. Em um segundo momento, tomando a arte como lugar potencial para se exercitar o pensamento matemático, a ideia é propor um exercício do olhar ao infinito, partindo de variadas pinturas, originadas em diferentes momentos artísticos. Com isto, pensamos contribuir com a formação dos professores envolvidos na medida em que as discussões e reflexões propostas apontem para uma melhor compreensão dos saberes que permeiam sua prática escolar, bem como, através de possibilidades didáticas que podem ser estabelecidas das relações entre arte e matemática.

Palavras-chave: Infinito; História; Matemática; Arte.

1. Introdução

As condições de produção social, política e econômica dos saberes criados por uma sociedade modificam-se historicamente. O infinito, enquanto saber também criado, passou por diversos modos de concepção e de representação, mudando nosso olhar, nossa forma de representar e de concebê-lo nas diferentes épocas e sociedades. Tema abstrato, contrário

[1] Este trabalho tem o apoio do CNPq.

à intuição e experiências quotidianas, centro de intensas reflexões filosóficas, foi responsável pela emergência de inúmeros paradoxos e negado por muito tempo como real objeto de estudo matemático. Controverso, oscilando entre *ato* e *potência*, o infinito perpassa praticamente todo o desenvolvimento histórico da Matemática: dos números irracionais no século VI a.C. aos atuais números hiper-reais no século XXI – passando pelo cálculo diferencial e integral no século XVIII e pela teoria de conjuntos no século XIX. Perpassa, portanto, uma série de conteúdos matemáticos que se estendem do ensino básico ao ensino superior.

Nossa discussão volta-se, então, para as possibilidades de olhar para o infinito e para a construção de nossas verdades a seu respeito. Nesse sentido, a proposta objetiva, primeiramente, uma abordagem histórica sobre este tema através da apresentação e reflexão acerca de alguns famosos paradoxos em que figurou ao longo dos tempos. Conclui com uma discussão sobre alguns modos de olhar e representar o infinito no âmbito das artes, especificamente no contexto da pintura. Com isto, para além de um entendimento histórico sobre as concepções matemáticas que se deram em relação ao infinito, pretende-se possibilitar a compreensão de que nossa visão é educada por meio de práticas visuais, as quais influenciam o modo como nos relacionamos e concebemos este conceito e também, possivelmente, outros conhecimentos matemáticos. De acordo com Flores,

> discutir sobre como nosso olhar foi educado para formatar, regularizar, geometrizar, e como nossas formas de representar não são naturais, antes, são naturalizadas, resultantes de uma prática constante e insistente em diversas áreas de conhecimento, pode conduzir à discussão sobre as crenças e atitudes dos professores em relação à matemática (FLORES, 2012, p.100).

2. Histórias do infinito

As primeiras discussões em torno do infinito parecem configurar-se na antiguidade grega. Tomado como *to apeíron*: *aquilo que não apresenta forma ou limite, logo, o que não tem começo e nem fim, em oposição a tudo que é limitado (péras)*, ao infinito, em geral, era atribuída uma valoração extremamente negativa por representar o indeterminado. Esta concepção perdurou durante muito tempo nas reflexões de variadas vertentes filosóficas, tais como a escola de Pitágoras (582-500 a.C), surgida no final do século VI a.C. Em outras, como a escola de Parmênides (515-450 a.C), ele não era sequer concebível.

Essa aversão ao infinito ganhou ainda mais força quando da descoberta da incomensurabilidade entre o lado e a diagonal do quadrado unitário pelos pitagóricos, e das incompatibilidades lógicas de sua consideração, apresentadas pelos Paradoxos de Zenão (490-425 a.C), discípulo de Parmênides. Isto contribuiu para que emergisse uma tendência no cenário filosófico grego a fugir de uma abordagem quantitativa do infinito, eliminando-o sistematicamente dos raciocínios matemáticos (CARAÇA, 1975, p. 197).

Aristóteles (384-322 a.C) considerou resolver os problemas envoltos à ideia de infinito não relacionando sua definição ao limitado ou ilimitado, mas sim ao *intransponível*. Concluiu, assim, que era preciso restringir o uso deste termo, não o concebendo como algo dado, *atual*, mas apenas como um infinito *potencial*. Considerar algo infinito em *potência* significa considerar que uma sucessão pode ser aumentada tanto quanto se queira por adições ou multiplicações sucessivas, ou diminuída tanto quanto se queira por divisões sucessivas; o que é totalmente diferente da consideração de uma totalidade formada por infinitas partes – um infinito *atual*.

Esse ideal aristotélico manteve-se praticamente intacto durante a Idade Média, mas revestido de argumentos teológicos cristãos, donde o infinito *atual* foi de certa maneira reconsiderado, porém sob a forma de um poder *absoluto*, atributo ou essência apenas de Deus. Também a cosmologia aristotélica de um mundo finito, cuja terra era seu centro imóvel, encerrado sob as esferas celestes, manteve-se predominante neste período, encontrando suas primeiras significativas resistências já na transição para a época renascentista, no século XV. Nicolau de Cusa (1401-1464), por exemplo, foi defensor de um universo *indeterminado,* único e homogêneo, e Giordano Bruno (1548-1600), inspirado pelas ideias de Cusa e Lucrécio (99 a.C.-55 a.C.), foi ainda mais ousado, sendo considerado um dos principais precursores de uma teoria cujo universo é efetivamente descentralizado e *infinito*.

Os questionamentos sobre os velhos ideais aristotélicos deram-se, na verdade, em um cenário de profundas mudanças sociais, culturais, políticas e econômicas, especialmente nos séculos XVI e XVII, impulsionado, dentre tantas outras questões, pelas grandes navegações rumo ao novo continente. Nesse contexto, em função das necessidades impostas de cálculos precisos, na matemática foi florescendo uma crescente autonomia de simbolismo e novas concepções de número provenientes do desenvolvimento da álgebra. O que possibilitou ao infinito adentrar o seu campo de investigações, principalmente através do uso extensivo de métodos infinitários.

Estas ideias, bem como, o intenso desenvolvimento da geometria analítica no decorrer do século XVII, possibilitaram a Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716) desenvolverem simultânea e independentemente suas versões sobre o cálculo infinitesimal. Apesar da eficiência do novo instrumento inventado, nenhum de seus autores soube definir o que eram exatamente estas quantidades *infinitamente* pequenas, de forma que a solução encontrada por Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), passado quase um século, foi eliminar o conceito de infinitésimo, substituindo-o pela ideia de *limite*.

Contudo, ao mesmo tempo em que os *limites* resolveram o problema dos infinitesimais, trouxeram novamente questionamentos sobre a natureza dos números irracionais, o que exigiu uma compreensão precisa da estrutura da reta real e dos números reais. Era preciso, portanto, mais uma vez retomar as discussões sobre o infinito. Dedicaram-se a isto, especialmente, Bernhard Bolzano (1781-1848), Richard Dedekind (1831-1916) e George Cantor (1845-1918).

Cantor, estendendo os estudos de Bolzano e Dedekind, desenvolveu sua *teoria dos conjuntos,* a qual finalmente incorporou o infinito atual como real objeto matemático, definindo-o e estabelecendo suas propriedades. Além disso, substituindo a habitual ideia de contagem pela ideia de bijeção, mostrou que os conjuntos infinitos possuem diferentes tamanhos e que a quantidade de pontos de um espaço é independente de suas dimensões.

A partir destas constatações, Cantor empenhou-se em demonstrar sua conhecida *hipótese do continuum,* de que não existe um conjunto infinito cujo tamanho seja intermediário ao tamanho dos números naturais e reais. Nem Cantor nem qualquer outro matemático obteve sucesso em uma demonstração convincente, sendo que até hoje esta hipótese continua em aberto. Talvez, para que isto aconteça, seja necessário admitir as ideias de Abraham Robinson (1918-1974) e estender o próprio conjunto dos números reais, reintroduzindo os infinitesimais na estrutura da reta numérica através de seus números hiper-reais.

O fato é que na atualidade a verdadeira estrutura da reta euclidiana continua desconhecida. O que significa, contrariando ideias muitas vezes reforçadas no próprio âmbito escolar, que a matemática encontra aqui um verdadeiro ponto de inflexão epistemológica, não se constituindo, assim, em um corpo acabado de conhecimentos...

No âmbito das artes, no contexto da pintura, particularmente, também é possível encontrar expressões do conceito de infinito de maneiras bastante variadas.

Durante o Renascimento no século XVI, por exemplo, através da técnica da perspectiva central, a descoberta do *ponto de fuga* pelos pintores permitiu-lhes representar em suas obras (ainda que inconscientemente) a ideia de um infinito em ato. Durante o século XVII, no *Barroco*, o abuso dos efeitos perspectivos conferia à imagem dramaticidade e movimento, intensificados pelo contraste entre luz e obscuridade, fazendo com que a pintura 'transcendesse' o limite da tela. O infinito impunha-se, assim, como excesso, como o que ficava de fora do espaço do observador.

Mas não só pelas vias de organização espacial dos elementos da obra que o infinito adentrou os domínios da pintura. Na arte egípcia eram questões de espiritualidade que permeavam sua representação. Já na arte islâmica, sua presença dava-se pela suposição de uma continuação infinita de padrões geométricos, gerando contrastes através de uma visão que ora se expande, ora se contrai, ora emerge, ora converge. Para os muçulmanos, tais formas constituíam padrões infinitos que se estendiam para além do mundo visível e material. O infinito simbolizava, pois, a natureza abrangente da criação de um Deus único.

No século XX outras representações do infinito fizeram-se presentes. As obras do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972), por meio de diferentes combinações geométricas, abordam o infinito sob três enfoques: a ideia de *ciclos sem fim*, *preenchimentos de superfícies* e *limites*. Também cabe destacar as composições cubistas que, através da multiplicidade de representação dos espaços, caracterizada por uma sucessão infindável de planos que se justapõem e se interceptam no plano bidimensional, expressaram o infinito em suas obras de maneira bastante interessante.

Enfim, o que queremos ressaltar com estas *histórias do infinito,* tanto no campo da matemática, quanto no campo da pintura, é que as formas de produção de um mesmo conceito não estão limitadas a um único campo de saber. O que nos permite perceber como conceitos fixados admitem ser problematizados e desnaturalizados ao longo de suas produções.

3. Da proposta

O minicurso será dividido em dois momentos. Primeiramente, a ideia é apresentar uma abordagem histórica e epistemológica envolvendo questionamentos sobre a natureza do infinito. Em seguida, a estratégia centra-se na análise sobre as possibilidades do olhar ao infinito nas pinturas, tomando as artes como lugar potencial para o exercício do pensamento matemático.

No primeiro momento pretende-se:

- Apresentar e discutir os *Paradoxos de Zenão* - Dicotomia, Aquiles, A Seta e O Estádio – a fim de refletir sobre a noção de infinito atual e potencial;

- Apresentar e discutir o *Paradoxo de Galileu* com o intuito de problematizar resultados contrários à intuição humana, neste caso, de que o todo nem sempre é maior que as partes.

- Apresentar e discutir, a partir do artigo *Qual o tamanho do infinito?*, de autoria de Paulo Gusmão, o *Hotel de Hilbert* - uma história curiosa sobre um hotel com infinitos quartos e infinitos hóspedes, dentre os quais um matemático, que ajuda o gerente, resolvendo diversos problemas surgidos no decorrer de sua estadia. Aqui o objetivo é refletir sobre a existência de variados conjuntos infinitos com tamanhos distintos entre si;

- Apresentar e discutir o conto de Jorge Luis Borges, inserido no livro Ficções, de 1944, intitulado *Biblioteca de Babel* - uma metáfora que usa o termo *biblioteca* para se referir ao universo e a partir daí o descrever. Pretende-se, com isto, estabelecer relações entre a matemática e a literatura, buscando encerrar as reflexões neste primeiro momento sobre a natureza do infinito.

No segundo momento, serão apresentadas obras de arte pintadas em diferentes momentos artísticos, desde a arte egípcia até a contemporaneidade. Sem qualquer informação prévia, a ideia é exercitar o olhar e o pensamento dos alunos, de forma que cada um expresse as relações com o infinito que pensa haver, ou não, em cada pintura. Por fim, com o auxílio de uma lupa, coloca-se o desafio de encontrar nas pinturas apresentadas sequências numéricas com vistas à discussão sobre os conceitos de convergência e divergência.

4. Considerações Finais

Para além de uma compreensão histórica e epistemológica do conceito de infinito nos domínios matemáticos, pensamos suscitar, com este minicurso, também uma discussão sobre a constituição do olhar ao infinito empregado no ensino da matemática. Assim, a proposta tenciona uma relação entre Arte e Matemática com o intuito de refletir sobre práticas visuais que moldaram nossos modos de ver e representar o infinito.

Com isto, acreditamos contribuir para a construção de narrativas que deem novos sentidos para o ensino de matemática, a partir das possibilidades de relacioná-la com a cultura e com as construções humanas ligadas aos seus significados compartilhados. Ainda, com a formação de professores, na medida em que tais narrativas apontem para uma melhor compreensão dos conhecimentos que permeiam sua prática escolar, auxiliando-o no desenvolvimento de uma postura crítica perante os saberes que ensina.

5. Referências

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gráfica Brás Monteiro Ltda, 1975.

FLORES, Cláudia Regina. *Iconografia Militar e Práticas do Olhar: ressonâncias na visualização matemática*. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 87-103, abr. 2012.