CALCULADORAS GRÁFICAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: SISTEMATIZANDO PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES

Bruno Rodrigo Teixeira
UEL - Universidade Estadual de Londrina
bruno@uel.br

Loreni Aparecida Ferreira Baldini
FAP – Faculdade de Apucarana
loreni@ibest.com.br

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
UEL - Universidade Estadual de Londrina
marciacyrino@uel.br

Resumo:
O presente artigo tem como objetivo apresentar uma experiência que proporcionou a graduandos de um curso de licenciatura em Matemática, de uma universidade pública paranaense, a oportunidade de utilizar calculadoras gráficas TI 84 plus na resolução de tarefas referentes às propriedades dos determinantes. A maioria das tarefas foi desenvolvida em uma perspectiva exploratório-investigativa. O uso das calculadoras possibilitou agilidade e segurança no cálculo dos determinantes, mais tempo para discussões conceituais, a percepção de regularidades e a sistematização de propriedades dos determinantes envolvidas nas tarefas. As discussões ocorridas levaram a reflexões a respeito das potencialidades das calculadoras gráficas e de seu uso na Educação Básica.

Palavras-chave: Formação Inicial de Professores de Matemática; calculadoras gráficas; determinantes.

1. Introdução

Nas Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do Paraná, o conteúdo “Determinantes” faz parte do Conteúdo Estruturante *Números e Álgebra* e uma das recomendações desse documento é que o aluno conheça e domine o conceito de *determinantes* (PARANÁ, 2008). Além de ser utilizado na resolução de Sistemas de Equações Lineares por meio da Regra de Cramer, o cálculo de determinantes também é utilizado pelos alunos no Ensino Médio no estudo de outros conteúdos matemáticos, por exemplo, na Geometria Analítica para determinar a área de uma região triangular do plano cartesiano.

Nos cursos de licenciatura em Matemática, os futuros professores têm contato com o cálculo de determinantes em disciplinas, tais como: Cálculo Diferencial e Integral, no cálculo do hessiano[1] para a determinação de máximos e mínimos locais para funções reais de duas variáveis independentes; e Álgebra Linear, na obtenção de polinômios característicos, que auxiliam a determinar autovalores e autovetores, por exemplo.

Seja no contexto do Ensino Médio ou do Ensino Superior, o estudo das propriedades dos determinantes pode ajudar os alunos a agilizar cálculos envolvendo determinantes. Entretanto, essas propriedades acabam, muitas vezes, sendo apresentadas aos alunos apenas como resultados já prontos, sem que eles possam participar de sua construção e sistematização, ou seja, sem ou com pouca reflexão a esse respeito.

Levando em consideração essa problemática, desenvolvemos um trabalho com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática utilizando calculadoras gráficas, TI 84 plus, para a resolução de questões, dentre as quais havia tarefas exploratório-investigativas[2] (LIMA; NACARATO, 2009), envolvendo o conteúdo matemático "Determinantes", mais especificamente as propriedades dos determinantes, com o objetivo de que estes futuros professores tivessem a oportunidade de participar da sistematização dessas propriedades por meio da observação de regularidades na resolução das tarefas propostas.

Escolhemos essa tecnologia, pois de acordo com Scheffer et al. (2004, p.52), "a experimentação com calculadoras gráficas nas aulas de Matemática torna-se fundamental, invertendo-se a ordem de exposição da teoria, permitindo primeiro a experimentação e, posteriormente, a construção de conjecturas, conceitos e a teorização", ou seja, por ser favorável ao desenvolvimento de tarefas exploratório-investigativas. Além disso, tivemos também como intenção permitir que futuros professores tivessem alguma experiência com este tipo de calculadora e de discutir suas potencialidades para a realização de um trabalho com essa ferramenta, ou outra que cumpra a mesma função, na Educação Básica.

A experiência foi desenvolvida em uma universidade pública do estado do Paraná na disciplina Prática e Metodologia de Ensino de Matemática II: Estágio Supervisionado, disciplina esta em que se desenvolve o Estágio Supervisionado. Contamos com a

[1] Determinante calculado a partir das derivadas parciais de segunda ordem de uma função real de duas variáveis independentes.

[2] "Entende-se por tarefas exploratório-investigativas aquelas abertas (ou investigativas) que requerem que o aluno vá além do que lhe é sugerido pelo enunciado. O estudante é incentivado a exprimir suas experiências, perceber regularidades, levantar conjecturas e buscar sua validação (ou não). São tarefas que exigem claramente mais flexibilidade e criatividade do que a resolução de um problema rotineiro". (LIMA; NACARATO, 2009, p. 242)

participação de 19 alunos e dois professores[3]. Os enunciados das tarefas foram entregues, um de cada vez, para que os participantes as resolvessem em grupos de dois ou três alunos, utilizando a calculadora gráfica. Cada aluno recebeu uma calculadora. Na sequência, foram discutidas as resoluções obtidas, a sistematização das propriedades envolvidas e as potencialidades do uso de calculadoras gráficas nos processos de ensino e de aprendizagem. Na análise e episódios descritos a seguir cada aluno é identificado por uma letra maiúscula e os professores por P_1 e P_2.

2. Relato da experiência

Nas aulas que precederam o relato a seguir, os alunos já haviam se familiarizado com a calculadora, conheciam as "teclas de funções avançadas", necessárias para a resolução das tarefas que seriam desenvolvidas, por exemplo, a tecla MATRIX e o seu menu EDIT, que possibilita inserir uma matriz a partir da qual se deseja calcular o determinante, e, na mesma função MATRIX, o menu MATH, que possibilita ter acesso a ferramenta "det", que permite obter o determinante da matriz, no caso de as matrizes serem quadradas. Apesar disso, P_1 e P_2 percorriam os grupos para auxiliar os alunos no uso da calculadora e elaboração de questões investigativas que auxiliassem na resolução das tarefas.

Apresentamos a seguir o enunciado e as discussões decorrentes de cinco tarefas, bem como as resoluções de futuros professores e as sistematizações oportunizadas.

Quadro 1: Questão 1

Questão 1) Calcule o determinante das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -5 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 3 & 7 \\ 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -4 & 6 & 14 \\ 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -6 & 9 & 21 \\ 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ g) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ h) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 8 & -2 & 3 \\ -6 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ i) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 8 & -4 & 3 \\ -6 & 2 & -5 \end{bmatrix}$

j) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 8 & -4 & 6 \\ -6 & 2 & -10 \end{bmatrix}$ k) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ l) $\begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

Os alunos resolveram essa questão utilizando a calculadora gráfica. Para o item "a" observamos que clicaram em MATRIX, selecionaram o menu EDIT que possibilitou

[3] Primeiro e segundo autores do artigo, sob a orientação da terceira autora.

inserir a matriz quadrada de ordem 2 a qual denominaram matriz A, na sequência no menu MATH utulizaram a ferramenta "det" e obtiveram o número que representa o determinante, neste caso, zero.

NAMES MATH EDIT 1:[A] 2×2	MATRIX[A] 2 ×2 [[1 2] [0 0]]	det([A] 0

Figura 1: Resolução do item "a"da questão 1 por meio da Calculadora Gráfica

Para os demais itens da questão 1, observamos que utilizaram os mesmos procedimentos com a calculadora gráfica e obtiveram os determinantes das matrizes. A seguir apresentamos as respostas obtidas pela aluna R.

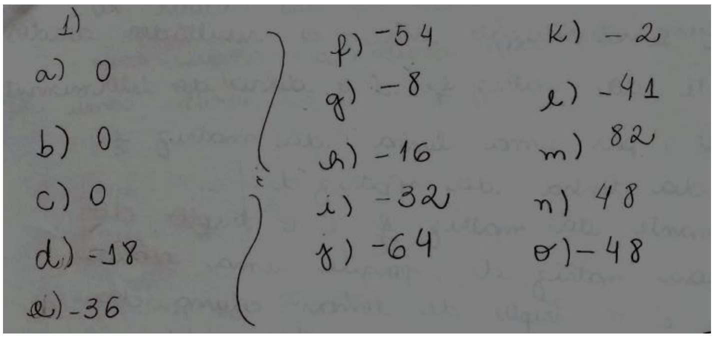

Figura 2: Respostas obtidas pela aluna R utilizando a calculadora gráfica TI 84 plus

A partir dessa questão, que tinha como objetivo que os futuros professores calculassem os determinantes das matrizes apresentadas utilizando a calculadora gráfica, iniciamos o trabalho com tarefas exploratório-investigativas, para que tivessem a oportunidade de discutir a sistematização de algumas propriedades dos determinantes.

Quadro 2: Questão 2

Questão 2) Existe alguma relação entre as respostas obtidas nos itens a) b) e c)? E entre as matrizes apresentadas nestes itens? Em caso afirmativo, qual (is)? Com base nestes resultados, é possível observar alguma regularidade[4]?

S: *Eu coloquei que sim, as respostas obtidas nos itens a) b) e c) foram todas iguais a zero. A relação entre as matrizes é que possuem uma das linhas com valores nulos.*

O aluno S após apresentar essas afirmações, justificou-as para a turma conforme sua produção escrita apresentada a seguir.

[4] Para as questões 2, 3, 4 e 5 foi solicitado também aos futuros professores o seguinte: Em caso afirmativo, enuncie-a e justifique-a desenvolvendo o cálculo do determinante para uma matriz genérica (de ordem 2, 3 ou 4) que apresente a regularidade observada e explique sua conclusão a partir do cálculo desenvolvido, como se estivesse trabalhando esse conteúdo com alunos da Educação Básica.

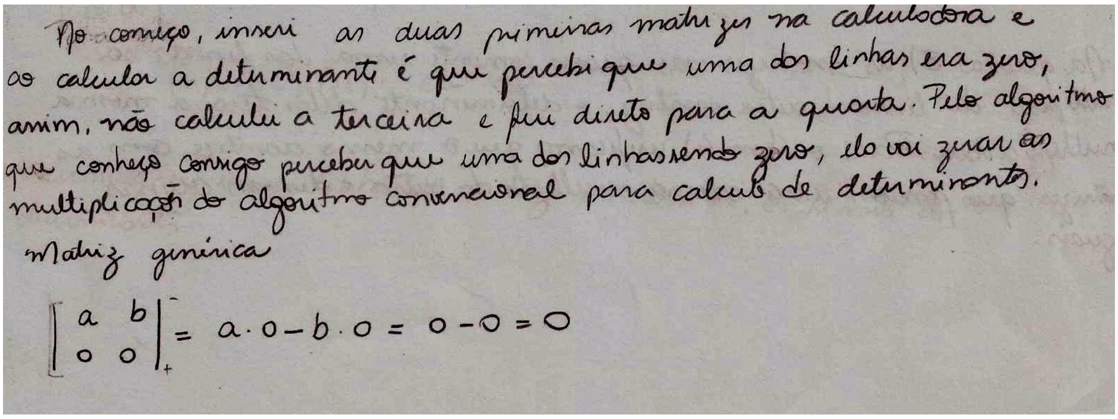

Figura 3: Produção escrita do aluno S

P_1: *Qual é a propriedade que você poderia enunciar com os alunos da Educação Básica? Que resultado você poderia sistematizar a partir de um trabalho como esse?*

S: *Que para matrizes que possuem uma linha nula, o determinante é nulo.*

M: *Ou a coluna.*

H: *Eu ia fazer a mesma observação do aluno M. Além disso, aqui no papel eu coloquei uma matriz de ordem n, usando a regra de Laplace, e daí, como você vai multiplicar sempre o termo da linha, vai zerar tudo.*

E o aluno H apresentou a seguinte resolução para a turma.

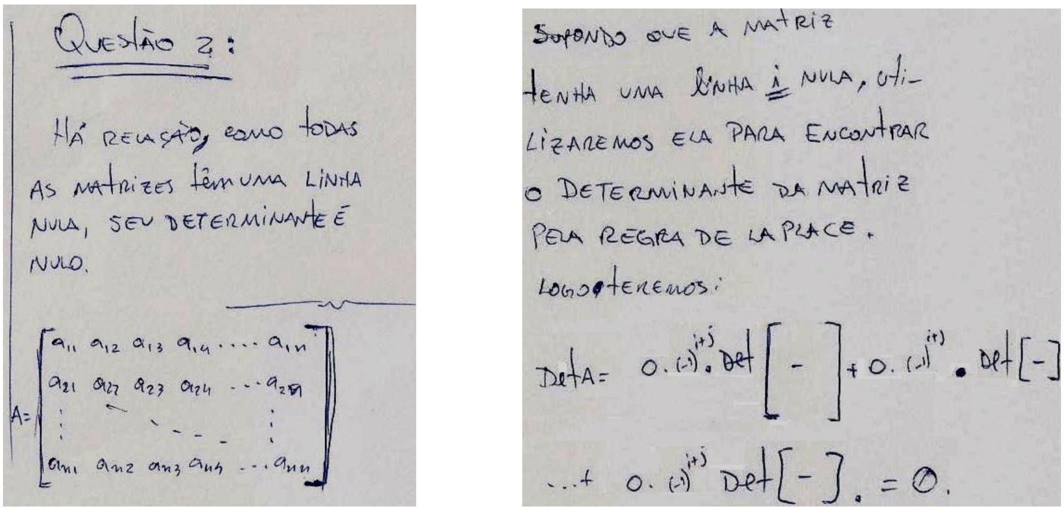

Figura 4: Resolução apresentada pelo aluno H

As matrizes que o aluno H omitiu no final de sua resolução, utilizando o teorema de Laplace, mas discutiu com a turma, foram obtidas eliminando-se da matriz original a linha i e a coluna j que contêm o elemento a_{ij} que está sendo multiplicado pelo seu respectivo cofator.

P_1: *Vocês acham então que para apresentar uma justificativa para os alunos da Educação Básica, utilizando uma matriz de ordem qualquer, essa estratégia do aluno H poderia ser mais interessante?*

D: *Sim.*

H: *Porque se todos os elementos da linha vão ser zero, você sempre vai multiplicar por zero [depois somar os resultados] e vai dar zero.*

Após a obtenção dos determinantes por meio da calculadora gráfica e da observação da regularidade (linha nula) entre as matrizes, os alunos apresentaram genericamente uma justificativa para a propriedade envolvida na tarefa 2, visando a sua sistematização, como mostram as Figuras 3 e 4 e o diálogo estabelecido. Embora as matrizes em questão tivessem linhas nulas, observamos que os futuros professores constataram que esta propriedade é válida também para o caso das colunas serem nulas. O aluno H ampliou sua análise para matrizes de qualquer ordem para $n \geq 2$, justificando por meio do teorema de Laplace, que também poderia ser utilizado para a justificativa se fossem as colunas nulas.

Quadro 3: Questão 3

Questão 3) Compare o resultado obtido no item e) com o resultado obtido no item d). Compare também o resultado obtido no item f) com o resultado obtido no item d). Existe alguma relação entre esses resultados obtidos nos itens e) e f) comparados ao resultado obtido no item d)? E entre as matrizes apresentadas nestes itens? Em caso afirmativo, qual (is)? Com base nestes resultados, é possível observar alguma regularidade?

K: *A segunda linha da matriz do 'item e' é o dobro da segunda linha da matriz do 'item d'. A segunda linha da matriz do 'f' é o triplo da segunda linha da matriz do 'd'. O determinante da matriz de 'e' é duas vezes o determinante da de 'd' e o determinante da matriz de 'f' é três vezes o determinante da de 'd'. Daí fazendo a generalização, calculando o determinante... No enunciado fala que pode ser com uma matriz genérica de ordem 2, 3 ou 4 e eu fiz com a de ordem 2, porque é mais fácil.*

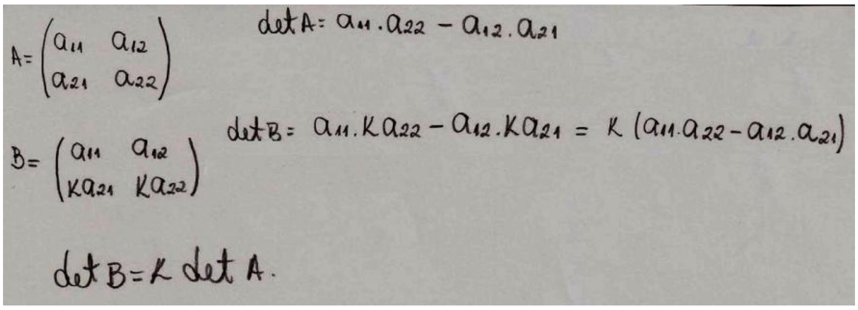

Figura 5: Resolução da Questão 3 apresentada pela aluna K

P_1: *E qual seria é a propriedade do determinante que podemos enunciar a partir disso?*
K: *Se multiplicar uma linha ou coluna de uma matriz por uma constante, o determinante também será multiplicado pela constante.*

A aluna K evidenciou que matrizes de mesma ordem que possuem uma linha (i) ou uma coluna (j) múltipla têm determinantes múltiplos. Para justificar esta propriedade ela utilizou uma matriz de ordem 2, indicando ser "mais fácil", possivelmente no sentido de dizer que é menos trabalhoso apresentar esta justificativa genericamente, pois para uma matriz de ordem $n > 3$, seria necessário utilizar o Teorema de Laplace. Porém, no cálculo do determinante com essa calculadora e na observação da regularidade é possível trabalhar com matrizes de ordens superiores às apresentadas no enunciado, uma vez que a calculadora gráfica permite obter o determinante de uma matriz até com ordem $n = 99$.

Quadro 4: Questão 4

Questão 4) Compare o resultado obtido no item h) com o resultado obtido no item g). Compare também o resultado obtido no item i) com o resultado obtido no item g). Por fim, compare o resultado obtido no item j) com o resultado obtido no item g). Existe alguma relação entre esses resultados obtidos nos itens h), i) e j) comparados ao resultado obtido no item g)? E entre as matrizes apresentadas nestes itens? Em caso afirmativo, qual (is)? Com base nestes resultados, é possível observar alguma regularidade?

L: *O que a gente observou foi que em relação à matriz do 'item g', a primeira coluna da matriz do 'item h' estava sendo multiplicada por 2; a primeira e segunda colunas da matriz do 'item i' estavam sendo multiplicadas por 2; e, a matriz do 'item j' estava sendo toda multiplicada por 2. Em relação aos determinantes, o da matriz do 'item h' corresponde ao determinante da do 'g' multiplicado por 2; o da matriz do 'item i' ao da matriz do 'g 'multiplicado por 4 = 2^2; e, o da matriz do 'item j' ao da matriz do 'g' multiplicado por 8 = 2^3. Aí a gente pegou uma matriz qualquer de ordem 3 e calculou o determinante dela.*

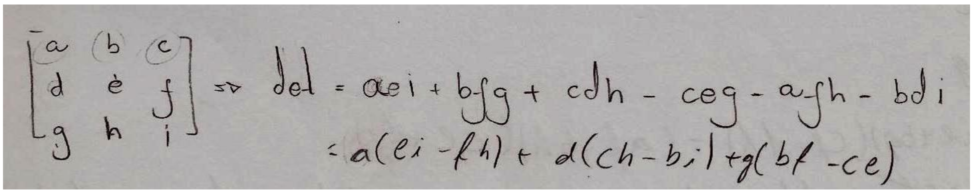

Figura 6: Cálculo do determinante apresentado pelo aluno L

L: *Aí então a gente fez um 'k' multiplicando a primeira e a segunda colunas desta matriz e achamos o determinante. Aí o que acontece com o determinante... Você vai ter um k^2 que depois dá para você colocar em evidência. Você vai ter um k^2 vezes o determinante da matriz genérica que teve sua primeira e segunda colunas multiplicadas pela constante k.*

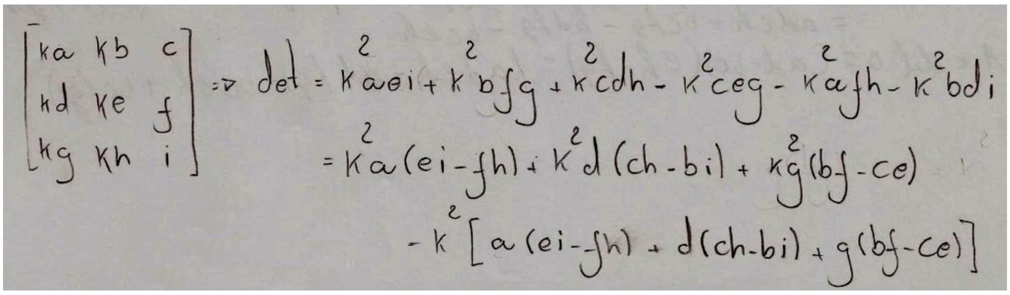

Figura 7: Determinante da matriz genérica após ter a primeira e a segunda coluna multiplicada pela constante '*k*'

L: *Aí a gente fez mais uma etapa com a matriz genérica tendo tudo multiplicado por uma constante. Com isso, no final você chega k^3 vezes o determinante da matriz genérica.*

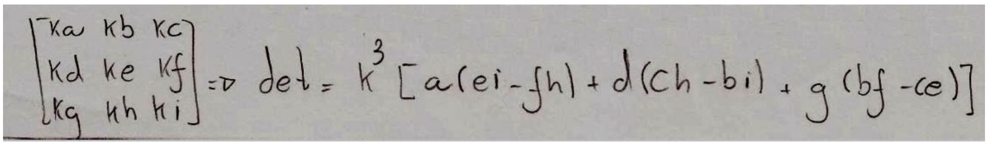

Figura 8: Determinante da matriz genérica após ter todos os seus elementos multiplicados pela constante ‘*k*’

P$_2$: *Só para sistematizar então, quando se multiplica uma coluna de uma matriz por uma constante, o que vai acontecer com o determinante dessa matriz obtida em relação ao da matriz inicial?*

L: *A constante vai multiplicar o determinante.*

P$_2$: *E se multiplicar duas colunas?*

L: *A constante vai ser elevada ao quadrado e vai multiplicar o determinante.*

P$_2$: *E se multiplicar três colunas?*

L: *Vai ser elevada ao cubo a constante e vai multiplicar o determinante.*

P$_2$: *Então qual seria essa propriedade, uma formalização que poderíamos fazer dessa propriedade?*

L: *Seria que se você multiplicar n colunas de uma matriz por uma constante k, o determinante da matriz obtida vai ser igual à* k^n *vezes o determinante da matriz original.*

P$_2$: *E se ao invés das colunas tivessem sido multiplicadas as linhas por uma constante?*

I: *Eu penso que é a mesma coisa! Podemos fazer uma justificativa como essa em relação às linhas.*

P$_2$: *Vocês gostariam de levantar alguma outra questão?*

S: *A gente colocou um ‘k’, mas poderiam ser constantes diferentes também.*

J: *Se fossem constantes diferentes [multiplicando duas colunas], por exemplo, se fosse ‘*k_1*’ [multiplicando uma coluna] e ‘*k_2*’ [multiplicando outra coluna], aí o determinante ficaria multiplicado pelo produto das constantes.*

A afirmativa da aluna J foi justificada a partir da resolução da aluna K apresentada a seguir, que ao invés de usar k_1 e k_2 utilizou as constantes k e β.

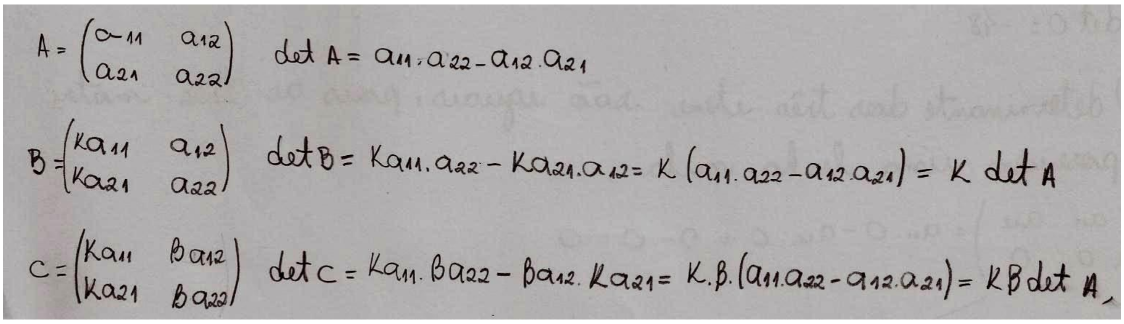

Figura 9: Resolução da Questão 4 apresentada pela aluna K

A comparação entre as colunas das matrizes g, h, i e j permitiram a observação da regularidade, que as colunas eram mutilplicadas por uma constante, o que possibilitou a generalização da propriedade apresentatada nas figuras 7 e 8 e nas falas dos alunos que evidenciaram o entendimento de que vale também para o caso das linhas. A aluna J ampliou a propriedade para o caso de colunas serem multiplicadas por constantes diferentes, obtendo como resultado um deteminante multiplicado pelo produto destas constantes conforme a Figura 9.

Quadro 5: Questão 5

Questão 5) Existe alguma relação entre as respostas obtidas nos itens k) e l)? E entre as matrizes apresentadas nestes itens? Em caso afirmativo, qual (is)? Com base nestes resultados, é possível observar alguma regularidade?

O: *Eu percebi que permutando-se as linhas da matriz inverte-se os sinais no determinante e aí eu fiz a justificativa com uma matriz genérica aqui.*

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \; ad - bc \qquad \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \; bc - ad$$

bc ad ad cb

Figura 10: Justificativa apresentada pelo aluno O

O: *Numericamente depois eu fui ver, porque eu tive uma dúvida, que a aluna J também teve, pensei: Será que só isso aqui garante alguma coisa?*
Daí eu fui colocando exemplos numéricos e vi que realmente garante! 3-2 dá 1 e 2-3 dá -1, então através disso eu percebi que eu posso garantir que a frase acima está correta.

P_1: *Mas usando essa justificativa com a matriz genérica, você não conseguiria deixar isso genericamente evidenciado?*

O: *Genericamente eu pensei um pouco sim, porque eu vi que trocou o sinal, primeiro o 'bc' era negativo, depois ficou positivo; e o 'ad' era positivo e ficou negativo.*

P_1: *E o que você poderia fazer nesta sua justificativa genérica para evidenciar isso que você apresentou numericamente?*

O: *Essa indicação eu não consegui!*

P_1: *Vocês têm alguma idéia de como fazer isso?*

I: *Coloca o sinal de menos, abre parênteses e reescreve o determinante a partir disso. Coloca o 'menos' em evidência.*

Ainda assim o aluno O não conseguia reescrever sua justificativa de modo a evidenciar sua frase. Os professores, P_1 e P_2, e os colegas de turma insistiram nisso pelo fato de ele mesmo após tentar apresentar uma justificativa genericamente, sentir a necessidade de atribuir valores numéricos para comprová-la.

P_2: *Pense na propriedade que você está enunciando...*

P_1: *E se você reescrever bc – ad como – ad + bc para que os termos fiquem na mesma ordem que em ad–bc e aí utilizar a informação apresentada pela aluna I de colocar o 'menos' em evidência?*

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \qquad \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = bc - ad = -(ad - bc)$$

Figura 11: Justificativa apresentada pela aluna I

Após isso, o aluno O conseguiu obter genericamente a justificativa.

Na discussão desta tarefa, o que mais nos chamou atenção foi o fato de que o aluno O, devido à maneira que escreveu inicialmente o determinante da matriz genérica, não perceber que a inversão dos sinais em cada termo do determinante acarretaria na obtenção do inverso do determinante da matriz inicial genérica por ele utilizada, daí a necessidade de procurar exemplos numéricos que o auxiliassem na tentativa de mostrar que a regularidade observada era válida. No entanto, com o auxílio dos professores P_1 e P_2 e dos colegas de turma, ele obteve a justificativa genérica, o que evidencia a importância de se estabelecer um espaço em sala de aula em que alunos e professores possam interagir na busca de uma sistematização para os conteúdos matemáticos abordados, oportunizando ao aluno participar desse processo.

3. Considerações Finais

Para a sistematização das propriedades dos determinantes, como as envolvidas nas tarefas propostas neste trabalho – em uma perspectiva exploratório-investigativa, ou seja, que possibilita observar regularidades para posterior sistematização dos conceitos –, sem o uso de calculadoras, seria necessário um trabalho exaustivo de cálculos, principalmente com matrizes de ordem 3 e 4, e com propensão a erros em operações básicas. No entanto, com o uso da calculadora gráfica, observamos rapidez e ausência de erros nos cálculos, e ainda, um grande envolvimento dos participantes na busca de regularidades e da sistematização.

A partir das resoluções e discussões apresentadas, podemos inferir que uso da calculadora gráfica permitiu, sem exaurir os alunos, a formulação de conjecturas e a busca de validação que culminaram com a sistematização das seguintes propriedades:

Questão	**Propriedade**
2	se uma matriz quadrada tem todos os elementos de uma linha ou de uma coluna nulos, seu determinante é nulo;
3	se multiplicarmos uma linha ou uma coluna de uma matriz quadrada por uma constante, seu determinante fica multiplicado por esta constante;
4	se multiplicarmos n linha(s) ou n coluna(s) de uma matriz quadrada por um número k, seu determinante fica multiplicado por k^n;
5	se trocarmos de posição duas linhas ou duas colunas de uma matriz quadrada, o determinante da matriz resultante da permuta de linhas ou colunas será o oposto do determinante da matriz original.

Além disso, esta perspectiva de trabalho pode inspirar o desenvolvimento de tarefas que possibilitem sistematizar outras propriedades dos determinantes, como: se uma matriz tem duas linhas (ou colunas) iguais, seu determinante é nulo; o determinante de uma matriz é igual ao de sua transposta. Com relação à intenção de permitir que os futuros professores vivenciassem alguma experiência com calculadora gráfica e de discutir suas potencialidades para sua utilização na Educação Básica, por meio dos relatos escritos pelos futuros professores, constatamos que os mesmos se manifestaram positivamente em relação a utilizar esta tecnologia em suas aulas, ou de utilizar outra tecnologia que cumprisse essa mesma função. Destacaram, também, a praticidade de não ter que deslocar alunos para laboratórios, e o fato de que a calculadora possibilita a experimentação, a rapidez e segurança na obtenção dos cálculos que podem colaborar para a percepção de regularidades que apóiam a sistematização e generalização dos conceitos.

4. Agradecimentos

Ao CNPq e à Fundação Araucária pelo apoio financeiro para a aquisição das Calculadoras Gráficas TI 84 plus.

5. Referências

LIMA, C. N. M. F, NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v.25, n.02, p.241-266, 2009.

PARANÁ. SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba. 2008.

SCHEFFER, N. F. et al. A calculadora Gráfica TI-83 como um recurso para atribuição de significados matemáticos. **Boletim GEPEM**. n.45, p. 43-53, 2004.