ANÁLISE DE PROBLEMAS RESOLVIDOS POR ALUNOS DO PROJOVEM URBANO DO MUNICÍPIO DO RECIFE ENVOLVENDO A GRANDEZA VOLUME

Ana Paula Nunes Braz Figueiredo
Universidade Federal de Pernambuco
apnbf@yahoo.com.br

Angeline Maria Cartaxo Muniz
Universidade Federal Rural de Pernambuco
angelinecmuniz@hotmail.com

Dierson Gonçalves de Carvalho
Universidade Federal de Pernambuco
profdicarvalho@hotmail.com

Leonardo Bernardo de Morais
Universidade Federal de Pernambuco
Leonardob.morais@gmail.com

Resumo:
Este trabalho consistiu de uma investigação exploratória, cujo objetivo foi identificar elementos mobilizados pelos alunos do Projovem Urbano do município do Recife referentes ao conceito de volume. O percurso teórico-metodológico se pautou nas pesquisas de Douady e Perrin Glorian (1989) e Bellemain e Lima (2002) para a conceituação de área enquanto grandeza. A experimentação principiou pela aplicação de questões sobre volume com 20 alunos do Projovem Urbano e posteriormente foi aplicado um teste com quatro questões da lista inicial para outro grupo de alunos dessa modalidade de ensino. Dentre os resultados, constatou-se que os alunos não se apropriaram do conceito de volume e dão ênfase à medida, evidenciando a importância de se trabalhar o modelo didático proposto pelos autores supracitados.

Palavras-chave: Áreas; Grandezas e medidas; Projovem; Volumes.

1. Introdução

O Projovem Urbano é uma modalidade do Programa Projovem - Programa Nacional de Inclusão de Jovens que foi instituído pela Lei Nº 11.692/2008 que revoga a Lei Nº 11.129/2005 que implementou o Projovem “original”. A nova Lei altera alguns aspectos do Projovem “original” entre eles citamos: o tempo do curso de 12 meses para 18 meses, a faixa etária de 18 a 24 para 18 a 29 anos do seu publico e acrescentou mais duas unidades formativas - UF de 4 para 6.

De acordo com Salgado (2005) o Projovem Urbano se fundamenta, nos mesmos princípios filosóficos, políticos e pedagógicos que orientaram o Projovem “original”, mas buscando superar os aspectos que apresentaram desafios e dificuldades para a concretização mais efetiva das finalidades pretendidas.

O Projovem tem grande relevância social, uma vez que oferece uma oportunidade de conclusão do ensino fundamental para jovens que não puderam dar continuidade a sua escolaridade no ensino regular e ao mesmo tempo permite a esses estudantes adquirir uma qualificação profissional, que amplia as possibilidades de inserção no mercado de trabalho.

Como se sabe, o campo das grandezas e medidas tem inúmeras aplicações na vida social, tanto em situações corriqueiras da vida cotidiana como em atividades profissionais. Por outro lado, pesquisas anteriores (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BALTAR, 1996; BELLEMAIN; LIMA, 2002; ARAÚJO; CÂMARA, 2009) evidenciam e analisam dificuldades de aprendizagem apresentadas por alunos dos vários níveis de escolaridade e modalidades de ensino, não só no Brasil, mas também em outros países, ao lidar com problemas relativos às grandezas geométricas (comprimento, área, volume e ângulo).

Nosso trabalho analisa questões de volumes que foram aplicadas a alunos do Projovem Urbano da cidade do Recife-PE. As questões utilizadas para fazer o diagnóstico com esses alunos foram as que o CAEd/UFJF (Centro de Políticas e Avaliação da Educação/Universidade de Juiz de Fora) aplicou em 2008 a nível nacional. Após a aplicação do teste, percebemos a necessidade de readaptamos de três questões, o que foi feito e reaplicado.

No entanto, não foi possível a reaplicação das questões reformuladas para os mesmos alunos, uma vez que eles já haviam concluído a unidade formativa que estavam cursando. Isso levou-nos a aplicar a alunos do mesmo programa que estavam numa unidade formativa mais adiantada em relação aos alunos anteriores.

2. Fundamentação Teórica

Os saberes referentes ao campo das Grandezas e Medidas são frequentemente recorrentes atividades cotidianas. Nota-se sua presença em diversas situações como na medição do volume de chuva que cai em um determinado dia, na armazenagem de água em residências, no transporte e estocagem de alimentos, medição de temperatura, medida de peso, entre outras.

Do ponto de vista didático, esse campo se destaca pela sua articulação com outros campos. Em situações de medida das grandezas geométricas, vê-se a presença do campo Números e Operações. No tratamento com as fórmulas de volume, há uma articulação com campo algébrico e as representações dos objetos recorrem ao campo da Geometria.

A presença do campo em foco tanto em atividades cotidianas quanto no ensino escolar justifica a sua importância no ensino e na aprendizagem. Sob a ótica do ensino, há um modelo didático para o tratamento das grandezas geométricas. Esse modelo consiste em dissociar a medida (número real positivo), a figura (superfícies planas, sólidos geométricos, linhas, entre outras) e a grandeza (classes de equivalência de superfícies/sólidos de mesma área/volume). Esse modelo inspirado nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989) e posteriormente em Baltar (1996) e Bellemain e Lima (2002), os quais propõem uma abordagem para o tratamento de área como uma grandeza. Pesquisas posteriores ampliaram esse modelo para outras grandezas como comprimento (BARBOSA, 2007) e volume (OLIVEIRA, 2002; BARROS, 2002).

3. Objetivo Geral

- Identificar procedimentos desenvolvidos pelos alunos diante de atividades envolvendo volume de sólidos geométricos.

3.1. Objetivos Específicos

- Investigar nas situações de cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo, as estratégias utilizadas pelos alunos do Projovem Urbano do município de Recife;

- Investigar a compreensão dos alunos do Projovem Urbano na distinção e articulação entre os quadros da modelização didática propostos por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Bellemain e Lima (2002);

- Verificar a influência da visualização de figuras geométricas para a resolução de problemas de volume.

4. Metodologia

O artigo consistiu em analisar um teste contendo 4 questões resolvidas por um grupo de alunos do Projovem Urbano do município do Recife. Após uma análise mais minuciosa das resoluções, esse teste foi reaplicado, por entendermos que alguns elementos como a presença das alternativas, o domínio numérico das medidas, a ausência das figuras em algumas questões e o enunciado interferiram nas respostas apresentadas pelos alunos. A reaplicação ocorreu um ano depois, julho de 2011, para outro grupo de alunos com mesma faixa etária e mesma modalidade de ensino.

Para nortear a elaboração das questões adequadas a serem analisadas nesta investigação, foi realizado inicialmente um estudo piloto com questões do CAEd/UFJF (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação/ Universidade Federal de Juíz de Fora) envolvendo volume e capacidade com uma turma do Projovem Urbano da cidade do Recife.

A partir das questões preliminares, podemos identificar falhas na elaboração das atividades propostas. Portanto, de posse das questões do CAEd/UFJF resolvidas, realizamos uma análise e decidimos alterar as questões 2, 3 e 4, para serem reaplicadas em outra turma do Projovem Urbano da cidade do Recife, que constituiu a turma da investigação.

5. Análise das Questões Preliminares

1º questão:

A caixa d’água de um canteiro de obras tem a forma de um prisma reto de base retangular. As medidas usuais desta caixa d’água estão representadas na figura abaixo. Veja!

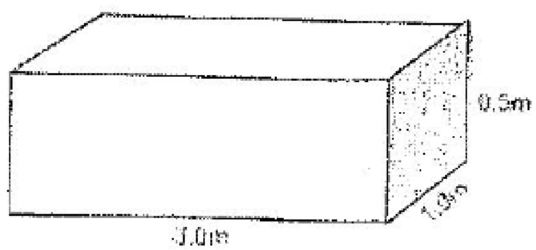


Figura 1

Sabendo – se que 1m³ = 1000L, quantos litros serão necessários para encher essa caixa d'água?

a) 1.000L b) 1.500L c) 3.500L d) 3.000L

Dos vinte alunos que participaram do teste piloto, 2 não responderam esta questão e apenas quatro acertaram; porém apenas um aluno mostrou corretamente os cálculos e a conversão entre as unidades de medida de volume, o que nos leva a perceber que a presença das alternativas influenciou a resposta correta dos outros três alunos, demonstrando a dificuldade deles diante da articulação entre os quadros da grandeza e o numérico. Inicialmente foi pensado em retirar as alternativas desta questão, porém os alunos desta modalidade de ensino não estão habituados a resolverem questões sem alternativas. Desta forma a questão foi mantida na sua forma original.

2º questão:

Um reservatório de água tem a forma de um paralelepípedo, com as medidas representadas na figura abaixo:

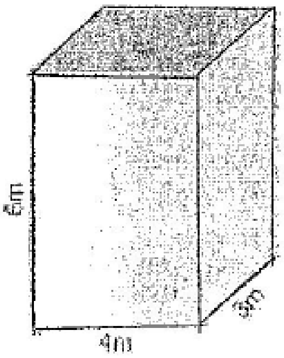


Figura 2

Sabendo que um metro cúbico equivale a 1000 litros, quantos litros de água podem ser armazenados neste reservatório?

a) 12.000L b) 13.000L c) 18.000L d) 72.000L

Nesta questão, dos vinte alunos, quatro não responderam, quatro acertaram; porém somente dois mostraram corretamente o cálculo e a conversão das unidades, evidenciando mais uma vez a dificuldade dos alunos em alternar os quadros de modelização didática citados anteriormente. Então, decidimos modificar a nomenclatura reservatório de água para bloco retangular, para observar se o conceito de volume estaria implícito diante da mudança da nomenclatura, onde o aluno poderia melhor compreender a questão se visse o bloco retangular como sendo um sólido para o cálculo de seu volume.

3º questão:

Sabendo–se que 1 metro cúbico equivale a 1000 litros, quantos litros de água são necessários para encher uma piscina de 6m X 8m X 2,5m?

a) 120 litros b) 1.200 litros c) 12.000 litros d) 120.000 litros

A necessidade de modificar essa questão surgiu porque entendemos que o enunciado induz o aluno a utilizar um procedimento que pode gerar obstáculos na resolução do problema. De fato, as resoluções mostram que a maioria dos estudantes multiplicou as medidas informadas no problema. Ou seja, esses alunos entenderam que o "X" se refere ao sinal de multiplicação.

4º questão:

Qual a medida do volume de uma caixa na forma cúbica com 2m de aresta?

a) 2 metros cúbicos.

b) 4 metros cúbicos.

c) 6 metros cúbicos.

d) 8 metros cúbicos.

Na reformulação desse problema acrescentamos a figura, uma vez que procuramos, dentre outros objetivos, verificar a influência da visualização de figura geométrica para a resolução dos problemas.

5.1. Análise dos Dados

Segundo Araújo e Câmara (2009), o manual do aluno do Projovem, com relação ao tema "volumes" tem por objetivo principal a aprendizagem do conceito de volume no que diz respeito ao cálculo de volumes de prismas retos e a transformações de unidades medida de volume.

Será nesta perspectiva que analisaremos quatro questões aplicadas a alunos do Projovem Urbano da cidade doe Recife, que também foram, com algumas diferenças, em

2007, propostas aos alunos do Projovem, pelos autores do artigo anteriormente mencionado.

Inicialmente faremos uma análise individual das questões, referente ao tipo de texto adotado para o enunciado; às informações fornecidas e às nomenclaturas utilizadas para os sólidos geométricos e depois daremos continuidade com as análises dos desenvolvimentos dos alunos em cada uma delas.

A primeira questão trata do cálculo do volume de um paralelepípedo reto – retângulo denominado na questão por: "*prisma reto de base retangular*". Este prisma é caracterizado como sendo a caixa d'água de um canteiro de obras e a figura é fornecida pelo enunciado da questão e está em seu formato mais usual: com a face maior sendo considerada como a "base" desse prisma (está no chão). A unidade de medida é o *metro cúbico (m³)* e o domínio numérico das medidas são os números decimais.

1º questão:

A caixa d'água de um canteiro de obras tem a forma de um prisma reto de base retangular. As medidas usuais desta caixa d'água estão representadas na figura abaixo. Veja!

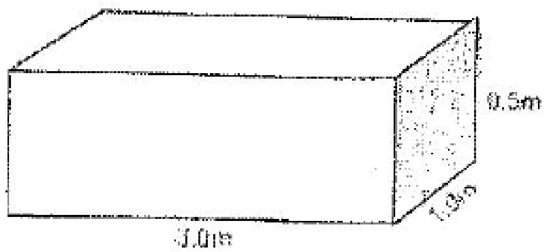


Figura 1

Sabendo – se que $1m^3 = 1000L$, quantos litros serão necessários para encher essa caixa d'água?

a) 1.000L b) 1.500L c) 3.500L d) 3.000L

É importante ressaltar que todas as alternativas estão na unidade *litros* e o enunciado faz questão de lembrar ao educando que $1\ m^3 = 1.000\ L$.

Realizando uma análise das resoluções dos educandos referentes a esta questão observamos que a maioria acertou esta questão e os errantes marcaram a letra (c), como mostra a tabela seguinte:

Tabela 1: Percentual de respostas da 1º questão.

a)	b)	c)	d)
1.000 L	1.500 L	3.500 L	3. 000 L
0%	78,6%	21,43%	0%

Os alunos que acertaram o fizeram multiplicando as três dimensões do prisma reto de base retangular, embora em muitos casos os cálculos não estivessem corretos, o que mostra a influência das alternativas. A seguir mostraremos alguns desses cálculos:

Tabela 2: Resolução de alguns alunos.

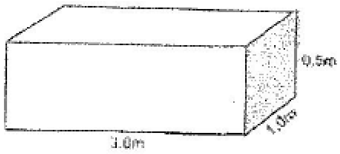
(3m) x (1m) x (5m) = 15m³	A dimensão cujo comprimento é 0,5 m foi substituída por 5m. Com a transformação de m³ para litros teríamos 15.000 litros e não 1.500 litros.
(3m) x (1m) x (0,5m) = 0,15m³	A dimensão cujo comprimento é 0,5 m foi mantida, mas os cálculos estão errados. O produto deveria ser 1,5 m³. Com este resultado e após a transformação de m³ para litros teríamos 150 litros e não 1.500 litros.

Estes dados fortalecem a hipótese de que a maioria dos acertos ocorreu devido à alternativa (b) ser a única que apresenta um número múltiplo de 15.

Com relação aos tipos de resoluções apresentadas pelos educandos que não acertaram esta questão observamos que os mesmos não apresentaram tais cálculos e percebemos que talvez o procedimento utilizado por eles seja o seguinte: 3 x 1 + 0,5 = 3,5 m³ = 3 500 litros, ou seja, o aluno utiliza princípio aditivo.

Em todos os cálculos não houve a preocupação de inicialmente colocar as unidades de medidas, tanto m³ como litros e ninguém mostrou algebricamente a transformação de m³ para litros. Veja o protocolo a seguir:

1. A caixa d'água de um canteiro de obra tem a forma de um prisma reto de base retangular. As medidas usuais desta caixa d'água estão representadas na figura abaixo. Veja!



Sabendo-se que 1 m³ = 1000 L, quantos litros serão necessários para encher essa caixa d'água?

a) 1 000 L
b) 1 500 L 3.0 x 1.0 x 0.5 = 0 15
c) 3 500 L
d) 3 000 L

Figura 3

A segunda questão também se refere a um paralelepípedo reto – retângulo denominado pela questão de "*bloco retangular*". Neste caso, a menor face está apoiada no "chão", trazendo para o educando a possibilidade de se considerar por base a face menor e nem sempre a maior das faces. Nesta questão não foi colocada a equivalência entre m³ e litro. No entanto, os resultados indicaram que essa omissão não gerou dificuldades para os sujeitos.

2º questão:

Determine o volume do bloco retangular desenhado abaixo:

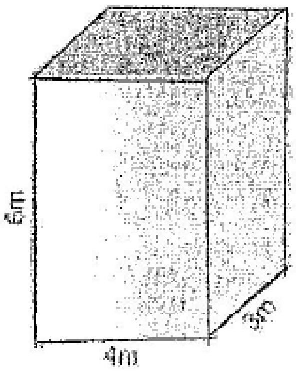


Figura 2

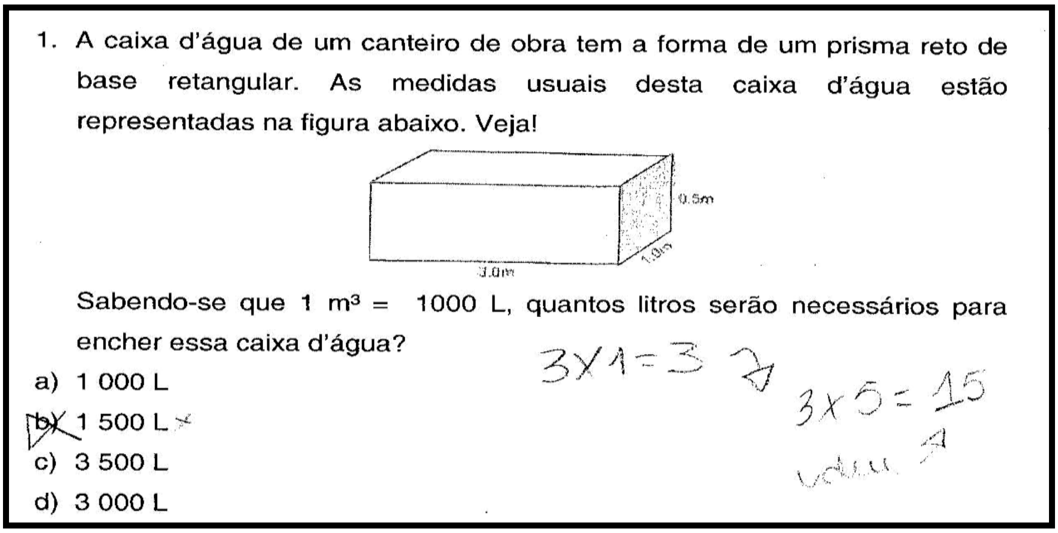
a) 12.000L b) 13.000L c) 18.000L d) 72.000L

Analisando as respostas fornecidas pelos educando para a segunda questão, observamos que a maioria deles acertou esta questão, assim como mostra a tabela a seguir:

Tabela 3: Percentual de respostas da 2º questão.

a)	b)	c)	d)
12.000 L	13.000 L	18.000 L	72.000 L
7,14%	14,3%	14,3%	64,3%

Quando observamos no seguinte procedimento: 6 x 4 = 24 x 3 = 72 a ausência da unidade de medida e da transformação de m³ para litros, percebe-se que o aluno pode ter marcado a alternativa correta por ser a única que contém um múltiplo de 72. Constatamos também que 14,3% dos alunos que marcaram a letra B podem ter somado as medidas das dimensões do sólido (6 + 4 + 3 = 13), bem como 14,3 % dos alunos podem ter marcado a letra C por realizarem apenas a multiplicação entre duas das dimensões (3 x 6 = 18) e 7,14% dos alunos marcaram a letra A realizando a multiplicação de outras duas dimensões (3 x 4 = 12). Em nenhum dos possíveis procedimentos é formalizado o entendimento da necessidade de colocar a unidade de medida (m³ ou litros). Observe os protocolos a seguir:



1. A caixa d'água de um canteiro de obra tem a forma de um prisma reto de base retangular. As medidas usuais desta caixa d'água estão representadas na figura abaixo. Veja!

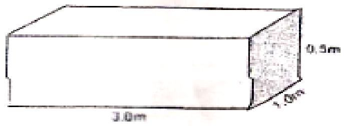
Sabendo-se que 1 m³ = 1000 L, quantos litros serão necessários para encher essa caixa d'água?

a) 1 000 L
b) 1 500 L
c) 3 500 L
d) 3 000 L

3X1=3
3x5=15

Figura 4

1. A caixa d'água de um canteiro de obra tem a forma de um prisma reto de base retangular. As medidas usuais desta caixa d'água estão representadas na figura abaixo. Veja!



Sabendo-se que 1 m³ = 1000 L, quantos litros serão necessários para encher essa caixa d'água?

a) 1 000 L

b) 1 500 L 3x1=3x5=15

c) 3 500 L

d) 3 000 L

Figura 5

A terceira questão também se fundamenta no procedimento do cálculo do volume de um paralelepípedo reto – retângulo denominado por uma piscina cujo comprimento tem 8m, a largura tem 6 m e a profundidade tem 2,5 m. É interessante que não é fornecida por esta questão a nomenclatura do sólido geométrico. Requererá do educando o conhecimento prévio do sólido com estas três dimensões (comprimento, largura e profundidade) para um possível esboço do mesmo.

3º questão:

Sabendo – se que 1m³ equivale a 1000 litros, quantos litros de água são necessários para encher uma piscina com 8 metros de comprimento, 6 metros de largura e 2,5 metros de profundidade?

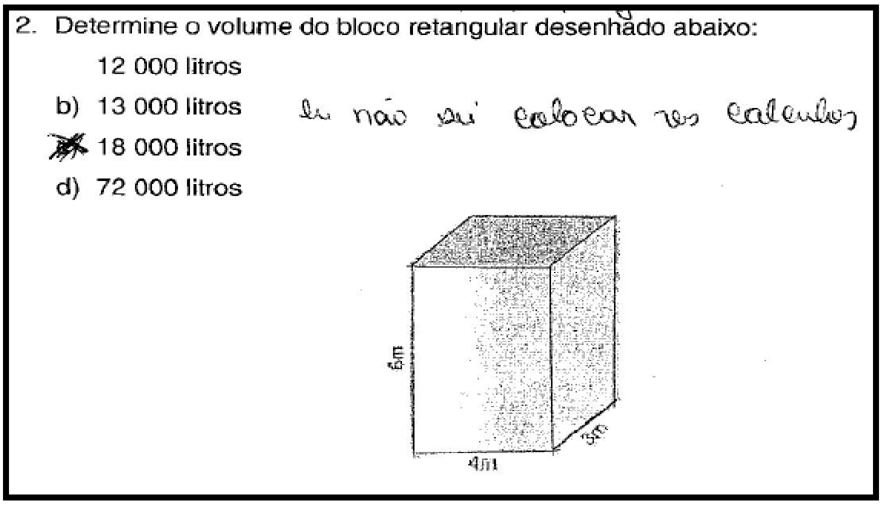
a) 120 litros b) 1.200 litros c) 12.000 litros d) 120.000 litros

Esta questão foi a que apresentou um maior número de erros, com apenas 35,7% dos educando marcando a resposta correta, como mostra a tabela a seguir:

Tabela 4: Percentual de respostas da 3º questão.

a)	b)	c)	d)
120L	1.200L	12.000L	120.000L
28,6%	7,14%	28,6%	35,7%

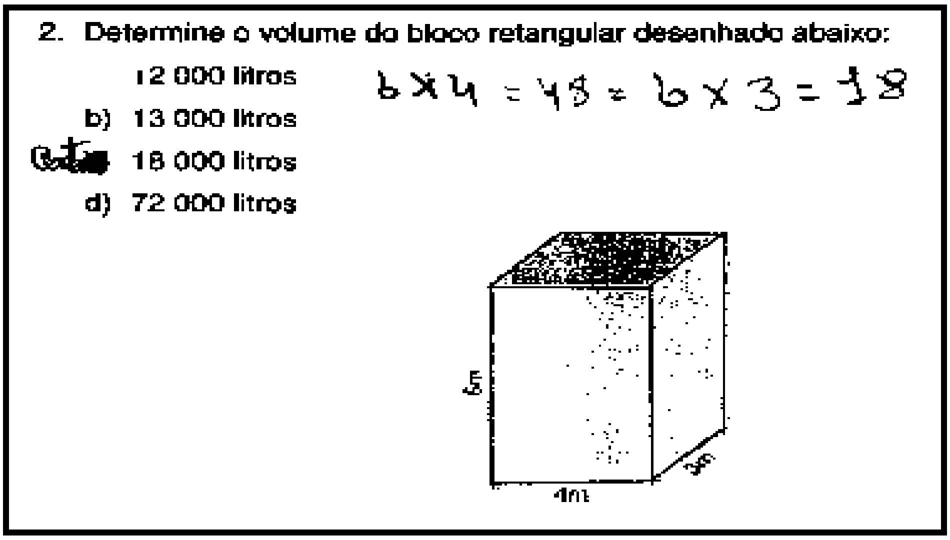
É interessante perceber que muitos educandos desenvolvem esta questão multiplicando as medidas fornecidas sem no final realizar a transformação de m³ para litros (mesmo a questão fornecendo a equivalência entre as unidades de medida), por isso as letras (a) e (c) serem a segunda mais marcada. Veja os protocolos a seguir:


2. Determine o volume do bloco retangular desenhado abaixo:

12 000 litros
b) 13 000 litros
18 000 litros
d) 72 000 litros

eu não sei colocar os calculos

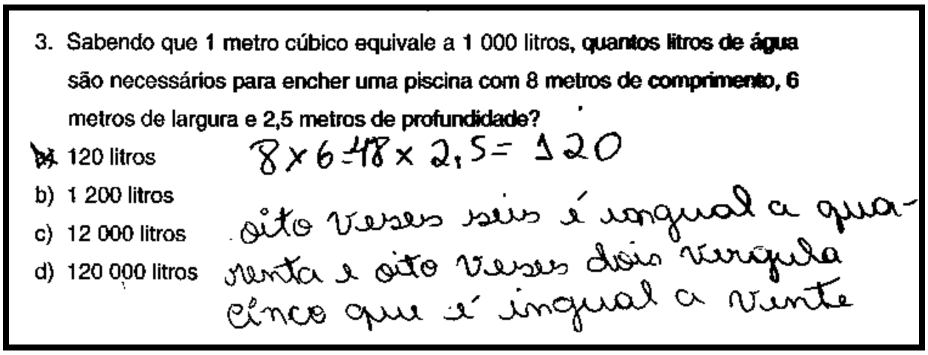
Figura 6


2. Determine o volume do bloco retangular desenhado abaixo:

12 000 litros
b) 13 000 litros
18 000 litros
d) 72 000 litros

6 x 4 = 48 = 6 x 3 = 18

Figura 7


3. Sabendo que 1 metro cúbico equivale a 1 000 litros, quantos litros de água são necessários para encher uma piscina com 8 metros de comprimento, 6 metros de largura e 2,5 metros de profundidade?

120 litros
b) 1 200 litros
c) 12 000 litros
d) 120 000 litros

8 x 6 = 48 x 2,5 = 120

oito veses seis é inqual a quarenta e oito veses dois virgula cinco que é inqual a vinte

Figura 8

A quarta questão requer do educando o cálculo do volume de uma caixa cúbica cuja aresta mede 2 cm (neste caso a aresta foi chamada de lado) sendo fornecida a figura.

4º questão:

Qual o volume de uma caixa cúbica cujo lado mede 2 centímetros, conforme está representado na figura abaixo?

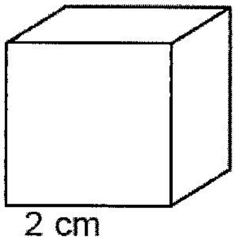


Figura 9

a) 2 centímetros cúbicos. c) 6 centímetros cúbicos.

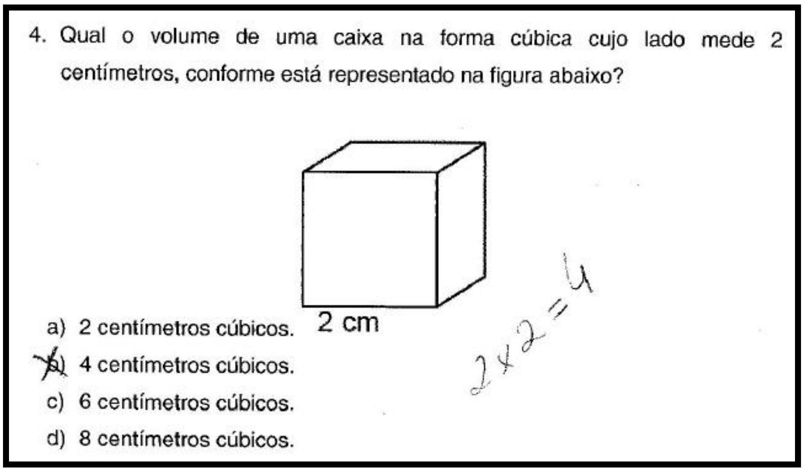
b) 4 centímetros cúbicos. d) 8 centímetros cúbicos.

Diante das análises percebemos que muitos alunos confundem o cálculo de volume de um cubo com o cálculo de área de um quadrado, já que 50% dos educandos, assim como mostra a tabela seguinte, marcaram a alternativa (b).

Tabela 5: Percentual de respostas da 4º questão.

a)	b)	c)	d)
2 cm³	4 cm³	6 cm³	8 cm³
7,14%	50%	---	42,86%

Algumas resoluções anexadas a seguir comprovam a dificuldade que os educandos têm de distinguir o cubo (figura espacial) de um quadrado (figura plana).

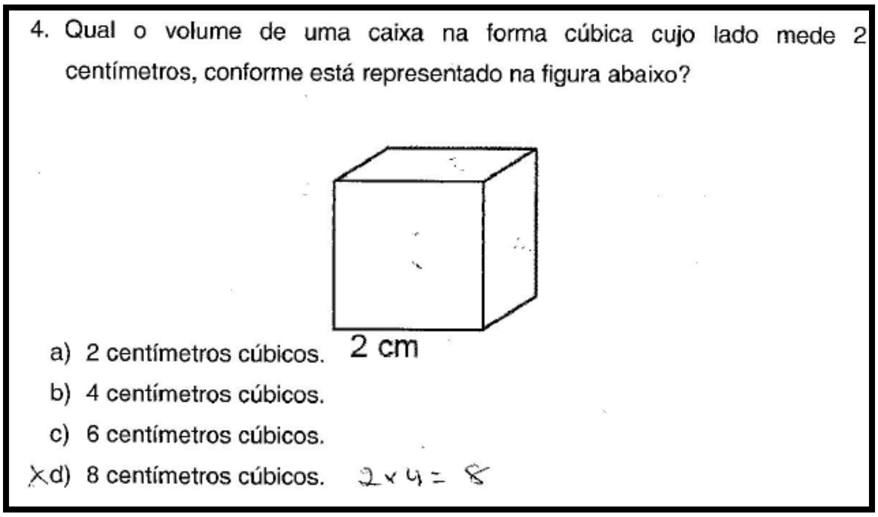

4. Qual o volume de uma caixa na forma cúbica cujo lado mede 2 centímetros, conforme está representado na figura abaixo?

2 cm

$2 \times 2 = 4$

a) 2 centímetros cúbicos.
b) 4 centímetros cúbicos.
c) 6 centímetros cúbicos.
d) 8 centímetros cúbicos.

Figura 10


4. Qual o volume de uma caixa na forma cúbica cujo lado mede 2 centímetros, conforme está representado na figura abaixo?

a) 2 centímetros cúbicos.
b) 4 centímetros cúbicos.
c) 6 centímetros cúbicos.
X d) 8 centímetros cúbicos. 2 x 4 = 8

Figura 11

Percebemos que mesmo acertando a questão, o educando calculou como se estivesse encontrando perímetro de um quadrado, conforme mostrado abaixo:

$$2 \times 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8.$$

É importante ressaltar que 7,14% dos sujeitos marcaram a alternativa (a), mostrando que houve apenas a transcrição do dado da questão para a alternativa.

Em todos os cálculos não houve a preocupação de inicialmente colocar as unidades de medidas, tanto m³ como litros e ninguém mostrou algebricamente a transformação de m³ para litros.

6. Considerações Finais

Nossa pesquisa buscou identificar os procedimentos dos alunos do Projovem Urbano ao resolverem questões envolvendo a grandeza geométrica volume.

A partir da análise dos dados verificamos que os alunos não se apropriaram de maneira consistente do conceito de volume, pois em algumas questões eles apresentam alguns entraves como a não compreensão de volume como uma grandeza tridimensional, dão ênfase à medida, não levam em consideração a unidade de medida e não reconhecem a equivalência entre metro cúbico e litro.

Outro importante fator observado foi à presença da figura como facilitadora no processo de resolução da questão. Por outro lado, a presença de números decimais implicou numa maior dificuldade na resolução dos problemas.

De um modo geral, os resultados mostram a necessidade de se trabalhar o conceito de volume no Projovem Urbano conforme mostra a modelização didática proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) para que haja uma maior compreensão de volume enquanto grandeza no contexto investigado.

7. Referências

ARAUJO, A.; CÂMARA, M. **Avaliação Externa do Projovem: O Caso de Áreas e Volumes.** BOLEMA - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP).Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Impresso), V Ano 22 p. 23-50, 2009.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2002.

BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. & LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBHMat, 2002.

BRASIL. Presidência da República. Lei 11.129 de 30 de junho de 2005. **Regulamento do programa Nacional de Inclusão de Jovens PROJOVEM**;

_______. Presidência da República. Lei 11.692 de 10 de junho de 2008. **Regulamento do programa Nacional de Inclusão de Jovens PROJOVEM;**

DOUADY R.; PERRIN-GLORIAN M.-J. **Un processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane**. In: Educational Studies in Mathematics. vol.20, n. 4, p. 387-424, 1989.

SALGADO, M. U. C.; AMARAL, L. A. **Manual do Educador: Orientações Gerais.** Brasília: Programa Nacional de Inclusão de Jovens – Projovem Urbano, 2005.