

EXCURSÃO DE FÉRIAS: UMA INVESTIGAÇÃO FOCADA EM FUNÇÕES DE 1º GRAU

Fabio Bordignon¹¹
IFBA, campus Barreiras
bordignon@ifba.edu.br

Danillo Agripino Petronillio dos Santos²
IFBA, campus Barreiras.
danillo.petronilio@hotmail.com

Wanderson da Silva Maciel.²
IFBA, campus Barreiras
wanderson_itacaramby@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem como finalidade apresentar uma experiência de investigação matemática com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual da Bahia que nunca tiveram contato com esta abordagem do ensino da matemática, além de mostrar as dificuldades desses alunos com essa proposta. O trabalho trata-se de uma semirrealidade e o nosso objetivo maior não é necessariamente o conteúdo em si, mas na evolução do pensamento crítico do aluno ao se questionar sobre a proposta e encontrando um ou mais caminhos para solucionar a questão. O problema trata de duas agências de viagem que tem propostas distintas de preço, cabendo aos alunos decidirem qual empresa oferece o melhor preço para determinada quilometragem e tomar a decisão sobre qual empresa deve ser contratada, constatando que o problema estabelece uma relação entre quilometragem e custo, podemos utilizar a função afim e suas representações algébrica e geométrica solucionando o problema.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Semirrealidade; Representação de Função.

1. INTRODUÇÃO.

A Educação Matemática para a contemporaneidade sinaliza a necessidade dos professores de Matemática avaliar, questionar e repensar as metodologias que envolvem o processo de ensino e aprendizagem, e sugerem que incluam em suas práticas pedagógicas

¹¹Professor Especialista do IFBA campus Barreiras e coordenador de Área do PIBID- IFBA.

² Graduandos em Matemática IFBA campus Barreiras e bolsistas do PIBID.

atividades investigativas, como forma de colocar o aluno no centro do fazer pedagógico e autor do próprio conhecimento.

Sabemos da dificuldade dos professores em preparar aulas que envolvam atividades de investigação matemática, em função do modelo em que foram educados e continuam educando; modelo esse, que prioriza a utilidade das fórmulas e das regras matemáticas por meio de definições, treinamentos e repetições.

Não é nossa pretensão apontar uma, nem outra metodologia como melhor ou pior, desprezando completamente as abordagens tradicionais do ensino de matemática, pois sabemos de sua valia e contribuição no processo educativo. Pretendemos, sim, partilhar uma experiência realizada e considerada significativa enquanto metodologia de aula de Matemática que situa o aluno no centro do processo e o professor agindo como mediador.

Nessa perspectiva, este trabalho pretende apresentar os resultados de uma atividade de Investigação Matemática, desenvolvida pelos bolsistas do PIBID – Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência, do IFBA campus Barreiras.

O trabalho foi realizado no Colégio Estadual Professor Alexandre Leal Costa, da mesma cidade, com os alunos de 1ª série do ensino médio, teve como objetivo estabelecer a lei de formação da função de 1º grau e representá-la graficamente.

Para tanto, iniciaremos o relato conceituando e apresentando as características das investigações matemáticas, procurando enfatizar a opinião de teóricos e estudiosos sobre essa temática. Desses teóricos citamos como referência os trabalhos de PONTE (2009) e SADOVSKY (2010).

2. INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA – UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA DIFERENCIADA.

Pedagogicamente, uma Investigação Matemática é uma prática pedagógica voltada para atividades abertas, extraídas da realidade dos alunos ou de contextos variados, transformados em situações problemas apresentadas de forma a convidar os alunos a procurar regularidades, refletir, generalizar, formular sugestões, testar, justificar.

Ponte (2009) apresenta uma investigação matemática como uma situação que precisa ser compreendida ou um conjunto de dados que precisa ser organizado e explicado em termos matemáticos. É necessário começar por colocar questões interessantes e

produtivas. Depois, é essencial que os alunos arrisquem a formular conjecturas. (PONTE,2009).

Uma investigação matemática pode desenvolver-se em torno de um ou mais problemas. Ao iniciar-se um trabalho de investigação com um determinado objetivo podem surgir vários caminhos que levam a outros resultados. De fato essas novas possibilidades são válidas, pois abrangem várias visões que os levam a alcançar o mesmo objetivo.

O primeiro passo de qualquer investigação em Matemática é identificar claramente o que pede o problema e buscar pistas para iniciá-lo, e assim, espera-se que os alunos possam utilizar processos que caracterizam uma investigação. Processos esses, como forma de instigar o aluno a sair da atitude de passividade e comodismo, de receber tudo pronto, para só repetir e memorizar.

É papel do professor, criar ambientes que chamem a atenção dos alunos para o problema em questão, mostrando de certa forma que a Matemática pode ser agradável. E ainda mais, despertar o interesse e resgatar a autoconfiança do aluno para trilhar um caminho de descoberta e construção do próprio conhecimento. Desafiar os alunos significa impor situações inicialmente insolúveis, mas com incentivo e criatividade aparecerão os resultados, já que essas descobertas tornarão o aluno mais motivado e disponível para perceber e dar continuidade a esses caminhos.

Desafiar o aluno significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis. Trata-se de gerar nele certa tensão, que o anime a ousar, que convide a pensar, a explorar, a usar conhecimentos adquiridos e a testar sua capacidade para a tarefa que tem em mãos. Trata-se, ainda, de motivá-lo a interagir com seus colegas, a fazer perguntas que lhe permitam avançar. SADOVSKY (2010, p.14)

Nesse sentido, o envolvimento e compromisso do aluno no decorrer da atividade caracteriza-se um fator primordial, uma vez que se trata de processos experimentais e investigativos. Ele precisa debruçar sobre a questão e traçar conjecturas de forma autônoma e crítica para a obtenção de uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

O que está em causa na aprendizagem escolar da Matemática é o desenvolvimento integrado e harmonioso de um conjunto de

competências e capacidades, que envolvem conhecimento de factos específicos, domínio de processos, mas também capacidade de raciocínio e de usar esses conhecimentos e processos em situações concretas, resolvendo problemas, empregando ideias e conceitos matemáticos para lidar com situações das mais diversas, de modo crítico e reflexivo. (PONTE, 2003, p.3)

A literatura em questão apresentou o conceito de investigação matemática e sua relação com as aulas de matemática, seguindo a proposta apresentada neste relato.

3. O CONTEXTO DA AULA.

A atividade foi realizada com um grupo de 12 alunos, com faixa etária compreendida entre 14 e 18 anos, matriculados no turno matutino e que participam das atividades desenvolvidas no vespertino. Foram necessárias duas tardes, perfazendo um total de 8h.

Dividiu-se a turma em grupos de 4 alunos e um monitor fez a projeção da tarefa no data show para que todos tivessem uma melhor visibilidade e leu em voz alta e compassadamente a situação problema a seguir, adaptada do problema proposto por Niss (2001).

Problema Proposto: Os alunos do curso de matemática do IFBA de Barreiras estão planejando uma excursão e consultaram duas empresas para esse fim. As pesquisas de preço os levaram a ter que decidir entre duas propostas diferentes, das companhias A e B, respectivamente. A companhia A cobra uma taxa fixa de R\$ 150,00 para excursões limitadas a 100 km e um adicional de R\$ 3,00 por quilometro acima deste limite. A companhia B cobra uma taxa fixa de R\$ 50,00 para excursões limitadas a 20 km e R\$ 2,00 por quilometro adicional a esse limite.

- a) Se a excursão for a uma distância de 150 km, em qual companhia a viagem sairá mais em conta? E a 200 km?*
- b) É possível definir um modelo matemático que represente as propostas das companhias A e B?*

c) *É possível representar as duas situações em um mesmo gráfico?*

Os outros monitores rapidamente distribuíram a tarefa impressa, em todos os grupos.

O momento inicial foi de insegurança para os alunos, que disseram não saber como iniciar a resolução. Isso é compreensível considerando que eles estão acostumados com metodologias nas quais primeiro recebem fórmulas e atividades explicativas e depois repetem com vários exercícios até memorizar, sem serem convidados a experimentar a construção do próprio conhecimento.

Atividade como esta que os convida a refletir, a testar conjecturas, a procurar regularidades, causa estranhamento e a sensação de incompetência inicial, mas com a mediação do professor aos poucos eles são convidados a vencer a barreira do medo e da timidez e a percorrer o caminho da descoberta.

Solicitou-se aos alunos a releitura da situação e após um tempo para aguardar a atitude deles e como não houve nenhuma iniciativa por parte de nenhum grupo, o monitor falou novamente e convidou-os a buscarem estratégias para calcular o valor da excursão para duas empresas se a distancia fosse de 150 km. E se fosse 200 km.

A partir de então, percebe-se que os grupos começaram a se movimentar e buscarem estratégias de resolução.

No grupo I, uma das alunas lê diversas vezes a questão procurando encontrar um modo de iniciar a resolução. Outra aluna começou a organizar os dados em tabelas visando compreender a questão. Logo após, começou a resolver.

O grupo II sentiu dificuldades na hora de ordenar a alternativa **a**, porém, trocavam experiências, usavam várias operações auxiliares para obter o resultado da questão e buscavam chegar a um consenso para resolver.

The image shows two hand-drawn tables on lined paper. The left table has columns for 'km', 'A', and 'B'. The right table has columns for 'Km', 'A', and 'B'. Both tables list distances from 150 to 260 km and corresponding values for A and B.

km	A	B
150	300,00	310,00
180	390,00	370,00
200	450,00	410,00
210	480,00	430,00
230	540,00	470,00
260	630,00	530,00

Km	A	B
150	300,00	310,00
200	450,00	410,00
120	210,00	250,00
130	240,00	270,00
140	270,00	290,00
160	330,00	330,00

Após a realização desses cálculos com valores de A, nas quais usaram valores distintos para comprovação, começaram a definir os resultados e avançavam na resolução da situação problema. Já sentem autoconfiança e comentaram:

-Aluna A: *“Para uma distancia de 150 km, é mais vantajoso viajar pela companhia A e a uma distancia de 200 km pela Cia. B”*.

- Aluna B: - *“É mais vantajoso viajar pela Cia. A caso a viagem dure até 150 km. Caso passe de 150 km, é mais vantajoso viajar pela Cia. B.”*

Esse diálogo demonstra que os alunos já foram sensibilizados frente à questão proposta e já inferem algumas conjecturas, necessitando de estímulo e orientações para avançarem, foi então que um monitor sugeriu aos grupos que montassem uma tabela com os cálculos dos valores relativos aos preços de viagem para a Companhia A com distancias começando por 150 km acrescidos de 10 em 10 km e que fizessem o mesmo para a Companhia B.

Após a construção da tabela com valores de a, nas quais usaram valores distintos para comprovação, definiram a alternativa *a* e avançaram para a alternativa *b*.

Essa alternativa exigia dos alunos conhecimentos mais precisos sobre funções, para determinar as respectivas leis de formação que descrevia matematicamente a relação para as companhias A e B. Esse é o ponto alto desse trabalho de investigação, é o momento da atividade que merece mais atenção por parte do professor, pois é aqui que se dá a construção do conhecimento sobre a formação das funções. Nesse caso essa representação deveria variar em torno da quilometragem.

O conteúdo de funções no Ensino Médio está inserido dentro da álgebra, área que no ensino de matemática é associada ao cálculo literal, o que remete ao uso de fórmulas e equações, e que muitas vezes ignora as relações com o cotidiano.

Fiorentini (1993) citado por Meneghetti (2012), afirma que tradicionalmente o ensino de álgebra se sustenta na crença de que o pensamento algébrico somente manifesta-se e desenvolve-se a partir do cálculo literal.

Um monitor buscando provocar o raciocínio e instigá-los a continuarem com as descobertas, perguntou para a turma:

Professor: - Qual a base de todos os cálculos envolvidos no problema?

-Aluna D: “São os km”.

-Aluna E: O valor da viagem vai depender da quantidade de km que passar de 100 km na Cia A e 20 km na Cia B.

Pelas respostas já se percebe que conseguiram identificar o alvo da questão, a dependência existente entre a quilometragem e o valor final da viagem. Entendendo a relação em torno dos quilômetros, onde o valor a pagar é definido pelas duas funções: $A(x)$ e $B(x)$ para as companhias A e B respectivamente.

Aluno C: Eu sei que é uma função, mas eu não sei fazer a representação na forma matemática.

Professor: - Olhem a tabela que vocês construíram. Vocês calcularam de 150 até 200 km acrescidos de 10 em 10. Substituam por x quilômetros.

Aluno C: - Como assim, professor? Não entendi.

Professor: - Se for x quilômetros, como é que calculamos para as Cias. A e B ?

Aluno A : - “ $150 + 3x$ ” para a Cia. A e “ $50 + 2x$ ” para a Cia. B. É isso, professor?

A dificuldade manifestada pelo grupo é justificada em função do modelo educacional a que estão acostumados; até então nunca lhes fora solicitado a construção e representação de um modelo matemático, pois esses já o recebiam prontos para apenas reproduzir, cabendo ao professor nesse momento apoiá-los, indicando indiretamente o caminho a ser seguido.

O diálogo acima indica que as leis de formação das funções estão parcialmente definidas, agora o ponto que merece a atenção é o fato de que para a Cia. A esta variação só ocorre a partir dos 100 km, e na Cia. B a variação ocorre a partir dos 20 km.

Aluno D: - Professor, eu sei que na função que representa a Cia. A tem um valor fixo de R\$150 mais o valor que passa de 100 km, e na Cia. B tem o valor fixo de R\$50 mais o valor que passa de 20 km. Mas eu não sei como escrever isso de forma matemática.

Pelas argumentações percebemos que conseguiram avançar no processo investigativo, já fazem referências significativas no que se refere ao conteúdo propriamente

dito; superaram o medo e a timidez inicial e estão empenhados em continuar com as descobertas.

Oliveira et ali (1997) ,citados por Ponte (2000), posicionam que as investigações Matemáticas fornecem um bom contexto para que os alunos compreendam a necessidade de justificar as suas afirmações, ao expressar o seu raciocínio junto do professor e dos colegas. Ao confrontar as diferentes conjecturas e justificações propostas por diversos alunos, a turma estabelece-se como uma pequena comunidade matemática, interagindo constantemente, onde o conhecimento matemático se desenvolve como um empreendimento comum.

Aluno C: - Já sei deve ser assim: “ $150+3x +100$ ” e “ $50 +2x +20$ ”?

Professor: - Mas se o preço só começa a variar a partir de 100 km e de 20 km, nós devemos somar ou subtrair essas quilometragens?

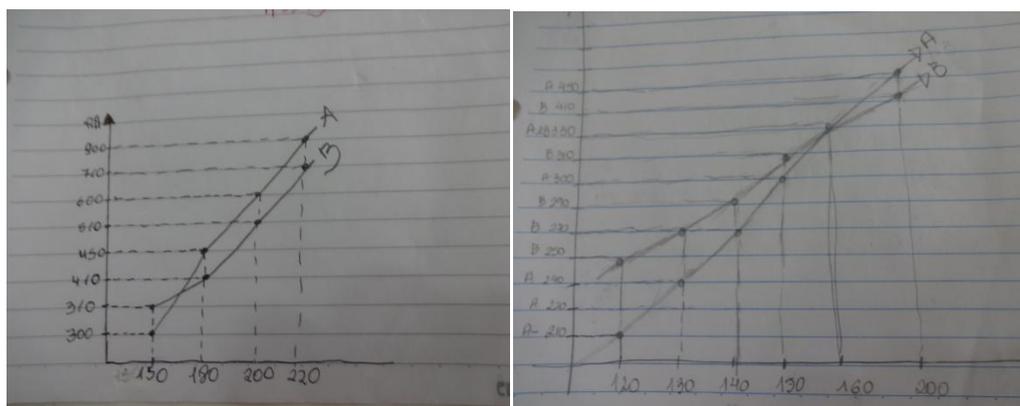
Aluno D: - Já sei! Ao invés de ser “ $+100$ ” vai ser “ -100 ”. E para a Cia. B “ -20 ” é isso mesmo?

Eles conseguem visualizar que a variação do preço ocorria na Cia. A. a partir de 100 km e na B, 20 km, mas eles não conseguiam expressar isso matematicamente. Deu – se um tempo para que o grupo organizasse os dados, formulasse uma situação e chegasse a um consenso sobre qual caminho seguir, mas como não houve nenhum progresso, já demonstravam sinais de desânimo e cansaço. Nesse momento, o grupo entendeu que precisava de uma intervenção. Então, o monitor dirigiu-se ao quadro e mostrou que, nesses casos, a lei de formação é expressa por:

$$\text{Cia. A: } A(x) = 150 + (x - 100).3$$

$$\text{Cia B: } B(x) = 50 + (x - 20).2$$

Partindo para a última etapa, que é a construção do gráfico, constatamos que, apesar de terem compreendido que a função é constante para certos valores de x, eles não souberam transpor isso no gráfico. As construções evidenciaram um conhecimento equivocado de que todo o gráfico de uma função de 1º grau é crescente ou decrescente, além de sempre partir da origem, desconsiderando que até certa quilometragem, o preço é fixo e que a função é constante, conforme as figuras abaixo:



Mais uma vez o grupo fez a sistematização, partindo das construções de cada grupo, e retomando as tabelas construídas por eles, foram montando o gráfico. Assim perceberam que o gráfico que determina a Cia A mantém-se constante até os 100 km e passa a crescer a partir desse ponto, enquanto o gráfico que determina a Cia B mantém-se constante até os 20 km e passa a crescer a partir desse ponto.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Nesse trabalho procuramos apresentar como se desenvolveu uma atividade de investigação matemática dentro de uma semirrealidade, na qual, a ênfase maior não se dava necessariamente ao conteúdo em si, mas o evoluir da turma no sentido de fazer conjecturas, de trilhar um caminho de descobertas e construir o próprio conhecimento.

Conforme Sadovsky (2010), a atividade de investigação representa uma quebra de paradigma, pela capacidade de conseguir o envolvimento dos jovens no trabalho – sempre difícil – de aprender, pela possibilidade de ajudar os alunos a construir e exercer o poder conferido pelo conhecimento. (SADOVSKY, 2010)

Como o leitor pode perceber, a princípio, as conjecturas proferidas pelos alunos demonstraram timidez, e até mesmo medo, devido ao não exercício dessas atividades em sala de aula. Entretanto, consideramos valiosa ao percebermos que ao final da atividade já demonstravam segurança, estavam mais abertos e desejosos de fazer descobertas.

Este grupo de alunos, o qual serviu de base para o desenvolvimento deste trabalho, nos mostrou que é viável a realização dessa atividade em sala de aula. Afinal, estamos trabalhando com uma juventude que gosta de desafios e de ser desafiada, provando que correspondem à altura do que o professor planeja.

5. AGRADECIMENTOS.

A CAPES, que através do Programa PIBID, permitiu a realização deste trabalho, aos alunos e professores do Colégio Estadual Professor Alexandre Leal Costa, A professora Eunata Cássia e a bolsista Deburah Kristinna Arcanja da Silva, que contribuíram na redação desse relato, mas não participarão do XI ENEM e a todos os bolsistas do PIBID matemática IFBA Barreiras, que atuaram no desenvolvimento da atividade.

6. REFERÊNCIAS.

BORBA, M.C (org.). **Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 2. ed. 144p. (Coleção tendências em Educação Matemática).

MENEGHETTI, R.C.G; REDLING, J.P. **Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n 42^a, p.193-229, abril de 2012. Disponível em <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5803/4426>
Acesso em: 22 fev.2013.

PONTE, J.P.M; BROCARD, J; Oliveira, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p. (Coleção tendências em Educação Matemática).

____; et al. **Investigando as aulas de Investigações Matemáticas**. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto12.PDF>>. acesso em: 22 fev.2013.

____; **Investigar, ensinar e aprender**. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~brolezzi/disciplinas/20121/mat1500/investigar.pdf>>. acesso em: 13 mar.2013

SADOVSKY, P. **O ensino de Matemática de Hoje: Enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2010. 111p.