

OS PAPIROS EGÍPCIOS COMO FONTES PARA UM TRABALHO COM A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Elenice de Souza Lodron Zuin
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
elenicezuin@gmail.com

Resumo:

Este mini-curso tem como proposta discutir as potencialidades de um trabalho com a História da Matemática na sala de aula, tendo como foco central alguns dos problemas que constam nos Papiro Rhind, de Moscou e de Kahun, todos egípcios. O destaque principal é para o método da falsa posição, utilizado no Antigo Egito, e que foi difundido em outras regiões, fazendo parte inclusive de manuais de matemática editados no Brasil até as primeiras décadas do século XX. O método da falsa posição se constitui metodologia alternativa para se resolver alguns problemas, possibilitando ao aluno um outro modo de resolução e também ampliando o desenvolvimento do raciocínio matemático. No mini-curso, serão apresentados, resolvidos e discutidos problemas dos três papiros egípcios mencionados anteriormente.

Palavras-chave: História da Matemática; Papiros egípcios; Método da falsa posição

1. Introdução

A História da Matemática é considerada como um dos caminhos para se “fazer matemática na sala de aula” contribuindo para o ensino/aprendizagem da Matemática escolar. (BRASIL, 1998). Trabalhando dentro de uma perspectiva histórica, é possível contextualizar e dar significado a determinados conteúdos. Além disso, cria-se um viés pelo qual o professor pode dar condições aos seus alunos de entenderem determinadas relações do homem com o conhecimento matemático construído em certa época, dentro de contextos e aspectos sócio-culturais próprios, particulares, que, posteriormente, foram sendo difundidos, e/ou adaptados, e/ou generalizados – promovendo uma desmistificação das ciências. Propicia-se, assim, aos estudantes a visão de “uma matemática” que é o resultado de um processo humano e histórico, apagando a visão evolucionista e eurocentrista da Matemática, que se costuma imprimir na escola. É importante trabalhar em uma perspectiva reflexiva, na qual se conduz o estudante a refletir amplamente sobre as “informações históricas de modo a estabelecer conexões entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática presente nessa história” (MENDES, 2006, p. 97).

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) e o *Mathematical Association of America* (MAA), há muito tempo, ressaltam a importância de o professor inserir abordagens históricas nas aulas de Matemática. No Brasil, vários educadores matemáticos compartilham desse ponto de vista. Inegavelmente, conhecer “historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje.” (D’AMBROSIO, 1996, p.30).

Para D’Ambrosio (1996), “uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino” (p.23). A utilização da História da Matemática tem efeitos positivos, seja como motivação, como uma forma de o aluno vivenciar alguns e/ou conceitos métodos desenvolvidos ou apenas tomar conhecimento de como a matemática foi sendo construída e aprimorada, com erros e acertos. Além disso, a História da Matemática pode ser vista como

um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. Esta visão crítica da Matemática através de sua História não implica necessariamente o domínio das teorias e práticas que estamos analisando historicamente (...) Conhecer historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje. (D’AMBROSIO, 1996, p.30).

No entanto, essas perspectivas com uma finalidade didática se mostram um desafio para os docentes.

Uma abordagem histórica que tenha como fio condutor fontes originais pode gerar um ambiente investigativo em sala de aula, com um forte componente motivador para o “fazer matemático”, num processo que propicia outras pesquisas e conexões com a própria matemática e outras áreas do conhecimento. É dentro desta perspectiva que proponho o resgate de alguns problemas presentes nos papiros egípcios.

2. Papiro Ahmes, de Moscou e de Kahun

Inicialmente, é necessário dizer que o papiro (*Cyperus papyrus*) é uma planta que se tornou famosa pelo seu uso no Antigo Egito. Atualmente, esta espécie, em particular, está extinta. Era plantada às margens do Nilo, atingindo três metros de altura. Os egípcios desenvolveram com o *Cyperus papyrus* algo semelhante ao papel – que ficou conhecido como papiro, com a vantagem de ser leve e flexível – utilizado pelos escribas.

As hastes da planta eram utilizadas como alimento humano e para o gado. Além de servir como suporte para a escrita, as fibras e raízes ou das hastes dessa planta eram

empregadas também para confeccionar redes, esteiras, cordas, tecidos, sandálias, pavios de candeeiros a óleo, bem como na fabricação ou calafetagem de embarcações, etc. Os papiros – os primeiros livros – serviram para os mais diversos registros, sendo amplamente utilizados em terras egípcias. O clima seco do Egito contribuiu para que alguns papiros antigos fossem, de certa forma, preservados, apesar da sua fragilidade. É necessário salientar que o papiro¹, como *papel*, foi difundido e utilizado por outros povos até a Idade Média.

Alexander Henry Rhind (1833 - 1863), advogado e antiquário, nascido na Escócia, viajou para o Egito, no ano de 1855, por razões de saúde. Em 1858, comprou, em Luxor, um papiro que, posteriormente, foi conhecido como *Papiro de Rhind*², também chamado de *Papiro de Ahmes* ou *Papiro Ah*, porque foi escrito por um escriba chamado Ahmesu, por volta de 1650 a.C.



Figura 1 – Parte do Papiro Rhind³

Contendo tabelas e o enunciado de 87 problemas matemáticos, acompanhados da sua respectiva solução, na escrita cursiva hierática, o Papiro Rhind mede 5,13 m de comprimento por 33 cm de largura e foi copiado de documentos anteriores. No papiro, além dos problemas, encontra-se uma tabela da divisão de 2 por números ímpares – de $2/3$ até $2/101$ – muito importante porque, na matemática egípcia, além da fração $2/3$, para os cálculos, eram necessárias as conversões para se operar com as frações unitárias. Os

¹ Entre os itens de exportação do antigo Egito, o papiro em rolo foi um dos principais produtos. O Grande Papiro Harris, 41 metros de comprimento, é o maior papiro em extensão já encontrado. O Papiro Greenfield – um Livro dos Mortos – se constitui no papiro mais largo encontrado com 49,5 centímetros de largura.

² O Papiro Rhind faz parte do acervo do Museu Britânico, em Londres e alguns de seus fragmentos se encontram no Museu do Brooklin.

³ Figura extraída de: <http://ficus.pntic.mec.es>

problemas contidos no papiro envolvem operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e frações, potências, raízes quadradas, equação do primeiro grau, áreas de triângulos, trapézios e cálculo de volumes.

Em 1893, o egiptólogo russo Vladimir Semyonovich Golenishchev (1856-1947) comprou, no Egito, um papiro, escrito em hierático, que possui 25 problemas de matemática, acompanhados de sua resolução; porém, nem todos puderam ser traduzidos em virtude do seu estado de degradação. Esse papiro, com 5 metros de comprimento por 8 centímetros de largura, foi “batizado” com a denominação de Papiro de Golenishchev. A partir da sua venda, em 1917, para o Museu de Belas Artes de Moscou (Pushkin), passou a ser conhecido como Papiro de Moscou. Datado de 1890 a.C., período da XII dinastia, o documento foi escrito por um escriba que não deixou registrado o seu nome.

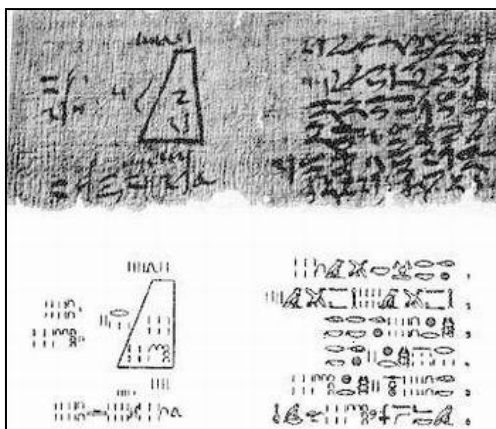


Figura 2 – Fragmento do Papiro de Moscou⁴

Os papiros de Rhind e de Moscou, representando as melhores fontes de informação e constituem-se nos mais antigos documentos egípcios de cunho matemático que chegaram até os dias de hoje. Os papiros contem problemas de ordem prática, mas também problema que podem ser denominados recreativos.

Um conjunto de fragmentos de diversos papiros encontrados no ano de 1889, nas escavações realizadas em Kahun (ou el-Lahun), pelo inglês Sir William Matthew Flinders Petrie (1821–1908), foi denominado Papiro de Kahun. O trabalho de restauração desses fragmentos e de tradução daqueles que ainda tinham um melhor estado de conservação foi realizado pelo egiptólogo britânico Francis Llewellyn Griffith (1862-1934). Foram

⁴ Imagem extraída de: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=26483>

identificados textos matemáticos em sete fragmentos, outros, considerados de grande importância, apresentam textos ligados à medicina egípcia.

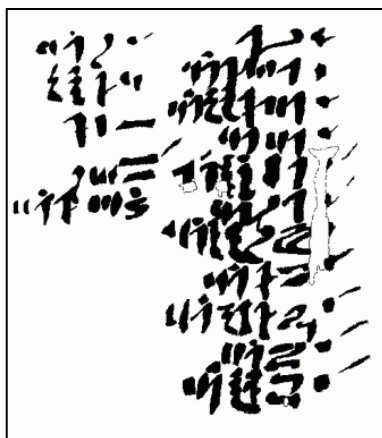


Figura 3 – Um dos fragmentos do Papiro de Kahun (IV.3)⁵

Não se sabe a real finalidade dos papiros Rhind e de Moscou, na época em que foram escritos, porém, revelando uma matemática elementar, os problemas e resoluções neles contidos nos levam a inferir que tivessem um caráter pedagógico, sendo destinados, provavelmente, a escolas de escribas, sendo, talvez, um manual de aritmética. Embora não contenham nenhuma demonstração das fórmulas e métodos usados, esses papiros revelam que, entre os egípcios, havia uma forma de raciocínio matemático muito peculiar. Verificamos que, alguns procedimentos tem equivalência com a regra de três, com uma resolução aritmética; no entanto, a resolução de determinados problemas “merecem a designação de algébricos”. (BOYER, 1996). A Aritmética dos egípcios era de caráter predominantemente aditivo. (STRUIK, 1997). O sistema de numeração hieroglífico se apresentava puramente decimal sobre bases lineares. (HOFMANN, 2006).

Para designar valores desconhecidos, no Egito, havia um hieróglifo que pode ser traduzido como “montão” – *hau* ou *aha* – por esse motivo, a “álgebra egípcia” ficou conhecida como *cálculo aha* (incógnita). O *método da falsa posição*, utilizado nos papiros, se constitui em um método aritmético indireto para resolução de problemas com valores desconhecidos, que recaem em uma equação do primeiro grau. Para resolver um problema utilizando esse procedimento, supomos um determinado valor como resposta, caso o valor não verifique a equação, fazemos uma comparação entre o valor escolhido, o valor obtido e o que se quer obter, chegando à solução do problema.

⁵ Imagem extraída de <http://www.legon.demon.co.uk/kahun.htm>

É importante ressaltar que o *método da falsa posição* não ficou restrito ao Egito, foi utilizado na Grécia e Índia antigas e nos países muçulmanos; por Leonardo de Pisa (Fibonacci), no século XIII; também por Luca Pacioli, no século XVI (EVES, 2004), bem como na China Antiga (BOYER, 1996).⁶ Posteriormente, com o desenvolvimento e difusão da álgebra, o método da falsa posição, paulatinamente, foi sendo abandonado. Entretanto, encontramos esse método ainda, em livros de aritmética publicados no Brasil até as primeiras décadas do século XX. (ZUIN, 2007).⁷

Considero que a utilização desse método pode ser vista como uma metodologia alternativa, que gera resultados positivos no ensino/aprendizagem, uma vez que pode promover uma aprendizagem significativa, auxiliando o desenvolvimento do raciocínio matemático.

3. O cálculo *aha* ou método da falsa posição

Ao que tudo indica, o fato de não possuírem uma álgebra simbólica, levou os egípcios a desenvolverem estratégias de cálculo, sendo algumas muito simples e efetivas. Até o presente momento, não foram descobertos outros documentos que possam indicar o(s) autor(es) dos métodos e das fórmulas utilizadas no antigo Egito.

O procedimento para utilização do *método da falsa posição* se inicia supondo-se um determinado valor hipotético como sendo a resposta do problema. No entanto, verifica-se que se tomavam valores convenientes para se evitar o trabalho com as frações, demonstrando que prevalecia, entre os calculistas egípcios, o princípio de simplificar os cálculos. Caso o valor hipotético atribuído não verificasse a “equação”, fazia-se uma comparação entre o valor atribuído, o valor obtido a partir deste, a incógnita e o valor real do problema, o que conduziria a uma comparação de frações, ou seja, utilizando proporções, resultando num caso de regra de três simples. Podemos verificar um caráter retórico nesse método, empregado para resolver problemas, os quais recairiam nas equações $x + ax = b$ ou, ainda, $x + ax + bx = 0$.

⁶ O método da falsa posição era utilizado na China, sendo encontrado no livro “Nove capítulos sobre a arte da matemática” de autoria de K’ui-ch’ang Suan-shu – escrito no Período Han (206 a.C. a 221 d.C.).

⁷ Durante algum tempo, creditou-se a Leonardo Fibonacci o desenvolvimento do *método da falsa posição*, ficando comprovado, no século XIX, que o método já era utilizado no antigo Egito. O papiro Rhind comprova que o *cálculo aha* – que ficou conhecido posteriormente como *método da falsa posição* – era utilizado séculos antes de 1650 a.C., quando o mesmo foi compilado.

Para entendermos o procedimento do *cálculo aha*, apresentamos o problema 26 do Papiro Rhind:

Problema 26 - Uma quantidade adicionada ao seu $1/4$ resulta 15. [Qual é essa quantidade?]

Na forma algébrica atual, teríamos: $x + x/4 = 15$

A forma de resolução apresentada no papiro é:

“Tome-se o 4 e, então, se $1/4$ dele dá 1 o total é igual a 1. Divida-se 15 por 5 e dá 3. Multiplique-se 3 por 4 e obtém-se 12”

O que foi feito é o seguinte:

Para o *aha* (x) escolhe-se o valor 4 (muito adequado porque elimina o cálculo com a fração). Assim, teríamos $4 + 4/4 = 5$, porém esse não é o valor correto porque o resultado é 15.

Então, se estabelece a seguinte relação:

$$\frac{\text{valor suposto}}{\text{valor obtido}} = \frac{\text{valor desconhecido}}{\text{resultado real}} \quad \text{ou seja,} \quad \frac{4}{5} = \frac{x}{15}$$

então, $5x = 4 \cdot 15$ ou $x = 12$

Outro modo de obter o valor da incógnita seria, simplesmente, analisando a proporção indicada acima. Como foi mostrado, é dentro desta perspectiva que Ahmes traz a solução, se 15 é o triplo de 5, então *aha* será o triplo de 4, assim, $aha = 3 \times 4 = 12$.

O *cálculo de aha* ou o *método da falsa posição* tem uma validade geral para a solução de equações lineares. Como não foram encontrados até hoje documentos que comprovem que os egípcios tinham real consciência disso, não podemos afirmar que tenham desenvolvido o método calcado em alguma teoria e que tivessem feito a demonstração do mesmo. Independentemente disso, o método demonstra um raciocínio lógico.

Durante o mini-curso, serão apresentados outros problemas e sua resolução em termos algébricos e geométricos.

4. Considerações finais

Em um trabalho com a História da Matemática, a escolha de fontes originais deve ser criteriosa, pois nem sempre é possível desenvolver atividades adequadas a uma determinada faixa etária e ou segmento de ensino. É primordial um estudo das fontes, um planejamento com objetivos bem definidos. O docente deve realizar uma pesquisa para conhecer aspectos sócio-político-históricos da época em que as fontes surgiram, para melhor entendimento das condições e finalidades dos saberes ali desenvolvidos. Esse entendimento auxiliará ao professor a definir melhor os objetivos a alcançar, a elaborar sua proposta de trabalho, a fazer uma explanação da temática, caso assim o desejar, e estar atento a determinados detalhes. Com este mini-curso, espero dar subsídios para que os professores possam refletir sobre as potencialidades de um fazer pedagógico que se apóie na História da Matemática e tenham segurança para utilizar os papíros egípcios como fontes originais, implementando outras metodologias em sala de aula.

5. Referências:

- BOYER, Carl B. **Historia da matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papyrus, 1996.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.
- HOFMANN, Joseph. E. **Historia de la Matemática: desde el comienzo hasta la Revolución Francesa**. México: Limusa, 2006.
- LEGON, John A. R. **A Kahun mathematical fragment**. Disponível em: <http://www.legon.demon.co.uk/kahun.htm>. Acesso em: 9 maio 2012.
- MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 79-136.
- STRUIK, Dirk. **História concisa das matemáticas**. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 1997.
- ZUIN, Elenice de Souza Lodron. A constituição da aritmética escolar no Brasil do Oitocentos e as implicações nos currículos atuais. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL LIVRO DIDÁTICO: EDUCAÇÃO E HISTÓRIA, 1, 2007, São Paulo. **Anais...** (CD-ROM) São Paulo: USP, 2007.