

MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEMÁTICA MEIO AMBIENTE: UMA EXPERIÊNCIA NA EDUCAÇÃO SUPERIOR

Celina Nunes Bacellar
Universidade Estadual de Feira de Santana (GCMM-NUPEMM)
celinabacellar@yahoo.com.br

Taise Sousa Santana
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Universidade Estadual de Feira de Santana (NUPEMM)
taisess@yahoo.com.br

Anayle Santos de Queiroz
Universidade Estadual de Feira de Santana (GCMM-NUPEMM)
anayle.ka@hotmail.com

Joaby de Oliveira Silva
Universidade Estadual de Feira de Santana (GCMM-NUPEMM)
joabyjos@hotmail.com

RESUMO:

Este trabalho descreve uma experiência vivenciada com a atividade intitulada “Restauração e Conservação das Matas Ciliares e Nascentes da Bahia”. Esta utilizou modelagem matemática como ambiente de aprendizagem, onde os alunos deveriam investigar uma situação oriunda da realidade, por meio da matemática, tendo como objetivo discutir as implicações da destruição das matas ciliares e analisar matematicamente a proposta do Programa Estadual de Restauração e Conservação de Matas Ciliares. A proposta era de recuperar cerca de três mil hectares de matas ciliares baianas até 2011. A atividade contou com a participação de alunos do 4º e do 5º semestres do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana-Bahia, que cursavam as disciplinas de Geometria Euclidiana Plana e Geometria Euclidiana Espacial. A discussão e a socialização das soluções demonstraram um rico espaço de interação e colaboração, onde se concluiu que a modelagem matemática e a geometria contribuíram para que fossem encontradas diferentes soluções, conforme o raciocínio usado pelo grupo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Meio Ambiente; Ensino Superior.

1 INTRODUÇÃO

A conservação das matas existentes ao longo das margens dos rios, e ao redor de nascentes e de reservatórios, denominadas matas ciliares, possui a preservação garantida pela Lei n.º 4.771/65, desde 1965. Esta preservação se deve à importância que elas têm para

manter o equilíbrio ecológico, proteger contra erosão do solo e conseqüentemente diminuir o assoreamento de rios e lagos, além de impedir a entrada de poluentes para o meio aquático.

Em maio de 2009, o Conselho Estadual de Recursos Hídricos (CONERH) criou o Programa Estadual de Restauração e Conservação das Matas Ciliares que tinha como meta, recuperar cerca de três mil hectares das vegetações que nascem às margens dos rios em todo o Estado da Bahia. Essa recuperação seria feita por meio do plantio de mudas como mostra na figura 1, obedecendo ao espaçamento de 2 x 3 m entre elas, distribuídas em uma faixa de 30 metros de largura. Contudo, apenas 80% destas mudas plantadas sobrevivem, ou seja, tem uma perda de 20% em cada plantio.

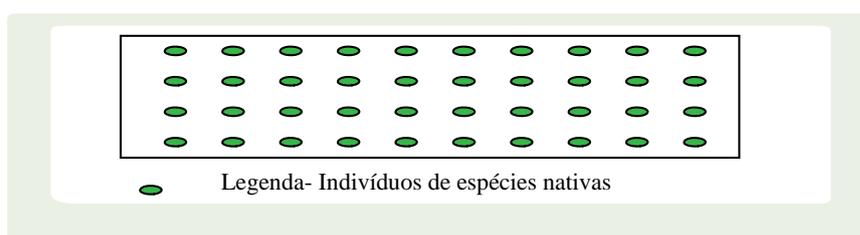


Figura 1. Desenho esquemático¹

Estas informações foram utilizadas para propor a seguinte problemática para os estudantes do ensino superior, no âmbito da disciplina de Geometria Euclidiana:

Qual o número máximo de mudas que devem ser plantadas para recuperar os 3 mil hectares da Mata Ciliar, no estado da Bahia?

Esta questão principal solicitava dos participantes a quantificação das mudas necessárias para recuperar os 3 mil hectares de matas ciliares, considerando a reposição das mudas que seriam perdidas nesse processo. Já a segunda questão, era de cunho reflexivo, pois eles teriam que argumentar sobre a seguinte pergunta:

Qual a importância da restauração e conservação dessas matas para o meio ambiente e para a sociedade?

A proposta da atividade aqui apresentada foi elaborada² inicialmente para ser aplicada pela primeira vez no III Workshop sobre Modelagem Matemática, em 2011³, que teve como

¹ http://www.ambiente.sp.gov.br/municípioverdeazul/DiretivaMataCiliar/material_tecnico_Mata_Ciliar/M anual.pdf Acesso em 25/05/2011

² Esta atividade foi elaborada pela primeira autora deste trabalho, no âmbito do Grupo Colaborativo de Modelagem Matemática da UEFS, tendo a participação da segunda autora na discussão e elaboração das possibilidades de solução dos estudantes ao utilizarem o EXCEL. Todos os autores

participantes neste evento, alunos da Licenciatura em Matemática da UEFS e, professores da Educação do Básica da Bahia. Todavia, este relato, foi gerado através de sua aplicação no ano de 2012, com uma turma composta por 15 discentes do curso de Licenciatura em Matemática da (UEFS)⁴, sendo que quatro estudantes cursavam a disciplina Geometria Euclidiana Plana e onze cursavam a Geometria Euclidiana Espacial. Estes foram convidados a participar da implementação da atividade pela primeira autora deste relato, que era a professora ministrante das disciplinas mencionadas anteriormente, cujos horários⁵ foram utilizados para a realização da atividade, totalizando seis horas distribuídas em dois dias.

Entre os alunos participantes, a minoria possuía algum conhecimento sobre modelagem matemática e esperava-se que eles buscassem relacionar conhecimentos associados às disciplinas na articulação da solução do problema proposto.

Este trabalho foi elaborado sob a concepção de modelagem matemática, que segundo Barbosa (2008), “é um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Esse ambiente de aprendizagem de acordo com Skovsmose (2000) é toda atividade escolar que oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar. Para Barbosa (2009), refere-se às condições sob as quais os estudantes são motivados a desenvolverem determinadas atividades.

Segundo Barbosa (2008), uma atividade pode ser definida como modelagem, sempre que ela seja um problema para os alunos, ou seja, eles não devem ter estratégias prontas “às mãos”, e ela tenha referência na realidade, ou seja, extraída do dia-a-dia ou de outras ciências. Nesta atividade, para solucionar o problema, os participantes utilizaram estratégias diferentes para a resolução, as quais geraram algumas respostas similares e outras distintas.

2. A ATIVIDADE

membros deste relato fazem parte do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM-UEFS) e estiveram envolvidos nesta experiência seja na elaboração, planejamento e discussão ou aplicação da atividade.

³ Ano em que a atividade foi elaborada e aplicada pela 1ª vez.

⁴ O campus universitário situa-se na cidade de Feira de Santana, a qual está a 109 Km da capital Salvador, na Bahia.

⁵ A atividade não fazia parte do Plano de Ensino das disciplinas, contudo, o horário foi utilizado, pois era o único comum às duas turmas.

No primeiro momento da atividade, conversamos sobre as agressões provocadas ao meio ambiente pela interferência humana e em seguida assistiram a um vídeo⁶ que tratava da importância de conservar as nascentes dos rios e suas matas ciliares. Posteriormente, receberam um texto contendo os dados necessários para a solução das questões relacionadas ao tema. No segundo dia, os grupos apresentaram as soluções encontradas, as quais foram socializadas.

2.1. Descrevendo o desenvolvimento da atividade

No primeiro dia, os alunos formaram seus grupos livremente, assistiram ao vídeo que tratava da importância das matas ciliares para o meio ambiente e depois receberam um texto, no qual se encontrava mais informações sobre este tema. Durante a leitura os alunos demonstraram interesse pela temática abordada no texto. Dando sequência a atividade, eles representaram a área geometricamente na forma de um retângulo, correspondente ao espaço que seria restaurado, buscando estratégias para resolver o problema proposto. Durante o desenvolvimento da atividade, tiveram dúvidas acerca da equivalência entre hectare e metro quadrado, pois eles não lembravam como calcular a transformação das medidas, mediados pela professora. Outras dúvidas surgiram em relação ao espaçamento entre as mudas a serem plantadas e também sobre a reposição das perdas, como mostra o diálogo abaixo:

Aluno B: Pode considerar a área de cada retângulo (3m x 2m).

Aluno A: Tem 6 m² cada retângulo.

Aluno B: Essa largura daqui pra cá é 30m? Aqui tem milhões de retângulos.

Aluno A: São 30 milhões m².

Aluno B: Corresponde a 32 plantas na 1ª coluna.

Aluno A: Encontrei 10 milhões e duas árvores.

Aluno C: Foi isso aqui o que nasceu?

Aluno B: Aqui foi o total que vai precisar não é? Sem os 20%.

Aluno C: Só que agora tem uma perda de 20%.

Aluno B: Multiplica por 20% e diminui isso ai. E soma os 20% em cima disso.

Para preservar a identidade do estudante, foi usado o código alfabético para representá-lo. O diálogo acima foi observado em um mesmo grupo. O estudante B dividiu a

⁶ Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=qGU5rO6Q4rs>, acesso em 25 de julho de 2011.

largura de 30 metros da margem que seria restaurada, de dois em dois metros, visualizando colunas e encontrando 16 mudas para cada lado da coluna. Para encontrar o comprimento da área, eles deduziram que se o total da mesma era de 30 milhões m^2 e a largura de 30m, então teria no comprimento 1 milhão m. A divisão do comprimento por três resultou numa resposta não exata, dificultando a continuidade da atividade. O problema foi solucionado com a intervenção de um terceiro aluno que sugeriu a inversão da posição das mudas ficando 3m na largura e 2m no comprimento.

A área a ser restaurada e a quantidade de mudas a serem usadas apresentaram algumas dificuldades, e para solucioná-las alguns alunos utilizaram a informação do espaçamento entre as mudas, determinando que a cada 4 mudas plantadas, seria produzido um retângulo, cuja área teria $6m^2$. Partindo dessa hipótese, o aluno A fez os cálculos e encontrou o total de 10 milhões e duas mudas por meio de uma Progressão Aritmética, como veremos posteriormente. Já o aluno C, preocupou-se com as mudas que seriam perdidas no plantio, e o valor foi calculado não considerando os 20% de perda, então, prontamente o aluno B apresentou como seria feito o cálculo.

O trabalho transcorreu num clima de investigação com diagnóstico, com participação intensa, troca de informações, ajuda mútua e colaboração entre os componentes dos grupos.

2.2 SOCIALIZAÇÃO DOS RESULTADOS

As soluções da atividade foram apresentadas na aula seguinte pelos grupos. Alguns destes encontraram respostas iguais, embora tenha seguido caminhos diferentes para encontrá-la e outro grupo chegou a resultado distinto dos demais. Neste momento, houve uma discussão interessante e proveitosa entre eles, pois refletiram sobre as soluções encontradas, apresentaram dúvidas, questionamentos, conjecturas, chegando em fim a um denominador comum.

Grupo 1 e Grupo 2

Os dois grupos resolveram a atividade de maneira similar. Consideraram o espaçamento entre as árvores de 2m de comprimento por 3m de largura, com a disposição das árvores conforme a figura contida na atividade.

Concluíram que para calcular o número de árvores precisavam usar o conteúdo matemático Progressão Aritmética (PA), que o primeiro retângulo tem uma área correspondente a $6m^2$ e nele são plantadas 4 árvores. Observaram que quando uniram dois

retângulos a área dobrou e o número de árvores foi aumentado em duas unidades. Com isso, deduziram que não podiam resolver o problema como se envolvesse uma medida proporcional, como podemos observar na explicação do grupo 1: “ Cada retângulo seguinte tem um aumento de 2 plantas. O segundo tem o 1º aumentado de 2 plantas. O terceiro é o 2º mais 2 mudas, e assim por diante. Precisamos saber quantos retângulos temos na extensão”. Sugerindo uma PA de razão 2.

A área correspondente para a restauração foi de 30 milhões de metros quadrados, encontrada a partir do produto de 3 mil hectares por 10 mil metros quadrados (valor em metros quadrados correspondente a um hectare). Logo, eles concluíram que sendo a largura de 30 metros, o comprimento seria de 1 milhão de metros, e que dividindo por 2 (espaçamento entre as mudas no comprimento), encontrariam 500 mil metros. Para calcular a quantidade de retângulos, o grupo mostrou que se cada um mede 3m de largura, teriam 10 retângulos na largura da área que seria restaurada. Portanto, bastava multiplicar 500 mil por 10, encontrando 5 milhões de retângulos. Como resolveram usando PA, os dados do problema foram substituídos na fórmula $a_n = a_1 + (n - 1)r$, sendo: $a_1 = 4$; razão = 2 e $n = 5$ milhões, tendo como solução $a_n = 10$ milhões e 2 plantas destinadas a restaurar a área de 30 milhões de metros quadrados.

Também foi solicitado o cálculo da reposição das mudas que são perdidas neste processo. Com isso, eles utilizaram o “x” para representar a quantidade de mudas e 0,2 para representar os 20% de perda, deduzindo a fórmula: $x - 0,2x = \text{total encontrado}$. Encontrando como resposta um total de 12 milhões, 500 mil e 3 mudas que seriam plantadas.

Grupo 3

O terceiro grupo resolveu o problema utilizando regra de três simples diretamente proporcional. Encontraram a área total como os anteriores. Foram resolvendo por etapas, transformaram 3 ha em metros, achando 30 mil metros quadrados. Como cada retângulo tinha uma área correspondente a $6m^2$, dividiram 30mil por 6, encontraram 5 mil retângulos. Utilizando os dados anteriores, aplicaram regra de três e obtiveram o resultado, como segue:

$$\begin{array}{l} 5 \text{ mil } \square \quad \rightarrow 30 \text{ mil } m^2 \\ X \quad \quad \quad \rightarrow 30 \text{ milhões } m^2 \end{array} \quad \text{Resultado de } x = 5 \text{ milhões de retângulos.}$$

Eles dividiram o resultado encontrado na regra de três por 2, e encontraram a quantidade de retângulos com vértices válidos, isto é, 2,5 milhões. Multiplicou esse quociente por 4, que são os vértices da figura, totalizando, 10 milhões de árvores necessárias para os 3 mil

hectares. Como se perde 20%, eles informaram que apenas 8 milhões de árvores sobreviveriam. Por esta razão, aplicaram novamente a regra de três e encontraram a quantidade máxima de árvores, como observamos a seguir:

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ milhões} & \rightarrow 0,8 \\ X & \rightarrow 1 \text{ ou } 100\% \end{array} \quad \text{Resultado de } x = 12,5 \text{ milhões}$$

Desse modo, o grupo 3 encontrou um resultado com uma pequena diferença dos anteriores.

Grupo 4

Este foi o último grupo a se apresentar, logo assistiu a todas as apresentações anteriores, chegando à conclusão que também utilizou estratégias similares para encontrar a área a ser restaurada. Conforme a citação "inicialmente a questão de achar a área foi praticamente a mesma".

Para encontrar o comprimento da margem a ser recuperada, eles fizeram o seguinte cálculo:

$$30\text{m} \times x = 30 \text{ milhões m}^2 \Rightarrow x = 1 \text{ milhão m}$$

Dando continuidade ao raciocínio usado, eles dividiram o valor do comprimento encontrado por 2, que era a distância de uma árvore para outra, encontrando assim que cada faixa horizontal possuía 500 mil árvores. Contudo, eles perceberam que aumentaria uma totalizando 500 mil e uma. A quantidade de árvores contidas nas faixas verticais foi obtida dividindo 30m (largura da faixa de preservação) por 3, e somando 1 muda, encontrando assim 11 mudas por faixa vertical, considerando que a primeira muda seria plantada no ponto 0, como mostra no esquema abaixo:

$$0\text{m} \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ árvore}; 3\text{m} \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ árvore}; 6\text{m} \rightarrow 3^{\text{a}} \text{ árvore}; 9\text{m} \rightarrow 4^{\text{a}} \text{ árvore}; \dots; 30\text{m} \rightarrow 11^{\text{a}} \text{ árvore.}$$

Após encontrar a quantidade de mudas que seria plantadas na largura, eles a multiplicaram pelo comprimento da área, ou seja, 11 por 500 001, obtendo 5 500 011 mudas.

Prosseguindo a resolução, calcularam os 20% de perda do plantio da seguinte forma:

20% de 5 milhões 500 mil e 11 árvores = 1 milhão 100 mil e 2,2 mudas. Juntando teremos 5 milhões 500 mil e 11 + 1 milhão 100 mil e 2,2 = 6 milhões 600 mil e 13 quantidade aproximada de árvores.

Foi observado que o grupo quatro fez apenas um cálculo correspondente às perdas no plantio. Tornava-se necessário, entretanto, que o grupo continuasse calculando 20% de cada

resultado encontrado, até chegar ao número de uma árvore. Após todo esse processo, somaria os resultados obtidos e encontraria o valor aproximado de mudas necessárias para restaurar a área determinada pela atividade.

O modelo geométrico tornou-se um facilitador, para que o grupo 4 encontrasse a quantidade de mudas inicial, mais próxima da realidade, pois perceberam por meio do esquema acima, que a primeira muda seria plantada no ponto zero.

2.3 CONSIDERAÇÕES RELEVANTES SOBRE A ATIVIDADE E SUAS SOLUÇÕES

A apresentação do Grupo 4 gerou uma discussão importante, sobre qual seria a quantidade de mudas mais próxima da realidade, fazendo com que todos os grupos refletissem o porquê das respostas estarem diferentes, já que matematicamente os cálculos estavam corretos.

Neste momento foram apresentadas várias conjecturas por alunos pertencentes a grupos diferentes, por terem percebido detalhes antes imperceptíveis e de grande importância para se chegar a um resultado mais próximo do real, como mostra o diálogo abaixo:

Aluno D: Essa parte tem uma irregularidade. A partir dessa, tem outra (referindo-se a 1ª coluna e 1ª e 2ª linhas de árvores de cima para baixo ou de baixo para cima, encontrados no modelo geométrico). Porque agora a gente tem aqui duas mudas e depois vai aumentar de uma em uma a partir da 2ª muda da 3ª linha.

Aluno E: Aqui foram 4 mudas (primeiro retângulo escolhido pelo aluno) e depois vai aumentando de 2 em 2. (referido-se duas primeiras linhas no horizontal) Se a gente pegar a partir da 2ª linha no vertical (referindo-se a primeira coluna), cada retângulo que a gente pegar aumenta 1 muda.

Os alunos D e E notaram certa irregularidade quanto à posição do plantio das mudas a partir da 3ª linha (comprimento), conforme modelo geométrico encontrado pelos grupos e verificaram que não podiam usar a razão 2 usada na PA anteriormente entre os retângulos.

Prosseguindo, o aluno D que pertence ao Grupo 1 comentou:

Aluno D do Grupo 1: A primeira forma que agente ia fazer era assim, essa faixa 1ª [1º lado da coluna no ponto zero], porque agente via que aumentava 11, 11, 11, ... cada linha (largura). Quantas árvores a gente tem nos 30 m [11], pegar a razão e quantas plantas tem na coluna, temos 22.

Daí, ele resolveu a PA com: $a_1 = 22$; razão = 11 e $n = 500\ 000$. Encontrou $a_n = 5$

500 011 mudas para restaurar a área de 30 milhões de metros quadrados. Encontrando no final, aproximadamente 6 875 014 plantas no total, considerando as reposições.

3 ANÁLISE E RESULTADOS

MUDAS NO HORIZONTAL X MUDAS NO VERTICAL

Um aluno do Grupo 1, após a socialização dos grupos, fez a seguinte observação em relação ao cálculo da quantidade de árvores usando PA para resolver, em uma área correspondente a um retângulo de 18m de comprimento por 21m de largura (Figura 4), calculando o total de mudas, usando a quantidade de árvores da coluna como razão ou número de mudas entre retângulos, fazendo assim, uma comparação.



Figura 4: Foto da representação da atividade do aluno do grupo 1.

1ª Forma: Razão de mudas entre retângulos (linhas) $a_1 = 4$; $r = 2$ e $n = 63$ retângulos

1º retângulo tem 4 mudas
2º retângulos tem 6 mudas
3º retângulos tem 8 mudas

} razão = 2 $\rightarrow a_n = 128$ mudas

2ª Forma: Razão de mudas entre colunas $a_1 = 8$; $r = 8$ e $n = 10$

1ª linha vertical 8 mudas
2ª linha vertical 16 mudas
3ª linha vertical 24 mudas

} razão = 8 $\rightarrow a_n = 80$ mudas

No retângulo da figura 4, encontramos espaço para o plantio de exatamente 80 mudas. Conforme a resolução da PA, usando como razão o número de mudas da coluna, o valor encontrado corresponde com o do espaço. Dessa forma, quando calculadas usando a razão entre retângulos, que corresponde a 2, elas são repetidas a partir da terceira linha (horizontal), de cima para baixo ou de baixo para cima. Justificando assim, a diferença de resultados encontrada pelos grupos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os esboços dos desenhos com base nos conhecimentos de geometria plana foram de fundamental importância para entendimento e solução da atividade proposta. Observou-se como foi fundamental o conhecimento prévio em matemática de cada participante, o qual promoveu possibilidades múltiplas e distintas para a realização deste trabalho, desde quando não havia imposição de conteúdo.

A atividade usando a modelagem como ambiente de aprendizagem deixou vestígios de interesse, colaboração e descoberta, além de estimular a busca de estratégias diferentes e espírito de equipe do grupo.

É oportuno salientar o valor da Geometria nesta atividade. Para encontrar o resultado foi construído modelo matemático como um instrumento que auxiliou a compreensão da realidade. Este descrito por meio de representação geométrica de um retângulo que representava a área que seria replantada. Por meio da representação geométrica, foi possível observar detalhes relevantes sobre a posição das mudas, facilitando assim, encontrar os resultados. Há indícios da importância da geometria para resolver problemas do dia a dia e que se tornou significativa para o aluno.

Os alunos consideraram de grande relevância a temática meio ambiente para uma atividade de matemática em sala de aula, que a mesma deveria ser mais conhecida e que outras questões sejam abordadas, considerando a modelagem matemática importante, conforme declarado pelos participantes da atividade.

REFERÊNCIAS

ATTANASIO, C. M. Manual Técnico: Restauração e Monitoramento da Mata Ciliar e da reserva Legal para a Certificação Agrícola - Conservação da Biodiversidade na Cafeicultura . Piracicaba, São Paulo: Imaflora, 2008. Disponível em:
www.iica.int/.../Sist%20de%20Gerenciamento%20de%20Recs%20Hídricos%20na%20.
Acesso em: 01 de abril de 2011.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

_____. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

_____. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 26, p. 17-25, 2009.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SITES:

Disponível em:

http://www.ambiente.sp.gov.br/municpioverdeazul/DiretivaMataCiliar/material_tecnico_Mata_Ciliar/Manual.pdf Acesso em 04/04/2011.

Disponível em: www.iica.int/.../

[Sist%20de%20Gerenciamento%20de%20Recs%20Hídricos%20na%20](http://www.iica.int/.../Sist%20de%20Gerenciamento%20de%20Recs%20Hídricos%20na%20) Acesso em 05/04/2011.

Disponível em: <http://www.inga.ba.gov.br/modules/news/article.php?storyid=523> Acesso em 11/04/2011