

GEOMETRIA FINITA COMO UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Herbert Gomes Martins

Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)

hmartins@unigranrio.com.br

Maria Aparecida Ribeiro da Silva

Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)

matematicida@gmail.com

Cleonice Puggian

Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)

Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

cleo.puggian@gmail.com

Resumo

Este trabalho descreve os resultados de uma pesquisa qualitativa, cujo objetivo principal foi demonstrar como a Geometria Finita pode contribuir no desenvolvimento de conceitos geométricos. A pesquisa fundamenta-se nas teorias das didáticas específicas, nos pressupostos da aprendizagem significativa e da metodologia conhecida como Engenharia Didática. Dados foram coletados a partir de um experimento matemático organizado na forma de Sequência Didática construída para organizar os conteúdos geométricos de forma lógica e contextualizada a fim de introduzir uma demonstração. As situações didáticas foram desenvolvidas com a intenção de motivar e aprimorar o desempenho do aprendiz em relação às leituras geométricas, desenvolver o raciocínio lógico-matemático e despertar diferentes caminhos do pensamento dedutivo. O experimento foi realizado durante os segundo e terceiro trimestres escolares de 2011 e dele participaram alunos do 1º. Ano do Ensino Médio Técnico da Escola Técnica Estadual Adolpho Bloch, da rede FAETEC, do Estado do Rio de Janeiro, do Curso de Turismo. As análises dos resultados da pesquisa nos levaram a concluir que os alunos tiveram facilidade tanto em analisar os espaços geométricos com quantidade finita de pontos e linhas, quanto na verificação dos axiomas apresentados, e foram capazes de representar por meio de desenhos as etapas de uma demonstração.

Palavras chave: Geometria; Educação Matemática; Ensino Médio.

1. Introdução

Entendemos que a geometria é, por excelência, o campo de estudo através do qual podem ser desenvolvidas as habilidades e competências preconizadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), sobretudo no que diz respeito à

relevância do conhecimento matemático para a aprendizagem ao longo da vida. Partimos, então, da premissa de que o processo de ensino e aprendizagem em geometria deve ser revisto em relação a estas habilidades que devem ser exploradas na educação básica, considerados os procedimentos da Didática Específica.

A presente pesquisa se insere no eixo das “práticas escolares” e mais precisamente no subeixo “recursos didáticos e educação matemática” e se propõe apresentar uma alternativa metodológica para o desenvolvimento de competências no ensino básico, como as de “representação e comunicação” e “investigação e compreensão”. Através da proposição de problemas e usando representações geométricas, dá ênfase à construção de justificativas e argumentações com o objetivo de realizar inferências no contexto social. Para isso fizemos uso de uma unidade didática com atividades organizadas e articuladas conhecida como Sequência didática onde, segundo Zabala (1998), devem ser consideradas as intenções educacionais para a melhor definição dos conteúdos de aprendizagem.

A sociedade, em constante evolução, necessita adequar as práticas educacionais. Estudos vêm se dedicando a definir as dificuldades encontradas pelos aprendizes nas diversas disciplinas, apontando metodologias que possam auxiliar nesta complexa relação professor/aluno/ensino/aprendizagem. Os currículos e conteúdos precisam encaminhar o estudante rumo à aprendizagem, e neste ponto concordamos com Marcondes(2008) na assertiva de que é importante desenvolver as habilidades de leitura, interpretação, estudo independente e pesquisa para se conquistar a capacidade de buscar conhecimento.

Neste caminho pedagógico destacamos a importância de formular questões usando a matemática discreta, que podem auxiliar no desenvolvimento das tecnologias e das ciências da computação e na compreensão de fatos científicos básicos. Para Loureiro (2011) a matemática discreta provê um conjunto de técnicas para modelar problemas: o discreto e o contínuo estão ligados respectivamente ao conceito de analógico e digital e auxiliam nas construções dos algoritmos e de outros conteúdos necessários aos estudos da computação. A matemática discreta é uma ferramenta didático- pedagógica poderosa, como comenta Jurkiewicz (2002), por ser de compreensão acessível e oferecer novos caminhos e alternativas na resolução de problemas.

Sendo assim, partimos da idéia de que para promover aprendizagem devemos oportunizar momentos de análise e discussão que possam aquecer o processo de organização do raciocínio. Analisar espaços geométricos com número finito de pontos auxilia no desenvolvimento de leituras. Representar as conclusões favorece a comunicação

das justificativas e a construção de argumentações sobre a geometria observada, preparando o estudante para a prática das demonstrações. Para Gravina e Santarosa (1998) o aluno precisa ser ativo no seu papel de aprendiz e nesta perspectiva a aprendizagem depende das ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar.

As Didáticas Específicas podem colaborar com a busca por melhores formas de ensinar e aprender matemática e, neste sentido, alguns autores se colocam em relação às limitações da didática geral vis-à-vis às novas competências e habilidades estabelecidas para esta área de conhecimento. As especificidades do saber matemático justificam a pertinência de um fazer pedagógico que parte do letramento matemático para buscar estratégias de ensino que proporcionem o nexó abstrato-concreto e produzam significado naquilo que se ensina e aprende.

A insatisfação em relação à matemática está relacionada também ao desenvolvimento nem sempre coerente dos conteúdos. Os conceitos devem ser justificados e relacionados com outros já estudados pelo aluno, para que sejam significativos, posto que para Ausubel (1980), o aprender é mais eficiente quando há interação entre conceitos prévios e o novo conhecimento.

A maior contribuição desse autor consiste, indubitavelmente, na proposição de uma teoria explicativa do processo de aprendizagem humana, embasada nos princípios organizacionais da cognição, valorizando, então, o conhecimento e o entendimento de informações. Autores como Gomes *et al* (2008) e Moreira (1988) recomendam que o ensino da matemática não seja reduzido meramente ao estudo do tipo “decoreba” ou a memorização mecânica.

A prática docente descontextualizada e a abordagem desconectada de conteúdos das diferentes disciplinas que compõem o currículo são apenas alguns dos fatores que têm estigmatizado a matemática e contribuído para que o seu ensino atravessasse uma fase de insucessos demonstrada por meio dos indicadores públicos de desempenho extraídos dos vários exames a que os alunos são submetidos. Os resultados insatisfatórios coadunam-se às impressões declaradas por alunos, pais e professores de que o ensino de matemática deve melhorar e que o nível de aprendizagem dos alunos está abaixo do desejado por estes, pelos professores, pela escola e pela sociedade em geral. Esta, por sua vez, deveria perceber na inaptidão matemática um traço comprometedor no letramento científico das novas gerações.

Os parâmetros curriculares para o Ensino Médio (PCNEM) preconizam uma aprendizagem de matemática que ultrapasse os limites da informação: “Não basta rever a forma ou a metodologia de ensino, e manter o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação” (BRASIL, 1999, p. 255).

E nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) podemos perceber a importância da geometria, do desenvolvimento do raciocínio dedutivo e da demonstração como justificativa das propriedades aplicadas:

[...] os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria. Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos (BRASIL, 1998, p.86).

Reforçamos assim a necessidade de propor situações problema que desenvolvam leituras geométricas, o hábito da argumentação, do raciocínio e da dedução.

As atividades propostas nesta pesquisa apresentam situações acessíveis à interpretação dos alunos, com questionamentos que indicam caminhos para a dedução e que estão organizados para incentivar a escrita de justificativas e de argumentações.

Ainda devemos ressaltar a importância da dedução e da argumentação:

[...] uma vez que a prática da argumentação é fundamental para a compreensão das demonstrações. Mesmo que a argumentação e a demonstração empreguem frequentemente os mesmos conectivos lógicos, há exigências formais para uma demonstração em Matemática que podem não estar presentes numa argumentação. O refinamento das argumentações produzidas ocorre gradativamente pela assimilação de princípios da lógica formal, possibilitando as demonstrações. (BRASIL, 1998, p.86)

Segundo Ávila (2009) a geometria ensinada na educação básica é pouco significativa e foi abandonada nos planejamentos escolares onde outras áreas do conhecimento matemático foram privilegiadas. Uma evidência disso é que os capítulos dos livros didáticos destinados aos conteúdos geométricos foram sendo postergados para o final do ano letivo e até descartados dos planos de estudo.

Neste sentido, o presente trabalho valeu-se da premissa que a aprendizagem da geometria é tanto necessária quanto deve ser viável o seu ensino e, portanto, deve-se repensar a didática específica desse campo disciplinar. De acordo com Van de Walle

(2009, p.439) “[...] não somos todos iguais, mas somos todos capazes de crescer e desenvolver nossa habilidade de pensar e raciocinar em contextos geométricos”.

Sugerir atividades com número finito de pontos pode ser uma forma fácil e dinâmica de propor ao aluno a resolução de problemas e familiarizá-los com raciocínios geométricos. A partir da visualização de figuras, da análise de sistemas geométricos, da relação entre propriedades dos objetos geométricos, da análise de argumentos, da apreciação e do confronto de diferentes sistemas axiomáticos propostos para espaços geométricos diferentes, podem-se auxiliar na estruturação de um sistema completo, composto de axiomas, definições, teoremas, corolários e postulados. Como define Van de Walle (2009) estes são os processos de pensamento usados em contextos geométricos para compreensão futura das idéias espaciais.

Segundo os Padrões Curriculares defendidos pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), uma organização internacional de professores e educadores de matemática, todos os alunos podem desenvolver suas habilidades e compreensões geométricas: “A excelência em educação matemática requer altas expectativas de equidade e forte apoio a todos os estudantes.” (NCTM, 2000, p.12)

As argumentações e demonstrações devem fazer parte das práticas docentes e discentes, com relevante importância na organização do raciocínio e no encadeamento dos axiomas, possibilitando o desenvolvimento lógico dos estudos da matemática, sendo recomendável, portanto, que haja uma revisão das práticas e das técnicas de ensino no sentido de levar o aprendiz a reconhecer um espaço geométrico definido e a perceber que para cada um destes espaços podemos validar um sistema de axiomas. Em suma, compreender a diferença entre axioma e teorema realizando conjecturas, contribuirá para uma aprendizagem mais significativa.

2. Metodologia

O objeto de estudo desta pesquisa foi o ensino da Geometria. Logo, justificou-se pelo interesse em apresentar contribuições para a melhoria do ensino dessa ciência. A questão da pesquisa foi: a proposição de situações problema envolvendo geometria finita pode ser uma alternativa metodológica para o ensino de geometria?

Partimos da hipótese de que o ensino de geometria desenvolvido a partir de conjuntos com número finito de pontos, pode ajudar a construir um pensamento geométrico e à construção de argumentações e justificativas. Além disso, o ensino

planejado através de uma sequência didática poderia auxiliar o aprendiz a relacionar conhecimentos e se apoderar de princípios básicos da geometria. O objetivo geral foi estudar os efeitos na aprendizagem proporcionados pela geometria finita, consubstanciada na verificação de propriedades através de situações-problema que envolvem um número finito de pontos. Como objetivos específicos, o estudo procurou:

1. apresentar atividades que desenvolvam geometria através da análise de espaços geométricos definidos com quantidade finita de pontos.
2. desenvolver um modelo de sequência didática que promova o ensino de matemática e produza significado para os sujeitos da pesquisa.

Para alcançar estes objetivos, nos apoiamos nos procedimentos metodológicos da Engenharia Didática, de Artigue(1996), que evidencia a importância das didáticas específicas para o ensino de matemática e das ciências e propicia uma ação pedagógica investigativa, através de uma abordagem qualitativa articulada a uma intervenção didática.

Realizamos observações e coletamos dados através das atividades organizadas em uma Sequência Didática, que focavam conteúdo geométrico e o formato das respostas, além das argumentações utilizadas pelos alunos com idades entre 15 e 24 anos pertencentes a uma turma do primeiro ano do ensino médio-técnico do Curso de Turismo da Escola Técnica Estadual Adolpho Bloch situada no bairro de São Cristovão, zona norte da cidade do Rio de Janeiro.

O produto resultante desta pesquisa é um modelo de Sequência Didática planejado para desenvolver habilidades geométricas com o uso de geometria finita, tendo como escopo a melhoria do ensino de matemática. Neste texto apresentaremos apenas os resultados da primeira e segunda atividades do estudo (pré-teste). O modelo de sequência didática resultante da análise de todo o experimento será reservado para um minicurso com o objetivo de compartilhar a experiência dessa estratégia metodológica bem como difundir a importância da geometria finita para a promoção da educação matemática.

3. Resultados

Nos meses de abril e maio de 2011 realizamos as atividades de análise prévia. Os conceitos escolhidos versaram sobre triângulos e quadriláteros que são assuntos explorados desde as primeiras vivências matemáticas da escola, e que de alguma forma constroem

uma aprendizagem pelas experiências em manusear materiais, pelos desenhos ou até pela comparação de modelos.

Entendemos que para realizar o pré-teste devemos usar atividades diversificadas e com a idéia de avaliar promovendo aprendizagem, inicialmente oferecemos um jogo para a construção de triângulos. O escolhido foi o “Jogo da Classificação dos Triângulos”, Bortolossi, Ferreira e Paiva (2009), que tem como objetivos a localização de pontos no plano cartesiano, o reconhecimento de segmentos de reta e a formação e classificação de triângulos e ainda a revisão de conceitos já estudados. Através dele discutimos a classificação dos triângulos, considerando os lados e os ângulos.

É um jogo interativo oferecido no *site* da Universidade Federal Fluminense para que o aluno possa conferir seus resultados a cada final de construção. No entanto, a falta de acesso à internet no laboratório de informática da escola fez com que o endereço virtual fosse levado para trabalho domiciliar e apenas 60% dos alunos concluíram a experimentação por falta de conexão. Em virtude destas dificuldades técnicas, no encontro presencial seguinte, desenhamos as construções em papel quadriculado. Foi muito enriquecedor, prazeroso e se transformou em uma grande experiência porque além dos desenhos dos triângulos, classificamos, usamos rotações e translações e observamos a medida dos ângulos, o que promoveu motivação para as propostas seguintes.

Pensando ainda em verificar o nível de desenvolvimento do raciocínio em geometria, utilizamos, na segunda atividade, questões para análise de figuras planas. Repetimos o conceito de triângulos e iniciamos a visualização dos quadriláteros, através de propostas sugeridas por Nasser e Sant’anna (2010), continuando a imprimir ao processo uma avaliação e uma oportunidade de discutir definições e propriedades.

Nossas intenções foram de reconhecimento, comparação, nomenclatura e análise das figuras, em relação aos elementos e às propriedades, seguindo o primeiro e segundo níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Para a realização deste momento de discussão, distribuimos exercícios em duas folhas: uma delas com figuras para recortar e manusear e a outra com as mesmas figuras geométricas impressas com espaço para escrita dos resultados da observação. Além deste material impresso, o grupo pode manusear modelos de sólidos geométricos e de figuras planas em madeira e em plástico. Sentados em duplas desenvolveram os registros através das seguintes instruções: após o recorte das figuras, procurem os pares indicados na folha

de registro e observem o que é comum, assim como as diferenças encontradas. Façam o registro individualmente.

Apresentamos a seguir algumas das observações que representavam as idéias demonstradas pelo grupo:

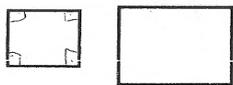
	Figuras Geométricas	Elementos em Comum	Diferenças
1		figuras planas, quatro lados, ângulos de 90° graus, diagonais iguais	memória dos lados
2		figuras planas, triângulos, ângulos de mesmo grau, diagonais iguais	memória dos lados

Figura 1 - Resultado da análise dos pares de figuras geométricas 1 e 2.

Participante 1 – Classificou utilizando o critério “ser plano ou não”, utilizou nomenclatura específica para figura plana de três e de quatro lados, mas a análise dos componentes, lados e diagonais, mostram que são elementos que ainda necessitam de definição.

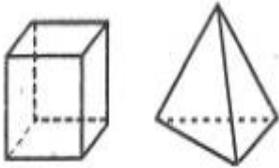
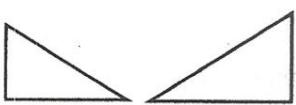
7		Possuem o mesmo nº de lados. ✓	possuem dimensões diferentes. ?
8		São cubos? Possuem mais de uma dimensão? ?	possuem lados 9? diferentes e também altura

Figura 2 - Resultado da análise dos pares de figuras geométricas 7 e 8.

Participante 2 - Reconhece os segmentos que formam os lados e consegue contar o número de lados. Reconhece que o par de figuras do item 8 possui mais de uma dimensão, e quando foi questionado respondeu que eram duas dimensões, mas cita a altura. É muito indeciso e nas discussões coloca interrogações nas dúvidas.

2		Os dois tem 3 lados	Um é um pouco maior que o outro.
---	---	---------------------	----------------------------------

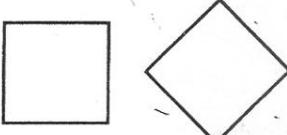
4		Os dois são quadriláteros	Um é quadrado e o outro é triângulo
---	---	---------------------------	-------------------------------------

Figura 3 : Resultado da análise dos pares de figuras geométricas 2 e 3

Participante 3 - Indicou apenas uma semelhança e uma diferença. Nenhuma propriedade foi citada e houve troca na nomenclatura. Conta os lados mas não faz referência a outros elementos.

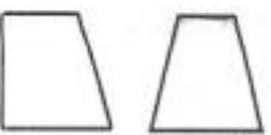
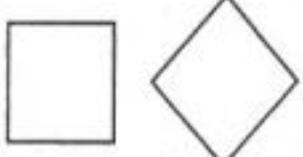
3		ambos tem o mesmo numero de lados, todos ombros tem um lado que o angulo e menor que	os angulos de três lados são diferentes.
4		ambos são quadrados, seus angulos de cada vértice são retos	a forma de como estão posicionados

Figura 4: Resultado da análise dos pares de figuras geométricas 3 e 4.

Participante 4 - Demonstrou segurança em reconhecer os segmentos que são lados dos polígonos, mas parece ainda não conhecer as nomenclaturas para figuras planas de quatro lados, que dependem das propriedades de cada quadrilátero. Ao falar de ângulo parece desconhecer a definição. Durante as aulas precisa de mais tempo para realizar a análise e sempre vem ao professor para se assegurar de que está certo no que lê.

Podemos concluir após esta segunda atividade que o grupo reconhece os triângulos sem fazer uso das definições que os caracterizam em relação aos lados e aos ângulos, apesar da participação anterior no Jogo dos Triângulos. Apresentam dificuldade no reconhecimento dos diversos tipos de quadriláteros. Alguns reconhecem retas paralelas e outros não se lembram deste conceito. Apesar disto, aconteceram contradições: quem reconhece retas paralelas nem sempre reconhece um paralelogramo e outros reconhecem

esse quadrilátero, usam o conceito de “ser paralelo a”, mas não sabem o que são paralelas, o que talvez seja um equívoco na linguagem.

Como resultados desta segunda atividade da análise prévia, com vistas a etapa cognitiva proposta pela engenharia didática, percebemos que através da comparação entre os registros dos instrumentos, que os alunos na sua maioria apresentavam dificuldades em reconhecer, nomear e analisar figuras em posições diferentes, e de reconhecer propriedades que pudessem evidenciar semelhanças e diferenças entre elas.

Este grupo de resultados já indica a necessidade de aprimorarmos as abordagens didática para o ensino da geometria, especialmente da geometria finita.

4. Considerações finais

A análise dos documentos do pré-teste confirmaram o pressuposto de que as leituras dos entes geométricos das figuras apresentadas ao grupo participante do experimento precisam ser desenvolvidas. Constatamos ser necessário detalhar mais a observação das partes para provocar o reconhecimento e a análise minuciosa, objetivando a formalização das definições e a abstração das propriedades.

Notamos também que o grupo atende com restrições às características do nível um de van Hiele, nível básico, que é de reconhecer, comparar e nomear figuras geométricas por sua aparência global. Para desenvolver a análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades na resolução de problemas, que seria o esperado no nível dois, é necessário construir o conceito dos elementos geométricos básicos.

Esta avaliação indica a necessidade de dinamizar as atividades de geometria para possibilitar o reconhecimento destes entes formadores de espaços geométricos. Com o reconhecimento destes elementos e analisando as noções comuns (axiomas), estaremos possibilitando ao aluno organizar a sua própria aprendizagem.

Os resultados deste estudo indicam que, apresentando aos alunos atividades diversificadas que podem servir de vivências geométricas, estas servirão para ancorar conceitos futuros além de motivá-los para a aprendizagem. Recomenda-se o estudo de espaços geométricos com quantidade finita de elementos, pois concluímos que a geometria finita pode ser considerada uma alternativa metodológica facilitando a análise, as conclusões e auxiliando na validação dos axiomas e representação de teoremas.

5. Referencias bibliográfica

ANTUNES, C. **Como desenvolver as Competências em sala de aula**. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2007.

_____. **A sala de aula de Geografia e de História das Inteligências Múltiplas. Aprendizagem significativa e competências no dia a dia**. Editora Papirus. 6ª. edição- Campinas, SP - 2008.

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions. Revista Eletrônica de Educação Matemática. V.3, 1998, p.62-77.

AUSUBEL, D. P.; Novak, J. e Hanesian, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

ÁVILA, G. Reflexões sobre o Ensino da Geometria. Revista **do Professor de Matemática, SBM**, volume 71. p. 3-8, 2009.

BORTOLOSSI, H; FERREIRA, C.; PAIVA, T. “**Jogo da classificação dos triângulos**”. **Laboratório Interativo**, UFF, 2009. Disponível em <<http://www.uff.br/cdme/jct/jct-html/jct-br.html>>. Acesso em 23/03/2012.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CANDAU, V. M. **A didática em questão**. Petrópolis: Vozes, 1983.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática**. ZETETIKÉ, Cempem, FE, Unicamp, v.13 , n. 23 –jan./jun. 2005.

COUTINHO, L. **Convite às Geometrias Não Euclidianas**. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.

D’AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**, 3.ed.rev., Campinas,SP: Autores Associados, 2009.

GOMES, A. P.; DIAS COELHO, U. C.; CAVALHEIRO, P. O.; GONÇALVEZ, C. A.N.; RÔÇAS, G.; SIQUEIRA-BATISTA, R. **A educação médica entre mapas e âncoras: a Aprendizagem Significativa de David Ausubel, em busca da arca perdida**. Revista Brasileira de Educação Médica, v. 32, n. 1, p. 56-59, 2008.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. “A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados”, In: **Informática na Educação: Teoria e Prática** – vol. 1, n. 1, 1998. Porto Alegre: UFRGS – Curso de Pós-Graduação em

Informática na Educação.

JURKIEWICZ, S.; Matemática Discreta em Sala de Aula in **História e Tecnologia no Ensino de Matemática**, volume 1 ,pp 115-161, Carvalho L. M.; Guimarães, L. C. (org.) 2002, IME-UERJ.

LOUREIRO, A. F. **Matemática Discreta: Introdução**. Belo Horizonte: UFMG, 2012.
Disponível em: <http://homepages.dcc.ufmg.br/~loureiro/md/md_0Introducao.pdf>
Acesso em: 18 fev 2012.

MARCONDES, M. I. Didáticas específicas são a chave do ensino. Disponível em:
<<http://revistaescola.abril.com.br/edicoes-impresas/213.shtml>> e
<<http://revistaescola.abril.com.br/formacao/formacao-continuada/chave-ensino-466832.shtml>> **Revista Nova Escola** 213 Jun/Jul 2008. Acesso em: 15 abr 2011.

MOREIRA, M. A. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa – Texto adaptado e atualizado em 1997, do trabalho de mesmo título publicado em O Ensino), **Revista Galaico Portuguesa de Sócio-pedagogia e Sócio-linguística**, Pontevedra/Galícia/Espanha e Braga/Portugal, n.23 a 28, p. 87-95, 1988.

NASSER, L. (Coord.); SANT'ANNA, N. P. (Coord.). **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Projeto Fundação. IM/UFRJ, 2000.

National Council of Teachers of Mathematics.. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: Author, 2000.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**; 6ª. Edição. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1998.