

UMA RELEITURA DO LIVRO “A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS” DE GEORGE POLYA (1978)

Aline Alves Costa
Universidade Federal de Sergipe
liu.enila@hotmail.com

Mirleide Andrade Silva
Universidade Federal de Sergipe
mirleideandrade@hotmail.com

Resumo

Neste trabalho é apresentado o resultado de uma pesquisa bibliográfica que buscou identificar o que George Polya denominou de problemas matemáticos e as estratégias para solucioná-los, no livro “A Arte de Resolver Problemas”. Com a ressalva que a intenção é extrapolar a recomendação explícita dos quatro passos: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. O exame permite afirmar que o autor não explicita uma definição, embora utilize a expressão em diferentes situações e normalmente atrelada a um conteúdo ao denominá-los como problema aritmético, problema algébrico ou problema geométrico. Outros traços característicos são a hierarquia na complexidade do problema e a dependência a conhecimentos prévios. Em relação às estratégias o autor permite ainda identificar o papel do professor e o papel do aluno nas estratégias de resolução.

Palavras Chave: Problemas Matemáticos; Resolução de Problemas; Estratégias para a Resolução de Problemas.

1. Introdução

Neste trabalho é examinada a obra *A Arte de Resolver Problemas* da autoria de George Polya¹ (1978) com o intuito de identificar como era denominado por ele problema matemático, as estratégias propostas para resolvê-los e o papel do professor e do aluno perante os problemas apresentados. A opção por essa temática foi instigada a partir do momento em que ao produzirmos um levantamento dos trabalhos sobre resolução de

¹ Segundo Ramos, Mateus, Matias e Carneiro (2001, p. 10-11) George Polya (1897 – 1985) foi um matemático húngaro que pesquisou em vários ramos da matemática e sua maior contribuição está relacionada a heurística da resolução de problemas matemáticos, publicou vários trabalhos em especial o livro: *How to Solve It* em português *A Arte de Resolver Problemas*, é referência para estudos indicativos à resolução de problemas.

problemas e constatamos que na maioria deles a obra de Polya (1978) é tomada como referência.

Por exemplo, na dissertação de Alvarenga (2008) sobre o raciocínio lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio, a autora destaca que:

A resolução de um problema, para Polya (1978), envolve, primeiramente, a identificação do problema, ou seja, a compreensão do mesmo, depois a elaboração de um plano para solucioná-lo, posteriormente, a execução deste plano (neste momento há a mobilização de conhecimentos e estratégias) sendo que só então o aluno chegará à solução proposta. Por último ao retrospecto, à verificação de sua resposta e reflexão acerca dos procedimentos adotados para concluí-lo. (ALVARENGA, 2008, p. 24)

Percebemos que a autora faz uso da abordagem de Polya em relação as quatro etapas destacadas pelo autor para resolver problemas. Esse mesmo destaque também é identificado no trabalho de Allevato (2005), ao discutir sobre a importância de Polya para a resolução de problemas, a autora afirma que o autor colocou em seu livro o “roteiro” com orientações sobre como resolver problema.

Allevato (2005) enfatiza ainda que o livro *A arte de resolver problemas* provavelmente é o exemplo de trabalho com teor essencialmente voltado a ensinar sobre resolução de problemas. Enfatiza ainda que alguns dos seguidores de Polya defendem que para resolver problemas, “é necessária a adoção de estratégias que devem ser utilizadas a fim de se ter uma orientação específica de como se resolve um problema, ou seja, ensinam a resolver problemas, ou ainda, parafraseando Schroeder e Lester (1989), "ensinam sobre resolução de problemas".”(ALLEVATO, 2005, p. 49-50)

Outros trabalhos no formato de artigo como o de Nicolau (2009); Almeida e Ferreira (2010); Silva e Lamas (2010), publicados recentemente, também utilizam como aporte teórico Polya (1978). E na maioria deles há referência as etapas sugeridas na obra de Polya, que auxiliam na resoluções de problemas, tanto na sala de aula quanto no dia-a-dia, apesar de refletirem sobre a necessidade de flexibilizar o método, ou seja, o sucesso não está diretamente ligado ao fato de manter regras fixas, é possível pular etapas e ainda assim obter êxito.

Dos trabalhos científicos mencionados anteriormente e tantos outros de mesma temática são destacados basicamente os quatro passos de como resolver um problema que são: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Outra forte evidência no exame dos trabalhos é a confusão existente entre resolver um problema matemático e resolução de problemas como uma metodologia. Para tanto, Onuchic (2008) em seu trabalho sobre “Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo” também recorre a Schroeder e Lester (1989) para apresentar caminhos diferentes de abordar a resolução de problemas: “Teorizar sobre resolução de problemas; ensinar Matemática para resolver problemas; e ensinar Matemática através da Resolução de Problemas” (ONUCHIC, 2008, p.7). A autora ainda faz a seguinte reflexão:

O professor que ensina sobre Resolução de Problemas procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele. Ao ensinar matemática para resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Nessa visão, a proposta essencial para aprender Matemática era a de ser capaz de usá-la. Acabando a década de oitenta, com todas essas recomendações de ação, os pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos e, em 1989, começam a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da Resolução de Problemas. Ela passa a ser pensada, então, como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Essa forma de ensinar Matemática passa a ser vista como um modelo “Pós Polya”. Não se aboliaram as heurísticas nem a exigência de os alunos “pensarem” de Polya. Mas, o ensino, que até então era centrado no professor, passava a ser centrado no aluno. A Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, passa a ser o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas para os anos noventa (ONUCHIC, 2008, p.7).

Percebe-se com a referida citação que Polya é visto, pela maioria dos autores que discutem sobre resolução de problemas, pelo seu método de resolver problemas. E ainda afirmam que Polya não se atentava ao ensino e ao efeito das estratégias utilizadas na resolução dos problemas matemáticos e que na época da publicação do seu livro o foco estava no professor e não no aluno.

Ao realizar um exame das dissertações que versam sobre resolução de problemas em instituições como é o caso da UNESP, UFRS, PUCRS e UNICAMP, Trindade (2012) deixa claro que há uma diferença relevante nas abordagens de tais investigações, pois enquanto na produção da UNESP considera-se o processo ensino-aprendizagem-avaliação de um conteúdo por meio da metodologia resolução de problemas, nos trabalhos da UNICAMP busca-se identificar as estratégias dos alunos na resolução dos problemas matemáticos. E conclui que a resolução de problemas ora é tomada como ponto de partida para o processo de ensino e aprendizagem ora é utilizado como recurso no processo resolução. Ao verificar que trabalhos como o de Machado (2006) faz referência a Polya

sem deixar explícito um entendimento sobre o significado de metodologia resolução de problemas empregado na obra, Trindade (2012) ilustra que,

Como já apresentado anteriormente Pereira (2004) trabalha com o entendimento em que o problema é tomado como ponto de partida para a construção de conceitos matemáticos. O que não acontece com a proposta de Polya (1985) posta em “A arte de Resolver Problemas”, que apesar de ser considerado um clássico da temática em questão aborda o ensinar sobre resolução de problemas considerando quatro passos a serem seguidos-compreender o problema, elaborar, executar e verificar o plano. E nesse caso, o que está visto sendo discutido é a resolução de problemas matemáticos, ou seja, a resolução de problemas é visto como um recurso para resolver problemas matemáticos (TRINDADE, 2012, p. 57).

Será que, ao escrever o livro *A arte de resolver problemas* Polya pensava em divulgar apenas um método para resolver problemas? E o papel do professor e do aluno? E as heurísticas denominadas por Polya? E o que ele designava por problemas matemáticos? A fim de tecer um enredo sobre essas indagações e ainda ensaiar uma apropriação² do método heurístico do autor, desenvolvemos um estudo de cunho bibliográfico para responder adequadamente tais inquietações.

A partir do entendimento propiciado nesse estudo propomos uma apropriação das maneiras de resolução para assim identificar as possíveis estratégias de resolução ao depararmos com problemas matemáticos. Com isso, discutiremos nos tópicos a seguir os desdobramentos oriundos da análise da obra *A arte de resolver problemas*.

2. O que é problema matemático para Polya?

Na tentativa de identificar possíveis alterações nas várias edições da *A arte de resolver problemas* foi efetuado um exame na materialidade e conteúdo do livro. Ao examinarmos características da materialidade das diferentes edições (1978, 1994, 1995) traduzidas em língua portuguesa por Hélio Lisboa de Araújo, constatamos que o título sofreu alterações ou acréscimos, como são os casos de *A arte de resolver problemas* (1978), *A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático*(1994) e *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático* (1995). Já em relação ao conteúdo não houve alteração.

² Para Chartier (2001) apud Abreu (s.a, p. 69-70) “apropriar-se é estabelecer a propriedade sobre algo [...] Desta maneira, o conceito de apropriação pode misturar o controle e a invenção, pode articular a imposição de um sentido e a produção de novos sentidos”.

Ao examinarmos o texto de Polya (1978) constatamos que não há uma definição explícita que nos permita responder a indagação. O referido autor talvez não considerasse necessária tal exposição por assumir que o entendimento já era claro. Por conta disso ao longo do livro são identificados usos explícitos das expressões, mas sem maiores esclarecimentos. A seguir são apresentadas algumas sentenças que ilustram essa afirmação.

- Os materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são certos itens relevantes do conhecimento matemático já adquirido.
- Um dos primeiros deveres do professor é não dar aos seus alunos a impressão de que os problemas matemáticos têm pouca relação uns com os outros.
- Ao resolver um problema matemático, partimos de conceitos muito claros, que estão razoavelmente ordenados em nossa mente.
- Num problema matemático perfeitamente formulado, todos os dados e todas as cláusulas da condicionante são essenciais e têm de ser levadas em conta.
- De fato, ao resolvermos um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo.

Conforme está posto nos recortes apresentados parece que Polya entendia o problema matemático como algo a ser trabalhado de forma hierarquizada, ou seja, do mais simples para o mais complexo. Ainda é possível inferir que para o autor a existência de um problema matemático deve-se ao fato de está munido de conhecimentos prévios sobre um conteúdo relacionado. Constata-se também, que na concepção do autor o problema matemático só estará bem formulado quando todos os dados forem úteis para a resolução do problema.

O autor ainda atenta que se o problema for matemático, temos que recordar de problemas já resolvidos, de teoremas ou de definições. Essa afirmação de Polya nos remete a um questionamento, e se o aluno ao ler o problema não conseguir relacioná-lo com outro ou se não conseguir fazer uso de nenhum teorema ou definição o problema deixará de ser matemático?

Com relação a problemas não matemáticos, Polya em seu livro traz alguns exemplos como, o jogo de palavras cruzadas e o problema de um homem primitivo que desejava atravessar um riacho.

A partir desses exemplos considerados pelo autor como problemas não matemáticos e dos trechos destacados da obra ao falar sobre problemas matemáticos, acreditamos que

para ele um problema será matemático quando para solucioná-lo precisarmos mobilizar conhecimentos matemáticos já adquiridos e também devemos fazer uso de todos os dados presentes no problema e todas as condicionantes que farão parte do contexto do problema.

Outras passagens expostas na obra que possibilita um esclarecimento condizente com o fato da mobilização de conhecimentos matemáticos prévios no processo de resolução e inclusive são capazes de provocar outras reflexões relacionadas a tal entendimento.

- O nosso problema pode ser algébrico ou geométrico, matemático ou não, um problema científico importante ou um mero enigma. Não há diferença, as indagações fazem sentido e podem auxiliar-nos a resolver o problema;
- O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante;
- Se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados;
- Os resultados numéricos de problemas matemáticos podem ser verificados pela comparação com números observados ou por estimativa judiciosa de números observáveis. Como os problemas que surgem de necessidades práticas, ou da curiosidade natural, quase sempre objetivam fatos, seria de esperar que tais comparações com fatos observáveis raramente fossem omitidas;
- Com o auxílio de representações geométricas apropriadas, procuramos tudo expressar em linguagem gráfica, tentamos reduzir problemas de qualquer tipo a problemas geométricos;
- Em problemas de todos os tipos, mas particularmente nos problemas matemáticos que não sejam simples demais, a notação adequada e as figuras geométricas constituem grandes e indispensáveis auxílios.

Através das passagens ilustradas, é perceptível que Polya realiza uma abordagem do problema matemático atrelando-o constantemente a um conteúdo matemático a ele relacionado. Dessa forma entendemos que a existência dos problemas matemáticos está diretamente relacionada aos conteúdos requisitados nos seus enunciados e para resolvê-los o autor indica mecanismos auxiliares de acordo com o conteúdo matemático embutido.

Por falar nos conteúdos matemáticos apresentados nos recortes, algébrico e geométrico, por meio da releitura de *A arte de resolver problemas* observamos todos os

exemplos apresentados e pudemos identificar uma soma significativa desses exemplos que tratavam de problemas geométricos, enquanto isso os de natureza algébrica aparecem em poucos momentos. Talvez tal fato deve-se por Polya considerar os problemas geométricos como passíveis de poder ilustrativo favorável para a compreensão dos exemplos, o que não significa que o mesmo deixou de lado o tratamento algébrico, contrariamente a isso, em muitos problemas geométricos a condução da solução e a estratégia utilizada eram algébricas.

Prova disso, está explícita no corpo da obra em diferentes situações exemplares. Uma delas é o caso solicitado em “Calcular a largura e a altura de um prisma reto, de base quadrada, sendo dados o volume, 63 cm^3 , e a área da superfície, 102 cm^2 ” (POLYA, 1978, p. 75). Ao solucionar esse exemplo o autor afirma que após o conhecimento geométrico ser mobilizado pode-se “facilmente reformular ambas as partes da condicionante, de modo a tornar viável a sua tradução em equações. Escrevemos ao lado esquerdo da página um enunciado do problema, essencialmente rearrumando e ampliando, pronto para ser traduzido em linguagem algébrica” (POLYA, 1978, p. 75). Recomendando ainda que os alunos dividam a página no meio, ou seja, tracem uma linha vertical e em seguida escrevam num dos lados *enunciado verbal* e no outro *signos algébricos*. Porém, o autor também enfatiza o uso de figuras para solucionar problemas deste tipo.

Com isso, a leitura em torno da busca pelo entendimento sobre problema matemático evidencia que Polya faz referência as estratégias utilizadas no processo de resolução de problemas de acordo com os conteúdos imbricados no enunciado e as experiências adquiridas ao solucionar os problemas matemáticos as quais são bem trabalhadas na Heurística apresentada em sua obra.

3. Um destaque para a proposta de uma Heurística apresentada por Polya

Na seção anterior, explicitamos que publicações sob as formas de artigo, dissertação e tese analisados até o momento recorrem a obra de Polya, independentemente do ponto de vista ser favorável ou contrário, frisando a indicação dos quatro passos para resolução de problemas. Esses passos recomendados intitulam-se em sua obra por “Como resolver um problema”, resultantes do agrupamento de indagações e sugestões, estão presentes de forma majoritária nos problemas do livro. E nossa análise contempla as estratégias e soluções desenvolvidas pelo aluno no decorrer das atividades. Polya (1978)

esclarece que os diálogos existentes no corpo da obra são de um professor e um aluno ambos idealizados, cabendo ao último responder as perguntas. Certamente, tal fato deve-se pela recordação de seu tempo de estudante, no qual promovia tentativas de assimilação das resoluções e fatos a ele apresentados e, seu anseio enquanto professor para que alunos mais interessados passem a questionar a possibilidade de estabelecer uma resolução útil.

Dos trabalhos examinados até o momento não identificamos em nenhum um destaque para o que Polya denomina de Heurística. Porém ao fazermos a releitura da obra de Polya (1978) o autor faz valiosas explicações do termo Heurística. Para o referido autor, Heurística da mesma forma que Heurética ou “ars inveniendi” faz parte de um ramo de estudo, que não está bem delimitado e que pertence à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia. O autor ainda enfatiza que este estudo muitas vezes delinea, mas pouco apresenta com detalhes, e hoje esquecido. O objetivo da Heurística para Polya (1978) é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

Em seu livro Polya (1978) apresenta autores que discutem alguns indícios do estudo da Heurística, são os comentaristas de Euclides, Pappus, Descartes e Leibnitz, os dois últimos segundo Polya (1978) tiveram ideias fantásticas para sistematizar a Heurística. E o autor cita que Bolzano apresentou notável pormenorizada da Heurística.

Com isso, Polya (1978) afirma que seu livro é uma tentativa de reviver este estudo de forma moderna e modesta. E ai traz a Heurística moderna a qual para o autor procura compreender o processo solucionador de problemas, dando ênfase às operações mentais que tenham utilidade no processo de resolução. Acrescenta que a Heurística moderna dispõe de várias fontes de informação, não devendo ser desprezada. Polya (1978) afirma que:

Um estudo consciencioso da Heurística deve levar em conta, tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas. Não deve esquecer aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano escreveram sobre o assunto, mas muito menos pode desprezar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística. Neste estudo, não devemos descurar nenhum tipo de problema, e sim procurar aspectos comuns na maneira de tratar de problemas de toda sorte: devemos considerar os aspectos gerais, independentemente do assunto específico do problema. O estudo da Heurística tem objetivos “práticos”: melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino de Matemática. (POLYA, 1978, p. 87)

Desta forma, constatamos a importância da Heurística para estudos referentes à resolução de problemas, pois baseados nas informações dispostas por Polya não devemos nos atentar apenas ao resultado encontrado nas resoluções dos problemas, mas também as estratégias utilizadas para se chegar à solução, como também as experiências na resolução de problemas e também as experiências de observar essas atividades. Diante disso ficamos a nos perguntar, será que com isso Polya via o papel do professor como observador e o aluno ativo na busca de solucionar os problemas. Neste sentido, Polya (1978, p. 88) afirma que a “Heurística trata do comportamento humano em face de problemas”.

Atentando-nos também para o raciocínio heurístico, o qual em sua obra Polya (1978, p. 132) afirma que “[...] não se considera final e rigoroso, mas apenas provisório e plausível, e que tem por objetivo descobrir a solução do problema que se apresenta”.

Contudo, ficamos intrigados porque, que os trabalhos analisados até o momento não destacam a Heurística que é enfatizada por Polya em sua obra. Pois com a releitura do livro foi possível verificar que o estudo da Heurística traz influências benéficas para o ensino da Matemática.

O termo *Heurística* é associado ao estudo dos métodos de resolução de problemas com aplicação, segundo Polya, apenas a problemas de determinação. Tal tipo de problema caracteriza-se pela presença de incógnita, dados e condicionantes, enquanto que um outro tipo de problema exposto pelo autor, o problema de demonstração contém hipótese e conclusão.

Esse método de resolução de problemas ainda que conte com alguns elementos não configura-se enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, até porque observando o contexto temporal no qual a obra foi escrita e publicada em primeira impressão no ano de 1944, ainda não havia debates sobre o que hoje é denominado de Educação Matemática, que de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), investigar metodologias de ensino e aprendizagem na contribuição de uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor. Dentre as possibilidades metodológicas está a resolução de problemas, a qual encontra suporte em um dos documentos oficiais de educação, os Parâmetros Curriculares Nacionais.

4. Uma apropriação da Heurística de Polya em busca de identificação das estratégias para resolução de problemas matemáticos

Na seção anterior realizamos um destaque da Heurística apresentada por Polya (1978) e como desdobramento identificamos que estudar os métodos de resolução, ou seja, utilizar a Heurística, nos favorece conhecer as estratégias utilizadas pelo professor e principalmente pelo aluno ao resolverem problemas matemáticos. Ceder um olhar atento aos comportamentos expressos pelo aluno diante de um problema, tais como, interesse, articulação com um conteúdo relacionado, opção por organizar os dados e entre outros. Esses elementos por certo podem propiciar a identificação das estratégias adotadas pelos mesmos em sala de aula.

Nesse momento interessa-nos observar e compreender o comportamento do aluno frente aos problemas matemáticos, ou seja, identificar as estratégias de resolução desenvolvidas por ele e, isso será possível através da análise do seu papel durante os diálogos presentes no texto.

Tal mecanismo de identificar e compreender as estratégias³ desenvolvidas pelo aluno é nosso foco de investigação por ser nossa pretensão apropriar-nos dessa Heurística a fim de construirmos um entendimento para nossas futuras pesquisas de mestrado referentes às estratégias adotadas por alunos na resolução de problemas algébricos e geométricos.

Na obra encontramos componentes denotando o papel do aluno na aula de Matemática e destacamos os principais comportamentos exibidos durante os diálogos entre professor e aluno. Diante de problemas matemáticos propostos, o aluno por meio de estímulo verifica qual a incógnita, ou seja, o que se pretende obter no problema dado, em seguida examina o conteúdo envolvido e geralmente demonstra interesse e habilidade com teoremas ou problemas anteriormente resolvidos.

Mas em termos de estratégias para resolução dos problemas matemáticos o que aparece nas falas e atitudes do aluno são a recorrência as notações adequadas, símbolos e equacionamentos quando necessário, também o recurso às figuras no sentido de uma visualização dos dados e da compreensão da incógnita quando se trata de obter uma grandeza, tentativa e erro para certificar seu raciocínio é outra denotação de possível estratégia e por fim, identificamos poucas recorrências à aritmética como possibilidade para solucionar.

³ As estratégias destacadas do livro de Polya, serão tomadas como referente para os futuros trabalhos de dissertações, que versarão sobre estratégias utilizadas pelos alunos do ensino fundamental para a resolução de problemas algébricos e outro com relação às estratégias utilizadas para a resolução de problemas geométricos.

Assim, concluímos que o aluno resolve problema matemático utilizando a estratégia de associar um conteúdo para facilitar sua compreensão e estabelecer o plano de execução. Ora emprega conteúdos algébricos ora conteúdos geométricos, mesmo que os problemas não tenham vínculo direto com os conteúdos aos quais o aluno recorre.

5. Algumas considerações

Com a releitura do livro *A arte de resolver problemas* de autoria de G. Polya (1978) percebemos a importância que o autor trata os métodos para solucionar os problemas matemáticos, como já destacados são os quatro passos: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano e fazer o retrospecto da resposta para verificar se está correta a solução. Foi possível também através de um levantamento inicial de teses, dissertações e artigos que discutem sobre resolução de problemas que Polya faz parte da fundamentação teórica de quase todos eles, sendo que não há uma distinção entre esses usos quando se trata de uma metodologia adotada pelo professor ou como um recurso para resolver problemas matemáticos.

Por conta disso optamos por examinar o livro em busca de outros fatores além dos métodos destacados nos trabalhos já examinados, na tentativa de identificar característica de um problema matemático e a Heurística que é apresentada na obra, e os papéis do professor e aluno.

Assim, foi possível verificar que na obra de Polya (1978) não apresenta uma definição explícita do que denomina de problema matemático, porém através dos trechos apresentados no seu livro entendemos que a existência do problema matemático está diretamente relacionada aos conteúdos requisitados nos seus enunciados e para resolvê-los o autor indica mecanismos auxiliares de acordo com o conteúdo matemático.

Polya ao destacar a importância da Heurística indica a importância das estratégias utilizadas na resolução dos problemas matemáticos. E um aspecto que deve ser levado em consideração é o de professor como um observador e o do aluno como um sujeito que mobiliza conhecimentos prévios para estabelece estratégias pessoais para a resolução do problema matemático. E dos trabalhos examinados é possível afirmar que o foco na condução e utilização da proposta de Polya tem sido investigada na maioria dos casos a partir da ação do professor e não do aluno.

Quais são as estratégias adotadas pelos alunos para resolver problemas algébricos? E para resolver os problemas geométricos? E problemas aritméticos? As estratégias são comuns? Em que medida as pistas apontadas por Polya em seu livro a *Arte de resolver Problemas* auxilia na identificação das estratégias adotadas pelos alunos? Buscar respostas para essas indagações é pretextos para a realização de novas pesquisas.

6. Referências

ABREU, A. S. C. de. **Gestos de escrita em ambientes virtuais – uma análise.** In: e-urbano: sentidos do espaço urbano/digital. Disponível em <<http://www.labeurb.unicamp.br/livroEurbano/pdf/urbano5.pdf>>. Acesso em 19 mar 2013.

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** Tese (Doutorado em Educação Matemática), Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2005.

ALMEIDA, J. E.; FERREIRA, C. R. **Resolução de problemas: uma proposta metodológica para o ensino de geometria espacial.** 2010. Disponível em: <<http://pt.pdfsb.com/readonline/5956524166517437563378304358526d56413d3d-5067673>> Acesso em: 20 de jan de 2013.

ALVARENGA, R. C. M. **O raciocínio lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Educação), Marília: Universidade Estadual Paulista, 2008.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1ª a 5ª séries.** Ed.Ática. São Paulo, 2005.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos .** 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

NICOLAU, C. **Tendências em Educação Matemática- Resolução de Problemas: Como resolver um problema envolvendo Função Exponencial.** PDE-PR, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/411-4.pdf>> Acesso em: 20 de jan de 2013.

ONUChic, L. de La R. **O Estado da Arte da Pesquisa em Resolução de Problemas na Educação Matemática no Brasil e no Mundo.** In: II Seminário em Resolução de Problemas, Rio Claro, São Paulo, 2011. Disponível em <www.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/lourdes.pdf>. Acesso em 20 dez 2012.

ONUCHIC, L. de La R. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. In: I Seminário em Resolução de Problemas – Palestra de Encerramento. São Paulo. 2008. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf>. Acesso em 16 mar 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RAMOS, A.P; MATEUS, A. A; MATIAS, J. B. O; CARNEIRO, T. R. A. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. Disponível em <http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/polya/resolucao_problemas.pdf > Acesso em 12 mar 2013.

SILVA, W. D.; LAMAS, R. C. P. **Aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas na Geometria**. CNMAC, anais, 2010, v. 3, p. 1- 14.

TRINDADE, D. A. **Entendimento(s) sobre o uso da Resolução de Problemas matemáticos: o caso de professores de Matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju-SE**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). São Cristovão: Universidade Federal de Sergipe, 2012.