

ELO ENTRE OS AMBIENTES DIMENSIONAIS E SUA PERCEPÇÃO ESPACIAL POR MEIO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Carmelgia Marchini

Secretaria de Estado da Educação do Paraná

carmelgia@gmail.com

Resumo:

Este artigo é resultado de um trabalho realizado em 2009, como requisito parcial para conclusão do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE do Estado do Paraná. O trabalho foi realizado com alunos do 9º ano do Colégio Estadual Teotônio Vilela, em Curitiba/Paraná. Visou apresentar e desenvolver atividades diferenciadas para construção e compreensão de conceitos matemáticos, com atividades que envolviam a manipulação, a visualização e a experimentação. Por meio de situações vivenciadas pelos alunos, no intuito de estreitar a distância entre o prescrito e o vivido, focando os conceitos geométricos, especialmente os de geometria espacial, e os conceitos de grandezas e medidas, foi realizado um trabalho exploratório e experimental utilizando-se de materiais concretos manipuláveis envolvendo as dimensões: unidimensional, bidimensional e tridimensional, a fim de promover uma aprendizagem significativa, bem como a compreensão desses conceitos.

Palavras-chave: Geometria; elo entre as dimensões; materiais manipuláveis.

Introdução:

O Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE é uma política pública do Estado do Paraná que visa estabelecer um diálogo entre os professores do ensino superior e os da educação básica, por meio de atividades teórico-práticas orientadas, tendo como resultado a produção de conhecimento e mudanças qualitativas na prática escolar da escola pública (PARANÁ, 2007).

Dentre as muitas atividades que devem ser desenvolvidas, enquanto o professor encontra-se no Programa, uma delas é a prática pedagógica que deve ser aplicada diretamente com os alunos. Logo, a prática selecionada pelo meu orientador do PDE e por

mim, foi o trabalho com a geometria espacial. Para explorar esse conceito foi utilizado como recurso pedagógico, materiais manipuláveis construídos pelos alunos.

Estudos demonstram que, por meio dos conceitos geométricos, o aluno desenvolve habilidades e conhecimentos que lhe permitem compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. Essas habilidades permitem ao aluno, o entendimento e a percepção das várias situações, desde as presentes na Geometria Euclidiana, nas Não-Euclidianas, bem como, nas situações fora do contexto escolar, auxiliando-os na formalização, no desenvolvimento de uma intuição mais refinada e para estabelecer conexões entre a matemática e as outras áreas do conhecimento.

Percepção Espacial

A percepção espacial desempenha um papel fundamental no reconhecimento de formas, de propriedades geométricas, de transformações e de relações espaciais. Com uma percepção espacial refinada é possível compreender melhor o mundo físico em que vivemos, melhorando nossa adaptação espacialmente tridimensional.

Para Alsina, Burguês, Fortuny (1989, p. 16),

a percepção espacial pode ser comparada com a interpretação de um texto escrito. Da mesma forma que no processo de leitura são agrupados as palavras em frases, para a obtenção de um entendimento global da informação, na percepção espacial trata-se de obter uma mensagem através de uma interpretação e visualização das formas e relações das propriedades geométricas espaciais.

Nesse sentido, para que se tenha uma significativa percepção geométrica do espaço, é necessário fazer uma abstração das formas, explorando os objetos, por meio da visualização, manipulação, construção e compreensão da estrutura desse objeto. Diante disso, entendemos que, as atividades de exploração espacial constituem um suporte adequado no processo de aquisição do conceito espacial e que, as observações e experimentações geométricas com os objetos e elementos da natureza, propiciam certo conhecimento e estruturação das noções espaciais, pois à medida que um indivíduo vivencia o espaço por meio, principalmente, da visão e do tato, pode contribuir para a elaboração dos conceitos de forma, proporção, posição e orientação e desenvolver sua percepção de espaço tridimensional.

Para comunicar e expressar a informação espacial, que é imprescindível para observar objetos tridimensionais, é de grande utilidade representar as formas planas ou bidimensionais necessárias para desenvolver e completar a percepção do espaço.

No estudo da evolução da percepção espacial, Pallascio (1985) citado por Alsina, Burguês, Fortuny (1989, p.17) apresenta cinco fases: a exibição, a estruturação, a tradução, a determinação e a classificação. Cada uma dessas etapas inclui ações que vão desde o reconhecimento de objetos até a aplicação das propriedades matemáticas e a classificação desses objetos. A tipologia dessas etapas é definida como segue:

- 1) *A visualização*: Depois de ter observado um objeto, sua visualização é a memorização de imagens parciais, a fim de reconhecer objetos pela mesma, ou similar, mudança de posição ou escalas, entre uma variedade de objetos com o mesmo esquema.
- 2) *A estruturação*: Após visualizar um objeto, o estabelecimento de sua estrutura é a capacidade de reconhecer e reconstruir o objeto com base nos elementos constitutivos.
- 3) *A tradução*: Consiste em reconhecer um objeto de uma descrição literária e vice-versa.
- 4) *A Identificação*: Consiste em poder reconhecer a existência de uma descrição das suas relações métricas.
- 5) *A classificação*: É constituída por classes capazes de reconhecer objetos equivalentes de acordo com diferentes critérios para a classificação.

No cumprimento dessas etapas, buscamos desenvolver atividades visando a participação produtiva do aluno, assim como, habilidades de: observar (visualização), abstrair (estruturação), comunicar (tradução) e de organizar (identificação e classificação). Nesse sentido, contemplamos ideias que possibilitaram aos alunos, por meio da visualização e da manipulação de materiais concretos, compreenderem e interpretarem geometricamente o conceito espacial, visando uma melhor percepção de mundo tridimensional e sua relação com o plano bidimensional.

Durante essa prática pedagógica desenvolvemos conteúdos relacionados à Geometria Plana e Espacial, entre eles: ponto, reta, posição de retas, plano, estudo dos poliedros regulares, área e volume. Acreditando que o aluno não pode ser passivo diante das atividades propostas, mas, autores das construções que dão sentido ao conhecimento matemático, buscamos por meio da prática pedagógica relacionar a figura bidimensional com a construção do objeto tridimensional (os poliedros regulares), possibilitando ao aluno o “fazer matemática”.

Amílcar (2003, p. 81) pautado nas teorias de Piaget, em sua dissertação de mestrado “Ensino e aprendizagem da Geometria através das formas e visualização espacial”, relata a opinião dos alunos sobre a visualização que o material didático proporciona,

pôde-se comprovar através da opinião dos alunos que, a visualização que o material didático manipulável proporciona, pode facilitar a assimilação dos conteúdos da Geometria, que o aluno ao manusear o material está construindo seu próprio conhecimento e seus próprios conceitos de Geometria através da visualização das formas geométricas.

Neste contexto, Amílcar (2003) ressalta a importância da utilização de materiais didáticos manipuláveis, favorecendo sua aplicação prática na construção dos conceitos envolvidos. Entende-se que a visualização tridimensional que o material manipulável proporciona, facilita a assimilação dos conteúdos, pois tudo que é próximo de sua realidade contribui para a compreensão e criação de seu próprio conhecimento e conceitos do espaço geométrico.

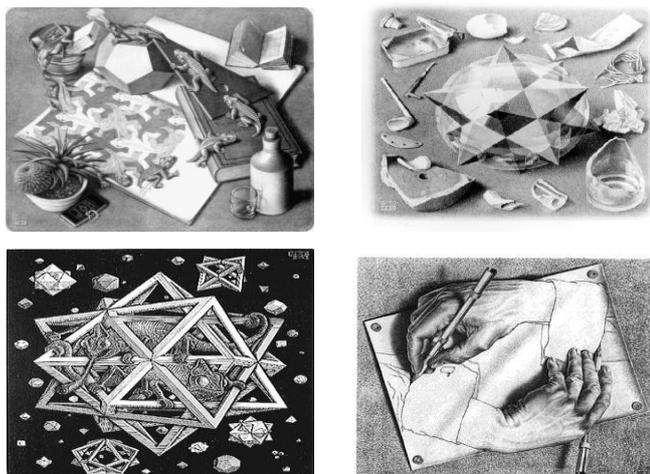
A experiência

A contextualização requer a participação do aluno no processo de aprendizagem, fazendo conexões entre os conhecimentos. Organizamos esse trabalho pedagógico de forma a proporcionar condições para que ocorra a aprendizagem de forma significativa possibilitando ao aluno fazer conexões necessárias tanto dentro como fora da escola. Para tal, o trabalho foi desenvolvido em algumas etapas:

1º etapa: Atividade exploratória - observação, manipulação e desenvolvimento da percepção espacial.

Para que houvesse uma relação entre objetos geométricos do cotidiano dos alunos, buscamos proporcionar condições para que relacionassem esses objetos geométricos com figura plana e/ou imagem de um objeto do seu cotidiano. Para a realização dessa tarefa utilizou-se de figuras das obras do autor Escher, cartazes com figuras planas planificadas e objetos de formas tridimensionais - os poliedros regulares. Esta atividade buscou possibilitar aos alunos atividades exploratórias, como visualização, manipulação e questionamentos sobre a relação entre figuras geométricas planas com o sólido geométrico, e ainda, proporcionar condições para que o aluno pudesse relacionar o contorno das faces de um poliedro com as figuras geométricas planas como recursos na visualização e percepção espacial.

Figuras das obras do autor Escher utilizadas na mostra:



Fonte: http://www.epo.pt/mat/escher/obras_de_escher.htm Originalmente publicado em **Ciência Hoje das Crianças** (1986) escrito por Sheila Kaplan.

Por meio da mediação do professor, buscou-se aprofundar os conhecimentos dos alunos. Após serem combinados os critérios para a classificação do bidimensional e do tridimensional, foram levantados alguns questionamentos como: Quais são as semelhanças entre a representação tridimensional com a figura bidimensional? Elabore um desenho do corpo sólido observado representando a sua percepção sobre tridimensão. Visando à apropriação da forma do corpo sólido, desenhe-o planificado. Utilizando os materiais necessários, transforme o desenho de observação na forma tridimensional;

Após o aluno ter observado, comparado a figura bidimensional com o sólido (o tridimensional) e, transformado o desenho de observação num sólido geométrico teremos parâmetro para verificar se o aluno: Percebeu a relação entre a forma da figura plana com o objeto concreto; Interpretou geometricamente o objeto percebendo sua constituição de forma, proporção, posição e orientação; Estabeleceu o elo entre os conceitos, linguagens, representações e conhecimentos matemáticos das dimensões;

2º etapa - Abstração das propriedades matemáticas: Elo entre o uni e o bidimensional:

Após a etapa de: observar (visualização), abstrair (estruturação), comunicar (tradução) e de organizar (identificação e classificação), partindo da definição de Euclides, sobre os três conceitos primitivos: pontos, retas e planos, passamos ao processo de abstração das propriedades dos sólidos geométricos, por exemplo: vértice, arestas, faces etc. Encerrada essa etapa, buscamos abordar desde a figura sem dimensão (cuja entidade

geométrica é o ponto), as figuras unidimensionais (entidade geométrica: a reta) até as figuras bidimensionais (entidade geométrica: o plano). Para que houvesse a sistematização das propriedades matemáticas, retomamos o conceito inicial sobre retas, focando sua única dimensão, o comprimento, no intuito de esclarecer qual unidade de medida a ser utilizada quando se calcula a medida do comprimento da “aresta” de um poliedro.

O próximo passo buscou a relação entre a reta, o unidimensional, com a figura plana, o bidimensional, em suas duas dimensões, comprimento e largura. Ao trabalharmos a figura plana, focamos as posições relativas entre duas retas, os seus ângulos, a medida do comprimento de suas arestas e a escolha de uma unidade de medida, o cálculo da área da superfície da figura planificada, bem como a utilização da unidade de medida apropriada (ao quadrado). Neste momento foi feita a exploração da figura planificada (bidimensional) de cada poliedro regular, motivando a utilização das fórmulas algébricas, através da dedução heurística das fórmulas no cálculo das medidas das áreas das superfícies das faces e da superfície poliédrica (foi alertado que posteriormente seria feita a construção do poliedro regular com as mesmas dimensões das figuras planas, por isso deveriam refletir sobre as medidas utilizadas). Buscou-se identificar em cada figura plana do poliedro regular a medida de seus ângulos e sua classificação, bem como a posição relativa entre duas retas. No cubo e no tetraedro além da medida da superfície também calculou-se o volume desses sólidos, utilizando unidades de medidas (cúbica) e a conversão entre as unidades cm^3 e litros.

3º etapa – Estreitando o caminho entre teoria (cálculos matemáticos) e a prática por meio dos materiais concretos (construção dos poliedros regulares): Elo entre os ambientes dimensionais:

Procurando aliar teoria e prática, os alunos fizeram a construção dos poliedros regulares utilizando materiais diversos como: papel cartão, madeira, palito de churrasco e aço inox. Nesse momento, foi lembrado aos alunos que deveriam construir os poliedros regulares com as mesmas medidas da figura planificada, para que pudéssemos comparar a quantidade de material utilizado com os cálculos das superfícies e aos do volume. Diante disso foram levantados alguns questionamentos como: Quais as particularidades de cada um dos poliedros regulares em relação as suas faces? Qual sua relação com a sua figura planificada? Identifique qual a posição entre duas retas presentes em cada poliedro. Qual a

quantidade de material utilizado para a construção dos poliedros? Relacione o volume do poliedro em relação a sua capacidade fazendo a conversão de cm^3 em litros etc.

No sentido de validar uma proposta de um ensino e aprendizagem significativa, buscou-se proporcionar aos alunos condições para que estabelecessem e firmassem o elo entre as dimensões uni↔ bi ↔ tri, fazendo conexão entre teoria e prática utilizando objetos tridimensionais (os poliedros regulares) comprovando as propriedades matemáticas por meio dos cálculos das medidas de comprimento, superfície e volume. No manuseio do objeto tridimensional, o aluno utilizou-se de: pinos para a representação do vértice (ponto: algo sem dimensão); varetas para a representação das arestas (retas: unidimensional); figuras planas para a representação das faces (figura bidimensional) na formação do poliedro regular (objeto tridimensional). Buscando ampliar o desenvolvimento da compreensão concreta do aluno bem como o exercício do pensamento lógico dedutivo, foi utilizado de um cubo construído de aço inox para que os alunos fizessem a demonstração e comprovação do cálculo de seu volume. Os alunos fizeram a experiência de comprovar o cálculo da medida da capacidade, encontrado na figura planificada, despejando líquido de um litro de água para o cubo, demonstrando a conversão realizada do cm^3 em litros, relatando sua experiência.

4º etapa - Atividade exploratória: Elo entre as dimensões

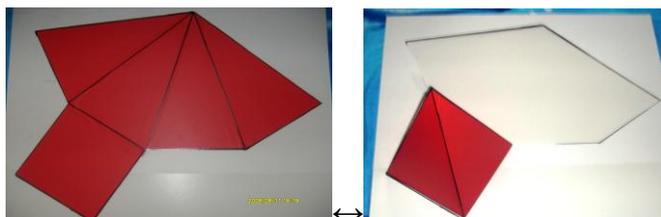
A geometria auxilia o aluno na decodificação das imagens, no desenvolvimento do conhecimento, permitindo compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive, organizou-se uma mostra pedagógica intitulada: “O elo entre as dimensões”, onde o aluno pôde estabelecer e aliar a teoria (cálculos matemáticos) com a prática (construção e manipulação dos poliedros regulares). Nessa mostra, o aluno pôde demonstrar sua capacidade de manipulação das fórmulas matemáticas (nas figuras bidimensionais dos poliedros regulares) articuladas à visualização e à experimentação utilizando-se de materiais concretos (poliedros regulares) relacionando as dimensões geométricas, por meio da expressão verbal e dos cálculos da medida do comprimento, da área da superfície e do volume do objeto tridimensional.

5º etapa – Organização da mostra: Divisão das equipes e suas respectivas funções.

1ª equipe - Introdução: Essa equipe, por meio da expressão verbal, realizou um relato sobre suas atividades exploratórias onde apresentaram: figuras da obra do autor Escher, cartazes com figuras planificadas e objetos tridimensionais. A mesma ainda era a

responsável pela demonstração de como ocorre o elo entre as dimensões, bem como dos conceitos primitivos dos axiomas de Euclides: ponto, reta e plano.

2ª equipe - Utilização de uma maquete para o estabelecimento de relações entre uma figura planificada e sua relação com o objeto tridimensional: Por meio de uma maquete de madeira, os alunos fizeram a relação entre a figura bidimensional planificada e o sólido correspondente, objeto tridimensional. Esta maquete proporcionou condições para os alunos perceberem o elo entre as dimensões do sólido geométrico.



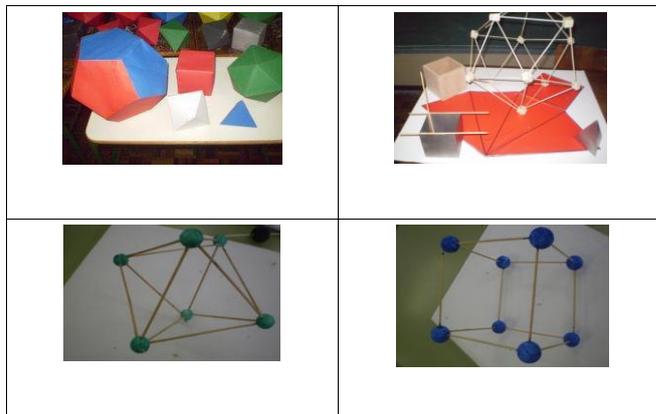
Fonte da autora

Da 3ª até a 7ª equipe ficaram responsáveis pela definição do poliedro regular. Na explicação referente aos poliedros regulares cada equipe ficou responsável por esclarecer sobre: particularidades (tipo de face), arestas, vértices, ângulos, posição de duas retas, área da face e da superfície poliédrica de um poliedro regular específico.

O intuito era que cada equipe relacionasse e levantasse questões que fizessem parte do próprio cotidiano, as quais ocorrem sem que as pessoas se dêem conta de que a resolução é muito mais simples do que se imagina. Ao reconhecer esse universo, estarão aptas a responder questões como: quanto de água cabem neste pote? (volume), quantos metros de piso eu compro? (metros quadrados – área da superfície) que, apesar desta utilização, da ideia intuitiva, alguns alunos desconhecem o conceito de área ou de volume.

Para que as equipes pudessem realizar suas funções de explicar e estabelecer o “Elo entre as dimensões” utilizaram-se de sólidos geométricos e de suas planificações, de maneira que essas representações pudessem induzir à visão espacial dos objetos tridimensionais representados em planos, sem prejuízo da diferenciação entre sólido e plano bem como entre objeto e sua representação. Para que se firmassem a apropriação do conhecimento, fizeram a apresentação da experiência realizada em sala de aula utilizando um cubo construído de aço inox na comprovação do cálculo de seu volume, demonstrando a conversão realizada da unidade de medida do cm^3 em litros, relatando sua experiência. Com o intuito de explicar o porquê do “cúbico” eles utilizaram do “cubo mágico” para a

demonstração da quantidade de cubos existentes no comprimento, na largura e na altura, fazendo a relação com a medida de capacidade do cubo.



Fonte da autora

Conclusão

As experiências relatadas neste trabalho nos mostraram possibilidades de oferecer aos alunos condições para que participem ativamente de todo o processo da construção de seu conhecimento. A utilização do material concreto, o sólido geométrico, proporcionou aulas de matemática mais interativas, que despertaram curiosidades, a criatividade e estímulo aos alunos a fazerem perguntas e descobrirem alternativas nas construções dos poliedros fazendo o elo entre as dimensões. Pode-se perceber que esse trabalho proporcionou ao aluno certa satisfação e conforto na aprendizagem.

A preocupação desse trabalho não era torná-lo meramente artístico e sim que tivesse significados em relação aos conceitos matemáticos. Pensamos que o trabalho em si tem muitas potencialidades, mas se não houver a mediação do professor, o material concreto, por si só, não contribuirá para o processo de ensino e de aprendizagem. Portanto devemos proporcionar aos alunos condições para que eles investiguem e observem as propriedades existentes nos objetos geométricos e as relações entre as dimensões. Sob esse enfoque esperamos fomentar novas discussões e olhares em relação à Geometria e sobre o “*Elo entre as dimensões*”.

Referências:

ALSINA, C., C. BURGUES, J.Mª FORTUNY. Invitación a La *Didáctica de Geometria*. Madri: Síntesis, 1989.

LEVANDOSKI, Amilcar A. Dissertação do mestrado: Ensino e Aprendizagem da Geometria através das Formas e Visualização Espacial, 2003.

PALLASCIO, R. y otros. Typologie des habiletés perceptives d'objectes polyédric. Cirade, num.6, Universidad de Quebec.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática. Curitiba: SEED/DEB-PR, 2008.