

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA A GENERALIZAÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS A PARTIR DE SUAS PROPRIEDADES

Celso Marquetti

Aluno de Mestrado Acadêmico da PUC-SP
c.marquetti@terra.com.br

Gerson Pastre de Oliveira

Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP
gpastre@pucsp.br

Resumo

A crescente discussão a respeito da utilização da tecnologia no ensino da Geometria tem provocado sensíveis alterações na prática docente, bem como na aprendizagem de alunos do Ensino Médio. O presente trabalho pretende investigar de que forma uma abordagem didática, com o uso de *software* 3D, concorre para melhorar a compreensão de estudantes do Ensino Médio a respeito dos temas referentes às propriedades dos sólidos. O estudo será realizado em dois momentos: o primeiro procedendo à análise de livros didáticos e o segundo com a aplicação de um *software* 3D, por meio de uma sequência didática. Como o trabalho encontra-se em fase inicial, serão apresentados os resultados relativos à primeira parte da pesquisa, que relata a análise de livros didáticos. O referencial teórico baseou-se na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, no modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. Constatou-se, preliminarmente, que nos livros didáticos analisados, não se propõe o uso de *software* 3D.

Palavras-chave: Geometria Espacial; Software 3D; Modelo de Van Hiele; Registros de representação semiótica.

1. Introdução

Este artigo traz os aportes teóricos e primeiros resultados relativos a uma pesquisa, cuja motivação tem origem no trabalho didático com a Geometria Espacial Métrica. No ensino da Geometria Espacial, de forma geral, é comum utilizar-se do desenho como um dos mais importantes recursos para representar e sistematizar a abstração relacionada a seus conceitos matemáticos. No entanto, este recurso traz uma série de limitações, visto que um número muito grande de informações é perdido na utilização do suporte bidimensional do desenho às formas tridimensionais representadas.

Segundo Silveira (2008), pesquisas realizadas na área da Educação têm apontado a Geometria Espacial como um dos conteúdos da matemática que apresenta as maiores dificuldades por parte dos estudantes. Um dos fatores que contribuem para isso é que, geralmente, os professores representam objetos tridimensionais a partir de representações

planares, por meio de instrumentos como giz e lousa, o que torna o assunto abstrato e dificulta a visualização dos objetos tridimensionais.

Machado (2010) demonstra em sua pesquisa as contribuições positivas que os ambientes educacionais informatizados oferecem para o trabalho de professores e alunos. O autor destaca a importância das TIC's (Tecnologias da Informação e Comunicação) como recursos que auxiliam o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial. Nesse sentido, diversos *softwares* têm permitido um trabalho diferenciado, pois possibilitam uma relação mais próxima com o objeto de estudo, dão autonomia ao aluno e o colocam como elemento ativo nesse processo, permitindo também, uma melhor visualização dos sólidos.

Ainda no contexto da visualização, Jahn e Bongiovanni (2009) afirmam que uma das principais dificuldades no ensino e aprendizagem da Geometria Espacial está relacionada à questão da representação figural dos objetos tridimensionais no plano, visto que um objeto representado no papel não corresponde à formação da imagem mental que se tem do mesmo. Tal dificuldade ocorre, entre outras razões, pela fraca experiência que geralmente os alunos têm no ensino básico com a manipulação de objetos sólidos, maquetes e com a exploração de situações espaciais.

Machado (2010) relatou alguns problemas de visualização ou construção mental por parte dos alunos da 2ª série do Ensino Médio, ao se depararem com a tarefa de calcular a diagonal de um paralelepípedo ou a altura de uma pirâmide, já que não eram capazes de identificar os triângulos retângulos para realizarem tais cálculos; ainda segundo o mesmo autor, essa estrutura cognitiva que era exigida sempre parecia muito abstrata. Após as diferentes fases aplicadas na pesquisa, a coleta de dados evidenciou que as interfaces utilizadas são recursos didáticos aplicáveis ao estudo introdutório da Geometria Espacial com cálculos de áreas usando o *GeoGebra* e, também, ao estudo de Prismas e Cilindros por meio do *Sketchup*, ambos *softwares* livres.

Jahn e Bongiovanni (2009) sustentam que a capacidade de elaborar e interpretar uma representação gráfica (habilidade espacial ou visualização espacial) pode (e deve) ser estimulada. Para tanto, os estudos apontam para duas vertentes: uma delas é propiciar situações diversificadas envolvendo materiais concretos e manipulações; outra é a utilização de representações dinâmicas em ambientes informáticos.

Nos ambientes da Geometria Dinâmica, e sob uma estratégia didática adequada, considerando a possibilidade de movimentar e analisar o objeto estudado sob vários ângulos, os alunos têm a possibilidade de explorar as propriedades dos objetos, levando-os a experimentar, testar hipóteses, desenvolver estratégias, argumentar e deduzir. A partir

das reflexões aqui levantadas, coloca-se a seguinte questão norteadora desta investigação: de que forma uma abordagem didática, com o uso de *software* 3D, concorre para melhorar o entendimento de estudantes do Ensino Médio sobre os temas referentes às propriedades dos sólidos?

Segundo Oliveira (2009), para fazer uso de recursos informatizados no ensino e aprendizagem de matemática, algumas questões são importantes, por exemplo, como assumir a presença de artefatos tecnológicos nas diversas situações didáticas, do ponto de vista da interferência que tais elementos podem proporcionar nas estratégias ligadas ao trabalho do professor na escola – e além da escola. Outra questão refere-se ao entendimento do termo “software didático” – como potencialidade, ligada à investigação dos agentes humanos nas situações de aprendizagem, ou como certeza, considerando que o programa computacional já realiza por si a dimensão didática do trabalho docente?

Para responder à primeira questão, o autor recorreu às ideias de Brousseau, que define o conceito de situação didática, que, sinteticamente, diz que o professor pensa, planeja e elabora uma ambientação para a construção do conhecimento por parte do aluno, sem que este saiba desta intencionalidade, isto é, o aluno aprende em função de suas próprias demandas, e não porque assim o exige o sistema formal de ensino.

Em Educação Matemática, a crítica ao uso das tecnologias é importante, no que tange à preservação dos processos de ensino e aprendizagem. Isto mostra um equívoco em acreditar que a inclusão de *softwares* nos programas de ensino limita a Matemática numa dimensão apenas automática.

A segunda questão apresentada por Oliveira (2009) encontra indicações de que o termo software didático é meramente relativo a uma intenção, mas que sua efetividade didática depende de estratégia, planejamento, crítica, debate e significação. Não há software didático, por si, assim como não há tecnologias que educam.

Assim, o uso das tecnologias não surge desconectado do processo, das condições do sujeito que aprende, do conteúdo matemático e de suas correlações com os demais elementos de uma proposta de ensino e aprendizagem, isto é, todas as atividades eventualmente propostas em uma sequência devem compor uma estratégia, a qual, segundo Brousseau (2008) e Oliveira (2009), deve prever a figura do professor como orientador, a centralidade do aluno e sua relevância na construção do conhecimento matemático de que é sujeito.

Ainda de acordo com Oliveira (2009), o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, com o aporte de tecnologias digitais, incorpora amplas perspectivas de interação, inseridas nas dinâmicas da prática pedagógica. O uso crítico das diversas interfaces mediadoras é absolutamente essencial, o que conduz à argumentação em favor das estratégias como elementos reguladores. Ao preparar sua estratégia pedagógica com o uso das TICs, o professor agrega a dimensão transformadora da intervenção dos alunos, que experimentam, trocam e modificam os objetos de saber.

Quando utilizados adequadamente, os recursos tecnológicos facilitam a construção de conhecimentos geométricos de maneira significativa. A interface dinâmica, a interatividade que esses programas proporcionam e os recursos de manipulação e movimento das figuras geométricas que se apresentam na tela do computador, contribuem para o desenvolvimento de habilidades em perceber diferentes representações de uma mesma figura, levando assim, à descoberta das propriedades das figuras geométricas estudadas.

Levando-se em conta este cenário, é possível discutir a importância da tecnologia no ensino e aprendizagem de geometria e, a partir do desenvolvimento desse aspecto, trabalhar com interfaces capazes de subsidiar o trabalho docente, contribuindo com a implantação de uma proposta didática.

Desta forma, o presente estudo tem como objetivo proporcionar condições para se analisar a eficiência das tecnologias digitais como ferramentas para auxiliar os alunos na compreensão de conceitos da Geometria Espacial Métrica, a partir das generalizações de suas propriedades.

2. Fundamentação Teórica

O ensino da Geometria na Educação Básica tem sido foco de interesse por parte de muitos pesquisadores, sendo que os aspectos abordados variam desde o reconhecimento de dificuldades de aprendizagem até a construção de novas propostas didáticas.

Jahn e Bongiovanni (2009), ao discutirem a respeito dos instrumentos utilizados em sala de aula para o ensino da Geometria Espacial, apontam alguns problemas relacionados aos recursos tradicionais adotados, como papel e lápis, por exemplo. A partir do desenho, o sujeito estabelece relações entre o espaço sensível e a teoria, porém, surge uma problemática quanto à representação gráfica do objeto: forçosamente, haverá perda de informações ao representarmos um objeto (tridimensional) em um suporte bidimensional (folha de papel).

Com os recursos tecnológicos, muitos educadores vêm modificando suas práticas pedagógicas, buscando incorporar em seu dia-a-dia essas novas tecnologias, utilizando-as a favor de novas propostas metodológicas para o ensino e a aprendizagem. Nesta intenção, em sua dissertação de Mestrado, Ritter (2011) desenvolveu uma proposta para auxiliar os alunos em suas dificuldades, especialmente com relação à visualização e interpretação dos sólidos envolvidos nas situações-problema apresentadas em livros, vestibulares e concursos. Fundamentada na Engenharia Didática, a autora construiu uma sequência de atividades que apresentavam exigências graduais em termos de visualização. As fases do trabalho se constituíram em: análises prévias, concepção de uma sequência didática acompanhada de uma análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*; além disso, como parte inicial da pesquisa, foi realizada uma avaliação dos alunos, em termos de sua linguagem e conhecimento geométricos (pré-teste). Durante cinco encontros, perfazendo um total de 8 horas/aula, 32 alunos da 3ª série do Ensino Médio deveriam visualizar mentalmente os objetos 3D, para, em seguida, construí-los a partir do *software* Calques 3D, utilizando raciocínios geométricos. Os exercícios propostos estavam dispostos em folhas que continham as figuras (em perspectiva ou planificadas) ou a sua descrição, que eram entregues as duplas de alunos, no Laboratório de Informática. Em seus resultados, a autora constatou uma melhora significativa, por parte dos alunos, na visualização dos sólidos envolvidos nos exercícios propostos; essa melhora foi atribuída, sobretudo, à utilização do *software* Calques 3D. Foi observado, também, que os alunos estabeleceram relações entre os exercícios convencionais e as construções realizadas virtualmente; ao se apropriarem dessa nova ferramenta, os estudantes recorreram a ela nos momentos de dúvida.

Silveira (2008) também fez uso da Engenharia Didática em sua metodologia, com o objetivo de observar se a utilização do *software* Cabri 3D dentro de uma proposta didática auxiliaria no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos e na compreensão das propriedades dos sólidos geométricos (prismas e pirâmides). Durante a fase de análise prévia, a autora aplicou um questionário para os professores de Matemática da escola e um teste diagnóstico para 14 alunos da 3ª série do Ensino Médio. A aplicação da sequência didática ocorreu no Laboratório de Informática da escola, sendo que as atividades foram distribuídas em seis encontros, perfazendo um total de 9 horas; neste período também foram utilizadas pautas de observação. Esse estudo demonstrou que os alunos apresentaram um avanço em seus conhecimentos de Geometria, já que foram capazes de reconhecer e nomear os elementos dos sólidos envolvidos, além de suas propriedades.

Constatou-se, ainda, que a visualização e o movimento que a interface utilizada ofereceu fez com que os alunos resolvessem os problemas de forma satisfatória, articulando seu raciocínio, no sentido de formular conjecturas, demonstrar e fazer deduções. Apesar de ter evidenciado alguns problemas por parte dos alunos, como a imprecisão na linguagem utilizada e sua falta de iniciativa para usar conceitos e propriedades aprendidos no Ensino Fundamental, essa experiência indicou que o programa computacional é um recurso eficiente para ajudá-los a superar dificuldades relacionadas aos conceitos e propriedades dos sólidos geométricos.

Muitos pesquisadores demonstraram que a aplicação de um software de geometria dinâmica é responsável por uma melhora significativa no desempenho dos alunos durante a realização de exercícios de Geometria (Mazas e Arias, apud Jahn e Bongiovanni, 2009). Recentemente, a pesquisa científica tem apontado os ambientes informáticos como meios relevantes na construção da representação gráfica (codificação) e na sua interpretação (decodificação).

A informática permite um trabalho de estímulos visuais e interativos únicos, o que torna óbvia a oportunidade de ensino que se apresenta, principalmente nas disciplinas da ligadas à Geometria.

De acordo com King e Schattshneider (1997, apud Silveira & Bisognin, 2008), alguns dos principais benefícios e aplicações de um sistema computacional de Geometria Dinâmica são:

- a) A construção, a manipulação e a transformação de objetos espaciais que permitem aos usuários explorar a geometria, de tal forma que novas relações e propriedades sejam descobertas.
- b) O desenvolvimento do conhecimento do espaço: planificação de sólidos geométricos, bem como o cálculo de áreas e volumes em espaços virtuais.

Mediante o exposto, a utilização de uma interface computacional pode se constituir em um instrumento eficaz como parte de uma estratégia de ensino da Geometria, em especial, da Geometria Espacial Métrica. Sendo assim, tais reflexões nos remetem ao questionamento inicial (de que forma uma abordagem didática, com o uso de *software* 3D, concorre para melhorar o entendimento de estudantes do Ensino Médio sobre os temas referentes às propriedades dos sólidos?), que norteará o desenvolvimento desta pesquisa.

3. Registros de Representação Semiótica

Como entender as dificuldades muitas vezes insuperáveis que muitos alunos têm na compreensão da matemática? Qual é a natureza dessas dificuldades? Onde elas se

encontram? Raymond Duval respondeu tais questões numa abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em sua disposição inicial, não é formar futuros matemáticos, nem fornecer aos alunos instrumentos que lhes serão úteis somente mais tarde, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.

A abordagem apresentada por Duval procura inicialmente descrever o funcionamento cognitivo do aluno, oferecendo-lhe possibilidades para compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que são propostos em situação de ensino.

Duval (apud Machado, 2010 p.12), apresenta duas questões fundamentais para analisar as condições e os problemas de aprendizagem em matemática:

- 1) *Quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para aceder os objetivos matemáticos e para efetuar as múltiplas transformações que constituem os tratamentos matemáticos?*
- 2) *Esses sistemas cognitivos são os únicos a ser mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos (geologia, astronomia, física, biologia...) e práticos, ou ao contrário, trata-se de sistemas específicos, cujo desenvolvimento e cuja aquisição são próprios da atividade matemática?*

Ainda segundo o autor, as respostas para tais perguntas são baseadas em coletas de dados e, inicialmente respondendo à segunda questão, Duval (apud Machado, 2010, p.12) afirma: *não podemos nos ater a um modelo geral comum de aquisição de conhecimentos centrado sobre a ação, as interações e os desequilíbrios como fatores principais da construção dos conceitos matemáticos.* Assim surge uma nova questão: o que caracteriza a atividade matemática do ponto de vista cognitivo?

Normalmente a resposta para essa questão está centrada nos conceitos matemáticos e suas complexidades epistemológicas, os quais podem ser explicados pela história de suas descobertas.

Segundo o mesmo pesquisador, tal abordagem não é suficiente para caracterizar o funcionamento do pensamento em matemática em relação a outros domínios do conhecimento científico. A diferença entre a atividade cognitiva que a matemática necessita e a requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas sim nas representações semióticas.

Ainda, de acordo com Duval (1993, apud Machado, 2010), existem três aproximações da noção de representação, com funções diferenciadas, que se articulam:

- Representações subjetivas e mentais – referem-se ao estudo das crenças, das explicações e das concepções das crianças relacionadas aos fenômenos físicos e naturais (função de objetivação).
- Representações internas ou computacionais – são as representações internas e não conscientes, isto é, o indivíduo executa algumas tarefas automaticamente, sem analisar cada etapa do processo (função de tratamento).
- Representações semióticas – são representações externas e conscientes do indivíduo (funções de objetivação e de expressão).

Para ele, não é possível estudar os fenômenos relacionados ao conhecimento sem utilizar a noção de representação, já que o conhecimento só poderá ser mobilizado por meio dela.

A matemática se utiliza de uma grande variedade de representações semióticas, como por exemplo, os sistemas de numeração, as figuras geométricas, as escritas algébricas, as representações gráficas, entre outras. O quadro a seguir, apresentado por Duval (apud Machado, 2010, p. 14) mostra os quatro tipos diferentes de registros.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS (Os tratamentos não são algoritmizáveis).	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de relacionar: - argumentação a partir de observações de crianças... - dedução válida a partir de definição ou teorema.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). - apreensão operatória e não somente perceptiva. - construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (Os tratamentos são principalmente algoritmos).	Sistemas de escritas: - numéricas (binária, decimal, fracionária); - algébricas; - Simbólicas (línguas formais) Cálculo	Gráficos cartesianos. - mudanças de sistema de coordenadas; - interpolação, extrapolação.

A atividade matemática deve mobilizar simultaneamente pelo menos dois registros de representação, ou possibilitar a troca de registro de representação a todo o momento, ou seja, a compreensão em matemática supõe a articulação de, no mínimo, dois registros de representações semióticas.

4. O modelo Van Hiele de pensamento geométrico

De acordo com Crowley (apud Lindquist e Shulte, 1994), o modelo consiste em cinco níveis de compreensão, que são denominados por *visualização*, onde os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência; *análise*, onde os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades; *dedução informal*, onde os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras; *dedução*, onde os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo e; *rigor*, onde os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

Vamos apresentar os cinco níveis de raciocínio de forma bem sucinta.

Nível 0 (nível básico): Visualização

Alves e Sampaio (2010) aponta que neste estágio inicial, os alunos raciocinam, basicamente, por meio de considerações visuais, ou seja, os conceitos da geometria são vistos como um todo e não sendo consideradas as propriedades e ou atributos dos seus componentes. As figuras geométricas são conhecidas por sua aparência física (triângulo, quadrado, retângulo, etc.) e não por suas partes ou propriedades. Um aluno neste nível pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas de uma figura e reproduzi-la.

Nível 1: Análise

Neste nível os alunos, através da observação e experimentação, raciocinam sobre conceitos geométricos, começando então, a discernir as características das figuras, estabelecendo propriedades, que serão utilizadas para conceituar classes e formas. Assim os alunos reconhecem as partes das figuras, e as figuras são reconhecidas por suas partes. Entretanto, os estudantes ainda não conseguem explicar as relações entre as propriedades, as inter-relações entre figuras e não entendem as definições.

Nível 2: Dedução Informal

Neste nível, mostra Crowley (apud Lindquist e Dhulte, 1994) os alunos são capazes de estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro das figuras, como por exemplo; num quadrilátero, se os lados opostos são paralelos, necessariamente os ângulos opostos são iguais, quanto entre as figuras, por exemplo: um quadrado é um retângulo porque tem todas as propriedades do retângulo. Desse modo são capazes de deduzir

propriedades de uma figura e reconhecer as classes de figuras, ou seja, a inclusão e a interseção das classes são entendidas, as definições passam ter significados, os estudantes acompanham e formulam argumentos informais. Entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo e nem o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova, partindo-se de premissas diferentes e não familiares.

Nível 3: Dedução

Ainda segundo Crowley (apud Lindquist e Dhulte, 1994), neste nível os alunos percebem a inter-relação e o papel dos termos não definidos, axiomas, postulados, definições teoremas e demonstrações. Um aluno neste nível é capaz de construir demonstrações, e não apenas memorizá-las, e percebe a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira; é capaz de fazer distinções entre uma afirmação e suas recíprocas.

Nível 4: Rigor

Neste nível os alunos compreendem vários sistemas dedutivos com um alto grau de rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundar na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independências e completude dos axiomas.

Além de fornecer uma compreensão do que é específico em cada nível de pensamento geométrico, Van Hiele identifica algumas generalizações que caracterizam o modelo e que fornecem um roteiro quanto à metodologia a ser aplicada.

Crowley (apud Lindquist e Dhulte, 1994), nos apresenta o roteiro de Van Hiele da seguinte maneira.

Fase 1 – Interrogação/informação. O professor e os alunos estabelecem um diálogo envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível. Nesta conversa são feitas observações, levantamento de questões e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase o professor fica sabendo quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto e estes percebem em que direção os estudos caminharão.

Fase 2 – Orientação dirigida. Os alunos devem explorar os assuntos de estudo através de materias cuidadosamente selecionados e ordenados pelo professor que os levarão gradualmente as estruturas características deste nível. As atividades, em sua maioria, são pequenas tarefas que possibilitam respostas específicas e objetivas. Por

exemplo, um professor pede aos alunos que construam, no geoplano, um losango de diagonais iguais. Depois, no mesmo geoplano, pede para construir outro losango maior que o anterior e outro menor que o primeiro.

Fase 3 – Explicação. Com base nas experiências anteriores, os alunos aprimoram o uso de seu vocabulário expressando suas novas visões sobre as estruturas observadas. O papel do professor nesta fase é mínimo, deixando que o aluno se torne independente na busca da formação do sistema de relações no estudo.

Fase 4 – Orientação livre. Nesta fase as tarefas apresentadas aos alunos, são mais complexas, são tarefas com muitas etapas, que possibilitam ser concluídas de diversas maneiras e tarefas com final aberto. É importante que o aluno ganhe experiência na busca de sua própria maneira de resolver as tarefas, ou seja, o aluno busca sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos. Desta maneira, muitas relações entre os objetos de estudo se tornam mais explícitas.

Fase 5 – Interrogação. Esta fase, através da revisão e síntese do que foi estudado, tem por objetivo a visão global da nova rede de objetos e relação. O papel do professor nesta fase é o de auxiliar o processo de síntese fornecendo experiências e observações globais. É importante que essas sínteses não apresentem ideias novas. No final desta fase os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento.

Esse novo domínio de raciocínio deve substituir o antigo, e os alunos estão aptos para repetir as fases no nível seguinte.

É possível observar que modelo de pensamento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvida pelos Van Hiele apresentam um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e apontam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para o outro. Destaca-se o ensino, mais do que a maturidade, como fator a contribuir mais significativamente para esse desenvolvimento.

5. Análise dos livros: critérios

Dada a realização dos estudos preliminares sobre Geometria Espacial, os livros didáticos foram avaliados segundo critérios previamente discutidos, definidos e justificados. Foram cumpridas as seguintes etapas:

1. Seleção dos livros didáticos

1.1 Indicação dos parâmetros - tomou-se como base a proposta do Programa Nacional dos Livros Didáticos (PNLD/2012), tendo em vista os aspectos pedagógicos e metodológicos. Dessa forma, foram definidos os parâmetros abaixo citados:

- a) Dois livros com a aprovação do PNLD/2012;
- b) Dois livros sem a aprovação supracitada.

1.2 Escolha do material - tendo em vista os critérios estabelecidos anteriormente, foram selecionadas as seguintes publicações:

- a) *Matemática, Ciência e Aplicações*, autores Gelson Iezzi, Oswaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida. Editora Atual, 5ª edição, volume 2, São Paulo 2010.
- b) *Matemática Paiva*, autor Manoel Paiva, editora Moderna Plus, 2ª edição, volume 2, São Paulo 2010.
- c) *Matemática Ensino Médio: ser protagonista*, autores Felipe Fujita, Marco Antonio Martins Fernandes, Milena Solda Policastro e Willian Seigui Tamashiro, editora SM, 1ª edição, volume 2, São Paulo 2009.

2. Análise dos livros didáticos

2.1 Definição dos critérios - para cada publicação foram estudados quatro aspectos, descritos a seguir:

- a) Usa o padrão “definição, fórmula, desenho, exemplo, modelos”.
- b) Propõe demonstrações.
- c) Usa abordagens problematizadoras.
- d) Sugere uma abordagem com o auxílio de tecnologia (*software* e/ou site).

6. Análise propriamente dita

Matemática Ciência e Aplicações

A introdução ao estudo dos sólidos geométricos se dá com algumas imagens, associando formas reais às formas geométricas; em seguida, verifica-se um desmembramento, separando poliedros e corpos redondos.

O capítulo a respeito de prismas inicia-se com imagens de objetos do cotidiano, que se assemelham a esses sólidos geométricos; além disso, apresenta o conceito/definição, elementos e classificação e expõe as fórmulas de área e volume do paralelepípedo, depois do cubo. Em continuidade, propõe alguns exercícios resolvidos e exercícios para que sejam executados pelos alunos.

A abordagem dos exercícios propostos aproxima-se mais de uma visão cotidiana do que problematizadora, isto é, apontam para situações de como calcular a capacidade de um reservatório de água ou a área total de uma caixa de papelão, cuja forma é um paralelepípedo ou um cubo.

A seguir, o livro apresenta o princípio de Cavalieri e mostra as áreas e volume de um prisma qualquer, repetindo a sequência: exercícios resolvidos e exercícios para os alunos resolverem. No final do capítulo, exibe uma série de exercícios complementares e testes que fizeram parte de concursos de vestibulares e do Enem.

Os capítulos seguintes (pirâmides e tronco de pirâmide, cilindro, cone e tronco de cone, esfera e partes da esfera) são apresentados de acordo com a mesma sequência descrita anteriormente.

No manual do professor não há nenhuma sugestão para o ensino de Geometria com o auxílio de um *software* 3D.

Matemática Paiva

O conceito de prisma é expresso por meio de algumas imagens do cotidiano e um pequeno texto, estabelecendo relações entre essas figuras e os prismas. Posteriormente, é definido o prisma, seus elementos e sua classificação. Em seguida, encontram-se os exercícios resolvidos, que contêm cálculo de área, e exercícios propostos, nos quais o aluno aplica o acabou de ser apresentado.

É realizado um estudo sucinto a respeito do paralelepípedo, mostrando as áreas, volume e diagonais; logo após, alguns exercícios são resolvidos e também são propostos exercícios para os alunos resolverem. Foi feita uma pequena exposição sobre o princípio de Cavalieri, para generalizar o cálculo do volume de um prisma e na sequência, encontramos exercícios resolvidos e propostos.

Nos capítulos seguintes (pirâmides e troncos) a sequência relatada se mantém; no final do capítulo apresenta-se uma série de exercícios complementares, subdivididos em exercícios técnicos e exercícios contextualizados.

Os capítulos sobre cilindro, cone e tronco de cone, esfera e suas partes, mantém a mesma sequência ora descrita. São apresentadas, também, a inscrição e circunscrição da esfera, seguindo o padrão apresentado, e, no final do capítulo, uma sequência de exercícios complementares, subdivididos em técnicos e contextualizados.

O conceito de prismas é apresentado de forma direta com definição, elementos e classificação, exemplos e exercícios propostos; em seguida mostra-se a fórmula para calcular as diagonais de um prisma, exercícios resolvidos e exercícios propostos.

A fórmula para se calcular a área total de um prisma é apresentada e logo em seguida uma sequência de exercícios propostos. É apresentado o princípio de Cavalieri, de

uma forma bem sucinta, e demonstra a fórmula para se calcular o volume de um prisma qualquer. Exercícios resolvidos e propostos compõem a sequência deste tema.

O item sobre pirâmides é exposto segundo o padrão já mencionado anteriormente, com uma sucessão de exercícios resolvidos e propostos envolvendo áreas e volume de uma pirâmide.

No final do capítulo são apresentados os exercícios complementares divididos por assunto (prismas e pirâmides) e uma seção denominada *integre o aprendizado* (exercícios que remetem, algumas vezes, a temas estudados anteriormente).

No capítulo que versa sobre corpos redondos (cilindro, cone e esfera), a sequência metodológica se mantém. Neste momento, o livro apresenta um rol de exercícios sob o título de *Vestibular e Enem*.

Após a seção *Vestibular e Enem*, os autores apresentam algumas sugestões de leitura e um site contendo desafios, curiosidades, biografia e simulados.

6. Considerações Finais

Nossos estudos preliminares nos permitem verificar que as propostas para o ensino da Geometria Espacial, por meio dos livros didáticos analisados, não incentiva o uso de tecnologia; as demonstrações aparecem em número reduzido; as abordagens, na maioria das vezes, não são problematizadoras, apresentando uma formatação clássica (definição do conceito, fórmula, exemplos e exercícios).

Referências

- ALMOULOU Ag S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Paraná, Editora UFPR, 2010.
- ALVES, G. de S. e SAMPAIO, F. F. **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da Geometria Dinâmica**. Revista de Sistema de Informação da FSMA, 2010.
- BARBOSA, A. C. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico**. Tese de doutoramento em Estudos das Crianças. Área de conhecimento Matemática Elementar. Universidade do Minho, 2009.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática – Ensino Médio, MEC, 1999.
- BROUSSEAU G. **Introdução das Situações Didáticas: Conteúdo e Métodos de Ensino**. São Paulo, Editora Ática, 2008.

CARVALHO, L. C. **Análise da organização didática da Geometria Espacial Métrica nos livros didáticos.** Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2008

JAHN, A. P. e BONGIOVANNI, V. **Algumas possibilidades do *software* Cabri 3D para o estudo da Geometria Espacial.** Revista do Professor de Matemática, vol. 69, 2009.

LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org.) **Aprendendo e Ensinando Geometria.** São Paulo, Atual Editora, 1994.

MACHADO, S. D. A. (org.) **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** São Paulo, Papirus, 2010.

MACHADO, S. D. A. (org.) **Educação Matemática: Uma (nova) Introdução.** São Paulo, Educ, 2010.

OLIVEIRA, G. P. **Estratégias didáticas em Educação Matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras.** IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, 2009.

RITTER, A. M. **A visualização no ensino de Geometria Espacial: possibilidades com o *software* Calques 3D.** Dissertação de Mestrado. UFRS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2011.

ROSALVES, M. Y. **Relações entre os polos *visto* e do *sabido* no Cabri 3D: uma experiência com alunos do ensino médio.** Dissertação de mestrado, PUC, São Paulo, 2006.

SILVEIRA, A. M. da **Proposta metodológica para o estudo de prismas e pirâmides tendo o computador como uma ferramenta de apoio.** Dissertação de Mestrado. UNIFRA Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2008.

SILVEIRA, A. M. da e BISOGNIN, E. **O uso de Programas Computacionais como Recurso Auxiliar para o Ensino de Geometria Espacial.** UNIFRA.