

## “NOVAS” E “VELHAS” TECNOLOGIAS: POSSIBILIDADES DE TRATAMENTO DO ERRO MATEMÁTICO EM PROCESSOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

*Roberta Modesto Braga*  
Universidade Federal do Pará  
*robertabraga@ufpa.br*

*Adilson Oliveira do Espírito Santo*  
Universidade Federal do Pará  
*robertabraga@ufpa.br*

### **Resumo**

Este artigo objetiva investigar como Modelagem Matemática associada a velhas e novas tecnologias favorece o tratamento do erro matemático no processo de ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias. Para tal realizamos uma pesquisa qualitativa, descritiva e interpretativa com base em dados coletados em fase de adequação ao processo de Modelagem Matemática com alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará, na disciplina Cálculo II. O ambiente gerado permitiu a colaboração de estratégias, como o uso do quadro de escrever, computador, internet, software Modellus, na tentativa de re-significar prováveis erros matemáticos. Concluímos que a Modelagem Matemática em conjunto com as diferentes tecnologias favorece o tratamento do erro matemático na medida em que os alunos são convidados a refletir sobre suas próprias concepções, motivados por situações de seus interesses.

**Palavras Chave:** Modelagem Matemática; Tratamento do Erro Matemático; Velhas e Novas Tecnologias; Equações Diferenciais Ordinárias.

### **1 - Introdução**

A não compreensão de conceitos matemáticos pela maioria dos alunos deve-se a um conjunto de fatores, dentre eles o que mais se destaca no discurso de alunos se deve a metodologias inadequadas e ineficientes que os desmotivam. Tal discurso vem confirmar o fracasso da aprendizagem Matemática nos diferentes níveis de ensino.

Tal realidade é bem presente na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, quando do uso de definição, exemplificação e exercícios infundáveis que priorizam o uso da mecânica de procedimentos e memorização de conteúdos sem a devida aplicação da Matemática, só reforçam as dificuldades enfrentadas por professores que de um lado

tentam mudar essa realidade e de outro lado os alunos universitários que buscam em sala de aula uma relação possível entre a teoria e a prática do que se supõe ensinar e aprender. Teodoro e Vasconcelos (2003) argumentam que,

“a aprendizagem universitária pressupõe, por parte do aluno, aquisição e domínio de um conjunto de conhecimentos, métodos e técnicas científicas de forma crítica. Iniciativa para buscar informações, relacioná-las, conhecer e analisar várias teorias e autores sobre determinado assunto, compará-las, discutir suas aplicações em situações reais”. (p.85)

Assim, iniciativas no processo de construção do conhecimento podem ser capazes de contemplar as aquisições descritas por Teodoro e Vasconcelos (2003), tais como o uso da *Modelagem Matemática e Tratamento do Erro* pode proporcionar uma melhor compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos apoiados por diferentes tecnologias.

Nesta linha de raciocínio, o presente estudo foi delineado com o objetivo de investigar como a Modelagem Matemática associada a velhas e novas tecnologias, favorece o tratamento do erro matemático no processo de ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias.

## **2 – Modelagem Matemática e Estudo do Erro em Cálculo**

Para Bassanezi (1994, p.45) “A Modelagem matemática é um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade.” Enquanto que para O’Shea e Berry (1982) “A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemático, para chegar a colocá-lo numa linguagem matemática” (p.6).

Ao tratar a Modelagem Matemática como processo, as características de um objeto ou sistema são extraídas, são apoiadas em hipóteses e aproximações simplificadoras, traduzidas em estruturas matemáticas, recebendo o nome de modelo, ou seja, um modelo matemático é um conjunto de estruturas matemáticas que traduzem um fenômeno o mais próximo da realidade.

A concepção de Modelagem Matemática, adotada nesta pesquisa, é a mesma adotada pelo GEMM\_ Grupo de Estudos sobre Modelagem Matemática, Pará, e é devido a Chaves e Espírito Santo, que concebem a Modelagem Matemática

“como um processo gerador de um ambiente de ensino e aprendizagem, que se permite que os conteúdos matemáticos sejam conduzidos de forma articulada com outros conteúdos de diferentes áreas do conhecimento, contribuindo, dessa forma, para que se tenha uma visão holística (global)

do problema em investigação” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2006, p. 9).

De um modo geral, a Modelagem propõe a criação de modelos matemáticos a partir de uma realidade contextualizada que podem ser materializados em estruturas matemáticas, para compreender melhor a realidade matemática das coisas. É nesta perspectiva que acreditamos que o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias, apoiados no processo de Modelagem Matemática pode garantir aprendizagem significativa<sup>1</sup>, principalmente quando trabalhamos com ênfase nos anseios e necessidades dos alunos.

Segundo Machado (1998, p. 27), “A matemática não conhece períodos de erros, e mesmo quando uma teoria axiomática é questionada, um novo sistema é criado, sem tirar a validade do anterior”. A busca da ciência em concretizar o conhecimento por superação ao conhecimento anterior faz com que o erro entre como peça estratégica na recusa de continuidade da ciência. Nesses termos, tudo o que temos de ferramental matemático do Cálculo, foi constituído, construído, modelado por um processo de busca da veracidade dos conhecimentos.

O estudo do Cálculo é muito antigo e ao mesmo tempo é novo, pois muito ainda tem-se para buscar e para compreender, sobretudo, ao educador e àqueles que se encontram envolvidos na prática educacional que estabelecem relação direta com os alunos.

O Cálculo trabalhado como método científico – modelagem – pode contribuir de modo decisivo para o pensar de maneira organizada e com mobilidade. Identificar o pensamento com qualquer desempenho linguístico ou motor é levar longe demais o operacionalismo científico (LACHINI, 2001, p.183).

Concordamos com Lachini (2001) que o espaço de sala de aula universitário é um ambiente propício para organização, construção e exploração do conhecimento, e com o Cálculo esta questão deveria ser priorizada, uma vez que esta disciplina é considerada de fundamental importância para o pensamento matemático de nível superior em muitas áreas.

É intrínseco ao Cálculo, a característica de modelar o conhecimento para favorecer a resolução de problemas da realidade, não obstante a adequação de aplicações no seu ensino e claro o treino de suas técnicas.

---

<sup>1</sup> Aprendizagem significativa para esta pesquisa é quando o aluno consegue compreender conceitos matemáticos dominando as técnicas para poder aplicá-los, atribuindo significado para o que aprende.

O Cálculo é, a um só tempo, operatório (instrumental) e modelador (método de descrição e análise de fenômenos). A primeira destas características é enfatizada em cursos técnicos – engenharia operacional: o mercado que emprega mão de obra técnica necessita de operadores, de executores de projetos. A segunda destas características deveria estar presente nos cursos de graduação na área de exatas, supondo que o mercado necessite de profissionais capazes de engenheirar – conceber e analisar projetos, aplicar a ciência na construção de novos artefatos tecnológicos, pesquisar soluções que otimizem o uso de recursos.(LACHINI, 2001, p. 183).

Ao resolvermos problemas da realidade, precisamos superar obstáculos, erros, sob a pena de estes trazerem consequências graves para a sociedade, como por exemplo, uma máquina de tomografia computadorizada não regulada corretamente, ou um carro não alinhado e balanceado corretamente, por erros nos graus de regulagem, ou ainda a própria construção de modelos econômicos que não condizem com a realidade por conta de erros.

É nesta linha que as etapas de Modelagem Matemática propostas por diferentes autores podem ser bastante exploradas em ambientes de ensino e aprendizagem para favorecimento de qualidade no ensino do Cálculo, incluindo principalmente a proposta de estudo de erro.

Assim como Bachelard (1996) trata o *erro* com uma conotação positiva, pois ao *retificar* o erro abrimos caminhos para a dinamização do conhecimento, nós podemos nos apropriar de reflexões para questionar o contexto educacional e acreditar que realmente o ensino de Cálculo, por meio do processo de modelagem matemática, gera um ambiente de aprendizagem favorável ao tratamento dos erros dos alunos, proporcionando maior dinamismo na construção do conhecimento, sem esquecer que:

Detectar os erros dos alunos apenas para conhecê-los [...] não os ajuda a se conscientizarem das dificuldades. Acredito ser necessário compreender o que o aluno “sabe”, ou melhor, como determinado conhecimento, estabelecido em certo momento de sua história de vida, está funcionando como obstáculo para a superação da dificuldade e o que suas repostas “decoradas” estão encobrindo em termos de não-conhecimento (CURY, 2007, p. 48).

Nesse sentido, a Modelagem Matemática caracteriza-se como um processo que reuni habilidades coordenadas em ação, com vistas a atingir um modelo do contexto estudado, e que pode proporcionar, também, um ambiente de aprendizagem significativo para o tratamento do erro do indivíduo que aprende apoiada por diferentes tecnologias.

### 3 - Modelagem Matemática e “velhas x novas” tecnologias

É próprio do pensar certo a disponibilidade ao risco, a aceitação do novo que não pode ser negado ao acolhido só por que é novo, assim como o critério de recusa ao velho não é apenas cronológico. O velho que preserva sua validade, ou que encarna uma tradição, ou marca uma presença no tempo continua novo (FREIRE, 1996, p. 35).

Reconhecer o velho que continua novo e adotar o novo associando-o ao velho, diz respeito a estratégias (ou recursos, aparatos) de ensino que proporcionem adequadamente uma aprendizagem de qualidade, são notadamente reconhecidos neste trabalho.

O quadro de escrever, apesar de ter presença forte na educação tradicional, pode modificar significativamente o processo de ensino e aprendizagem, no entanto basta que o professor compreenda a importância e resignificação do papel que ele representa para a educação atual, assim como seu papel de mediador do processo de ensino e aprendizagem, utilizando-o de forma dinâmica, estimulando os alunos a adotarem-no para as discussões, favorecimento do diálogo em sala de aula, pontuação de dúvidas, socialização de conhecimentos, ou seja, construir e resignificar o saber a partir da socialização entre pares<sup>2</sup>.

A qualidade da comunicação entre professores e alunos, mediante o quadro de escrever é suscitada por Miccione (2006, p. 16 apud Rodrigues Júnior, 2006, p. 57), quando apresenta algumas potencialidades do quadro de escrever, de acordo com professores de Matemática, são elas: “Acompanhar o raciocínio lógico dos alunos; facilitar a interação entre professor e aluno; promover a aprendizagem em clima de interação social em sala de aula; poupar tempo e energia no processo de ensino e aprendizagem; possibilitar o desenvolvimento da linguagem matemática dos alunos; servir de “memória auxiliar” ao aluno; o desenvolvimento da capacidade de interpretação de códigos ou símbolos matemáticos”.

Acreditamos que o quadro de escrever enquanto recurso interativo entre professor e alunos pode ser definido como uma ferramenta poderosa para o processo de Modelagem Matemática, uma vez que é fator preponderante na Modelagem a discussão em grupo para tomada de decisões, seja para a temática escolhida, caminhos a seguir e validação de modelos.

---

<sup>2</sup> A expressão “entre pares” está fundamentada na teoria sócio-interacionista de Vygotsky e refere-se à interação social entre as pessoas (professor x aluno; aluno x aluno; pai x aluno etc.) que podem mediar o processo de ensino aprendizagem de outro sujeito, estimulando avanços que não ocorreriam espontaneamente.

A educação atual vem abraçando espontaneamente a inserção de novas tecnologias dentro das escolas, pelo fato da sociedade contemporânea, tecnológica para alguns, necessitar de recursos que atendam às demandas sociais, econômicas e políticas de mercado, ou seja, as mudanças vem acontecendo e são necessárias novas ferramentas para novos cenários.

Refiro-me aqui a novas tecnologias, às chamadas Novas Tecnologias da Informação e da Comunicação (NTIC), e quando se fala em NTIC “não nos referimos apenas à Internet, mas ao conjunto de tecnologias microeletrônicas, informáticas e de telecomunicações que permitem a aquisição, produção, armazenamento, processamento e transmissão de dados na forma de imagem, vídeo, texto ou áudio”. (MARTÍNEZ, 2004, p. 95)

Como já mencionamos e defendemos o uso do quadro de escrever, não pretendemos fazer apologia às novas tecnologias, mas aliar o que consideram velho com o que consideram novo para um único fim: proporcionar melhor aprendizado dentro de um cenário atual, que é bastante diferenciado e “o que se busca, na verdade, é complementar ambos os tipos de tecnologias a fim de tornar mais eficazes os processos de ensino e aprendizagem”. (MARTÍNEZ, 2004, p. 95)

Estimulada pela riqueza e diversidade de benefícios que podemos obter em processos de Modelagem Matemática, associada naturalmente ao ferramental que os recursos pedagógicos podem favorecer em ambientes de construção de conhecimento, é que não há como deixar de lado o quadro de escrever, computadores, softwares, internet, calculadoras científicas, celulares, assim como qualquer outro recurso que proporcione experimentações, diálogos e tomadas de decisões por alunos e professores.

#### **4 – Metodologia**

A pesquisa em questão refere-se a parte de um estudo realizado com uma turma de graduação em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará, na ocasião da disciplina Cálculo Diferencial e Integral II, que abordava Adequação e Experimentos com Modelagem Matemática, onde os alunos eram convidados a escolher os temas de investigação.

Para este trabalho foi selecionado um trecho referente à fase de adequação ao processo de Modelagem Matemática. De forma a contemplar as questões apresentadas, optamos por conduzir a investigação dentro de uma abordagem qualitativa, por acreditar

que esta seja a mais adequada, aos propósitos desta pesquisa, uma vez que este estudo é de caráter descritivo e interpretativo.

De acordo com Rozal (2007),

Buscamos na pesquisa qualitativa a possibilidade de conhecer o cenário para vivenciarmos estas experiências e nos envolvermos na compreensão das situações vivenciadas pelos sujeitos no espaço escolar. (p. 59)

Essa fase diz respeito a situações ou problemas, escolhido pelos alunos, trabalhados dentro de uma proposta de Modelagem Matemática que seja permitida a investigação, discussão, conjecturas, criação e validação de modelos matemáticos, ou seja, ao processo de construção/reconstrução permitido pelo processo da Modelagem Matemática.

Na ocasião, foi fornecido um texto cujo título era: Equações Diferenciais como Modelos Matemáticos, que apresentava noções do que seria Modelagem Matemática, modelos matemáticos, a construção de um modelo e as etapas do processo de Modelagem, alguns modelos matemáticos para: Dinâmica Populacional (crescimento, decrescimento), Decaimento Radioativo, Lei de Newton do Esfriamento/Aquecimento e Disseminação de uma doença.

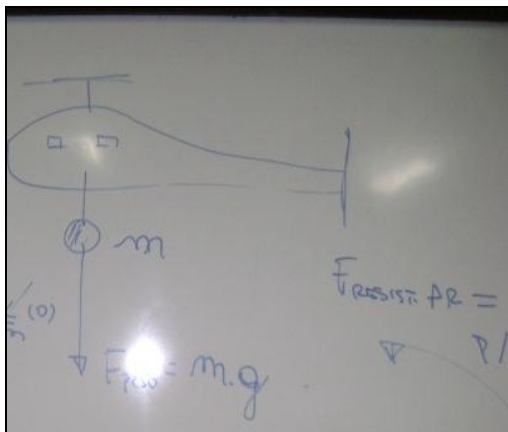
Nesta fase, foram utilizados problemas para serem modelados, e desta forma os conteúdos iam surgindo com a necessidade; e na medida em que os erros matemáticos apareciam, estes iam sendo tratados fazendo uso das tecnologias adequadas a cada situação.

## **5 – As “novas” e “velhas” tecnologias: possibilidades de tratamento do erro em Modelagem Matemática**

Os trechos apresentados a seguir, dizem respeito a recorte de diálogos ocorridos em processo de Modelagem de situações ou problemas, dos quais os alunos tratavam os erros matemáticos como parte do processo de ensino e aprendizagem, na tentativa de superá-los fazendo uso de diferentes recursos.

Nesse contexto, o uso do quadro magnético tornou-se um recurso muito atrativo e elogiado pelos alunos, pois estes se sentiam a vontade em construir modelos matemáticos das situações/problemas no quadro, uma vez que havia a colaboração e participação de todos no processo.

Os registros (1, 2, 3, 4, 5, 6) demonstram a construção do modelo matemático, pelo Aluno A, referente à queda de corpos, sob a seguinte situação adotada: “Um corpo de massa  $m$  é largado de um helicóptero parado no ar. Considerando a resistência do ar proporcional a velocidade do corpo, encontrar o modelo matemático que descreve a velocidade do corpo em função do tempo”.



(1)

$$F_R = F_{\text{peso}} - F_{\text{res. AR}}$$

$$m \cdot a = mg - KV$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = mg - KV$$

$$v=0 \quad \frac{dv}{dt} = \frac{mg - KV}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{m \cdot g}{m} - \frac{KV}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{K \cdot V}{m}$$

(2)

Registro 1 – Esboço, do aluno A, das forças atuando sobre um corpo em queda livre.

Registro 2 – Esboço, do aluno A, da equação gerada pelas forças atuando sobre um corpo em queda livre.

No registro 1 o aluno identifica inicialmente as forças atuantes sobre um corpo em queda livre. Perceba que ele adota apenas a força peso e a força de resistência do ar na vertical, como sugerida a partir da situação.

O aluno em diálogo com o restante da turma constrói passo a passo as etapas necessárias para a resolução de uma equação linear de 1ª ordem. O registro 2 mostra as etapas utilizadas pelo aluno para equacionar a situação proposta, assim como o reconhecimento da equação como sendo linear de 1ª ordem. Juntamente com a turma, desenvolve uma técnica de resolução para a equação (registro 3).

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \left( \frac{K}{m} = C \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = g$$

$$P(x) = \frac{K}{m} = C$$

$$Q(x) = g$$

$$v = v \cdot u$$

$$v = e^{-\int P(x) dt}$$

$$v = e^{-\int C dt}$$

$$v = e^{-Ct}$$

$$u = \int \frac{Q(x)}{v} dt$$

$$u = \int \frac{g}{e^{-Ct}} dt$$

$$u = g \frac{1}{C} \cdot e^{Ct} + W$$

Registro 3 – Esboço, do aluno A, da aplicação da técnica de resolução para EDO's de 1ª ordem.



A maioria dos alunos faz confusão quando da utilização das constantes, circuladas nos registros 3 e 4 e adotam aleatoriamente diferentes letras para uma mesma constante, caracterizando um obstáculo didático.

Registro 4 – Erro na utilização da constante k, adotada como w no registro 3.

O conflito desta mudança na resolução ocorre pelo fato do aluno já ter adotado anteriormente  $k/m = c$ , permitindo o aparecimento de dúvidas por parte dos alunos colaboradores, uma vez que o Aluno A utilizava-se de uma única letra para representar duas constantes distintas.

Outro erro tratado na mesma situação, diz respeito ao modelo matemático consistindo em um problema de valor inicial, como mostra o registro 5:

(5)

(6)

Registro 5 – Registro, do aluno A, referente a condição inicial da situação proposta.

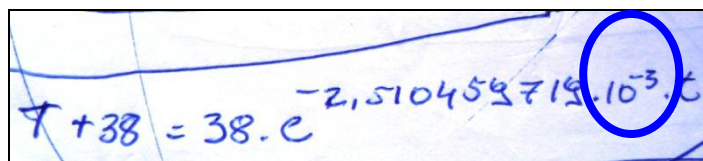
Registro 6 – Modelo matemático da velocidade da queda de um corpo em queda livre.

O Aluno A, como mostra o registro 5, fez questão de frisar o modelo matemático como problema de valor inicial, por já ter identificado a não preocupação de outros alunos neste aspecto que, ignoravam a condição inicial das situações analisadas. E então é

apresentado o modelo matemático da velocidade do corpo em queda em função do tempo (registro 6).

O modelo construído no quadro foi exaustivamente criticado pela turma, com a intenção de validá-lo, com isso os alunos utilizaram questões contextualizadas para determinar a velocidade do corpo adotando vários instantes e como era conhecida a massa do corpo (adotando uma caneta em queda livre), em geral os alunos adotavam validações algébricas para confirmar os modelos encontrados.

Em outro diálogo os alunos utilizavam calculadoras científicas para validações ou aceleração do processo, sendo que neste caso a calculadora em alguns momentos revelou – se como um obstáculo didático e como revelador de erros matemáticos a serem superados. No primeiro caso por que as constantes em geral eram números decimais com muitas casas decimais, e a maioria dos alunos utilizava incorretamente o número decimal por não saber fazer a leitura correta na calculadora. É o caso do modelo do Resfriamento de Newton apresentado pelo *Aluno N* (Registro 7), e no segundo caso por que só com uso da calculadora identificamos o que estava invalidando o modelo.



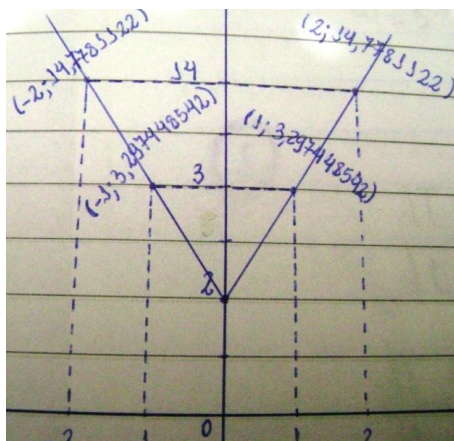
The image shows a close-up of a calculator display with handwritten blue ink. On the left, the expression  $T + 38 = 38 \cdot e$  is written. To the right, the number  $-2,510459719 \cdot 10^{-3}$  is written. A blue circle is drawn around the  $10^{-3}$  part of the scientific notation, highlighting the error in the student's work.

Registro 7 – Registro do Aluno N em relação ao erro de notação científica.

Para a notação científica  $-2,510459719 \cdot 10^{-3}$  que aparecia no visor da calculadora, alguns alunos adotavam apenas  $-2,510459719$ , ignorando a potência negativa (-3). Como os alunos tinham diferentes calculadoras, foi sugerido que todos efetuassem o procedimento para verificar se alguma calculadora apresentava um resultado diferente e a partir daí, ocorreu o conflito. Aluno N: “*Como que as calculadoras podem apresentar resultados diferentes?*”

Foi sugerido aos alunos que revisitassem as propriedades de potência e então o erro foi percebido de imediato  $\left( -\frac{2,510459719}{10^3} = -0,002510459719 \right)$ , e verificado que a potência que os alunos estavam ignorando invalidava o modelo. E então expliquei aos alunos que as calculadoras têm um limite de dígitos que aparecem no visor, e isso pode mudar de uma calculadora para outra.

Outro trecho relevante na Adequação ao processo de Modelagem Matemática diz respeito à construção gráfica incorreta dos modelos, despertando incômodo dos próprios alunos, pois alguns não alcançavam a representação gráfica correta do modelo matemático e como consequência disso a análise do modelo acabava sendo prejudicada. É o caso do modelo  $y = 2.e^{\frac{x^2}{2}}$ , sobre declividade, que em um dos casos mais inadequados foi representado assim:



Registro 8 – Registro gráfico da Aluna

AG para o modelo  $y = 2.e^{\frac{x^2}{2}}$

Para tratar os erros advindos das representações gráficas dos modelos matemáticos construídos pelos alunos e para facilitar a análise do mesmo, foi utilizado um software educativo que permite o tratamento do erro, neste caso a construção gráfica dos modelos, e aumenta a motivação dos alunos no processo de ensino – aprendizagem, uma vez que alguns alunos se apresentaram bastante “stressados” quando não conseguiam fazer o esboço gráfico do modelo. O software adotado foi o Modellus<sup>3</sup>.

O Modellus é um ambiente computacional que permite a construção e simulação de modelos de fenômenos físicos utilizando equações matemáticas que representam esses fenômenos. Desta forma o usuário descreve o modelo matemático que representa o fenômeno, podendo realizar simulação computacional do modelo. No caso da pesquisa, o programa não foi utilizado especificamente em fenômenos físicos, mas sim na simulação dos modelos matemáticos já construídos pelos alunos em sala, sejam eles físicos ou não.

O tratamento dos erros matemáticos dos alunos com a utilização do Modellus foi aceito naturalmente, pois apesar de ter apresentado aos alunos os comandos básicos para a

<sup>3</sup> Tutorial: Jean Piton e Kleber Gomes, LAPEMMEC-Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática Mediada Por Computador/UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas.

utilização do programa, estes fizeram uso das possibilidades oferecidas pelo software, ou seja, exploraram o ambiente computacional para verificação dos erros que haviam cometido. O programa permitiu ainda a exploração dos conceitos de trajetórias ortogonais e famílias de curvas.

Ao trabalhar a Modelagem Matemática explorando todos os recursos possíveis para um aprendizado de qualidade, foi bastante expressivo para os alunos, justificando a validade pelo uso de “velhas” e “novas” tecnologias.

## 6 – Considerações:

“o estudo do erro não se limita apenas a identificá-lo através da comparação das respostas dadas como padrão esperado, mas buscar as possíveis causas; considerando para isso, os conhecimentos que cada erro manifesta e a ‘distorção’ em relação ao conhecimento esperado, sendo vistos como elementos que indiquem os fatores que obstaculizam o aprendizado da Matemática” (MIRANDA, 2007, pág. 26).

Nesta perspectiva de erro proposta pelo autor, o tratamento do erro se encaixa ao processo de Modelagem Matemática no ensino, pois a Modelagem Matemática pressupõe investigação, e investigar pressupõe reflexão sobre o que se investiga. Ao refletir em Modelagem Matemática, conseqüentemente o erro também será refletido, pois “*saber o que é certo é saber o que é errado*” (MIRANDA, 2007, pág. 23). Ou seja, oportunizar aos educandos a aquisição de conhecimentos, passando pela superação de erros (superação de obstáculos didáticos) cometidos no processo de Modelagem Matemática, esta postura reflete nos alunos, como coloca a *Aluna AJ*, quando diz que “*\_Não devemos ignorar nosso erro, ao contrário a partir dele é que encontramos a possibilidade do acerto\_*”, o que reforça as considerações de Miranda.

O papel do erro na pesquisa não foi o de excluir ou condenar o aluno, mas sim de nortear as novas ações para o aprendizado dos alunos. O que os erros dos alunos revelaram é que suas dificuldades de aprendizado não se devem totalmente ao caráter abstrato dado ao Cálculo, mas à forma como este é trabalhado. Nesse sentido, Pinto (2000) observa que:

As dificuldades dos alunos e os erros por eles cometidos na matemática escolar talvez não sejam decorrentes, do caráter abstrato da disciplina, mas originários de sua descontextualização, do fato de ela estar desconectada dos contextos de uso e, portanto, da atividade social.(p.17-18)

No desenvolvimento da pesquisa, este fato foi revelado tanto na questão da descontextualização da Matemática com o cotidiano, quanto da Matemática com a própria Matemática. Os alunos não tinham o hábito das conexões dentro da própria matemática, muito menos dela com outros contextos. Como exemplo, ao confirmar uma integração pela função inversa (diferenciação), trabalhavam de forma desconectada; ou ao envolver modelos físicos não associavam à matemática. Essas dificuldades foram sendo superadas na medida em que os alunos avançavam nas atividades de Modelagem associada ao tratamento do erro.

De acordo com Silva; Espírito Santo (2004):

Os matemáticos têm plena consciência de que uma das funções da matemática é interpretar a realidade. Mas [...] existe ainda a função interna da própria matemática que é evoluir nos conceitos até mesmo para dar conta de novas interpretações do real no presente ou no futuro, ou mesmo de passagens da realidade obscurecidas por falta de conceitos matemáticos mais evoluídos. (p.3)

O tratamento dos erros matemáticos era contextualizado dentro da própria matemática, sofisticando as relações de um mesmo conceito. Não basta que o aluno enxergue a matemática na realidade à sua volta, é necessário que ele também sofisticue pensamentos internos à mesma. A ênfase dada aos erros dos alunos se deve ao fato dos mesmos poderem conceber conceitos matemáticos mais avançados e/ou corrigir conceitos mal construídos, dentro de uma proposta diferenciada, Modelagem Matemática, apoiada por diferentes tecnologias proporcionou uma aprendizagem de qualidade.

Assim, acreditamos que a Modelagem Matemática associada a velhas e novas tecnologias, favorece o tratamento do erro matemático no processo de ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias, na medida em que os alunos são convidados a refletir sobre suas próprias concepções, motivados por situações de seus interesses. Assim, a articulação entre as diferentes estratégias de ensino e aprendizagem, como é o caso do uso do quadro de escrever, o uso do computador (internet, software Modellus) e a calculadora científica foram fundamentais para o aprendizado dos alunos no processo de modelagem matemática com o tratamento do erro, e por meio desta a interação dos alunos para reconhecer e superar seus erros matemáticos.

## 7 – Referências

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: contribuições para a psicanálise do conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem matemática. **Dynamis**, Blumenau, v.1, n.7, p. 55-83, abr./jun. 1994.

\_\_\_\_\_. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira. **Modelagem Matemática**: uma definição e várias perspectivas. Belém: UFPA, 2006.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FERRUZZI, Elaine Cristina. **A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos superiores de tecnologia**. 2003. 156f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas). Universidade Federal de Santa Catarina Florianópolis, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LACHINI, Jonas E. et. al. **Educação Matemática**: a prática educativa sob um olhar de professores de Cálculo. Belo Horizonte: FURMAC, 2001.

MARTÍNEZ, Jorge H. Gutiérrez. Novas tecnologias e o desafio da educação. In: PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papirus, 2000.

MIRANDA, W. S. **Erros e Obstáculos**: Os conteúdos Matemáticos do Ensino Fundamental no Processo de Avaliação. 2007. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará. 2007.

O'SHEA, T. e BERRY, J. Assessing mathematical modeling. **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.** London v. 13. n.6, 1982.

PINTO, N. B. (2000). **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus.

RODRIGUES JR, Luiz Feliciano. **O quadro de escrever como mediador na relação professor-aluno na aula de matemática**. 2006. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém, 2006.

ROZAL, Edilene Farias. **Modelagem matemática e os temas transversais na educação de jovens e adultos**. 2007. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

TEDESCO, Juan Carlos (Org.). **Educação e novas tecnologias: esperança ou incerteza?** Brasília: UNESCO, 2004. p. 95-108.

TEODORO, A & VASCONCELOS, M. L. **Ensinar e Aprender no Ensino Superior, por uma epistemologia da curiosidade na formação universitária**. São Paulo: cortez. 2003.

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem matemática**. 1 ed. São Paulo:Pioneira, 2003.