

A SIMETRIA DE REFLEXÃO: ELEMENTOS DE CONCEPÇÃO MOBILIZADOS POR ALUNOS DO 9º ANO

Diógenes Maclayne Bezerra de Melo

Universidade de Pernambuco - UPE

diogenesmmelo@yahoo.com.br

Resumo:

A pesquisa de mestrado aborda o estudo das concepções que os alunos do ensino fundamental mobilizam quando resolvem problemas de simetria de reflexão. Para isso utilizamos o Modelo $cK\phi$ (Balacheff, 1995). As concepções dos alunos foram analisadas a partir das estruturas de controle baseada nos estudos de Lima (2006). A experimentação realizou-se com 50 alunos do 9º ano de escolas das redes pública do agreste pernambucano. Os estudantes resolveram problemas de identificação de figuras simétricas em relação a um eixo de simetria. A pesquisa confirma, também, resultados de estudos precedentes. Vimos que muitos dos que acertaram, bem como muitos dos que erraram citaram o espelho nas suas justificativas. Isso demonstra que os alunos associam a imagem da figura ou objeto refletida no espelho à simetria de reflexão.

Palavras-chave: modelo $ck\phi$; concepção; simetria de reflexão, modelização, espelho.

1. Introdução

Este artigo é um recorte de uma pesquisa em nível de dissertação que teve como tema a identificação de elementos de concepções mobilizadas por alunos do Ensino Fundamental sobre a simetria de reflexão. A pesquisa se inscreveu, portanto, na problemática da *modelização* de conhecimentos do aluno. Para Balacheff & Margolinas (2005, p.104), modelizar “é dar uma forma que permite o raciocínio, o cálculo, para entender e decidir.” A utilidade de *modelizar* um sistema complexo é construir a sua “inteligibilidade, sua compreensão” (Le Moigne 1990, apud Lima, 2006). Este estudo representou a continuidade da pesquisa realizada por Lima (ibid.) que foi desenvolvida no contexto do ensino francês. Neste, foi realizada uma modelização de concepções dos

alunos com base na formalização fornecida pelo Modelo cKç e nos resultados dos estudos de Hart (1981), Grenier (1988) e Tahri (1993).

No Brasil, algumas pesquisas vêm sendo desenvolvidas sobre a simetria, principalmente, após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, 1998) em que se ressalta a importância do estudo desta noção no ensino fundamental. Dentre estas, podemos citar as pesquisas de Araújo & Gitirana (2000), Siqueira & Gitirana (2000) e Alves & Gitirana (2005), Mega (2001), Vaz (2004), e Cerqueira (2005). Reconhecendo a relevância e a contribuição desses estudos para o desenvolvimento, buscamos encontrar alguns elementos de resposta para questões ainda não estudadas no contexto brasileiro, como por exemplo, *que concepção ou elementos de concepção o aluno do ensino fundamental mobiliza quando resolve um problema de simetria de reflexão?*

Ressaltamos a relevância do estudo do ensino de reflexão, por um lado, pela sua aplicabilidade no cotidiano e em diversas áreas do conhecimento e, por outro, porque a “simetria é, sem dúvida, um dos princípios básicos para a formulação de modelos matemáticos e para os fenômenos naturais” (Brasil, 2007, p. 45).

2. Revisão de Literatura

Dentre os estudos realizados no Brasil sobre as transformações geométricas, alguns versam sobre a simetria de reflexão axial. A pesquisa realizada por Siqueira & Gitirana (2000) visou “a construção de uma engenharia didática para o ensino do conceito em epígrafe, destinada a alunos da 6ª série do Ensino Fundamental” (ibid., p.3). Os resultados obtidos mostram que, no pré-teste, os alunos tiveram dificuldade para construir a imagem das figuras, principalmente, quando o eixo de simetria interceptava a figura dada, dificuldade que foi atenuada após o desenvolvimento da sequência didática. Isso pode indicar que, para esses alunos, a imagem de uma figura está de um lado ou do outro do eixo de simetria, não admitindo a invariância de pontos sobre esse eixo. A pesquisa mostra, também, que alguns alunos construíram a imagem da figura em relação ao eixo de simetria sem respeitar a distância da figura ao referido eixo. Além disso, constatou-se, em diversas situações, que os alunos confundiram a simetria de reflexão com a translação ou a rotação.

A pesquisa de Alves e Gitirana (2005) investigou os efeitos de uma sequência didática sobre o conceito de *Reflexão Axial*, com alunos da 6ª série de uma escola pública, utilizando, também, um ambiente de geometria dinâmica, o Cabri-Géomètre (Laborde & Bellemain, 1994). Essa pesquisa confirma os resultados acima apresentados, bem como a não observância da propriedade de equidistância e da perpendicularidade entre a reta suporte de um ponto e do seu simétrico, e o eixo de simetria.

Investigando a problemática da construção da imagem de um segmento em relação a um eixo de simetria, Grenier & Laborde (1987) propuseram uma tipologia de procedimentos utilizados pelos alunos na resolução de problemas de construção da imagem de um segmento em relação a um eixo de simetria. Essa tipologia deu origem a classificação de concepções proposta por Tahri (1993): *concepção simetria ortogonal, concepção paralelismo, concepção simetria central e concepção simetria oblíqua* (Tahri, 1993, p. 68-69)

Em sua pesquisa, Lima (2006) também se interessou pela problemática segmento/eixo. No entanto, ampliou esse estudo na perspectiva da construção da imagem de figuras que denominou de *complexas*. A autora descreve essas figuras como sendo figuras formadas por segmentos, polígonos, arcos de círculos etc. Assim, além das variáveis didáticas consideradas nos estudos anteriores inerentes à problemática investigada¹, a mesma autora delimitou outras variáveis partindo da hipótese de que a construção da imagem de figuras complexas poderia influenciar a concepção dos alunos. Dentre essas variáveis, citamos *a especificidade da figura dada* (possui ou não eixo de simetria, seu eixo de simetria é paralelo ou não ao eixo de transformação...) ou *a natureza da figura* (figura geométrica ou não, familiar ou não...). Os resultados da experimentação, realizada com alunos de série equivalente ao oitavo ano do Ensino Fundamental, confirmaram a hipótese apresentada pela autora. Os resultados dos estudos de Lima (Ibid.) estão em consonância com os resultados de pesquisa dos estudos anteriores. A recorrência dos erros e dificuldades dos alunos parecem indicar a persistência de algumas concepções errôneas que por sua vez, podem estar relacionadas diretamente às variáveis do problema proposto.

¹ Nos seus estudos, Grenier (1988) e Tahri (1993) consideram as seguintes variáveis didáticas: orientação do eixo de simetria e do segmento inicial; ângulo formado entre o eixo de simetria e o segmento inicial; interseção entre o eixo e o segmento inicial.

O presente estudo se apoia fortemente nos resultados dessas pesquisas, tendo como objetivo principal identificar as concepções ou os elementos de concepções mobilizados pelos alunos, quando resolvem problemas de simetria de reflexão, independentemente, de suas respostas serem corretas ou errôneas do ponto de vista da matemática.

3. Quadro teórico

Como quadro teórico-metodológico de referência, utilizamos o Modelo cK ϕ - Conceito, Conhecimento e Concepção - desenvolvido por Nicolas Balacheff (1995) com a finalidade de oferecer uma formalização de concepção. Esse modelo está ancorado na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1998) e na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), duas das teorias de referências da Didática da Matemática de origem francesa. Segundo Miyakawa (2005):

O modelo cK ϕ repousa sobre a problemática da teoria situações didáticas desenvolvida por Brousseau (1998) nas quais a questão da relação entre os comportamentos de um sujeito e os conhecimentos é considerado como fundamental. A teoria das situações didáticas modela a situação de aprendizagem e de ensino na qual têm lugar as diversas interações entre os alunos, o meio e o professor. Esta posição da teoria é completamente radical para a modelização dos conhecimentos dos alunos. (Miyakawa, 2005, p.10).

Lima (2008, p.3) afirma que modelo ck ϕ , “uma concepção é definida como uma estrutura mental atribuída a um sujeito por um observador do seu comportamento e a aprendizagem é compreendida como a passagem de uma concepção a outra”. A concepção nesse modelo é concebida como um estado de equilíbrio de um sistema, “sujeito \diamond meio”, considerando as limitações, imposições, ou seja, algo que influencia ou interfere no seu funcionamento. A concepção pertence ao sujeito, dessa forma, ela pode ser correta, ou não, do ponto de vista do conhecimento de referência, no caso desta pesquisa a matemática e, especificamente, a simetria de reflexão. Outro aspecto importante é que a concepção muitas vezes é local no sentido de que ela funciona para resolver um determinado problema e não outro o que aponta para um domínio de validade.

Uma concepção funciona em função do problema, este, por sua vez, é descrito em termos de variáveis didáticas. No quadro deste modelo, a concepção C é formada de quatro elementos (P, L, R, Σ), os quais serão descritos a seguir.

a) P é um conjunto de problemas sobre o qual C é operatório: um problema é resultado de uma perturbação do equilíbrio do sistema [sujeito-meio] (Balacheff 1995, p.227). Nesse modelo, o conjunto P de uma concepção C é o conjunto de problemas pelos quais a concepção C participa a sua resolução.

b) R é um conjunto de operadores: os operadores são explicitados na ação do sujeito quando resolve um problema. Eles são atestados na ação a partir dos comportamentos do aluno.

c) L é um sistema de representação e permite exprimir os elementos de P e de R : esse sistema permite expressar os elementos de P e de R e pode ser gráfico, gestual ou sonoro.

d) Σ é uma estrutura de controles e assume a não contradição de C : É o elemento novo apresentado por Balacheff (1995) no modelo em pauta, é uma ampliação do modelo proposto por Vergnaud (1990). Essa estrutura rege a ação do sujeito que resolve o problema.

Gaudin (2005) afirma que os controles explicitam os critérios que orientam a escolha, a adequação, a decisão, a validade da ação e a resolução, ou não, do problema. Por essas características, as estruturas de controle é o principal foco de interesse desta pesquisa. Dessa forma, apresentamos no próximo capítulo, a análise *a priori* dos problemas que foram propostos aos alunos na experimentação, em termos de controles.

4. Método

No estudo utilizamos alguns elementos da Engenharia Didática (Artigue, 1992), a saber, as análises preliminares e o estudo *a priori*. Nas análises preliminares, estudamos alguns elementos do funcionamento do ensino atual no Brasil, a partir dos PCN (Brasil, 1998) e Guia de Livros Didáticos (Brasil, 2007) e de livros didáticos de matemática, adotados na região agreste de Pernambuco, onde foi realizada a experimentação. Além disso, apresentaremos os resultados de pesquisas que subsidiaram a escolha dos problemas propostos aos alunos, cuja análise *a priori* foi apresentada no capítulo anterior.

A experimentação foi realizada com cinquenta alunos do nono ano do Ensino Fundamental de escolas das Redes Públicas, Municipal e Estadual de ensino da região do agreste do estado de Pernambuco, de quatro turmas distintas, os quais trabalharam individualmente. A única intervenção realizada na sala foi a de uma profissional que trabalha com alunos especiais, já que um dos alunos participantes não falava e nem ouvia. Com isso, foi necessária a presença de uma intérprete. A escolha do 9º ano como nível escolar a ser estudado se deu pelo fato de que os alunos participantes da pesquisa já haviam estudado a simetria de reflexão nas aulas de matemática ou de Artes. Os alunos participantes sabiam que se tratava de uma atividade proposta para pesquisa e que não seria utilizada para composição da nota/conceito. Durante a coleta, registramos os fatos ocorridos durante a aplicação do instrumento de pesquisa, por meio de registros de observações. O instrumento de coleta de dados, em forma de lista, aplicado aos alunos foi composto de cinco problemas, sendo dois de reconhecimento do simétrico da figura e três de construção do simétrico da figura. Cada problema foi apresentado em uma folha separada o que facilitou a identificação da utilização, ou não, da dobradura em cada um dos problemas. Instrumentos de desenho (régua, compasso, esquadros e transferidor) foram disponibilizados para uso pelos alunos em todos os problemas, no entanto, apenas no último problema foi pedido, no enunciado, para que os alunos utilizassem esses materiais.

Em cada um dos problemas, o enunciado pediu para que o aluno justificasse sua escolha, para os problemas de reconhecimento e para os problemas de construção, o aluno teria que justificar a construção realizada. Entendemos que essas justificativas poderiam auxiliar numa melhor interpretação da identificação de alguns controles mobilizados pelos alunos na resolução do problema. A experimentação foi realizada em uma única seção e aos alunos trabalharam individualmente. Fizemos essa escolha com a finalidade de identificar as concepções de cada aluno, a partir da sua produção escrita (escolhas, construções e justificativas). Não estabelecemos um tempo para que resolvessem a atividade. Cada aluno respondia e entregava no momento que se sentisse confortável para isso. Esse tempo variou entre 20 a 150 minutos. De posse das respostas dos alunos, analisamos aspectos referentes a) às construções e identificações realizadas; b) às argumentações; c) aos procedimentos de resolução utilizados pelos alunos.

5. Análise de produções dos alunos

Realizamos a escolha dos problemas observando as variáveis didáticas e os valores a eles atribuídos, de maneira que eles fossem familiares aos alunos. Em termos de “tipos de problemas”, propomos aos alunos problemas de *reconhecimento e de construção de figuras simétricas*. Após a apresentação do enunciado e das figuras fornecidas em cada problema, fizemos uma descrição em termos de valores e de variáveis consideradas na escolha, e um estudo, em relação às respostas e controles passíveis de serem utilizados pelos alunos na resolução.

Neste artigo, apresentamos alguns resultados obtidos na pesquisa a partir de um problema de reconhecimento de figura simétrica resolvido pelos alunos. A análise foi realizada em termos dos controles suscetíveis de serem utilizados pelos alunos na resolução do referido problema. Para tanto utilizamos a formalização de controles modelizados por Lima (Ibid.), à luz do Modelo cKç. Os controles serão descritos ao longo da análise.

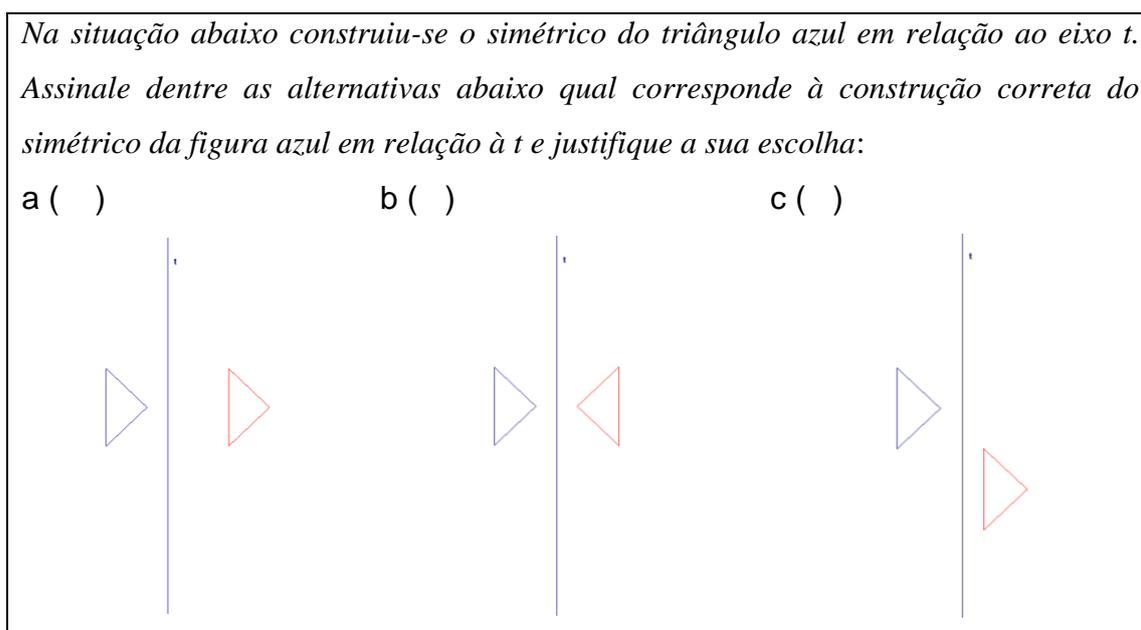


Figura 1: Problema triângulo

O problema consiste em escolher, entre as figuras candidatas, aquela que é a imagem da figura objeto, em relação ao eixo de simetria dado no problema. As respostas obtidas foram as seguintes:

Tabela 1. Problema Triângulo_Tipo de resposta

Tipo de resposta	Frequência (sobre 50)	%
Alternativa a	04	8

Alternativa b (resposta correta)	41	82
Alternativa c	04	8
Alternativas a) e b)	01	2

Como se pode observar, a maioria dos alunos (82%) respondeu o problema corretamente. A seguir, apresentamos alguns extratos das justificativas dos alunos que escolheram esta resposta:

a) Problema Triângulo - alternativa b (resposta correta)

A seguir, apresentamos as justificativas, mais frequentes, dos alunos para explicar suas escolhas e alguns elementos de análise.

A17²: *Porque fica do mesmo jeito frente a frente não muda nada.*

Análise: 8 dos 41 alunos argumentaram neste sentido. Entendemos a expressão “frente a frente” como sendo a manifestação do controle de sentido inverso ($\Sigma_{sentido\ inverso}$). Por sua vez, a expressão “não muda nada” pode fazer referência ao fato de que a figura conserva suas propriedades. Em outros termos, o triângulo continua sendo o triângulo, mantendo o comprimento dos lados e a medida dos ângulos: Σ_{forma} e $\Sigma_{tamanho}$.

A40: *Porque as figuras são iguais, mas estão em posições contrárias.*

Análise: 7 dos 41 alunos justificaram assim a escolha. A expressão “as figuras são iguais” se aplica a todas as alternativas, não sendo, portanto, reveladora do controle mobilizado pelo aluno. Entretanto, como no caso precedente, o fato de reconhecerem que as figuras objeto e imagem estão em “*posições contrárias*” revela a mobilização do controle de sentido inverso ($\Sigma_{sentido\ inverso}$) como sendo relevante para a escolha feita por esses alunos.

² Deste ponto em diante, utilizaremos este tipo de nomenclatura para identificar os alunos participantes da pesquisa.

A23: *Porque quando está diante de um espelho, fica-se na mesma altura, mas ao inverso da figura ilustrada.*

Análise: 6 dos 41 alunos justificaram dessa maneira suas escolhas. A utilização efetiva do espelho pelos alunos, na escolha da figura simétrica, pode ter uma relação direta com o livro didático que utilizam e com a maneira como o professor trabalhou esse conceito na sala de aula. Os 6 alunos que justificaram com a palavra “espelho” não utilizaram efetivamente este para resolver os problemas. Na análise dos livros, verificamos que dos 7 livros que apresentam a simetria de reflexão como sugestão para o ensino escolar, em apenas 3 deles o espelho é utilizado como recurso para auxiliar o aluno na compreensão deste conteúdo. A alegação de “mesma altura” pode estar associada à propriedade de conservação do alinhamento dos pontos pela simetria de reflexão, o que remete aos controles ligados à direção. Além disso, como nos dois casos precedentes, a inversão da figura (orientação dos ângulos) parece ter sido determinante nas escolhas dos alunos, o que remete ao controle $\Sigma_sentido\ inverso$.

A45: *Porque tem o mesmo reflexo* e **A6:** *Porque a figura está oposta.*

Análise: 6 dos 41 fizeram referência à expressão “mesmo reflexo” e 2 ao fato das figuras estarem opostas. Nossa hipótese consiste no fato de que a escolha pode ter sido influenciada pelo uso de espelho efetivo, ou não. O controle que pode ser considerado como determinante nessa escolha é, mais uma vez, $\Sigma_sentido\ inverso$.

A1: *O triângulo vermelho foi construído em relação ao eixo ‘t’, logo o triângulo azul deve estar perfeitamente posicionado em relação ao mesmo eixo. Então são chamados de congruentes.*

Análise: 3 dos 41 justificam neste sentido suas respostas. A expressão “perfeitamente posicionado” dá indícios da mobilização do controle de direção ($\Sigma_perpend$ ou Σ_hor) e de igualdade da distância entre as figuras objeto e imagem e o eixo de simetria dado (Σ_dist). A alusão feita pelos alunos à congruência das figuras remete aos controles de conservação de forma (medida dos ângulos) e de comprimento dos segmentos que compõem o triângulo: Σ_forma e $\Sigma_tamanho$.

A2: *Quando o plano é dobrado ao meio as figuras ficam iguais.*

Análise: apenas um aluno justificou assim sua resposta. Entendemos a referência ao “plano” como sendo uma dificuldade deste aluno com a linguagem matemática. Assim, nossa análise está baseada apenas na escolha da alternativa correta e na sua afirmação de que “dobrado ao meio as figuras ficam iguais”. Mesmo não tendo dobrado a folha de papel sobre o eixo de simetria, essa explicação do aluno pode ser interpretada como uma referência à sobreposição das figuras simétricas por dobradura.

Tendo em vista que os livros didáticos incentivam a utilização da dobradura, fizemos inicialmente a hipótese de que os alunos utilizariam essa técnica, em grande escala, na identificação da figura simétrica. No entanto, isso não se observou nesta experimentação. Um elemento de explicação para esse resultado pode ser dado pelo fato da utilização da dobradura não ter sido explicitada no enunciado do problema.

A33: *Porque eles têm a mesma medida.*

Análise: a justificativa deste aluno pode ser interpretada como sendo a manifestação do controle ligado ao comprimento dos segmentos que compõem a figura dada (um triângulo) e seu simétrico: Σ_{tamanho} .

b) Problema Triângulo - Alternativa a

Como mostrado na tabela 1, apenas 4 dos 50 alunos que responderam esta questão, deram esse tipo de resposta. Um quinto dos alunos que esta resposta, assinalou, também, a “alternativa b”. Casos como esse serão analisados a seguir.

c) Problema Triângulo - Alternativa c

Como explicitado na análise *a priori*, a escolha desta alternativa pelos alunos, pode estar associada aos controles $\Sigma_{\text{translação}}$ e $\Sigma_{\text{paralelismo_segmento}}$.

As justificativas dadas pelos alunos foram as seguintes: “as figuras estão emparelhadas”; “porque o reflexo está na forma azul” e “porque são iguais”. Essas afirmativas dos alunos, por si mesmas, não nos permite a identificação dos controles previstos *a priori*, nem de outros controles que, porventura, eles mobilizaram. Dessa forma, a hipótese inicial não foi confirmada.

É possível que a escolha esteja relacionada à direção dada pelo prolongamento de um dos segmentos da figura (Σ_{prolong}), como ilustrado na análise *a priori* (Cf. figura 3). Dos 5 alunos que escolheram essa alternativa, apenas 1 apresentou elementos, em sua justificativa, que podem ser interpretados como sendo a mobilização do controle acima citado: “eu acho que a resposta certa é a ‘c’ porque a figura estão seguindo pro lado certo”.

d) Problema Triângulo – “Alternativa a” e “Alternativa b”

Um aluno (A9) assinalou duas alternativas como resposta, e justificou sua escolha da seguinte maneira: “Eu acho que é certo a letra ‘a e b’, porque o espelho reflete na nossa frente e por trás também fica facilmente de nos ver”. Essa resposta não traz elementos que nos possibilitem afirmar os controles mobilizados por esse aluno. No entanto, indica que, a noção de simetria de reflexão parece estar associada à ideia de uma figura refletida no espelho, embora ainda não tenha consciência de como a imagem seria materializada na folha de papel.

Como podemos observar nas análises acima, a maioria dos alunos que identificaram corretamente a imagem da figura dada por simetria de reflexão justificou suas escolhas baseada no fato de que a imagem da figura dada, por essa simetria, está refletida como em um espelho. Essa resposta pode ser interpretada pela conservação da orientação dos ângulos da figura inicial. Dessa forma, o controle $\Sigma_{\text{sentido inverso}}$ foi mais facilmente identificado neste problema.

Visto que o eixo de simetria fornecido no problema em análise tem orientação vertical em relação à folha de papel, a identificação entre os controles ligados ao critério de direção seria possível, apenas, a partir das justificativas dos alunos e/ou de marcas realizadas sobre as figuras. Nesta experimentação, as explicações dadas não nos permitiram identificá-los e distingui-los.

Essa breve análise mostra que a caracterização da concepção de um sujeito sobre um dado conhecimento é uma tarefa bastante complexa. Isso justifica a nossa decisão de caracterizarmos, apenas, alguns elementos das concepções dos alunos, à luz do quadro teórico de referência.

6. Resultados da Pesquisa

Esta pesquisa teve por objetivo identificar elementos de concepção de alunos do nono ano (oitava série) do ensino fundamental, em relação à noção (ou conceito) de simetria de reflexão. Para isso, apoiamos-nos em outros estudos como o de Grenier (1988) e Lima (2006). Como forma de dar continuidade à pesquisa realizada por Lima, estudamos a simetria do ponto de vista do ensino básico no Brasil. Este contexto é diferente dos trabalhos precedentes que foram realizados na França, buscamos responder a seguinte questão: “Que concepção ou elementos de concepção o aluno do ensino fundamental mobiliza quando resolve um problema de simetria de reflexão?”

As produções dos alunos foram analisadas a partir da relação entre os problemas propostos para resolução, os índices de acertos e os controles mobilizados pelos alunos para resolução dos problemas. Esses aspectos foram analisados à luz das variáveis didáticas que poderiam influenciar na concepção do aluno sobre simetria de reflexão.

Na elaboração deste artigo, escolhemos um dos problemas propostos aos alunos. Os resultados mostraram que, no Pb_triângulo, a maioria dos alunos que identificou, corretamente, a imagem da figura dada por simetria de reflexão justificou suas escolhas baseada no fato de que a imagem da figura dada, por esta simetria, está refletida como em um espelho. Interpretamos esta resposta pela conservação da orientação dos ângulos da figura inicial, como também pela mobilização do controle forma e tamanho. Desta maneira, o controle $\Sigma_sentido\ inverso$ foi mais facilmente identificado neste problema.

Analisando-se as produções dos alunos quanto aos índices de acertos pode-se verificar que problemas de reconhecimento apresentam maiores índices de acertos (82%). Esse fato pode estar relacionado ao tipo de problema, ou seja, à maior complexidade dos problemas.

Analisando-se as produções dos alunos, quanto aos controles mobilizados, pode-se observar que o controle $\Sigma_sentido\ inverso$ foi mobilizado tanto pelos alunos que acertaram os problemas, quanto pelos que erraram.

Confrontando-se as inferências feitas, a partir da análise *a priori*, pôde-se verificar que, no problema_1, foram mobilizados pelos alunos os controles Σ_forma e $\Sigma_tamanho$, relacionados à conservação da razão de semelhança e tamanho do(s) segmento(s) da figura.

7. Considerações finais

A pesquisa confirma resultados de estudos precedentes.

Alguns dados que emergiram, durante a pesquisa, por exemplo: na análise dos protocolos dos alunos, vimos que muitos dos que acertaram os problemas, bem como muitos dos que erraram citaram o espelho nas suas justificativas. Isso demonstra que os alunos associam a imagem da figura ou objeto refletida no espelho à simetria de reflexão.

Percebemos a necessidade de organizar um novo dispositivo experimental, a fim de se ter acesso aos outros elementos da concepção, r (operadores) e l (sistemas de representação) dos alunos. Para isso, será necessária a proposição de um novo instrumento de coleta de dados, utilizando-se de recursos como a gravação de áudios e de vídeos, além de entrevistas.

8. Referências

ALVES, D. S. & GITIRANA GOMES FERREIRA, V. (2005). *Simetria axial: uma seqüência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica*. Recife: UFPE.

ARAÚJO, A. J. & GITIRANA GOMES FERREIRA, V. (2000). Simetria de Rotação: uma seqüência didática com o Cabri-Géomètre. In: 23ª ANPED - Reunião Nacional de Pesquisadores em Educação, Caxambu: ANPED, 1-16.

ARTIGUE, M. (1992). Didactic Engineering. In: DOUADY, Régine; MERCIER, Alain (ed.). *Research in Didactique of Mathematics*. Grenoble: Editions La Pensee Sauvage, 41-65.

BALACHEFF, N. & MARGOLINAS, C. (2005). $cK\phi$ Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In Mercier A. & Margolinas C. (Ed.), *Balises en Didactiques des Mathématiques*, p. 75 – 106. Grenoble : La Pensée Sauvage – Éditions.

BALACHEFF, N. (1995). Conception, Connaissance et Concept. *Didactique et Technologies Cognitives en Mathématiques* - Séminaires 1994-1995. Grenoble: Université Joseph Fourier.

BALACHEFF, N. Conception, propriété du sujet/milieu. In: Noirlalise R., Perrin-Glorian M.-J. (ed.) *Actes de la VIIº Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp.215-229). Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos PNLD 2008 (2008): Matemática/Ministério da Educação*. — Brasília: MEC, 2007. 148 p. — (Anos Finais do Ensino Fundamental)

BRASIL. (1998) Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, ensino de quinta a oitava séries*. Brasília: MEC/SEF.

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, [Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield], Grenoble : La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques.

CERQUEIRA, A. P. F. (2005). *Isometrias: Análise de documentos curriculares e uma proposta de situações de aprendizagem para o ensino médio*. Mestrado profissional, São Paulo: PUC-SP.

GAUDIN, N. (2005). *Place de la validation dans la conceptualisation, le cas du concept de fonction*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

GRENIER, D. & LABORDE, C. (1987). *Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale*. In *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*. Actes du Colloque de Sèvres. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions.

GRENIER, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse d'Université. LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier.

HART, K. M. (1981) *Children's understanding of mathematics: Alden Press, Oxford, London, 11-16*.

LABORDE, J. & BELLEMAIN, F. G. (1994). *Cabri-geometry II*. Dallas: Texas Instruments.

LIMA, I. (2008). Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão. In: *II Jornada Nacional de Educação Matemática, 2008, Passo Fundo*. Educação Matemática na Atualidade. Passo Fundo: Editora da UPF, 2008, 1-12.

LIMA, I. (2006). *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble.

MEGA, E. (2001). *Ensino/aprendizagem da rotação na 5ª série: um estudo comparativo em relação ao material utilizado*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC-SP.

MIYAKAWA, T. (2005). *Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de La notion de symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

SIQUEIRA, J. E. *Explorando a Simetria de Reflexão: uma seqüência didática no Cabri-Géomètre*. 2000. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura Em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco. Orientador: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.

TAHRI, S. *Modélisation de l'interaction didactique: un tuteur hybride sur CABRIGÉOMÈTRE pour l'analyse de décisions didactiques*. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.

VAZ, R. *O uso das isometrias do software Cabri-Géomètre como recurso no processo de prova e demonstração*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2004.

VERGNAUD, G. *La Théorie des Champs Conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, n°2.3. 1990. p. 133-170.