RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS: ANÁLISE DOS PROCESSOS HEURÍSTICOS DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Aline Cristina Cybis
Mestrado em Educação Matemática Universidade Bandeirante Anhanguera
cybisaline@gmail.com

Resumo
Neste artigo, temos como objetivo analisar os processos heurísticos da resolução de quatro problemas aditivos por alunos de uma escola do 5º ano do Ensino Fundamental. Utilizamos como referencial teórico as contribuições de Polya para a resolução de problemas, as técnicas de resolução de problemas de Mason, Burton e Stacey e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, focando no campo aditivo. A abordagem metodológica consistiu na apresentação, discussão e resolução dos problemas por pequenos grupos de acordo com uma ficha elaborada pela pesquisadora e a partilha das estratégias entre todos os grupos. Os dados revelaram que os alunos participantes se interessaram pela atividade e pela oportunidade de realizar suas próprias estratégias de resolução de problemas. Também observamos que as etapas de escrever rubricas e de convencer os colegas podem contribuir com o processo heurístico da resolução de problemas.

Palavras Chave: Resolução de Problemas; Campo Aditivo; Processos Heurísticos; Estratégias.

1. Introdução

Este artigo nasceu da observação de que alunos de 5º ano do Ensino Fundamental, em sala de aula, se sentiam cansados e até mesmo desmotivados ao terem que realizar listas enormes de exercícios trazidos pelos livros didáticos. Em situações que exigiam algum desafio maior, os alunos tendiam a uma postura de fragilidade e insegurança. Também verificávamos que as estratégias de resolução, feitas pelos alunos, para os exercícios apresentados, constituíam-se em meras reproduções mecânicas dos cálculos, muitas vezes sem compreensão do que foi feito, e sem conseguir dar uma explicação sobre a resposta obtida. A discussão das respostas dadas aos exercícios estava mais respaldada por acertos e erros do que pelo processo de refletir sobre o “por quê” desses erros e acertos, isto é, os processos heurísticos da resolução de problemas.

Tendo em vista esta situação, o presente trabalho teve como objetivo analisar as estratégias de resolução de quatro problemas aditivos por alunos de uma classe de 5º ano do Ensino Fundamental, procurando entender as operações mentais tipicamente úteis nesse processo. Schoenfeld (1997) destaca a importância dos processos heurísticos na resolução de problemas. Ele relata que em uma hora de aula é possível somente trabalhar com quatro ou cinco problemas, a fim de garantir que estes sejam discutidos proveitosamente entre os alunos. Ainda de acordo com o autor, o trabalho com os problemas podem ser realizados por meio da *abordagem do grupo-pequeno*, que consiste em dividir os alunos em grupos de quatro ou cinco, trabalhando em uma tarefa com dois ou três problemas. Ao final da atividade, a aula retorna em forma de discussão. A abordagem metodológica consistiu na organização dos alunos em pequenos grupos, para os quais era apresentado o problema na lousa, e eles registravam suas ideias na ficha entregue pela pesquisadora, discutindo no pequeno grupo. Por fim, formava-se uma grande roda, para a socialização e discussão das resoluções dos problemas por todos os grupos. Um representante de cada grupo partilhava e explicava as rubricas, as estratégias e o convencimento do seu grupo na lousa para toda a classe.

Na pesquisa realizada por Justo (2009), foram encontradas evidências de que nas turmas em que o professor realizou intervenções que possibilitaram processos heurísticos, houve avanço na aprendizagem do campo aditivo. Partindo dessa ideia, buscamos verificar quais seriam os problemas aditivos que poderíamos utilizar com os alunos, bem como as supostas intervenções, a fim de desenvolver nos alunos esse processo de reflexão sobre os passos para resolver os problemas. Para esse fim, elaboramos uma ficha que os alunos utilizaram para resolver os problemas, que inclui as seguintes etapas: rubricas, estratégia, resposta e convencimento.

Na primeira seção deste relato, abordaremos a resolução de problemas e as contribuições de Polya (2006); na segunda seção, destacaremos alguns aspectos das técnicas de resolução de problemas propostas por Mason, Burton e Stacey; na terceira seção abordaremos o Campo Aditivo de Vegnaud (1990, 2009). Na seção referente à análise, daremos enfoque apenas às rubricas, estratégias e convencimentos registrados pelos alunos. E na última parte deste artigo, traremos as considerações finais acerca de todo o trabalho realizado.

2. A Resolução de problemas e as contribuições de Polya[1] (2006)

Para Polya (2006), com sua metodologia de resolução de problemas, quando estamos diante de um problema, e à medida que avançamos para a solução dele, podemos variar continuamente nosso ponto de vista, isto é, nossa maneira de encarar determinado problema.

Verificamos que o caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano pode ser longo e tortuoso. Por isso, Polya (2006) aponta quatro passos para se resolver um problema: *compreensão do problema*; *plano para resolver um problema*; *execução do plano*; e *exame da solução obtida*.

Compreender o problema é parte fundamental para que o aluno possa identificar as partes principais: a incógnita, os dados e a condicionante. Para Polya (2006):

> se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados. Se for necessário designar estes elementos, deverá adotar uma notação adequada, pois, dedicando alguma atenção à escolha dos signos apropriados, será obrigado a considerar os elementos para os quais esses signos têm de ser escolhidos. (POLYA, 2006, p.5)

Deste modo, Polya nos relata que o registro pictórico é algo muito importante e deve vir acompanhado da indicação da incógnita e dos dados do problema, pois de nada valerá este tipo de registro se não houver uma reflexão acerca deste desenho.

No passo dois, referente ao *estabelecimento de um plano*, Polya (2006, p. 7) nos revela que os materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são certos itens relevantes ao conhecimento matemático já adquirido, tais como, problemas anteriormente resolvidos. O autor ainda considera que temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita.

Quando seguimos para a fase em que será colocado *o plano em execução*, é chegado o momento em que colocaremos à prova se determinado passo para resolver o problema está certo. Polya (2006) destaca a importância do plano ter sido elaborado pelo alunos, e não ter sido somente aceito por influência do professor, sem nenhuma reflexão do aluno.

[1] A obra original de Polya é de 1945.

O passo que corresponde ao *exame do resultado* obtido no problema nos indica a realização de uma retrospectiva da resolução completa, reconsiderando e reavaliando o resultado final e o caminho que nos levou até ele. Polya (2006) mostra que o professor deve encorajar os alunos a imaginar casos em que eles poderão utilizar novamente algum procedimento ou método empregado anteriormente que deu certo em algum outro problema. Afinal, todo problema tem relação com algum que já foi resolvido, caso contrário, este seria insolúvel. A discussão também sobre outras maneiras de se obter o mesmo resultado por procedimentos diferentes deve ser levada em consideração pelo professor e ser feita em sala de aula.

Uma questão, julgada por nós de bastante relevância para este trabalho, é a de que, para Polya (2006), "quanto mais cuidadosamente verificarmos nossos passos na execução do plano, mais livremente poderemos utilizar o raciocínio heurístico na sua concepção."

3. Mason, Burton e Stacey (1961): a técnica das rubricas e revisão dos problemas

Mason, Burton e Stacey (1961) apresentam uma técnica para recordar experiências matemáticas, para assim podermos analisar e estudar mais tarde nossas ações e desenvolver melhor o pensamento matemático. Para isso, segundo os autores, é preciso anotar em uma folha de papel três coisas: todas as ideias importantes que ocorrerem à medida que você busca uma solução para uma questão, o que você está tentando fazer e suas sensações sobre isso. Segundo eles, essas anotações chamadas também de rubricas, servirão de ponto de partida para a resolução de um problema, que inicialmente parecia sem solução:

> escrever os sentimentos que você tem e as ideias matemáticas que lhe ocorrem irá destruir a brancura gritante do pedaço de papel que você enfrenta quando você começa uma pergunta.(Mason et al., 1961, p. 11)

Em seu trabalho, Mason et al. (1961) também ressalta a fase de revisão da resolução do problema como um momento para checar essa resolução, refletir sobre as ideias e momentos-chave e ainda estender para um contexto maior. A fim de convencer a si mesmo e as outras pessoas de que sua resolução para o problema é adequada, no momento da revisão, é preciso checar os cálculos, os argumentos que garantem que esses cálculos são apropriados, e se realmente estes se encaixam na questão. É preciso também garantir que a resolução esteja clara para o entendimento de todos, assim como se perguntar se é possível procurar um novo caminho para resolver o mesmo problema.

A partir das ideias de Mason et al. (1961) a respeito das rubricas e da fase da revisão dos problemas, foi elaborada a ficha a seguir para os alunos utilizarem na resolução dos problemas aditivos propostos, a fim de auxiliá-los em seus processos heurísticos.

ALUNO: ______ Nº ____ Data: __/__/__

PROBLEMA:

RUBRICAS:

ESTRATÉGIA

RESPOSTA:

CONVENCIMENTO:

Figura 1: Modelo da Ficha elaborada pela pesquisadora para resolução dos problemas aditivos.

3. O Campo Aditivo de Vergnaud (1990, 2009)

A seleção dos problemas que foram aplicados para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, se deu por meio do estudo da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), mais precisamente a parte que fundamenta o trabalho com os problemas de estruturas aditivas.

Vergnaud (1990) considera como um campo conceitual um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma abundância de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão.

De acordo com Vergnaud (2009, p.197), por problemas do tipo aditivo, estamos entendendo todos aqueles cuja solução exige tão somente adições ou subtrações, do mesmo modo pelo qual entendemos por “estruturas aditivas” as estruturas em que as relações em jogo são formadas exclusivamente por adições ou subtrações.

Existem vários tipos de relações aditivas, e, do mesmo modo, vários tipos de adições e subtrações, que vamos destacar a seguir. Segundo Vergnaud (2009), a complexidade dos problemas de tipo aditivo varia não apenas em função das diferentes categorias de relações numéricas, mas também em função das diferentes classes de problemas que podem ser formulados para cada categoria. As seis categorias propostas por Vergnaud (2009) são:

> *Primeira categoria* – duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.
> *Segunda categoria* – uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.
> *Terceira categoria* – uma relação liga duas medidas.
> *Quarta categoria* – duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.
> *Quinta categoria* – uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.
> *Sexta categoria* – dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo. (Vergnaud, 2009, p. 200)

Os alunos do 5º ano se debruçaram sobre quatro problemas de diferentes categorias de acordo com o Campo das Estruturas Aditivas de Vergnaud, deixando de fora apenas a segunda categoria, assim descritos:

- *Primeira Categoria:* 1) Joana preparou 94 biscoitos de leite e 57 biscoitos de chocolate. Quantos biscoitos ela preparou ao todo?
- *Terceira Categoria:* 2) José tem 25 bolinhas. Tiago tem 7 a menos que José. Quantas bolinhas Tiago tem?
- *Quarta Categoria:* 3) Paulo ganhou ontem 6 bolinhas de gude e hoje perdeu 9 bolinhas. Quantas bolinhas Paulo perdeu ao todo?
- *Sexta Categoria:* 4) Roberto devia 43 adesivos para Henrique, mas Henrique lhe devia 24. Quantos adesivos Roberto deve, na verdade, para Henrique?

4. Análise das rubricas, estratégias e convencimentos utilizados pelos alunos

Destacaremos nesta análise, algumas rubricas, estratégias e convencimentos dos alunos durante a resolução dos quatro problemas aditivos. Para isso, utilizaremos alguns códigos para identificar as falas dos alunos de acordo com os seus grupos de trabalho.

- *Problema 1:*

Rubricas:

A1 G1, A9 G1, A10 G2, A11 G3(Aluno 1 do Grupo 1) - Eu achei muito fácil, na hora que eu olhei eu já sabia a resposta, porque se ler com atenção vai saber se a conta é de mais, de menos, de dividir ou de multiplicar.

A2 G2, A12 G4 - Vai dar mais de 100.

A3 G3, A6 G2, A7 G3 - Vou fazer uma adição.

A4 G4 - A soma dos biscoitos seria maior que 130.

A5 G1, A8 G4- Eu pensei que não teria dificuldade.

Por meio das anotações iniciais dos alunos, foi possível verificar que a maioria deles logo associou a resolução do problema a um cálculo de adição, e que esta categoria de problema aditivo não gerou dificuldade para o estabelecimento de um plano pelos alunos. Os alunos A2 G2, A4 G4 e A12 G4 apresentaram uma estimativa que os auxiliou nessa resolução. Esta técnica favoreceu o passo de compreensão do problema destacado por Polya.

Como exposto por Mason (1961), verificamos que os alunos conseguiram expor seus sentimentos com relação ao problema, bem como anotaram as ideias que julgaram importantes para a resolução deste.

Estratégias:

A1 G1, A9 G1, A10 G2, A11 G3 - Algoritmo convencional (Cálculo armado)

A8 G4 - Não apresentou uma estratégia.

A5 G1 - Algoritmo convencional e cálculo mental

A3 G3, A6 G2, A7 G3 - Algoritmo convencional com operação inversa

A2 G2, A12 G4 - Cálculo mental e representação com desenhos

A4 G4 - Algoritmo convencional seguido de representação com desenhos

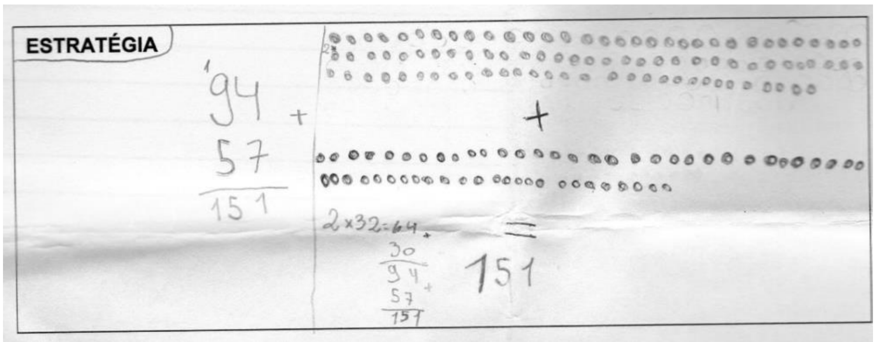

Figura 2: Estratégia usada pelo aluno A4 G4 para resolver o problema matemático 1.

A primeira categoria de problemas pareceu-nos demasiadamente simples para esses alunos, entretanto, observamos que grande parte deles utilizaram o algoritmo convencional para resolver esses problemas, em detrimento do cálculo mental, que poderia ter sido uma resolução mais econômica. Verificamos também, que alguns alunos já haviam descoberto o resultado por meio do cálculo mental, mas de alguma forma, se sentiram forçados a registrar o algoritmo convencional também, isto é, escreveram sua respectiva conta armada. Alguns alunos ainda realizaram a operação inversa do cálculo, a fim de se certificar da resposta obtida inicialmente ou registraram a resolução do problema por meio de desenhos, mesmo que de fato, não apresentassem uma real necessidade deste recurso para a resolução do referido. No caso do aluno A4 G4, observou-se que ele realizou dois cálculos, um de multiplicação 2 X 32 e adição 64 + 30, cujo resultado deu 94, isto é, o número já fornecido pelo problema. Esse cálculos não tiveram relação direta com o processo de descoberta do resultado adequado.

Convencimento:
A10 G2, A11 G3 - Explicou o procedimento do algoritmo convencional:
A8 G4 - É uma pergunta que tem que misturar esses biscoitos e obter um total
A4 G4, *A2 G2, A12 G4* - Gosta de desenhar em contas
A1 G1 - Não seguiu a proposta de convencimento
A3 G3, A6 G2, A7 G3 - Eu armei a conta e depois a confirmei
A5 G1, A9 G1 - Minha resposta está certa, pois fiz cálculo mental e também fiz no papel

No momento da discussão das resoluções deste problema entre os alunos, verificamos que foram discutidas outras maneiras de se chegar ao mesmo resultado, conforme destacada a importância pelos autores que fundamentam este artigo.

- *Problema 2:*

Rubricas:
A2 G2, A6 G2, A11 G3 - Achei o problema muito fácil:
A3 G3 - José tem 25 bolinhas depois subtraímos 7 e no resultado vai continuando contando começando do 7 até 25 e conta as bolinhas e dá o resultado.
A1 G1, A4 G4 -Achei fácil, só vou ter que subtrair:
A5 G1, A12 G4 -25 bolinhas menos 7.

A6 G2, A7 G3 - Eu pensei que devo usar adição ou subtração ou até os dois juntos para resolver o problema das bolinhas de Tiago e José.
A8 G4, A10 G2- Pensei que o resultado era 17 primeiro e depois o resultado certo.

Nas primeiras ideias dos alunos sobre o problema 2, observamos novamente a utilização da estimativa. Quando um dos alunos relata que precisará da adição e subtração, ou até os dois juntos, esse aluno percebeu a ideia do campo aditivo, pois ele compreendeu que é possível chegar ao resultado por qualquer uma das operações: adição ou subtração. Esse mesmo aluno confirma sua hipótese quando na discussão com a classe, um colega apresenta a ideia de 25 menos 7 (subtração), e em seguida, outro aluno diz que é só contar do 7 até o 25 (adição).

Estratégias:
A5 G1, A12 G4 - Representação com bolinhas:
A8 G4, A10 G2, A6 G2, A7 G3, A2 G2, A6 G2, A11 G3 - Algoritmo convencional:
A3 G3 - Representação com desenho e algoritmo
A1 G1, A4 G4 - Cálculo mental

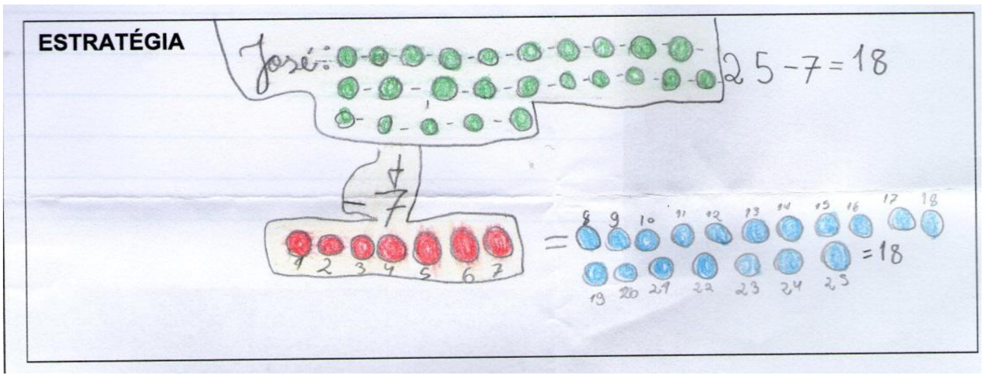

Figura 3: Estratégia usada pelo aluno *A3 G3* para resolver o problema matemático 2.

O aluno *A3 G3* se apoiou na contagem do 7 para chegar ao 25, mostrando em seu desenho uma composição que poderia ocorrer por meio de uma adição ou de uma subtração. Embora este aluno fosse capaz de elaborar mentalmente a resposta para este problema, preferiu registrar por meio do desenho a fim de conseguir explicar melhor o que compreendeu a respeito da situação aditiva.

Convencimento:

A5 G1 - Desenhou porque acha mais divertido:

A12 G4 - Porque eu acho mais fácil visualizar com desenhos e dai, eu também vario um pouco para não ser só números.

A3 G3 - Mesmo eu sabendo o resultado, é porque é mais legal fazer essa estratégia.

A4 G4 - Eu sei que a conta está certa, porque primeiro eu fiz com os dedos e depois montei a conta pra conferir.

A8 G4, A10 G2, A6 G2, A7 G3, A2 G2, A6 G2, A11 G3 - Explicou o procedimento do algoritmo convencional:

A1 G1 - Sei que está certa, porque usei o cálculo mental também.

Durante o momento de revisão do problema 2, percebemos que alguns alunos optaram pelo desenho como uma forma divertida de resolvê-lo, ou para facilitar a sua visualização, no entanto eles não apresentaram um registro pictórico carregado de reflexão em torno da incógnita, conforme Polya nos aponta a necessidade.

Durante a discussão, alguns alunos com o objetivo de fundamentar as respostas obtidas, tentaram explicar descritivamente os passos realizados na conta armada. Neste caso, constatamos que alguns alunos se prenderam demasiadamente em efetuar corretamente o cálculo armado, não refletiam que este cálculo não garante que o problema esteja resolvido de forma eficaz.

Para Vergnaud (2009, p. 209), a subtração não precisa ser definida como a inversa da adição, ela tem uma significação própria; e o problema que se impõe ao professor é o de mostrar o caráter oposto ou recíproco da adição e subtração.

- *Problema 3:*

Rubricas:

A8 G4, A3 G3 - Não dava para ele perder 9 se só tinha 6.

A1 G1- Não sei se somo ou subtraio.

A4 G4, A11 G3- Que confusão! Se ele já tivesse 9 bolinhas e ai perdesse essas 9, mas não posso saber, porque não fala na pergunta essa informação.

A10 G2- Eu pensei primeiro que se ele ganhou 6 bolinhas como ele perdeu 9? Mas ai, pensei que ele já deveria ter bolinhas.

A12 G4- Não explica se ele tem mais bolinhas.

A6 G2 - Eu pensei primeiro em quantas bolinhas ele tinha.

A2 G2, A7 G3- Que entre 6 bolinhas de gude seria a metade. 3 que 3 X 3 = 9

A9 G1- Eu pensei que ele tinha 15 e perdeu 9 e sobrou 6.

Este problema consiste na lei de composição que corresponde à adição de duas transformações, quer dizer, de dois números relativos, isto é, + 6, -9, -3. Na fala do aluno *A1 G1*que não sabia se somava ou subtraia, verificamos que esta categoria de problema lida com uma ideia nada confortável para os alunos. Eles partem da ideia de que é preciso ter algo antes, para depois perder, sendo assim, alguns tentaram inventar um valor inicial para o personagem, como no caso do aluno *A9 G1*.

Estratégias:

O aluno A5 G1 perguntou se já iriam aprender números negativos. Então, mostrou um esquema que fez:

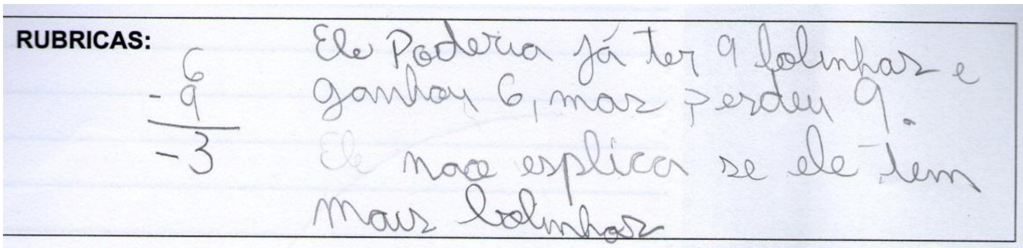

Figura 4: Hipótese usada pelo aluno A5 G1 para resolver o problema 3.

O mesmo aluno, após confirmar sua ideia com a professora, realiza o cálculo com outra estratégia:

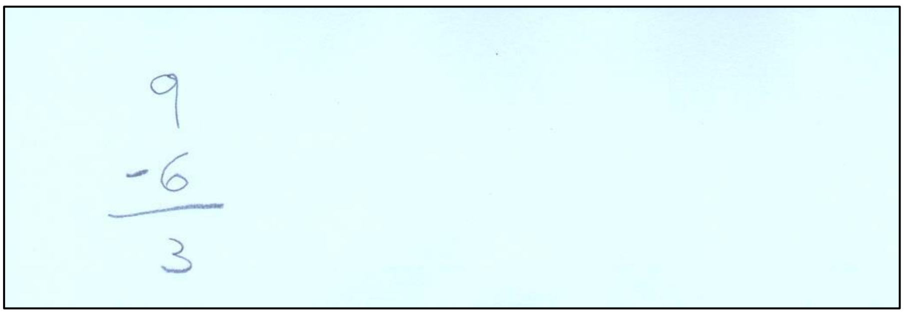

Figura 5: Estratégia usada pelo aluno A5 G1 para resolver o problema 3.

Esse aluno tentou estabelecer um plano para executar o seu problema, mesmo que este parecesse um pouco absurdo para os demais colegas.

Convencimento:
A4 G4 - Nosso grupo teve bastante dificuldade.
A5 G1, *A1 G1 - Paulo perdeu 6 e precisa de 3 para conseguir 9.*
A6 G2, A4 G4, A11 G3 - Paulo perdeu 3 bolinhas, pois ele tinha 6, perdeu 9. Como ele não tinha as 9, a gente pensou que ele está devendo. Então, ele perdeu 3, não é mais porque a gente tirou do que ele já tinha.
A8 G4, A3 G3, A10 G2 - Porque ganhou 6 bolinhas, mas no dia seguinte perdeu 9 bolinhas, mas não dá, se ele tem 6 bolinhas mas perdeu nove, então 6 pra chegar no nove dá 3, então chego a conclusão que ele perdeu 3 bolinhas.
A9 G1, A2 G2, A7 G3 - Eu digo que a minha estratégia estava certa, porque ele não tinha 9 bolinhas, faltava 3, então ele perdeu 3 bolinhas.

Durante a revisão deste problema, alguns alunos como A9 *G1, A2 G2, A7 G3* continuaram resistentes, pois não conseguiram compreendê-lo totalmente. Concluímos assim que essa categoria de problema precisa ser mais trabalhada com os alunos dessa turma do 5º ano do Ensino Fundamental.

- *Problema 4:*

Rubricas:
A2 G2 - Henrique já tinha pagado sua dívida e Roberto não.
A6 G2- Que não ia ser muito fácil, pois não tinha entendido.
A1 G1, A3 G3, A7 G3- É só fazer subtração
A5 G1, A10 G2- É fácil
A4 G4, A11 G3, A12 G4- Eu pensei o seguinte se Roberto devia 43 adesivos e Henrique também devia a ele. Roberto não devia devolver todos os adesivos ele tinha que tirar aqueles que Henrique devia.
A8 G4 - Eu pensei em somar os 24 que o Henrique devia para o Roberto com os 43 que o Roberto devia para Henrique e depois subtrair mais ai pensei em fazer outra coisa.
A9 G1- Pensei em uma estimativa como 29.

O uso da estimativa antes de iniciar a resolução do problema também nos aponta que a etapa da *rubrica* favoreceu o processo heurístico, à medida que possibilitou uma reflexão inicial sobre o problema.

Estratégias:
A1 G1, A3 G3, A7 G3, A8 G4 - Algoritmo convencional
A2 G2, A5 G1, A10 G2 - Algoritmo convencional com prova real
A4 G4, A11 G3, A12 G4, A9 G1 - Algoritmo convencional com apoio na representação com desenho
A6 G2 - Não apresentou uma estratégia

No Problema 4, alguns alunos ainda encontraram dificuldades, pelo fato de terem que retirar uma quantidade que não havia sido recebida ainda.

Convencimento:
A9 G1 - Verifiquei que minha estimativa estava correta.
A2 G2, A5 G1, A10 G2, A6 G2 - Minha estratégia está correta porque eu tirei o que o Roberto devia para o Henrique.
A8 G4, A4 G4, A11 G3, A12 G4 - Eu sei que está certo, porque esse problema foi muito fácil.
A1 G1, A3 G3, A7 G3 - Explicou os procedimentos do algoritmo convencional.

Verificamos a concepção errônea dos alunos em relacionarem a etapa do convencimento à descrição dos passos para se resolver o algoritmo. Assim como a utilização da prova real que foi utilizada para convencer, mas de fato, só serve para confirmar se o cálculo está correto, e não o resultado do problema.

5. **Considerações Finais**

Observamos, no decorrer dessa pesquisa, que esses alunos apresentaram maior motivação e interesse para o trabalho com resolução de problemas, e supomos que isso tenha ocorrido, em virtude da dinâmica de trabalho com grupos, bem como, pela socialização e análise dos acertos e erros das rubricas, estratégias e convencimentos elaborados pelos alunos.

As rubricas apontaram as ideias inicias dos alunos acerca do problema, e revelaram, em alguns momentos, uma relação com a estimativa, com os sentimentos, dificuldades e facilidades em relação a este e novas hipóteses com base nos seus conhecimentos prévios.

As estratégias dos alunos não foram muito diversificadas, embora eles tenham revelado que gostariam de utilizar "desenhos" em alguns momentos, para ilustrar e compreender melhor dado problema ou para torná-lo mais atrativo de se responder. O cálculo mental também surgiu como um dos recursos, e às vezes associado ao algoritmo convencional, sendo que este último foi o mais utilizado pelos alunos.

Verificamos que o ato de convencer "alguém" sobre seu ponto de vista é uma forma que pode favorecer os processos heurísticos, bastante difícil para os alunos, mas isto fez eles pensarem profundamente sobre a resolução do problema, pois teriam que explicá-la para o grupo e pesquisadora. Esse procedimento leva em consideração os pensamentos matemáticos que os conduziram até o resultado.

Os alunos se sentiram encorajados a tentar novas estratégias de resolução para os problemas, e principalmente, passaram a partilhar suas ideias desinibidamente perante o grupo de colegas. Esperamos que os procedimentos ou métodos adquiridos com estes problemas possam servir de base para a resolução de novos problemas matemáticos.

6. Agradecimentos

Os agradecimentos vão para minha orientadora, que contribuiu com a redação e organização desta Comunicação Científica, bem como para Capes pela Bolsa de estudos concedida para o Mestrado em Educação Matemática pela Instituição Universidade Bandeirante Anhanguera.

7. Referências

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. ***Resolução de problemas matemáticos aditivos:* possibilidades da ação docente.** 2009. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre (RS). Orientadora: Beatriz Vargas

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009

VERGNAUD, Gérard. (1990). **La théorie des champs conceptuels.** Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (23): 133-170.

MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. **Thinking Mathematically**. London: Addison-Wesley, 115 p.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. Cap. 3, p. 360.