

UM ESTUDO SOBRE A EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA UTILIZANDO O *GEOGEBRA*

¹Djerly Simonetti

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR
djerlysimonetti@hotmail.com

²Edinéia dos Santos Brizola Brum

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR
edineia.brum@hotmail.com

³Rodolfo Eduardo Vertuan

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR
rodolfovertuan@yahoo.com.br

Resumo: Este trabalho é fruto de discussões empreendidas nas aulas de Tecnologias no Ensino de Matemática e nas reuniões do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. Trata-se de uma proposta ainda não realizada em turmas regulares da Educação Básica. Neste artigo, apresentamos uma proposta de encaminhamento para o estudo da circunferência, utilizando o *software* livre *GeoGebra*. A utilização do *GeoGebra* deve-se às suas possibilidades no que tange à visualização dinâmica dos objetos construídos. Círculo, circunferência, equação da circunferência são assuntos abordados no encaminhamento proposto no artigo.

Palavras-chave: Circunferência; *software*; *GeoGebra*.

1. Introdução

A Matemática na condição de disciplina escolar é, muitas vezes, considerada pelos alunos como “a parte chata da Escola” ou “a matéria das continhas”. Parece não ter relação alguma com a realidade, além de não propiciar momentos de criação por parte do educando. As tecnologias de informação e comunicação (TICs) podem ser ferramentas metodológicas que oportunizam maior autonomia do aluno, estimulando o seu raciocínio e criatividade. No entanto, nem sempre as tecnologias são utilizadas pelos docentes, talvez

¹ Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Toledo, participante do PIBID.

² Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Toledo, participante do PIBID.

³ Professor Assistente do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Toledo e coordenador de área do PIBID nesse câmpus da UTFPR.

devido à insegurança que uma mudança nas práticas docentes pode acarretar. Como salienta Ponte (2000), ao dispor de ferramentas tecnológicas nas aulas:

(...) Os professores vêm a sua responsabilidade aumentar. Mais do que intervir numa esfera bem definida de conhecimentos de natureza disciplinar, eles passam a assumir uma função educativa primordial. E têm de o fazer mudando profundamente a sua forma dominante de agir: de (re)transmissores de conteúdos, passam a ser co-aprendentes com os seus alunos, com os seus colegas, com outros actores educativos e com elementos da comunidade em geral. Este deslocamento da ênfase essencial da actividade educativa — da transmissão de saberes para a (co)aprendizagem permanente — é uma das consequências fundamentais da nova ordem social potenciada pelas TIC e constitui uma revolução educativa de grande alcance. (PONTE, 2000, p. 77).

No ambiente escolar, as TICs podem proporcionar maior interação e comunicação entre estudantes e professores, possibilitando a expressão de criatividade e de reflexão crítica sobre o que se estuda. (KENSKI, 2007). É nesse sentido que as TICs são utilizadas na realização de atividades de Matemática, por exemplo, de modo que os alunos possam estabelecer caminhos alternativos e dinâmicos na resolução dos problemas.

Nessa perspectiva, construímos a presente abordagem para o tratamento do conceito matemático “Circunferência”. Para isso, utilizamos o *software* livre *GeoGebra*, dadas as suas possibilidades de representação dinâmica. A abordagem que apresentamos foi constituída a partir de discussões realizadas no âmbito da disciplina “Tecnologias no Ensino da Matemática” e das reuniões do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

2. Computadores e uso de *softwares* na Aula de Matemática

A educação escolar, como parte da formação social do homem, deve acompanhar os avanços tecnológicos, uma vez que novas tecnologias acarretam um novo mundo, novas formas de relações, novos saberes e até mesmo novas formas de construir conhecimento. Assim, surge a necessidade de uma escola que possibilite o acesso a esses novos conhecimentos. (SAMPAIO e LEITE, 2010).

Nas últimas décadas os computadores vêm ganhando espaço no dia a dia dos brasileiros. Cada vez mais a linguagem digital é utilizada: palavras como *software* e *delete* adquirem significado concreto mesmo a quem não fala inglês, e outras como processador, arquivar, copiar, salvar, compactar incorporam novos significados. Aos poucos, essa tecnologia vai adentrando a realidade extraescolar, tendo influência nas relações

estabelecidas dentro da escola, chegando o momento em que se torna objeto de estudo e ferramenta metodológica nas aulas.

Como afirma Tajra (2008, p. 49) “o que se espera com a utilização do computador na educação é a realização de aulas mais criativas, motivadoras, dinâmicas e que envolvam os alunos para novas descobertas e aprendizagem”.

As representações construídas em *softwares* apresentam maior interatividade no tratamento dos conceitos matemáticos, trazendo para a sala de aula as possibilidades da Geometria Dinâmica: agiliza-se “o exame de uma construção em diferentes instâncias, permitindo que isso seja feito de modo interativo e com uma boa resposta gráfica” (CARVALHO, 2008, pág. 31). O *software* proporciona construção, interpretação, visualização, movimentação, ilustração de situações. Contudo, essa representação em movimento pode ser minimizada ou inutilizada se o professor fizer dele apenas uma ferramenta de verificação de resultados.

Zulatto (2002, p. 9) enfatiza que tomar cuidado “(...) para que não haja apenas uma ‘troca’ de mídia, transformando o computador num ‘lápiz e papel’ mais veloz” é a tarefa que o educador deve ter em mente ao contemplar o uso das tecnologias em sua prática pedagógica. Nesse sentido, antes de iniciar o trabalho com algum *software* é de extrema importância que o educador conheça a estrutura do mesmo para um melhor direcionamento de seus objetivos na sala de aula.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs – específicos da Matemática, quando tratam dos diferentes recursos tecnológicos no ensino, defendem que para a utilização de *softwares* nas aulas de matemática:

(...) é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento (BRASIL, 1997, p. 35).

Em decorrência disso, buscamos utilizar o *GeoGebra* como ferramenta metodológica, de modo a permitir ao estudante trabalhar no aplicativo com autonomia e no âmbito de um grupo. Como os PCNs (1997, p. 35) lembram “o trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as”. Nesse sentido, apresentamos uma abordagem do conceito de circunferência e a obtenção da sua equação, utilizando o *GeoGebra*. A

atividade ainda não foi realizada em uma turma regular, sendo esse o próximo encaminhamento do PIBID.

3. A Metodologia Proposta

As aulas precisam ser desenvolvidas nos laboratórios de informática, de modo que estudantes, de fato, façam as construções e salvem os arquivos para posterior estudo e até como possível componente avaliativo do assunto.

O objetivo dessa abordagem é conceituar os entes matemáticos *circunferência* e *círculo* em um processo dinâmico, construtivo e significativo para o aluno. Também se pretende que os aprendizes relacionem a circunferência com sua respectiva equação algébrica. Para isso, em um primeiro momento, os alunos serão convidados a executar no *GeoGebra* algumas ações:

- *construir um ponto qualquer A no plano;*
- *construir quatro pontos localizados a uma mesma distância desse ponto A.*

A partir dessas ações, os alunos são convidados a pensar sobre a seguinte questão: “*Como fazer para determinar todos os pontos localizados a essa mesma distância do ponto inicial A?*”. E, então, como possibilidade de encaminhamento para essa questão, em vez de utilizar a construção de uma circunferência de modo direto, o que possivelmente seria realizado por aqueles que já possuem conhecimentos acerca dos significados do termo circunferência, os alunos podem realizar uma investigação por meio da construção de um segmento de medida fixa a partir do ponto A e do rastro deixado por esse segmento quando a extremidade A permanece fixa no plano. O professor pode sugerir, nesse caso, que os alunos, no *GeoGebra*:

- *construam um segmento de A até um dos quatro pontos construídos, exibindo o rótulo desse segmento com “Nome e Valor”;*
- *construam um segmento com comprimento fixo, tal que uma extremidade fosse A e o comprimento fosse exatamente o “Valor” mostrado no rótulo do segmento antes construído;*
- *renomeiem o ponto extremidade desse segmento (diferente de A) com o nome “K”;*
- *cliquem sobre esse último segmento construído, selecionando a opção “Habilitar Rastro”.*

- *cliquem sobre o ponto extremidade K desse segmento, selecionando a opção “Habilitar Rastro” também;*
- *finalmente, movam o ponto K pelo plano;*

Por meio dessa sequência de comando, são determinados todos os pontos localizados a essa mesma distância do ponto inicial A. A Figura 1 ilustra isso:

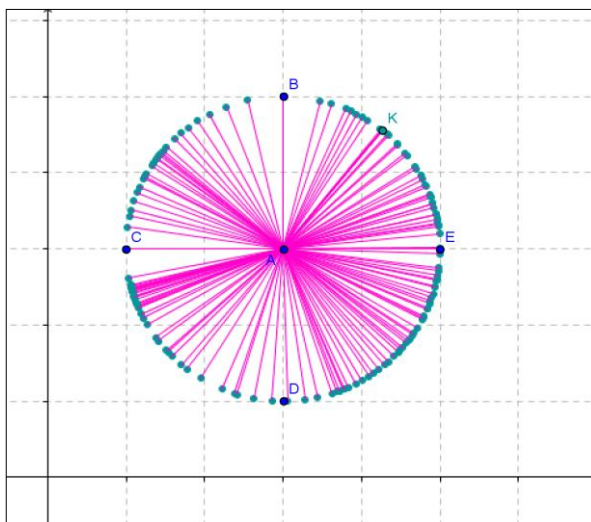


Figura 1: Rastro do ponto K e do segmento AK

Nesse caso, os alunos podem verificar que os pontos equidistantes a um ponto A dado estão exatamente sobre o que se denomina circunferência, sendo o raio dessa circunferência igual a distância dos pontos rastros de K ao centro A. Cabe ao professor apresentar o termo circunferência e pedir que os alunos construam, como forma de visualizar o conceito, uma circunferência de centro A e que contenha qualquer um dos quatro pontos construídos no segundo momento (no caso B, C, D, ou E). Nesse momento, os alunos recorrerão ao comando “circunferência” do *GeoGebra*, obtendo algo como na Figura 2:

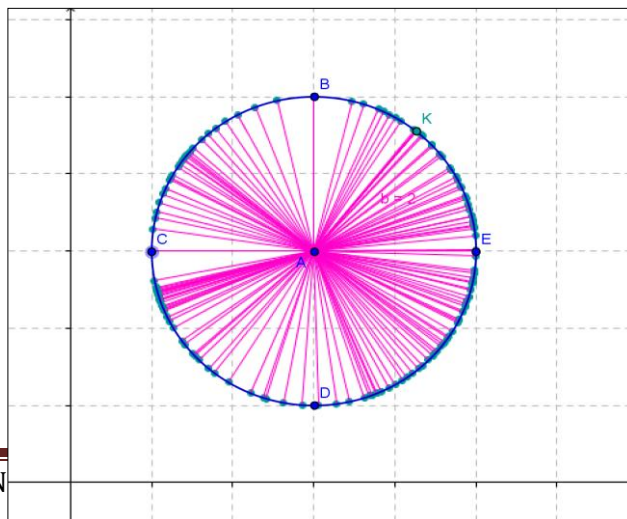


Figura 2: Circunferência Obtida

A intenção é que os estudantes constatem o que significa o conceito matemático circunferência. Para tanto, é interessante instigá-los a escrever, no arquivo *GeoGebra*, uma possível definição para o elemento geométrico circunferência. Nesse momento, é importante que o professor faça a abordagem dos conceitos circunferência e círculo: Circunferência pode ser entendida como o conjunto de todos os pontos equidistantes de um ponto dado (centro), denominando-se raio da circunferência essa distância. Círculo por sua vez é o nome dado “à reunião da circunferência com seu interior”. DOLCE (2005, p. 149).

Em um segundo momento propõe-se o questionamento aos estudantes: “*Se não soubéssemos a medida do segmento considerado anteriormente (distância do ponto A a um dos quatro pontos: B, C, D e E), como poderíamos proceder para determinar a medida do segmento AK da circunferência? Considerando que o segmento AK é o raio de uma circunferência de centro em A, determine uma equação que represente essa Circunferência*”.

É importante que as diferentes resoluções dos alunos para a questão sejam discutidas. Uma possibilidade de investigação no *GeoGebra*, poderia dar-se via a seguinte construção:

- *No mesmo arquivo, considerando a circunferência e os pontos A e K no plano, construa uma reta paralela ao eixo x passando pelo ponto A e uma reta paralela ao eixo y passando pelo ponto K;*
- *Marque o ponto de intersecção entre essas retas (F) (Figura 03);*

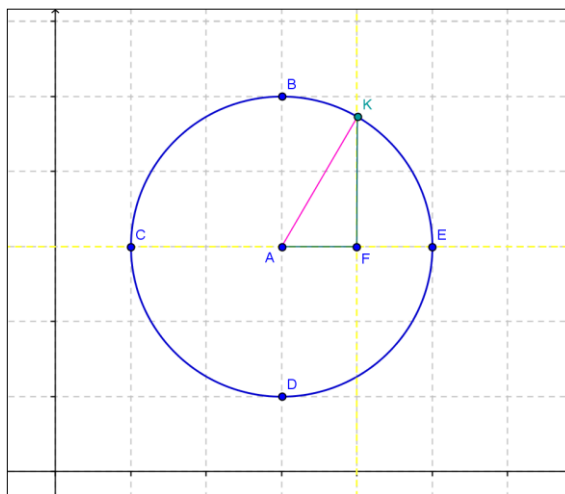
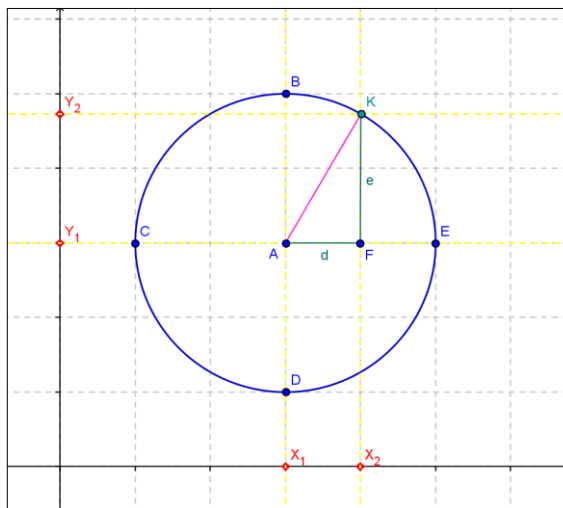


Figura 3: Triângulo Retângulo Construído

Com os vértices A, K e F tem-se um triângulo retângulo cuja hipotenusa é exatamente o segmento de extremidades A e K. Assim, pode-se calcular a distância entre



os pontos A e K utilizando o Teorema de Pitágoras, uma vez que é possível verificar as medidas dos segmentos AF e FK, como expressa a Figura 4:

Figura 4: Visualização da medida dos catetos

Analisando o gráfico, é importante que os estudantes visualizem que a medida do segmento AF é o módulo da diferença entre o valor de x do ponto F (x_2) e o valor de x do ponto A (x_1) e que a medida do segmento FK é o módulo da diferença entre os valores de y dos pontos K (y_2) e F(y_1).

Consideramos importante que, na lousa, o professor faça a generalização da distância entre dois pontos:

Dados dois pontos $A(x_1, y_1)$ e $K(x_2, y_2)$ quaisquer, a distância (\overline{AK}) entre eles no plano será tal que $(\overline{AK})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, isto é $\overline{AK} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Observando-se que a ordem dos termos nas diferenças de abscissas (x_1 e x_2) e ordenadas (y_1 e y_2) não influi no cálculo de \overline{AK} . (IEZZI, 2005, pág. 7).

Para determinar uma equação da circunferência (generalização), portanto, podemos considerar a distância entre dois pontos (A e K) – a medida do raio da circunferência – donde se conclui: “Dado o centro $A(x_1, y_1)$ e o raio r de uma circunferência, temos a

relação $r^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2$, para qualquer ponto $P(x, y)$ pertencente a essa circunferência”. (IEZZI, 2005, pág. 119).

4. Considerações Finais

Consideramos importante que os alunos compreendam os conceitos matemáticos por meio de diferentes representações desse conceito, como as expressões algébricas e os gráficos. Nesse sentido, a oportunidade de visualizar no *software* um conceito matemático (no caso a circunferência) deve ser aproveitada pelo educador como um facilitador para suas aulas. Além disso, a construção, “passo a passo”, de uma generalização matemática possibilita que o estudante estabeleça uma nova relação com o conteúdo; passa a visualizar a validade das afirmações que lhe são apresentadas porque teve a oportunidade de testá-la ele mesmo. Acreditamos que a abordagem realizada nesse trabalho vem ao encontro dessa perspectiva.

Há, muitas vezes, reclamações por parte dos professores quanto às dificuldades de utilizar o laboratório de informática. As aulas no laboratório geralmente são trabalhosas, exigem do professor novas atitudes, da mesma forma que o comportamento do aluno é outro, cabendo, então, ao educador, assumir o desafio e sair da zona de conforto, considerando as possibilidades de construção de conhecimento.

Um fator em destaque na utilização dos *softwares* educacionais é a escolha do mesmo. Como Tajra (2008) pondera é imprescindível que o professor domine a ferramenta escolhida e a analise dentro de seu objetivo pedagógico. Cada *software* possui características próprias, logo, é fato a importância de se conhecer e utilizar *softwares* variados.

5. Referências

BRASIL. MEC. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

CARVALHO, L. M. et al. **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008. v. 2.

DOLCE, O. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**. Osvaldo Dolce, José Nicolau Pompeu. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2005. v. 9.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação.** – Campinas, SP: Papirus, 2007. – (Coleção Papirus Educação).

PONTE, J.P. da. **Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios?.**[OEI – Ediciones]. Revista Iberoamericana de Educación, N° 24, p. 63-90, set/dez. 2000. < <http://www.rieoei.org/rie24a03.htm>>. Data de acesso: 10 de jan. 2013.

SAMPAIO, M.N. e LEITE, L.S. **Alfabetização Tecnológica do Professor.** 7ª ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

TAJRA, S. F. **Informática na Educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade.** 8ª ed. São Paulo: Érica, 2008.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar: Geometria analítica.** 5ª ed. São Paulo: Atual, 2005. v. 7.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas.** GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras mídias e Educação Matemática, Dissertação de Mestrado, out. 2002. <<http://www.rc.unesp.br/gpimem/>>. Data de acesso: 10 de jan. 2013.