

## CAMINHAR COLABORATIVAMENTE: UM RELATO DO USO DA TECNOLOGIA NA AULA DE MATEMÁTICA

*Suelen Masson Zeraik*

*Mestranda em Educação – UFSCAR/ Sorocaba*

*su\_masson@ymail.com*

### **Resumo:**

As trocas de experiências entre professores formadores e professores da escola básica por meio de grupo colaborativo promovem a formação continuada e vivências valiosas, tal como, a construção de sequências didáticas com o uso de ferramentas tecnológicas. Atividades como esta, possibilitam ao aluno desenvolver os conceitos matemáticos com mais significado e sentido. Esse relato é uma proposta de aula com o software Geogebra, que aborda conceitos e propriedades sobre os elementos da circunferência como: Raio, Diâmetro, Corda, Retas relativas à circunferência, ângulos internos e externos de um modo mais prático e dinâmico. Divididos em oito quadros os temas são abordados por meio de construções geométricas com orientações escritas fazendo com que o aluno explore a atividade agindo de forma ativa na construção do próprio conhecimento. Tais propostas tecnológicas nos permitem ir além da mediação do conteúdo, nos possibilita refletir sobre a prática de ensino e participar do próprio ambiente explorado.

**Palavras-chave:** Práticas tecnológicas; Ensino de matemática, Círculo e circunferência.

### **1. Introdução**

Essa proposta de atividade surgiu durante algumas discussões sobre sequência didática realizadas em reuniões de um grupo colaborativo que tem como objetivo principal promover trocas de experiência, conhecimentos metodológicos e teóricos entre professores formadores e professores da escola básica - em que participo desde 2010 e que me ajudou a colocar em prática todas aquelas ideias sobre método de ensino que construí durante minha graduação. Cabe destacar que o caminho traçado até aqui foi cheio de obstáculos e encantamentos.

### **2. As primeiras iniciativas**

Meu caminho como professora de matemática tem sido bastante desafiador em dois aspectos: dificuldade de gerir o coletivo de sala de aula e às práticas de ensino que pouco domino, uma vez que sou formada há apenas três anos.

Durante minha graduação participei de muitos projetos de iniciação científica, coordenados por grupos de pesquisa da própria universidade e dessa forma pude adquirir

experiência como colaboradora de pesquisa. Mas o que me preocupava eram as experiências dentro da sala de aula com as quais pouco tive contato em meus estágios obrigatórios. Pouco vivenciei a docência, o estar presente na vida do aluno, lidar com indisciplinas, com burocracias e leis.

Em 2010, já formada tive minha primeira experiência como professora em uma escola estadual, onde conheci pessoas valiosíssimas e que ainda fazem parte de minha trajetória. Os meus projetos de iniciação científica na graduação, sempre rodearam as metodologias tecnológicas e como era recém-formada iniciei, ali, minha docência com muitas ideias, mas que infelizmente não consegui colocar em prática, como o uso da tecnologia, por exemplo. Sentia-me sozinha e muito das aulas que preparava com o uso de softwares não aconteciam. Por falta de apoio e com tantos desapontamentos acabei desistindo e mantendo minhas aulas somente expositivas. Isso me deixava péssima, mas infelizmente era o que eu conseguia propor naquele momento. No final desse mesmo ano pude participar de uma reunião na escola na qual estive em contato com os outros professores de matemática e fui convidada para conhecer os encontros do grupo de estudos em Educação Matemática. Dentre os objetivos desse grupo colaborativo, se destaca a elaboração, análise e aplicação de sequências didáticas sobre conteúdos considerados difíceis para os alunos em seus respectivos anos.

Foi pensando nessa proposta de trabalho, feita pelo grupo, que reuni minhas necessidades em sala de aula, e coragem, para preparar uma sequência sobre o próximo conteúdo a ser trabalho com minhas turmas de 8º ano - Ângulos na circunferência. Como esse tema era trazido pela apostila apenas com definição e exercícios, logo pensei em uma proposta usando um software matemático que pudesse promover construções e explorações dos conceitos de maneira mais concreta e interativa. O Geogebra<sup>1</sup>, por exemplo, é um programa que aborda, explora e visualiza diversos conteúdos matemáticos, especialmente a Geometria e comportamentos de funções. De forma muito tímida e silenciosa nascia uma proposta de sequência didática sobre o Estudo da Circunferência.

### **3. Construindo a sequência**

Em poucas horas elaborei atividades que exploravam apenas a construção dos elementos da circunferência como: Raio, Diâmetro, Corda, Retas relativas à circunferência,

---

<sup>1</sup> Disponível para download em <http://www.geogebra.org/cms/>

ângulos internos e suas propriedades. E, foi então que apliquei a tal “sequência” na mesma semana. Tamanha foi a ansiedade de construir a sequência que mais uma vez a falta da experiência em sala de aula me permitiu achar que tudo o que eu havia proposto ali, ocorreria perfeitamente.

A maneira como a sequência foi construída, com passos já prontos e com a falta de orientações escritas, que ajudassem o aluno a explorar a dinâmica do software, não alcançou a perspectiva construcionista<sup>2</sup> que eu queria propor mantendo assim o aluno sempre na dependência do professor, tornando a aula totalmente expositiva. E, ao final da atividade percebi que a única a explorar o software fui eu, os alunos ficaram somente observando e fazendo anotações em seus cadernos.

Passados alguns dias, pensei em socializar tal experiência, caracterizada por mim como um fracasso didático, no grupo de estudos. Mas, além de relatar sobre a atividade gostaria que o grupo pudesse analisar e apontar os erros cometidos. O meu medo, porém, era da atividade não ser bem recebida por todos, uma vez que o grupo já estava com um cronograma traçado para o semestre. Mas para minha surpresa o grupo abraçou a ideia e iniciou comigo um processo de análise e reelaboração da atividade, suspendendo a programação durante cinco encontros. Percebi, ali, que um grupo colaborativo é marcado pela imprevisibilidade e de ações pontuais momentâneas. Segundo Boavida e Ponte (2002), nesse tipo de comunidade de estudos sempre há um objetivo comum que norteia o grupo, e também espaço para as experiências e angústias individuais de seus integrantes.

Ao levar a sequência para o grupo eu esperava reproduzir a mesma dinâmica que havia programado com os alunos. Mas, mal comecei, e uma chuva de questionamentos, intervenções, críticas, ideias e sugestões de mudanças surgiram, alterando totalmente a dinâmica das atividades propostas na inicialmente.

A primeira intervenção do grupo foi que eu me debruçasse um pouco mais sobre os quadros e reformulasse a linguagem dos indicativos de construção, explicando onde o aluno deve clicar, como deve fazer os traços pedidos e qual o olhar que ele deve ter para o desenho já pronto. Dessa forma o aluno conseguiria caminhar sozinho na atividade, podendo assim agir de forma ativa na construção do próprio conhecimento.

Com tais críticas e sugestões pude reelaborar a proposta mudando totalmente a dinâmica de cada quadro, e dar a sequência o caráter construcionista proposto inicialmente.

---

<sup>2</sup> O termo Construcionismo foi utilizado por Papert (1994) para identificar uma abordagem do uso do computador, no qual o aluno constrói o seu conhecimento a partir da elaboração/construção de algo de seu interesse.

Vale ressaltar que um dos quadros, atingiu o que o grupo chamou de caráter exploratório, um conceito que eu ainda estou me apropriando.

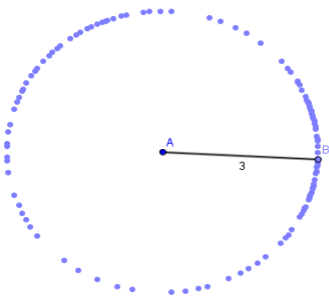
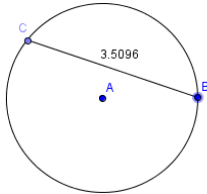
Não cabe comentar aqui todas as discussões feitas em cada quadro, até porque os cinco quadros iniciais se tornaram dez quadros e após a aplicação piloto resultaram em oito quadros finais, conseguindo abordar desde as condições de existência de uma circunferência até os conceitos de raio, diâmetro, corda, retas relativas à circunferência, propriedades da reta tangente, posições relativas entre duas circunferências, ângulos centrais e inscritos e um quadro que permite aos alunos fazerem uma pequena demonstração da relação de um ângulo formado por um vértice interno e externo à uma circunferência, nessas últimas abordagens, sim, a intervenção do professor deve ser necessária, até porque o aluno de 8º ano 7ª série não está familiarizado com tamanha abstração e generalizações como às abordadas em uma demonstração.

Na versão final posso afirmar que a dinâmica da atividade consiste na manipulação do software conforme indicativos e questionamentos em cima do que o aluno executou e o que o programa retorna após determinada ação, levando-o à construção dos seus próprios conceitos. Para que essa proposta tenha um registro foi montada uma ficha individual que está presente na construção do aplicativo em formato de formulário dinâmico com as mesmas questões dadas na atividade, com o propósito de que o aluno preencha-o simultaneamente ao andamento da atividade, este formulário também pode ser impresso e retornar ao professor servindo como um dos métodos avaliativos desse conteúdo.

#### **4. Dinâmica da atividade**

O primeiro quadro pede para que o aluno movimente o ponto B em relação ao ponto fixo A, permitindo uma dinamicidade fazendo o aluno perceber que todos os pontos formados por B tem a mesma distância de A. Nesse momento o aluno constrói o conceito de circunferência e Raio. Já o quadro dois aborda os elementos: Diâmetro e Corda. E permite que o aluno explore as medidas possíveis de uma corda em uma circunferência de diâmetro cinco centímetros. Quando os alunos são questionados quanto ao maior tamanho da corda de uma circunferência ficam condicionados a medida numérica e logo respondem 5 cm, e não que ela deveria ter o mesmo tamanho do diâmetro. O mesmo acontece quando são perguntados sobre o tamanho mínimo, muitos deles dizem zero e não percebem que um segmento é definido por dois pontos, me posiciono então dizendo que se a distância é

zero então os pontos são coincidentes não existindo Corda, logo não poderia ser zero. Em seguida ouço murmúrios ... – Tem que ser maior que zero!

 <p>Dados os pontos A e B, movimente o ponto B (janela 1). Observe alguns pontos formados pelo movimento do ponto B em relação ao ponto A. A forma obtida lembra que figura? Selecione a opção "Segmento definido por Dois Pontos" (janela 3) e traça o segmento AB. Selecione a opção "Distância" (janela 8) e clique no segmento AB. Movimente novamente o ponto B e, observando a medida do segmento AB, responda: Por que o movimento do ponto B gerou essa forma? Que nome se dá a essa distância em relação a forma que foi gerada?</p>	 <p>Selecione o botão "Círculo dados Centro e Raio" (janela 6). Construa uma circunferência com raio 2.5 cm. Selecione o botão "Segmento definido por Dois Pontos" (janela 3) e construa um segmento com extremidades sobre a circunferência. Você sabia que esse segmento é chamado Corda? Selecione a opção "Distância" (janela 8) e clique no segmento. Para que a corda atinja seu comprimento máximo, o que deve acontecer? Você sabe qual o nome especial que a corda recebe quando atinge seu tamanho máximo? Qual a medida máxima e mínima da corda de uma circunferência?</p>
--	---

Quadro 1- Construindo a circunferência.

Quadro 2 – Elementos da Circunferência

Nesse momento um dos alunos me questionou se existiria outra maneira de escrever tal definição, logo fui para o quadro e construí com eles as notações dos tamanhos máximo e mínimo em função da corda e outra por meio de intervalo. Veja:

Seja $c$ o tamanho da Corda e $d$ o tamanho do Diâmetro, assim: Medida máx. $c = d$ Ou, como intervalo: $0 < c \leq d$	Medida mín. $c > 0$
--	---------------------

Esse quadro foi o que mais repercutiu, desde sua análise no grupo colaborativo até a sua aplicação. É o único quadro com abordagem investigativa, por isso maior discussão, pois permite que o aluno dê outras respostas verdadeiras para a questão abordada.

O quadro três relaciona as posições entre reta e circunferência com o objetivo de defini-las. Nessa atividade os alunos conseguem manuseá-la, porém mais uma vez trazem a dificuldade de conceituar as definições de retas tangentes, secantes e externas.

**Reta Tangente**

**Reta Exterior**

Dada a circunferência de raio 3 cm.

Movimente o ponto O deslocando-o em direção à Reta Exterior e observe o que acontece.

Movimente o ponto T da Reta Tangente e observe.

A partir das observações defina o que é reta tangente, secante e externa

**Reta Tangente**

**Reta Secante**

90°

- Primeira propriedade da reta tangente

Crie um ponto (janela 2) sobre a reta tangente. Selecione o botão "Ângulo" (janela 8). Clique no centro da circunferência e nos dois pontos da reta tangente, medindo o ângulo formado entre a reta tangente e o raio (caso a medida do ângulo seja externa, inverta o sentido). Qual o valor do ângulo?

Movimente o ponto T da reta tangente, o que se pode concluir?

Quadro 3 – Posições relativas entre reta e circunferência

Nessa abordagem os alunos visualizam o surgimento de pontos quando a reta se transforma em secante, porém, na reta tangente e externa que são construções prontas eles não conseguem considerar que a tangente tem apenas um ponto e na externa não tem nenhum ponto em comum. Faço a intervenção questionando aos elementos que aparecem em cada reta e assim os alunos conseguem relacioná-las.

No mesmo quadro é abordada a primeira propriedade da reta tangente, que consiste em medir o ângulo formado entre o raio e a reta tangente a esse raio.

Selecione o botão "Interseção de Dois Objetos" (janela 2). Clique em uma das retas e na circunferência. Faça o mesmo com a outra reta.

Selecione o botão "Distância" (janela 8). Clique sobre um dos pontos de interseção e no ponto externo à circunferência. Faça o mesmo para a outra reta. O que se observa?

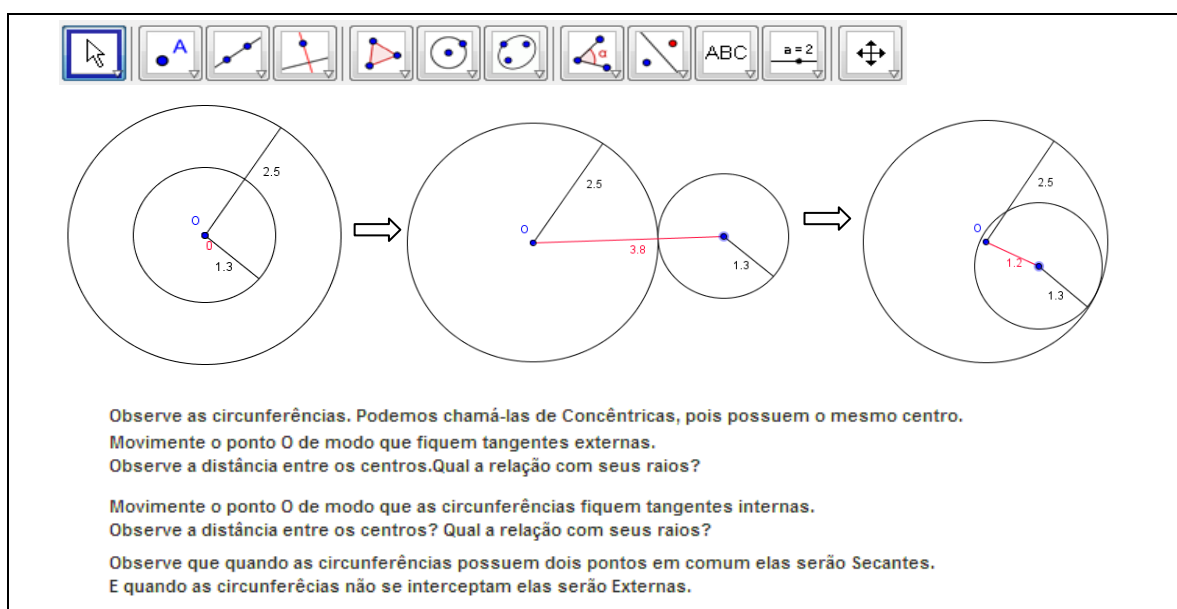
Movimente os pontos do desenho. O que acontece?

O que se pode concluir em relação a um ponto externo e duas retas tangentes a circunferência?

Quadro 4 – Segunda propriedade da reta tangente.

Sem muitas construções o quadro quatro aborda a segunda propriedade da reta tangente. Nele o aluno pôde concluir facilmente por meio de movimentos do ponto externo à circunferência que a distância do ponto de tangência de duas retas tangentes à circunferência ao ponto externo a ela, sempre serão iguais. Vou até o quadro e faço-a também por meio de semelhança de triângulos.

No quadro cinco o aluno visualiza as possíveis relações da distância entre os centros de duas circunferências em diferentes posições. Veja que, quando as circunferências foram colocadas tangentes externas o aluno instantaneamente percebeu que a distância entre seus centros é dada pela soma dos raios e quando as circunferências estão tangentes internas a distância é dada pelo módulo da diferença entre seus raios.



Quadro 5 – Posições relativas entre circunferências

Na exploração do quadro seis o aluno construirá relações entre os ângulos inscritos e centrais. Ao visualizar o movimento o aluno percebeu após várias animações a congruência de arco e ângulo central. E, que o ângulo central será o dobro do ângulo inscrito referente também ao mesmo arco. Mas, fazendo as construções e movimentando o vértice C não conseguem relacionar diretamente que todos os ângulos inscritos de mesmo arco, são congruentes. Somente após uma intervenção da professora, essa relação foi melhor entendida.



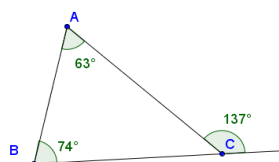
Arco da circunferência       Arco da circunferência       Arco da circunferência       Arco da circunferência  
 Ângulo formado pelos raios       Ângulo formado pelos raios       Ângulo formado pelos raios       Ângulo formado pelos raios

Observe a circunferência ao lado, ela esta dividida em dois arcos: AB menor (vermelho) e AB maior (preto).  
 Clique na caixa "Ângulo formado pelos raios". Esse ângulo é chamado de Ângulo Central, pois tem como origem o centro da circunferência.  
 Clique na caixa "Arco da circunferência" e em seguida no Botão Reproduzir ao lado, observe a sequência de ângulos. O que se pode concluir entre Arco e Ângulo Central?  
 Selecione "Novo Ponto" (janela 2) e crie um ponto C sobre a circunferência.  
 Selecione "Segmento definido por Dois Pontos" (janela 3) e construa duas cordas: AC e BC.  
 Selecione "Ângulo" (janela 8) e meça o ângulo formado entre as cordas. Esse ângulo é chamado de ângulo inscrito, pois tem como origem um ponto sobre a circunferência.  
 Observe os valores dos ângulos quando: somente o ponto C é movimentado e somente os pontos A ou B são movimentados. É possível estabelecer uma relação entre seus ângulos? Qual?

Quadro 6 – Arco e Ângulos na circunferência

Os quadros sete e oito abordam os ângulos cujos vértices não pertencem à circunferência. Essa exploração permite ao aluno resgatar a propriedade do ângulo externo de um triângulo qualquer. A saber, nessa atividade foi preciso retomar ou mostrar aos alunos a propriedade do ângulo externo, pois muitos deles não lembravam ou nunca haviam visto. Fui até o quadro e desenhei o que segue:

Relação entre um ângulo externo com os ângulos não adjacentes a ele de um triângulo qualquer.

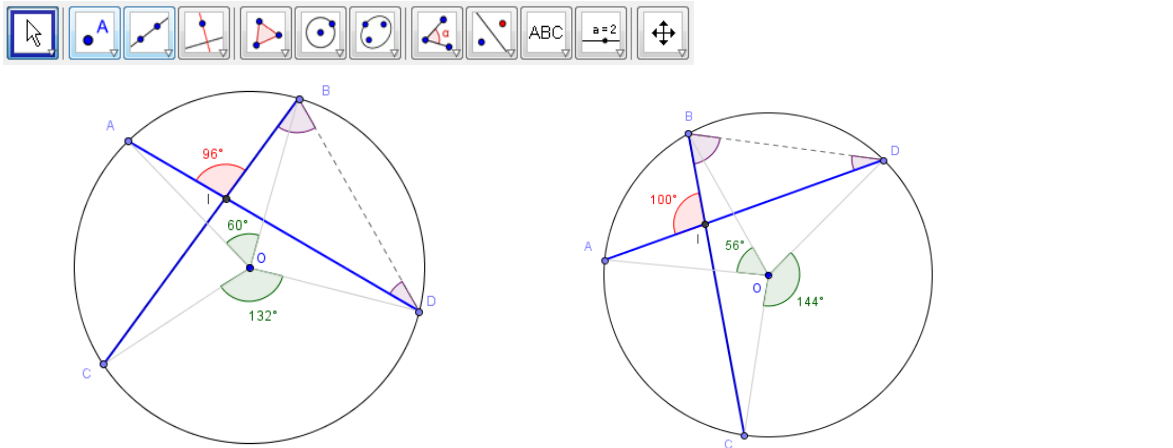


Veja que a soma dos ângulos internos A e B resultam no ângulo externo C.

Nos quadros, concomitante ao movimento dos pontos, pedia para que eles colocassem números rasos nos ângulos centrais para melhor visualização, e também questionando quem são os ângulos inscritos e o qual a relação com o triângulo. Com essas observações e também usando a dica da atividade, eles estabeleceram que os ângulos internos do triângulo IBD destacado no interior da circunferência são ângulos inscritos dos respectivos ângulos centrais também destacados. Relacionando tais ângulos eles



concluíram não tão sistemáticos, que a metade da soma dos ângulos centrais correspondentes aos arcos das referentes cordas da circunferência resulta no ângulo interno formado pelo ponto de interseção das cordas.



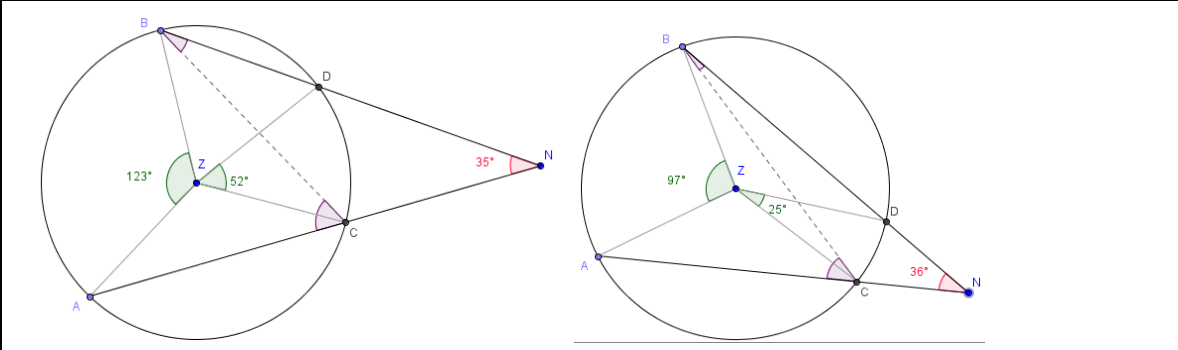
Observe a circunferência, nela estão destacados os ângulos centrais referentes aos arcos AB e CD. O vértice I é o ponto de interseção entre as cordas e interno à circunferência.

Usando os conceitos vistos no quadro anterior verifique se é possível construir uma relação para obter o valor do ângulo interno (vermelho) a partir do ângulos centrais. Qual? Movimente os pontos, explore o desenho, faça anotações.

(Dica: Observe que os pontos IBD formam um triângulo, e que o ângulo vermelho é externo a ele. Use a relação do ângulo externo com os ângulos internos não adjacentes a ele de um triângulo qualquer.)

Quadro 7 – Ângulo cujo vértice é interior à circunferência.

O mesmo acontece para o quadro oito, porém como o vértice se encontra no exterior da circunferência o aluno mostrou um pouco de dificuldade em visualizar que o ângulo formado pela interseção das retas secantes à circunferência é a metade da diferença entre os ângulos centrais correspondentes aos arcos formados por tais retas.



Quadro 8 – Ângulo cujo vértice é exterior à circunferência.

## 5. Considerações Finais

A ideia de planejar uma atividade que possibilite ao aluno desenvolver seu conhecimento de maneira diferente, me fez buscar uma ferramenta facilitadora na linguagem matemática, o uso da tecnologia. Neste relato procuro indicar os sentimentos contraditórios de decepção e satisfação vividos por uma professora iniciante. A maneira como foi exposta e conduzida à atividade permitiu ao aluno obter respostas mais concretas para as relações e fórmulas geométricas dadas na resolução de exercícios matemáticos. VALENTE (2002), afirma que atividades que estimulam questionamentos e investigações feitas pelo próprio indivíduo contribuem na compreensão de como se dá o processo de pensar e aprender.

O intuito de socializar a atividade no grupo de estudos foi de refletir sobre a minha própria prática de ensino. Percebi que naquele momento estava implícito um tipo de formação continuada que me fazia partir do próprio ambiente explorado passando pelo ensino reflexivo em busca de um desenvolvimento profissional.

## 6. Referências

BOAVIDA, A M. & PONTE, J. P. **Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas.** In: GTI (Org), Refletir e investigar sobre a prática profissional (pp. 43-55). Lisboa: APM, 2002

DOLCE, O. **Fundamentos da matemática elementar 9:** geometria plana. 8 ed. São Paulo: Atual, 2005.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças:** repensando a Escola na Era da Informática. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

VALENTE J. A. **A Espiral da Aprendizagem e as tecnologias da Informação e Comunicação:** Repensando Conceitos. In: A Tecnologia no Ensino: Implicações para a Aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.