

DIVISIBILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: QUAL A MELHOR SOLUÇÃO?

*Maysa Ferreira da Silva
Fundação Escola de Governo do MS
mayfsil@hotmail.com*

*José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
joseluizufms2@gmail.com*

Resumo

Este artigo relata os resultados de uma pesquisa cujo objetivo é analisar práticas e argumentos utilizados por estudantes de um curso preparatório para o vestibular concernente ao tema divisibilidade, em um contexto de ações afirmativas. Fundamentando-se nas diretrizes básicas da abordagem qualitativa e em elementos praxeológicos. Para a análise utilizou-se noções da Teoria Antropológica do Didático, focando os eixos da praxeologia, momentos de estudo, objetos ostensivos e não ostensivos. Para o desenvolvimento desta pesquisa foi constituído um grupo de estudo, a seleção e a exploração de tipos de tarefa. Os resultados mostraram que os estudantes apresentavam dificuldades em relação ao tema divisibilidade: domínio das nomenclaturas, elaboração de definições, organização formal e validação dos resultados. Observou-se que, tanto os registros de linguagem como as técnicas, ora eram elevados, ora rudimentares e que no decorrer do processo de estudo, os alunos manifestaram resistência em relação ao desprendimento da técnica em uso.

Palavras chave: Divisibilidade; Praxeologia; Curso Preparatório; Ações Afirmativas.

1. Introdução

Este artigo descreve resultados de uma pesquisa cujo objetivo é analisar as práticas e argumentos utilizados pelos estudantes de um curso preparatório para o vestibular relativo ao tema divisibilidade, em um contexto de ações afirmativas. Sua finalidade principal é contribuir para a reflexão de uma fundamentação mais consistente relativa a resoluções de tarefas concernentes ao tema matemático em questão.

Partimos da observação, originária de nossa prática como professora do ensino básico, que os argumentos utilizados para a resolução de situações-problemas relativas ao tema divisibilidade, restringiam-se na ‘técnica da tentativa’, negando os valores formativos mais amplos de conteúdos do domínio da aritmética. Mais especificamente, a nossa intenção neste trabalho é focar os argumentos utilizados pelos estudantes durante a resolução das tarefas acerca do tema divisibilidade.

Para conduzir à realização do objetivo da pesquisa foram utilizadas as diretrizes básicas da abordagem qualitativa e elementos praxeológicos. E para a análise utilizamos algumas noções da Teoria Antropológica do Didático – TAD, (CHEVALLARD, 1998), tais como: Atividade Matemática, Praxeologia, Momentos de Estudo e Objetos Ostensivos e não Ostensivos.

Optamos por apresentar neste artigo a análise completa de uma tarefa pertencente ao tipo de tarefa que discute o resto da divisão entre dois números inteiros. Destacamos argumentos teóricos firmados em conceitos de domínio da Aritmética.

2. Base Teórica

2.1 Revisão Bibliográfica

Tomando por base o objetivo proposto realizamos leituras de pesquisas considerando três eixos: o tema matemático: divisibilidade, o uso da praxeologia como método e as especificidades do grupo colaborador.

2.1.1 Sobre o Tema Matemático

Sobre o tema matemático, destacamos três pesquisas que contribuíram diretamente no desenvolvimento do trabalho: a de Rama (2005), de Resende (2007) e de Gregorutti (2009), as quais trazem discussões acerca dos números inteiros e dentro deste tema abordam o assunto divisibilidade.

Na dissertação de Rama (2005) o objetivo foi investigar a abordagem conferida aos números inteiros nos Ensinos Fundamental e Médio, destacando particularmente a forma como é focado o conceito da divisibilidade nos livros didáticos referendados por guias oficiais do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, elaborados por iniciativas do MEC (Ministério da Educação e Cultura).

Resende (2007), em sua tese, visa discutir a formação do professor na Licenciatura em Matemática, com atuação no Ensino Fundamental e Médio, tomando como objeto de estudo o saber matemático: Teoria dos Números.

Gregorutti (2009) analisou como seis alunos do atual sexto ano, do Ensino Fundamental mobilizam seus conhecimentos sobre divisibilidade de números inteiros,

visando a construção de um novo olhar aos critérios de divisibilidade referente aos números dois, três e cinco.

As pesquisas citadas, em conjunto com a que desenvolvemos, têm o importante compromisso de contribuir para uma reflexão sobre o atual currículo praticado na Educação Básica, pois apesar de as pesquisas de Rama (2005), Resende (2007), Gregorutti (2009) e a nossa, abordarem aspectos diferenciados como a formação de professores, livros didáticos, ensino e aprendizagem e práticas de estudantes, destacamos que elas estão ligadas de maneira dinâmica, uma vez que as práticas dos professores e dos estudantes influenciam e são influenciadas pelo livro didático.

2.1.2 Utilização da Praxeologia como Método

No decorrer do estudo foi se evidenciando que a TAD (CHEVALLARD, 1998) tinha robustez para ser o aporte teórico-metodológico. Considerando que a praxeologia é um dos principais eixos dessa teoria, optamos pelo uso de elementos praxeológicos como referencial metodológico. Tal consideração também foi abordada na dissertação de Oliveira (2010).

Oliveira (2010) analisou a relação entre os conhecimentos adquiridos por um professor na formação inicial e os conhecimentos por ele mobilizados em sua prática pedagógica com relação ao tema função. A autora destaca que a TAD é propícia à investigação de conhecimentos da prática pedagógica do professor, que permite levar em consideração a particularidade do objeto de estudo, ou seja, considera a especificidade da Matemática. Além disso, ela pondera que os instrumentos propostos pela abordagem antropológica para modelar a atividade matemática podem ser considerados claramente como instrumentos operatórios para realizar uma análise das práticas matemáticas sociais.

2.1.3 Sobre Especificidades do Grupo de Estudo

O curso preparatório para o vestibular em que ocorreu a pesquisa atende alunos de baixa renda e oriundos de escolas públicas, em um contexto de Ações Afirmativas, que enxergam no Ensino Superior uma possibilidade de igualdade de oportunidades. Sendo assim, localizamos duas pesquisas: Nascimento (1999) e Bacchetto (2003). Os dois trabalhos reportam à década de 1990, período em que houve significativas mudanças no quadro educacional, tais como a expansão do Ensino Médio, a implantação do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, as mudanças na forma de acesso ao Ensino Superior,

a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais e os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Nascimento (1999), em sua dissertação, descreveu e analisou a história, as concepções e as práticas político-pedagógicas dos cursos pré-vestibulares populares oferecidos a um grupo específico da Baixada Fluminense do Rio de Janeiro, tendo como objetivo principal analisar as relações entre Movimentos Sociais, Cidadania e Educação.

O estudo realizado por Bacchetto (2003) abordou, os cursos pré-vestibulares alternativos existentes no município de São Paulo. Segundo o autor, essas organizações surgiram quando havia um grande salto numérico de matrículas no Ensino Médio, incorporando uma camada social com baixo valor aquisitivo.

As pesquisas de Nascimento (1999) e Bacchetto (2003) nos trouxeram subsídios para uma maior compreensão do contexto histórico e social, no qual esta inserida instituição parceira a investigação.

2.2 Aspectos Teóricos

A investigação teve como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático, que por sua vez, está inserida no Programa Epistemológico da Didática da Matemática na França, tendo Guy Brousseau como um dos pioneiros, com trabalhos publicados no final da década de 1970. Essa considera como objeto primário de investigação da didática a atividade matemática, que ocorre em diferentes instituições e posiciona o conteúdo matemático a partir do ponto de vista da Didática, definindo a Didática da Matemática como a ciência que estuda os processos didáticos, no caso específico, os processos de estudo de questões matemáticas.

Nessa teoria o ato de estudar recebe um especial destaque para que ocorra o ensino e a aprendizagem da Matemática e ainda lhe é atribuído o significado de processo didático como um processo de estudo. Ela considera que todas as vezes que uma pessoa é levada a estudar Matemática ou cada vez que alguém ajuda outro a estudar Matemática ocorre um processo de estudo. Não perdendo de vista que os processos de estudos não estão restritos à sala de aula, estes devem continuar vivos em diferentes lugares e situações, havendo uma relação dinâmica entre o ensino e a aprendizagem, em que alunos, professores e meio social se influenciam, expandindo o sistema de ensino e o conceito de ensino e de aprendizagem.

Visto que a atividade matemática é a unidade central de análise do Programa Epistemológico em que a TAD (CHEVALLARD, 2009) se insere, o ato de resolver problemas de matemática, que é uma ação pontual, produzir-se-á em um nível curricular de matemática de forma global, uma vez que o estudo de um tipo de problema provoca novas necessidades tecnológicas, permitindo construir e justificar técnicas “novas” capazes de resolver novos tipos de problemas em outros níveis. Na teoria são propostos os seguintes níveis de organização geral do currículo:

Civilização

↓↑

Sociedade

↓↑

Escola

↓↑

Pedagogia

↓↑

Disciplina

↓↑

Domínio

↓↑

Setor

↓↑

Tema

↓↑

Questão.

Cada nível deste modelo teórico interfere e é interferido no cerne do sistema didático, Chevallard (2009). Esses níveis podem ser representados no currículo escolar de Matemática vigente no sistema educacional brasileiro. E mais especificamente vamos representá-lo nesse artigo, conforme o esquema a seguir:

Disciplina: Matemática

↓↑

Domínio: Aritmética

↓↑

Setor: Números Inteiros

↓↑

Tema: Divisibilidade

↓↑

Questões: Resto da divisão, múltiplos e divisores e quantidade de divisores de um número.

A Teoria Antropológica do Didático é bastante abrangente, todavia fizemos um cuidadoso recorte no qual procuramos abordar tópicos que nos auxiliassem na concepção e na

condução dos dados coletados durante a intervenção realizada. Sendo assim, destacamos os seguintes eixos: Praxeologia, Momentos de Estudo e Objetos ostensivos e não ostensivos.

2.2.1 Praxeologia

De acordo com a TAD (CHEVALLARD, 1998) toda tarefa que pode ser resolvida tem, pelo menos, uma técnica e um discurso fundamentado que permite entendê-la, chamados de tecnologia e esta, por sua vez, possui respaldo em uma determinada teoria; todos esses elementos constituem uma organização praxeológica.

A organização praxeológica vem em resposta a uma questão ou conjunto de questões, geradas no contexto matemático que envolve a união da Organização Didática e Organização Matemática, as quais estão relacionadas de forma dialética.

A Organização Didática está vinculada à abordagem de conteúdos matemáticos e se refere à maneira de fazer e ainda às escolhas, quanto à forma de apresentação durante o processo de desenvolvimento das atividades matemáticas.

A Organização Matemática é composta por quatro elementos que estão divididos em dois blocos: prático/técnico e tecnológico/teórico. Fazem parte do primeiro bloco o tipo de tarefa (T) e a técnica (τ), [T, τ], e do segundo bloco a tecnologia (Θ) e a teoria (Θ), [Θ , Θ]. A união desses dois blocos pode ser assim representada: [T, τ , Θ , Θ], a qual nos permite encontrar duas noções interligadas: tarefa e tipos de tarefa; tecnologia e teoria. Cada tipo de tarefa reúne um conjunto de tarefas e existe pelo menos uma técnica que permite resolver as tarefas de um mesmo tipo. A tecnologia e a teoria fundamentam e justificam a técnica utilizada.

2.2.2 Momentos de Estudos

O desenvolvimento de uma Organização Didática, segundo a TAD (CHEVALLARD, 1998) identifica seis momentos de estudo, os quais são categorizados como: momento do primeiro encontro com um tipo de tarefa; exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; constituição de um entorno tecnológico e teórico relativo a uma técnica; trabalho com a técnica; institucionalização e avaliação da Organização Matemática.

Somente para efeito de organização esses momentos são apresentados em uma determinada disposição, porém, na prática, eles não acontecem em uma ordem cronológica

e sim de maneira dinâmica, o que possibilita a ocorrência de mais de um momento ao mesmo tempo.

Faz-se importante destacar que os diferentes momentos de estudo são igualmente importantes durante a realização do processo de estudo; não existem momentos mais importantes ou menos importantes.

2.2.3 Objetos Ostensivos e Não Ostensivos

A abordagem antropológica situa na problemática de modelagem do conhecimento matemático, os meios escritos, gráficos, orais, gestuais e materiais que instrumentalizam a atividade matemática e condicionam o seu desenvolvimento.

Com relação à natureza da função dos objetos materiais que são utilizados na atividade matemática, distingue-se em dois tipos: os objetos ostensivos e os não ostensivos. Os ostensivos podem ser os sons, entendido como as palavras de uma língua; os grafismos, que permitem a escrita das línguas naturais ou formais; e os gestos. Evidenciando que o termo ostensivo tem origem no latim *ostendere* que significa mostrar. Já os objetos não ostensivos são as ideias, as instituições ou os conceitos reconhecidos em uma instituição.

3. Aspectos Metodológicos

A investigação foi realizada em um curso preparatório para o vestibular com ênfase na modalidade de ações afirmativas ou medidas especiais compensatórias, destinadas a pessoas carentes e/ou pertencentes a minorias sociais.

No ano de realização desta pesquisa, o curso preparatório para o vestibular atendeu em média 120 alunos, usando os seguintes critérios: 45% afrodescendentes, 5% de índio-descendentes, 5% de pessoas com de necessidades especiais e 45 % de brancos. Para o ingresso nesse curso, os estudantes devem ser alunos da rede pública ou de associações comunitárias e apresentar uma carta de intenção contendo suas condições sócio-econômicas.

O desenvolvimento experimental foi acompanhado pelo professor orientador da pesquisa que esteve *in loco* durante os encontros realizados, ocorridos no horário das chamadas oficinas de aprendizagem, nas quais a instituição oferecia oportunidade para alunos, que pudessem e quisessem, participar de algumas aulas “extras”. Em um mesmo dia ocorriam duas oficinas concomitantemente, podendo o aluno escolher qual oficina iria frequentar, conforme seu interesse. Os encontros ocorriam das 18 horas às 18h50, coincidindo com o horário de trabalho de alguns alunos, o que inviabilizava a participação

de muitos deles. Devido a este fato tínhamos uma média de oito a dez participantes, que também era o número habitual de frequentadores nas oficinas de outras áreas.

As características dos alunos participantes das sessões, de modo geral, eram heterogêneas em vários aspectos como: pretensões ao curso do Ensino Superior, a formação do ensino básico e os conhecimentos prévios sobre divisibilidade, provocando um maior cuidado na condução do estudo.

Para enfrentar esta realidade com relação às diferenças individuais dos participantes nas sessões de estudo, baseamo-nos em Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 200):

Em vez de pretender adaptar os métodos de ensino às características singulares de cada aluno, a organização do ensino deve considerar aquilo que os alunos têm em comum, para potencializar a formação de grupos de alunos, capazes de estudar *juntos* vários tipos de problemas.

O estudo em sala de aula foi estrategicamente organizado em grupo por meio da identificação de individualidades identificadas em cada um, tais como: capacidade, motivação, interesse, atitude, formação prévia e outros. Ativa-se assim, a qualidade do estudo, conforme Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 280):

A organização do ensino deve basear-se mais naquilo que os estudantes têm em comum do que naquilo que é particular a cada um deles. De um ponto de vista antropológico, o estudo, e com ele a aprendizagem, são atividades que unem os indivíduos.

Esta organização dos alunos em grupo durante as sessões foi essencial, uma vez que nos forneceu elementos para a análise dos dados, a qual ocorreu, não com base nas produções individuais, mas na produção coletiva do grupo de estudo, conforme Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 198):

[...] o processo de estudo somente pode ser realizado se a aprendizagem for algo bem-compartilhado dentro do grupo: para que o indivíduo aprenda, *é necessário que o grupo aprenda*. Desse ponto de vista, a aprendizagem também é, necessariamente, um fato coletivo.

A coletividade dos conhecimentos durante o estudo foi um ponto importante durante o processo de investigação. Que foi por nós coordenado na perspectiva praxeológica inserindo-se em uma atividade comunitária, na qual o ensino deixa de ser o objetivo último e começa a ter um papel de instrumento de apoio para o estudo.

Quanto às situações-problema apresentadas, estas fazem parte da instituição escolar, e foram selecionadas considerando o objeto matemático divisibilidade, e as estratégias de solução baseadas na instituição “curso preparatório para o vestibular”.

Durante a resolução das tarefas várias estratégias foram apresentadas, pelos alunos, muitas delas baseadas em estratégias de “tentativa e erros”. No entanto, a instituição “curso preparatório para o vestibular” está inserida em um contexto escolar entre o ensino básico e o Ensino Superior, que requer do sujeito estratégias de solução que utilizem técnicas baseadas em argumentos que foram adquiridos na Educação Básica. Isto é o que está evidente nas questões propostas nas provas de vestibulares e no tempo que é destinado ao aluno para resolver estas questões.

Baseamo-nos, pois nesta realidade institucional para direcionar as técnicas para que o aluno percebesse o que é uma boa técnica frente à instituição “curso preparatório do vestibular”.

4. Análise da Tarefa de Resto Dois

Durante as sessões de estudo foram apresentadas tarefas categorizadas em três tipos: T_1 : Determinar o resto da divisão entre dois números inteiros; T_2 : Encontrar os Múltiplos e/ou Divisores e T_3 : Determinar a quantidade de divisores de um número.

Neste artigo será apresentada a análise da sétima tarefa proposta aos estudantes e que de modo geral a denominamos de ‘problema da sequência de resto dois’, pertencente ao tipo T_1 : Determinar o resto da divisão entre dois números inteiros.

A realização desta tarefa ocorreu em uma única sessão, apesar de ser uma tarefa não trivial para o grupo, foi possível realiza-la mediante articulação de conhecimentos que estes possuíam naquele momento do estudo. A tarefa apresentava o seguinte enunciado:

(Mackenzie – Modificado)

Escreva a sequência dos números naturais n , $100 < n < 999$, que divididos por 9 deixam resto 2. Explique sua resposta.

Como de costume, ao iniciarmos a sessão entregamos a folha com o enunciado do problema e procedemos à leitura do mesmo com todo o grupo. Durante esse procedimento foram identificados alguns dados no enunciado que poderiam consistir em barreira para a sua compreensão.

Primeiramente, com relação aos números naturais, uma vez que a identificação dos conjuntos numéricos, sempre que abordado durante o estudo, era alvo de dúvida. Ainda

havia alunos que não dominavam a constituição dos conjuntos numéricos referentes aos naturais, inteiros não negativos, inteiros, racionais e reais; no entanto, era necessário que estivesse clara a relação entre o conceito e a linguagem contida no enunciado da tarefa.

Logo após passamos para a discussão do ostensivo “<” (menor), procurando elucidar o significado do mesmo no contexto do problema.

Realizado tais procedimentos, iniciaram-se os trabalhos nos grupos, aos quais, ao percorrermos, notamos que a técnica didática por tentativas era a mais veiculada entre os participantes e a técnica matemática empregada era o algoritmo da divisão. Desta maneira, os estudantes foram experimentando alguns valores do intervalo citado no problema na tentativa de formar a sequência solicitada.

Diante desta situação, interferimos junto aos grupos com a seguinte indagação: “Esta maneira de fazer garante que encontrarão todos os números pertencentes ao intervalo dado?” Como estávamos em contato com o grupo há, aproximadamente, dois meses, havia se constituído um convívio social suficientemente capaz de interpretar algumas cláusulas do contrato didático estabelecido em nosso ambiente de estudo. Ressaltamos que utilizamos a ideia de contrato didático, segundo descreve Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 203):

A noção de contrato didático se inspira em uma visão do mundo social na qual cada tipo de interação particular supõe um contrato cujas cláusulas definem, ao mesmo tempo, aquilo que os protagonistas da interação podem legitimamente fazer e o significado de suas atuações. Participar de uma interação social determinada supõe que se reconheça (e se aceite) o contrato específico que a rege.

Por mais que as cláusulas do contrato didático estivessem implícitas na relação, elas iam se evidenciando no decorrer das ações. Desta forma, os estudantes entenderam que era preciso buscar outras técnicas para que pudessem resolver problemas daquele tipo com segurança e maior eficácia.

Em resposta a indagação realizada, os estudantes começaram a construir uma técnica a partir dos resultados que haviam encontrado anteriormente. Eles sabiam que o primeiro número da sequência era o número 101, encontrado por tentativa, ou seja, foram dividindo os valores do intervalo e verificando o resto. Na continuação desta situação de estudo, começaram a analisar as divisões efetuadas, na qual conseguiram reorganizar o resultado apresentado pelos ostensivos em linguagem algébrica: $9 \times 11 + 2 = 101$, $9 \times 12 + 2 = 110$, $9 \times 13 + 2 \dots 9 \times 110 + 2$; e em linguagem verbal: “A partir do número natural 101 somando 9 e dividido por 9, sobra resto 2”.

A técnica matemática para a resolução desta tarefa continuou sendo o algoritmo da divisão e os elementos tecnológicos tiveram apoio na propriedade da divisão que diz: “Em toda divisão, o dividendo será sempre igual à soma do resto com o produto do divisor pelo quociente”, ou seja: $D = Q \cdot d + r$, onde D, Q, d e r representam respectivamente o dividendo, quociente, divisor e resto.

Até então, consideramos que houve avanços do ponto de vista das respostas às atividades matemáticas e também que os alunos puderam vivenciar os momentos de reencontro com um tipo de tarefa; o de avaliação da técnica; o de exploração de um tipo de tarefa; e o de elaboração de uma técnica.

O momento do reencontro parece ter ocorrido apenas para os alunos que compreenderam a tarefa e atribuíram uma solução à mesma, mesmo que esta tenha sido realizada com base no método de tentativa. No entanto, a justificativa utilizada por eles era fraca, considerando a instituição na qual esta atividade foi proposta. Houve então um novo encontro com esta tarefa e foi necessário elaborar uma nova estratégia de solução. Para que houvesse esta mudança de estratégia, o momento de avaliação da técnica fez-se necessário.

O momento de exploração da tarefa e a elaboração de uma técnica estiveram presentes, uma vez que os alunos tiveram que manipular os dados que obtiveram e tiveram que elaborar uma técnica evidenciando o resto da divisão. Cabe salientar que este modelo resolve a tarefa não só no caso específico de o resto ser 2, mas para qualquer valor pertencente aos números inteiros não negativos.

Diante das mudanças de estratégias, que aconteceram de forma esperada, percebemos que poderíamos avançar ainda mais no desenvolvimento do estudo. Sendo assim, continuamos a sessão com o seguinte questionamento: “Considerando os números naturais, como poderíamos escrever uma regra geral que expresse os números cuja divisão por 9 deixa resto 2?”.

Agora, o desafio era construir um modelo algébrico a partir do modelo aritmético que haviam construído anteriormente. Os alunos, nesta situação de estudo, portaram-se de forma mais independente do que em sessões anteriores. Eles foram à busca da forma geral que pudesse expressar a ideia que representasse a solução da tarefa. Para tanto, realizaram as verificações necessárias e julgaram sua eficácia sem que ficassem questionando se seus procedimentos estavam corretos ou não. A validação foi realizada no próprio grupo, até chegarem à expressão $(9x + 2) \div 9$. Observamos ainda, que a utilização do ostensivo “parênteses” foi uma das dificuldades a ser vencida para a construção da expressão. Uma

vez que eles, inicialmente, não registraram os parênteses, efetuavam a resolução usando os parênteses, porém sem efetuar a sua devida anotação. Foi necessária uma pequena intervenção para explorarmos a importância de registrar os parênteses em uma expressão qualquer.

O momento de exploração do tipo de tarefa voltou a estar presente nesta sessão de estudo, uma vez que trabalharam novamente com aquela tarefa específica. No entanto, agora, passaram a explorá-la de maneira diferenciada. A técnica desenvolvida pode servir como modelo para a realização de outras tarefas pertencentes a este tipo.

Consideramos que o trabalho de avaliação da técnica ocorreu em pelo menos dois instantes diferentes. Um, quando os estudantes apropriaram-se da técnica encontrada anteriormente, ou seja, a forma aritmética $9 \times 11 + 2 = 101$, $9 \times 12 + 2 = 110$, $9 \times 13 + 2 \dots 9 \times 110 + 2$, mas julgavam insuficiente essa forma de representar; o outro ocorreu quando expressaram na forma algébrica $(9x + 2) \div 9$, com $x \in \mathbb{N} / x > 10$ e $x < 110$ e decidiram que esta maneira de expressar a técnica era abrangente e mais eficaz.

4.1 Observações sobre o Problema da Sequência de Resto Dois

Vale destacar que nesta sessão de estudo foram propostas duas tarefas diferentes pertencentes a um único tipo. A primeira tarefa consistiu em encontrar a sequência de números naturais em um dado intervalo com resto 2; a segunda era escrever de forma geral uma expressão com intervalo infinito e com resto fixo.

Observa-se que a primeira tarefa está contida na segunda tarefa, apesar de elas terem suas próprias especificidades. Optou-se por não apresentar a análise em duas tarefas, pois as estratégias de solução estavam interligadas, de forma que a expressão final foi consequência do desenvolvimento do estudo realizado em uma sessão.

Ainda nesta sessão, não podemos deixar de evidenciar alguns importantes avanços que ocorreram no processo de estudo como, por exemplo, o desprendimento da técnica didática do tipo tentativa, que até então era arraigada diante da resolução de problemas propostos no contexto escolar. O uso daquela técnica, em diferentes casos, apresentava-se nociva para o desenvolvimento de técnicas na instituição “curso preparatório para o vestibular”.

5. Resultados Finais

Em nossa proposta de pesquisa analisamos as práticas e os argumentos utilizados por um grupo de estudantes de um curso preparatório para o vestibular sobre o tema divisibilidade. Vale ressaltar que esta pesquisa se desenvolveu em um contexto de Ações Afirmativas, cujo objetivo é a garantia de igualdade de acesso ao Ensino Superior, em especial, para os alunos da rede pública, de baixa renda e estudantes afrodescendentes.

No intuito de elucidar as práticas e os argumentos utilizados pelos estudantes em questão, nos apoiamos na Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1998) que atribui ao estudo a função de fazer o elo entre o ensino e a aprendizagem e, mais ainda, destaca o significado de processo didático como um processo de estudo, considerando a relação dinâmica existente entre o ensino e a aprendizagem, na qual, aluno, professor e meio social se influenciam.

Evidenciamos que as técnicas e os argumentos utilizados pelos alunos, no decorrer da investigação, sofreram alterações em relação ao reinvestimento dos dispositivos didáticos e das formas de estudo, o que também provocou alterações em suas práticas de estudo. Podemos destacar o uso dos ostensivos concernentes aos registros das soluções das tarefas que envolviam divisibilidade, como por exemplo, os registros algébricos. Também percebemos uma maior preocupação em validar as soluções, uma vez que nas primeiras sessões de estudo não realizavam qualquer retomada, visando provar ou verificar a ocorrência das respostas obtidas.

Observamos que a maneira mais usual do grupo resolver uma tarefa consistiu em usar a técnica da tentativa, no entanto a justificativa, não ocorria no campo da Matemática. Essa é uma técnica importante, porém, deve ser usada apenas para a construção inicial de um modelo matemático. Considerando a instituição “curso preparatório para o vestibular” podemos afirmar que essa técnica é pouco eficiente, pois durante a análise, mostrou-se ineficaz nas situações vivenciadas no grupo de estudo. Enfatizamos que, dependendo do problema, sua utilização demanda muito tempo para a efetiva solução, principalmente quando o problema envolve valores “altos”. Percebemos que ela dificulta também a criação de modelos para auxiliar na resolução de outros problemas, portanto, não apresenta a consistência necessária à validação dos resultados. No entanto, observou-se que, no processo de estudo, houve um avanço significativo no uso dessa técnica, a partir da

ocorrência do seu desprendimento, mesmo que parcial, pois até então era persistente na resolução de problemas propostos no contexto escolar.

Constatamos que os alunos participantes das sessões de estudo, demonstraram grande interesse e passaram, a partir daí, discutir e “entrar” na Matemática com fins de estudo, apesar de declararem que o interesse inicial era meramente para obtenção de conhecimentos ou habilidades para serem aprovados em exames vestibulares, ou seja, buscavam suprir uma necessidade imediata. No entanto, no decorrer dos encontros, alguns alunos declararam que o estudo da Matemática, que até então parecia algo distante e inacessível, agora se apresentava como uma ação possível de ser desenvolvida em suas histórias de vida no contexto de estudo.

Ressaltamos ainda que, a maioria dos alunos que participou efetivamente desse grupo de estudos, ingressou no Ensino Superior, público e gratuito.

6. Referências

BACCHETTO, João Galvão. **Cursinhos Pré-vestibulares Alternativos no Município de São Paulo (1991-2000): A Luta pela Igualdade no Acesso ao Ensino Superior**. São Paulo: USP, 2003. 160 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2003.

CHEVALLARD, Yves. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: a abordagem antropológica**. In Atas da Universidade de Verão realizada na cidade Rochelle. Clermont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.

_____. **Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des Per.** Conferência proferida Lyon, maio/2009. Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article>>. Acesso em: 15 out. 2010.

CHEVALLARD, Yves.; BOSCH, Marianna.; GASCON, Joseph. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

GREGORUTTI, Juliana Lima. **Construções dos Critérios de Divisibilidade com Alunos de 5ª série do Ensino Fundamental por meio de Situações de Aprendizagem**. São Paulo: PUC SP, 2009. 146 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2009.

NASCIMENTO, Alexandre. **Movimentos Sociais, Educação e Cidadania: Um Estudo sobre os Cursos Pré-Vestibulares Populares**. Rio de Janeiro: UERJ, 1999. 108 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 1999.

OLIVEIRA Adriana Barbosa de. **Prática Pedagógica e Conhecimentos Específicos: um Estudo com um Professor de Matemática em Início de Docência**. Campo Grande: UFMS, 2010. 169 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2010.

RAMA, Aguinaldo José. **Números Inteiros no Ensino Fundamental e Médio**. São Paulo: PUC SP, 2005. 185 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2005.

RESENDE, Marilene Ribeiro. **Re-significando a Disciplina Teoria dos Números na Formação do Professor de Matemática na Licenciatura**. São Paulo: PUC SP, 2007. 281 p. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2007.