

## GENERALIZAÇÃO VERBAL E SIMBÓLICA NO TRABALHO COM IDEIAS DE FUNÇÃO

*Karina de Oliveira Castro*

*Universidade Severino Sombra*

[\*karinadeoliveiracastro@gmail.com\*](mailto:karinadeoliveiracastro@gmail.com)

*Chang Kuo Rodrigues*

*Universidade Severino Sombra*

[\*changkuockr@gmail.com\*](mailto:changkuockr@gmail.com)

### **Resumo:**

Este trabalho busca apresentar algumas atividades contendo aspectos de generalização verbal e simbólica que foram aplicadas a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental e que se verificaram apropriadas no trabalho com ideias básicas de Função. Trata-se de um recorte nos resultados de pesquisa mais ampla que subsidia uma dissertação de Mestrado. A pesquisa foi realizada numa escola pública e contou com a participação de dezenove estudantes da cidade de Cataguases, MG, em zona urbana. Os encontros aconteceram em horário extracurricular e foi executado em pequenos grupos, com três ou quatro estudantes, o que permitiu à pesquisadora fazer uma análise criteriosa dos resultados. Em síntese, pode-se afirmar que as atividades propiciaram aos participantes uma aproximação às ideias de incógnita e variável. Conclui-se que o estudo pode aprimorar o que tem sido produzido no país sobre o tema e permitir que outras pesquisas tomem por base os resultados aqui obtidos.

**Palavras-chave:** Generalização verbal. Generalização simbólica. Ideias de Função. Ensino Fundamental.

### **1. Introdução**

O objeto matemático Função é o tema geral deste estudo. Fizemos um recorte nos resultados da pesquisa que molda uma dissertação de Mestrado cujo título é: *Ideias e conceitos básicos de Função no 7º ano do ensino fundamental: possibilidades e desafios*. Nesta ocasião, várias atividades foram aplicadas e escolhemos a análise de uma delas para o presente trabalho. Trata-se de uma atividade que aborda a ideia de generalização.

Há muitos trabalhos em Educação Matemática que abordam o tema Função (ARDENGHI, 2008) e percebe-se que, na maioria deles, há o relato da carência na apreensão do conceito de Função. Assim, acreditamos que o presente trabalho pode contribuir naquilo que tem sido pesquisado a respeito do tema, uma vez que voltamos o olhar para as ideias que compõem o conceito e, ainda, elegemos o 7º ano do Ensino

Fundamental como foco do estudo, já que a maioria dos trabalhos analisa o desempenho de estudantes do 9º ano e do Ensino Médio. Pretendemos, aqui, tecer breves comentários a respeito da abordagem histórica que compõe a noção de *generalização* e, a seguir, abordaremos o contexto inserido na metodologia da pesquisa, bem como resultados e conclusões. Assim, este trabalho apoia-se teoricamente nos estudos históricos feitos por Boyer (1986), Caraça (2010), Eves (2008), Garbi (2010) e, mais especificamente, no conceito de generalização explicitado por Caraça (2010).

## 2. A ideia de Generalização no contexto histórico de Função

De acordo com Youschkevich (1976 apud PELHO, 2003, p.19), há três etapas fundamentais na evolução do conceito de Função: a Antiguidade, a Idade Média e o Período Moderno. Sinteticamente, podemos afirmar que na Antiguidade havia uma espécie de instinto funcional, com a presença das ideias de dependência, correspondência e regularidade. Oliveira (1997) afirma que os babilônios, em 2000 a.C., utilizavam tabelas de correspondência. A autora afirma que os egípcios também utilizavam correspondência em suas tabelas. Boyer (1986, p.25) diz que a presença das relações de dependência entre duas grandezas já podia ser encontrada nesse período.

Na Idade Média, vemos que há a presença de generalizações qualitativas de fenômenos naturais. Nessa época, as noções do conceito de Função eram expressas sob forma geométrica e mecânica, prevalecendo, assim, descrições mecânicas e verbais. Segundo Caraça (2010), durante um tempo, os homens prenderam-se a explicações qualitativas dos fenômenos. Oliveira (1997) indica que Nicole Oresme (1323-1382) pode ser considerado o precursor da representação gráfica de uma Função. Sua intenção era representar intensidades de uma determinada característica, por meio de segmentos, ou seja, uma figura geométrica ilustrava as intensidades de uma qualidade, por exemplo, das velocidades. A autora destaca que essas representações podem ser consideradas um passo em direção ao conceito de Função, contudo, Oresme utilizava descrições imaginárias e qualitativas, ou seja, ele não utilizava medidas.

A partir do Renascimento, contudo, os estudiosos deram “[...] novo rumo à barca da Ciência, dedicando-se à *observação e experimentação*, procurando *medir*, tentando explicar por variações de quantidade, tecendo uma teia de leis quantitativas.” (CARAÇA, 2010, p.117. *Grifo do autor*). A matematização dessas leis é o conceito formalizado de

Função que ora conhecemos. Houve, assim, um longo período na história em que as leis qualitativas imperavam em uma “[...] tendência para fugir de tudo aquilo que viesse ligado às concepções quantitativas e dinâmicas [...]” (CARAÇA, 2010, p.185).

Já no Período Moderno, Galileu Galilei (1564-1642) dá um tratamento quantitativo às leis matemáticas que observa. Segundo Garbi (2010), Galileu foi um convicto defensor de que o Universo obedece a leis matemáticas. Galileu estudou o movimento dos corpos e, com o desenvolvimento do simbolismo algébrico de sua época, determinou a equação do movimento uniformemente acelerado. O desenvolvimento da álgebra simbólica foi fundamental para a expressão das leis em termos quantitativos. Para Eves (2008), o simbolismo matemático teve um bom andamento no século XVI. Assim, “o campo estava preparado para os notáveis avanços do próximo século.” (EVES, 2008, p.314).

Diante disso, a generalização das leis quantitativas em termos matemáticos, simbólicos, algébricos, deu-se de maneira lenta na história. Mas, somente a partir desse feito é que o conceito de Função adquiriu uma formalização que, segundo Youschkevich (1976 apud PELHO, 2003, p.19), revolucionou a Matemática devido à sua eficácia e fez com que Função assumisse um lugar de destaque no meio das ciências exatas.

No final do século XVI e durante o século XVII, começaram a prevalecer as expressões analíticas. Desse modo, a ideia de *generalização* para a função carrega consigo um passado que traz embutidas as noções de leis qualitativas e quantitativas. Contudo, a generalização é a ideia que está em uma zona de conflito, já que a abstração se faz presente em detrimento do sentido concreto do conceito. Ela acompanhou a gênese do conceito, quando ainda era rudimentar, informal, e está presente em sua formalização.

Diante da perspectiva de trabalhar essas noções, qualitativas e quantitativas, na Educação Básica, percebemos o quanto é importante dar oportunidade aos estudantes de manifestarem seu pensamento generalizado, seja em termos simbólicos matemáticos, seja na linguagem materna, já que a própria evolução do conceito assistiu a esse feito e, assim, amenizar os efeitos negativos da aprendizagem em níveis posteriores do ensino.

Agora, portanto, passaremos à descrição das atividades, objeto deste estudo.

### **3. A pesquisa**

A sequência de atividades foi aplicada a um grupo de dezenove estudantes do 7º ano do ensino fundamental. Trata-se de alunos na faixa etária de 11 a 12 anos. Conforme afirmado anteriormente, nesse estudo, faremos um recorte nos dados obtidos em uma pesquisa maior. Assim, analisaremos uma das cinco atividades que foram aplicadas ao grupo participante. Cada atividade recebeu um nome dado pela pesquisadora (Quadro 1). Assim, vamos nos deter no contexto da atividade nº 4: Frase e Expressão.

**Quadro 1** – Atividades aplicadas na pesquisa central

	<b>ATIVIDADE</b>	<b>Nº. DE QUESTÕES</b>	<b>IDEIAS DE FUNÇÃO</b>
1ª	Correspondência	06	Correspondência.
2ª	O dobro	10	Correspondência e leis de formação.
3ª	O jogo de Paula e Geovana	07	Correspondência, leis de formação e dependência.
4ª	Frase e Expressão	03	Generalização verbal e simbólica.
5ª	Comparando Correspondências	04	Correspondência, leis de formação, generalização, variável e previsão de resultados.

Fonte: Dados da pesquisa

Vimos anteriormente que a ideia de generalização traz consigo noções de leis qualitativas e quantitativas. Assim, trabalhar com a ideia de generalização, a nosso ver, é esperar registros de caráter verbal e simbólico, o que leva o conceito em direção à Álgebra. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1998) para a área de Matemática – 3º e 4º ciclos – destacam, a esse respeito, que as atividades algébricas devem ser exploradas nos anos finais do Ensino Fundamental, de modo que, a partir de seus diferentes papéis, a noção de Função possa ser explorada no terceiro e quarto ciclos. A intersecção Álgebra-Função é destacada pelo documento da seguinte forma:

Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação.

Esse encaminhamento dado a Álgebra, a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da noção de função nos terceiro e quarto ciclos. (BRASIL, 1998, p.50-51).

Passemos à descrição das questões. A primeira delas (Figura 1) foi adaptada de Souza e Diniz (2008).

**Figura 1** – Questão 1 da Pesquisa

1. Para cada tabela, descubra uma regra para se obter o número respondido:

Número dito	Número respondido
3	9
5	25
7	49
8	64
10	100

- Frase: \_\_\_\_\_
- Expressão: \_\_\_\_\_

Número dito	Número respondido
5	7
6	8
7	9
8	10
9	11

- Frase: \_\_\_\_\_
- Expressão: \_\_\_\_\_

Número dito	Número respondido
6	30
8	40
9	45
10	50
14	70

- Frase: \_\_\_\_\_
- Expressão: \_\_\_\_\_

Número dito	Número respondido
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12

- Frase: \_\_\_\_\_
- Expressão: \_\_\_\_\_

Fonte: SOUZA; DINIZ, 2008, p. 51 (Adaptada).

Concebemos as questões desta atividade esperando uma boa participação do grupo sem, porém, aguardar grandes habilidades no tocante aos aspectos algébricos, já que, nessa série escolar, os estudantes ainda teriam contato com a Álgebra no decorrer do ano letivo. Contudo, a Álgebra do 7º ano é aquela ligada às incógnitas, e não às variáveis, assim, foi um grande desafio a própria decisão de aplicar a tarefa aos participantes. Foram planejadas, ainda, duas questões relacionadas ao esclarecimento entre as ideias de incógnita e variável.

Os alunos não haviam tido contato com esse tipo de tarefa, mas a receberam com entusiasmo e interesse. O procedimento deu-se da seguinte forma: cada tabela era bastante explorada pela pesquisadora, por meio de questionamentos e outros exemplos, caso fosse necessário. Em seguida, perguntava-se o que havia sido feito com os números ditos, ou seja, aqueles da primeira coluna, de modo que os estudantes respondiam, na língua materna, as operações que foram utilizadas. Na passagem para a forma simbólica, a pesquisadora incentivou-os a escrever uma expressão que pudesse explicitar, da mesma forma que a frase, a ideia contida. Assim, havia a orientação para que os estudantes escrevessem a mesma frase, porém, de outra maneira.

Tinoco (2002 apud PAVAN, 2010, p.26) considera que é importante o estudante ter contato “[...] com as diversas formas de representar funções: verbal (em palavras, oralmente ou por escrito), gráfica (gráficos formais e informais, tabelas) e analítica (por expressões matemáticas)”, o que, segundo Pavan (2010), facilita o desenvolvimento das noções de generalização. Santos (2004) confirma esse argumento, quando diz que:

É preciso que os alunos desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos na linguagem corrente, que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, realizando diferentes representações e concluindo esta etapa com o registro das leis em linguagem algébrica, o que é decisivo para a construção do conceito de função. (SANTOS, 2004, p.9)

A autora conclui que o registro, em termos algébricos das leis, é passo importante para a construção do conceito. Concordamos com essa ideia, mas defendemos uma prática que valorize, ainda mais, a transição da linguagem materna para a matemática, para que os estudantes tenham a oportunidade de conjecturar e de testar suas hipóteses. Piaget (2011)

trata desse assunto indo um pouco além: para o autor, a rapidez da transição do qualitativo para o quantitativo estaria na origem do fracasso escolar.

É sobretudo possível – e nós o verificamos em diversos casos – que o insucesso escolar em tal ou tal ponto decorra de uma passagem demasiado rápida da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos, mas sem a introdução imediata das relações numéricas e das leis métricas) para a esquematização quantitativa ou matemática (no sentido das equações já elaboradas) usada habitualmente pelo físico. (PIAGET, 2011, p.22)

Por isso, a pesquisadora buscava, ainda que de forma breve, questionar os participantes a respeito desse artifício matemático. Houve comentários do tipo: “*Você imaginou que seria possível dizer a mesma coisa em Português e em símbolos matemáticos?*”. A todo instante, portanto, os estudantes eram levados a refletir sobre o fato de a expressão matemática conter a mesma ideia daquilo que eles próprios estavam falando e escrevendo. Na primeira tabela, por exemplo, havia a multiplicação do número por ele mesmo. Os grupos foram solicitados a imaginar uma maneira de representar essa ação de forma que valesse para outros números, além daqueles indicados. Todos os estudantes citaram “as letras” como um artifício e as escolhiam da maneira que achasse mais conveniente.

Para a primeira tabela, não houve nenhuma dificuldade por parte dos estudantes. O fato de já terem feito algumas atividades anteriores com diagramas que continham essa lei facilitou o processo, de modo que, ao lerem as duas primeiras linhas, os sujeitos já haviam concluído que se tratava de multiplicar o número por ele mesmo. As outras três tabelas tornaram-se um desafio, e foram muito bem recebidas. A seguir, alguns registros feitos pelos estudantes (Figura 2).

Figura 2 – Questão 1 da Pesquisa

• Frase: <u>Multiplica o número por ele mesmo</u>
• Expressão: <u><math>N^o \cdot N^o</math></u>
• Frase: <u>Somei o número sempre com dois</u>
• Expressão: <u><math>y + 2</math></u>
• Frase: <u>O número multiplicado por 5</u>
• Expressão: <u><math>W \cdot 5</math></u>
• Frase: <u>multiplica por 2 e soma com 2</u>
• Expressão: <u><math>R \cdot 2 + 2</math></u>

Fonte: Dados da pesquisa

De todas as tabelas da Figura 1, sem dúvida, a última foi aquela que representou maior desafio aos grupos. A pesquisadora avisou previamente que se tratava de uma situação um pouco diferente, já que, nos casos anteriores, bastava uma operação para se chegar ao resultado. No último caso apresentado, houve a orientação de que eram necessários dois processos operacionais. Mesmo assim, nenhum estudante chegou de imediato à solução, apesar de todos estarem participando do desafio. Diante da resistência (e impaciência) da maioria, a pesquisadora explicou que se tratava de multiplicar o número e somar com outro. A partir daí, não houve muitos obstáculos. Julgamos que este bloqueio deve-se a pouca experiência aritmética dos estudantes, já que, em nossa experiência docente, verificamos que esse tipo de atividade é eficazmente solucionado por alunos do Ensino Médio.

Mas, ainda com as orientações oferecidas, podemos considerar, como um grande avanço, o fato de os estudantes terem se dado conta da expressão procurada. Assim, considera-se positivo o saldo final dessa questão aplicada. As duas últimas questões da atividade foram elaboradas buscando uma aproximação maior com os conceitos de incógnita e variável, subjacentes à ideia de *generalização*. Segue a questão 2 (Figura 3):

**Figura 3** – Questão 2 da Pesquisa

2. Substitua as frases abaixo por expressões matemáticas:

A) Qual o número que somado com 3 resulta 8? \_\_\_\_\_

B) Um número multiplicado por 3: \_\_\_\_\_

C) O dobro do número mais 5: \_\_\_\_\_

D) O número cujo triplo é 12: \_\_\_\_\_

E) A diferença entre o dobro de um número e 7: \_\_\_\_\_

- Indique as sentenças acima cujo número procurado pode ser substituído por mais de um valor:
- Você consegue explicar por que essas expressões admitem mais de um valor para o número procurado?
- Indique as sentenças acima cujo número procurado só admite um valor:
- Você consegue explicar por que essas expressões só admitem um valor para o número procurado?

Fonte: Dados da pesquisa



Para a frase A, a maioria dos alunos respondia “5”. Daí, a pesquisadora solicitava que os participantes escrevessem a pergunta de forma simbólica. Não foi uma tarefa muito simples. Boa parte deles tinha dúvidas com relação ao número cinco, ou seja, ficavam tentados a escrevê-lo. Dessa forma, a orientação que receberam foi escrever a frase em etapas. Assim, primeiro havia a representação da parte “Qual o número que somado com 3”, que fizeram com facilidade. Então, representavam o final: “resulta 8”. Ao serem questionados sobre o símbolo que substituiria a palavra “resulta”, todos os estudantes indicaram o sinal de igual. Depois de escreverem a expressão, a pesquisadora questionava: “Onde está o número 5 que você queria escrever?”. Assim, todos entenderam a função do símbolo no lugar do número. Houve, ainda, outros questionamentos, a partir da primeira frase, como, por exemplo, “E se eu quisesse que resultasse 10? E 30?”.

A condução das outras frases deu-se de maneira semelhante à primeira, sempre a partir de questionamentos. Nas tarefas que havia após as frases, buscavam levar os grupos a notar os diferentes papéis das letras que foram usadas nas expressões criadas. Portanto, sem utilizar as palavras: “incógnita” e “variável”, os estudantes deram demonstrações, e mostravam, mediante suas justificativas, que estavam apreendendo o conceito embutido nos símbolos.

Para a questão que solicitava explicação quanto ao fato de determinadas expressões admitirem mais de um valor para o símbolo, todos os participantes valeram-se do resultado como justificativa (Figura 4).

**Figura 4** – Mais de um valor para o símbolo da questão 2

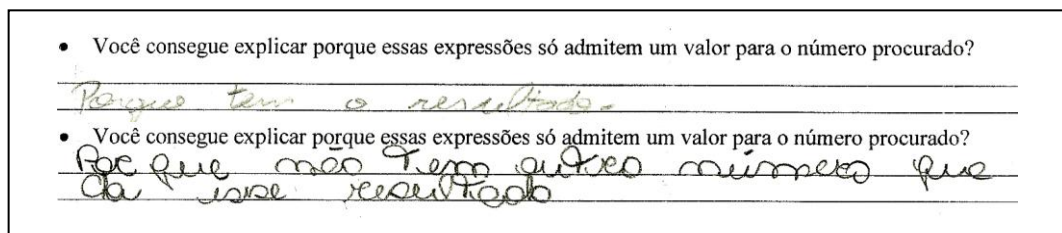
The image shows three handwritten responses to a question. Each response is written on a set of three horizontal lines. The first response says: 'Porque não deu o resultado final'. The second response says: 'porque não deu o resultado então pode ser qualquer valor.'. The third response says: 'Porque o símbolo não tem valor fixo'.

Fonte: Dados da pesquisa

De maneira análoga, para a pergunta a respeito das expressões que só admitiam um valor para o número procurado, os participantes utilizaram o resultado como justificativa,

ou seja, concluíram que, como a sentença é fechada, apenas um valor é suficiente para validade da igualdade. A Figura 5 mostra algumas dessas justificativas.

**Figura 5** – Um valor procurado da questão 2

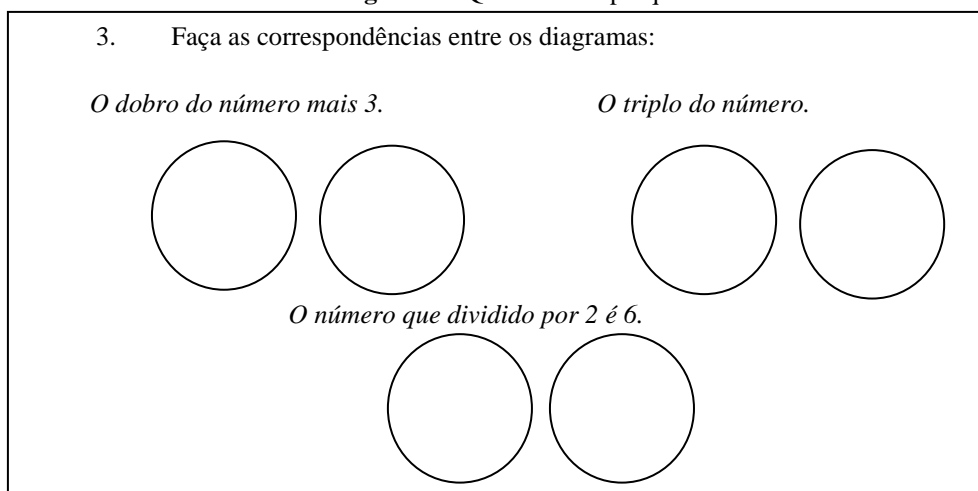


Fonte: Dados da pesquisa

A última questão dessa atividade trazia correspondências entre variáveis e incógnitas (Figura 6).

Pretendia-se verificar se os estudantes poderiam estabelecer a diferença entre elas.

**Figura 6** – Questão 3 da pesquisa



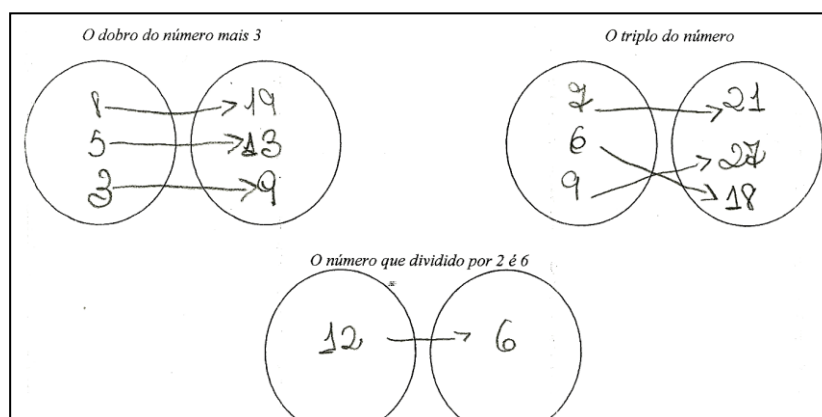
Fonte: Dados da pesquisa

Para a primeira correspondência, a pesquisadora solicitava: “Corresponda o número ao seu dobro mais três”, ao passo que os estudantes questionavam: “Qual número?”. Havia, assim, a indagação: “Qual número pode ser correspondido ao seu dobro mais três?”. Todos os estudantes concordavam: “Qualquer um.” Então, a pesquisadora orientava: “Cada aluno pode escolher três números diferentes e fazer a correspondência.”

Não houve maiores obstáculos. A segunda correspondência também foi conduzida da mesma forma que a primeira.

Para a última correspondência, após ler o enunciado, todos respondiam: “É 12”. Ao preencher os diagramas, alguns estudantes ficavam em dúvida sobre quais números iriam ser registrados, pois, segundo eles, havia o 12, o 6 e, ainda, o 2. A pesquisadora buscou orientar com relação à lei estabelecida, ou seja, ao comparar as outras duas correspondências já feitas, os grupos concluíam que a regra estabelecida aos diagramas não ficava registrada; perceberam que a lei para o terceiro diagrama era “dividir por 2”, portanto, não haveria o registro do número 2. Segue Figura 7.

**Figura 7** – Resposta para a Questão 3 - Pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

#### 4. Resultados da Pesquisa

Percebemos que os estudantes conceberam a noção de generalização sem maiores obstáculos. Pela evolução histórica que sinteticamente delineamos, vimos que a ideia de Função engloba um passado de conflito entre o caráter qualitativo e quantitativo. Assim, a transição entre os níveis, verbal e matemático, era para nós um assunto a ser tratado com cuidado. Mas percebemos que esta passagem deu-se de maneira segura pelos estudantes.

A esse respeito constatamos que alguns autores se questionam sobre a manutenção de obstáculos, experimentados no passado, pelos estudantes da atualidade, tal como Artigue (1990 apud IGLIORI, 2010, p.129) questiona: “[...] para se conferir o estatuto de obstáculo epistemológico em didática é essencial fornecer a ele o atestado histórico das dificuldades análogas?”. Iglori (2010) explica que:

Alguns pesquisadores em Educação Matemática interrogam-se sobre a necessidade da referência histórica para determinar os obstáculos. Eles

relacionam, talvez, mais os obstáculos a um contexto cultural de uma época do que os constitutivos do conhecimento. (IGLIORI, 2010, p.138).

Um exame mais cuidadoso a respeito do que poderíamos ou não apontar como obstáculo epistemológico, historicamente falando sobre Função, fugiria do escopo deste trabalho. Acreditamos que esta temática é uma fonte riquíssima para vários outros estudos.

Fazemos, ainda, um comentário a respeito da importância do aspecto aritmético na composição das leis matemáticas apresentadas aos alunos. Talvez pela faixa etária e escolar dos participantes, constatamos que alguns alunos resistiram ao compor uma sentença que continha dois processos aritméticos. Por outro lado, perceberam, sem maiores dificuldades, que há casos em que determinadas sentenças admitem mais de um valor para se verificarem verdadeiras, ao passo que outras só permitem um. Trata-se das noções de incógnita e variável que, apesar de não serem nomeadas aos grupos com essas palavras, foram muito bem compreendidas.

Esperamos que o estudo em questão possa suscitar outros questionamentos e conclusões que permitam, de alguma forma, confirmar, complementar, ou mesmo refutar as ideias que aqui foram expostas.

## 5. Referências

ARDENGHI, M. J. **Ensino aprendizagem do conceito de função**: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil. São Paulo, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1986.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2010.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas-SP: Unicamp, 2008.

GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

IGLIORI, S. B. C. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. In MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: Educ, 2010, p. 113-142.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo, 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PAVAN, L. R. **A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do ensino fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas**. Maringá, 2010. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá.

PELHO, E. B. B. **Introdução ao conceito de Função: a importância da compreensão das variáveis**. São Paulo, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 20 ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 2011.

Santos et al. A construção do conceito de Função no Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPE, 2004. Disponível em:<  
<http://www.sbem.com.br/files/viii/Index.htm>>. Acesso em: 11 jul. 2011.

SOUZA, E.R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das variáveis às equações e funções**. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2008.